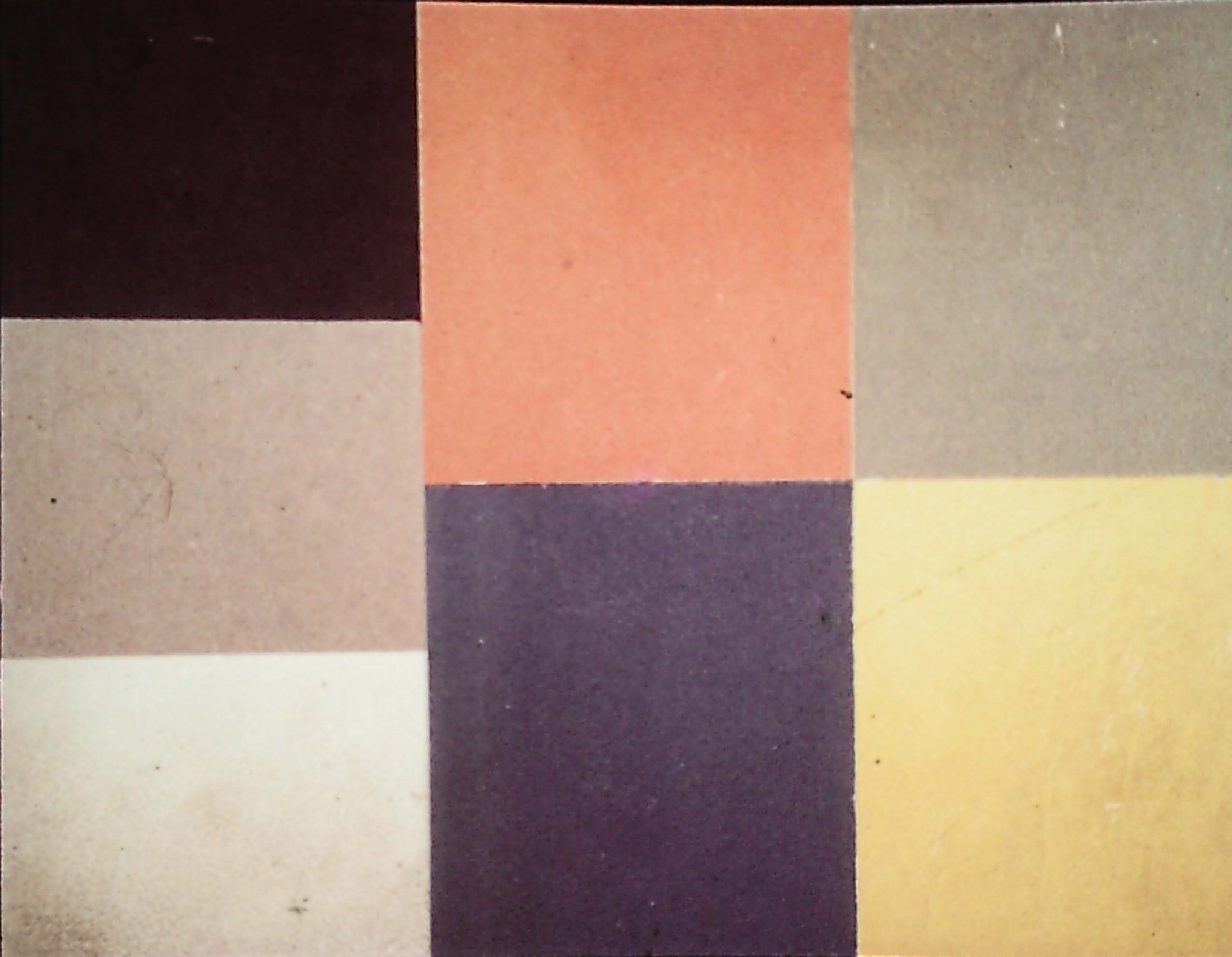


VI 1975

9 9 3

ТУ 19—32—73

1

3

ДИАФИЛЬМ

07—3—392

ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ *КОНГРУЭНТНОСТИ* ДВУХ ФИГУР

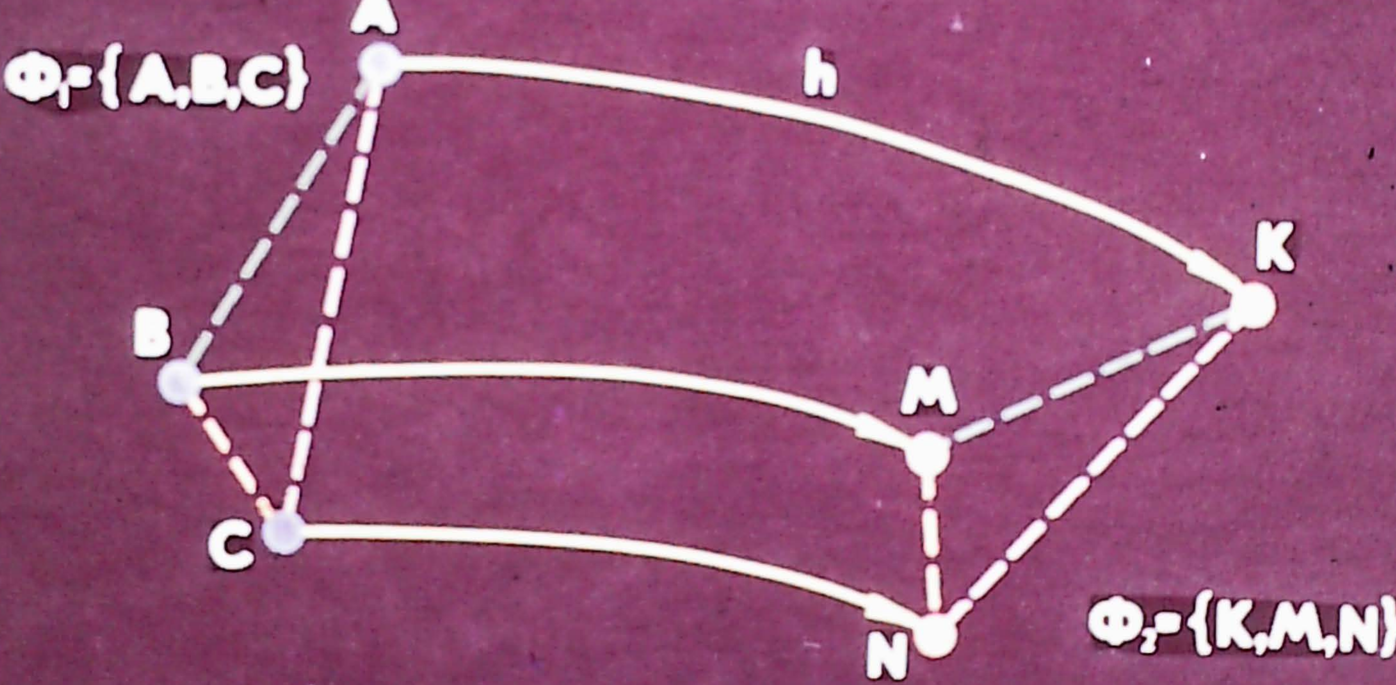
Диафильм по математике для 6 класса

К сведению учителя

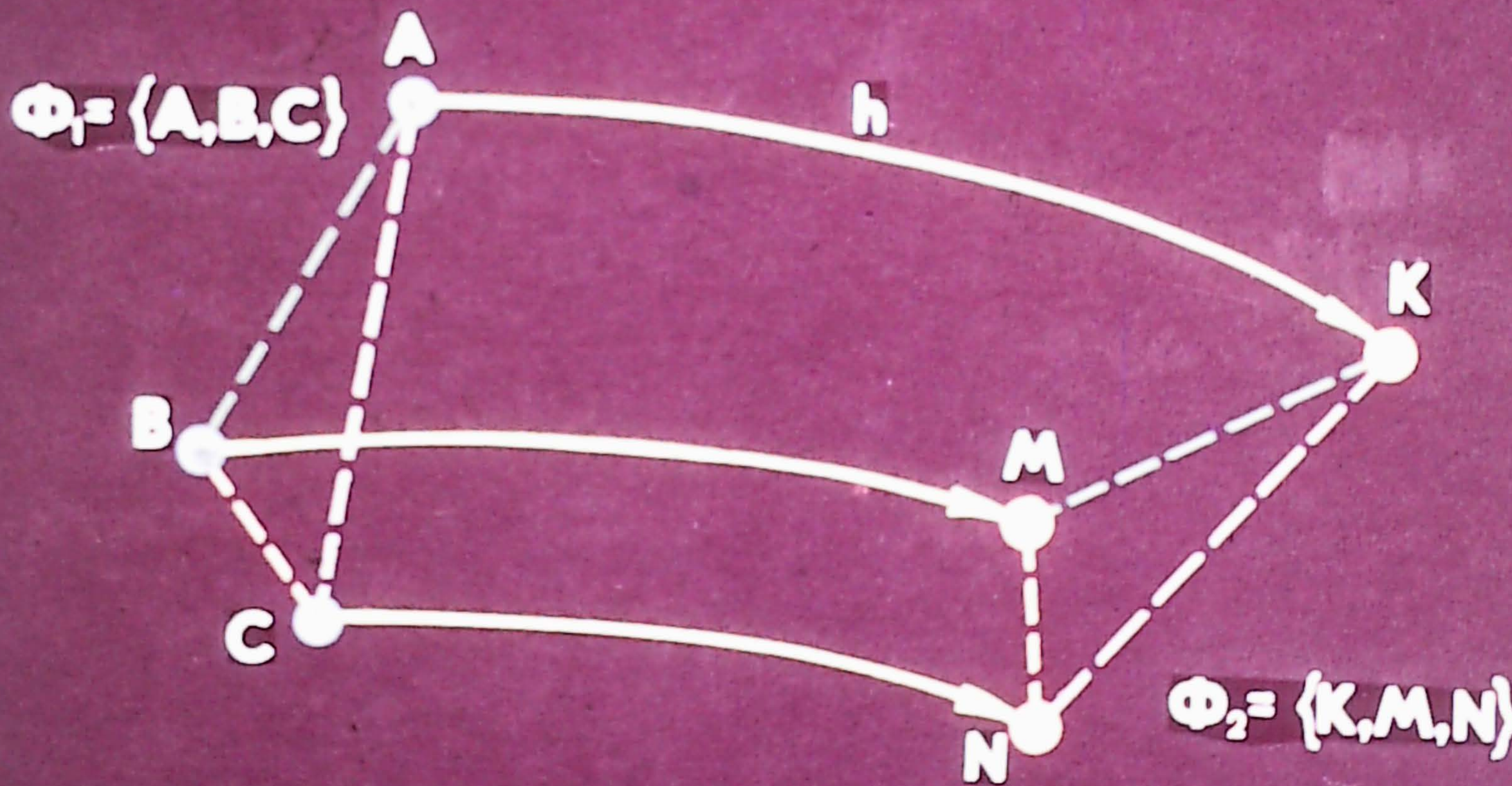
Диафильм состоит из двух фрагментов. В первом фрагменте (кадры с 4 по 10) формируется понятие отображения, сохраняющего расстояния между точками; во втором — раскрывается определение конгруэнтных фигур.

В кадрах с 17 по 30 приводятся без доказательства признаки конгруэнтности для некоторых геометрических фигур и показано, как в целом ряде случаев можно построить отображение одной из конгруэнтных фигур на другую, сохраняющее расстояния между точками. При демонстрации этих кадров не имеет смысла требовать от учащихся тщательного обоснования того, как устанавливается отображение h и почему оно сохраняет расстояния между точками. Цель показа этих кадров—убедить учащихся в том, что рассматриваемые фигуры конгруэнтны по определению.

1. Отображения, сохраняющие расстояния между точками.



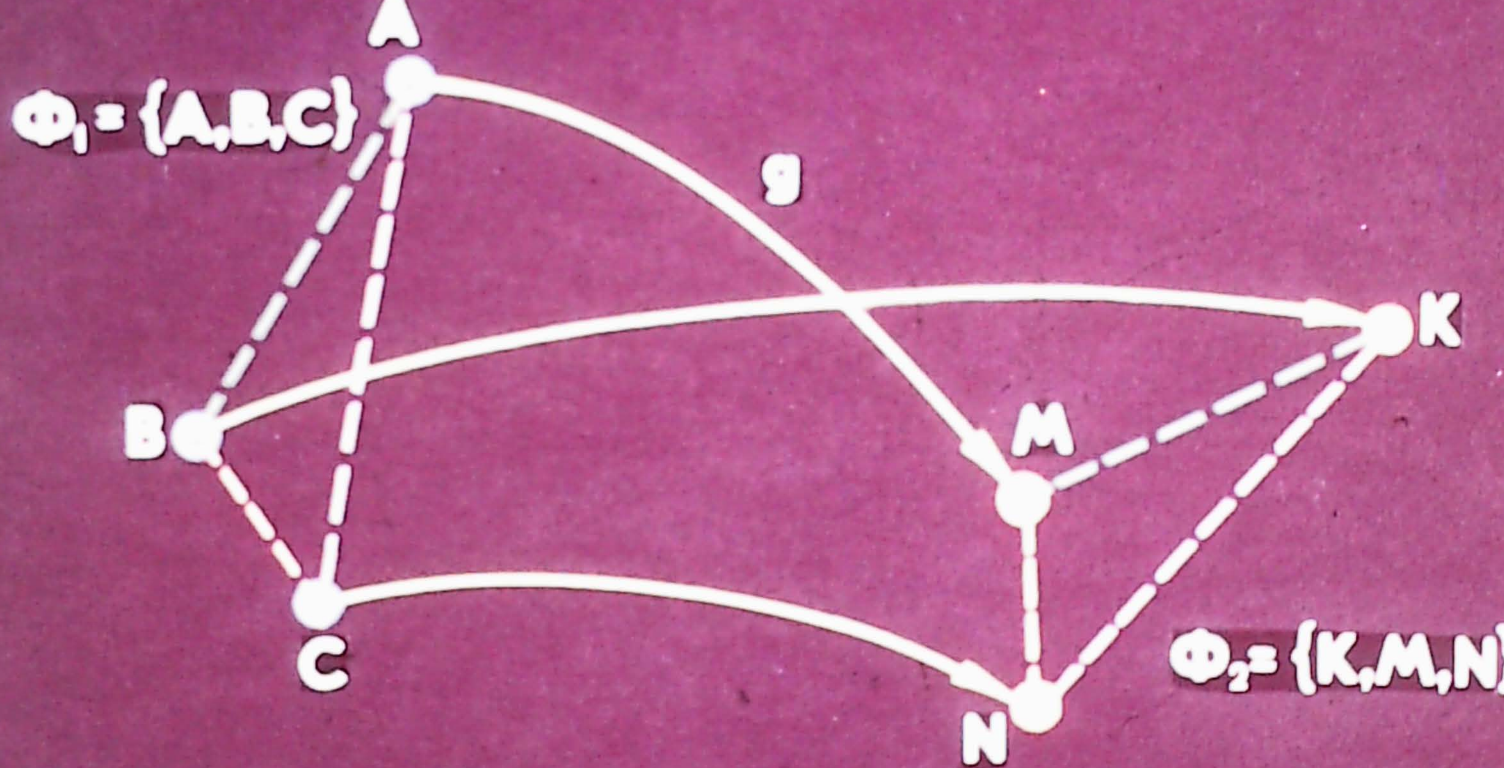
$|AB|=|KM|$; $|AC|=|KN|$; $|BC|=|MN|$. h—отображение фигуры Φ_1 на фигуру Φ_2. Сравните: $|AB|$ с расстоянием между $h(A)$ и $h(B)$; $|AC|$ с расстоянием между $h(A)$ и $h(C)$; $|BC|$ с расстоянием между $h(B)$ и $h(C)$.



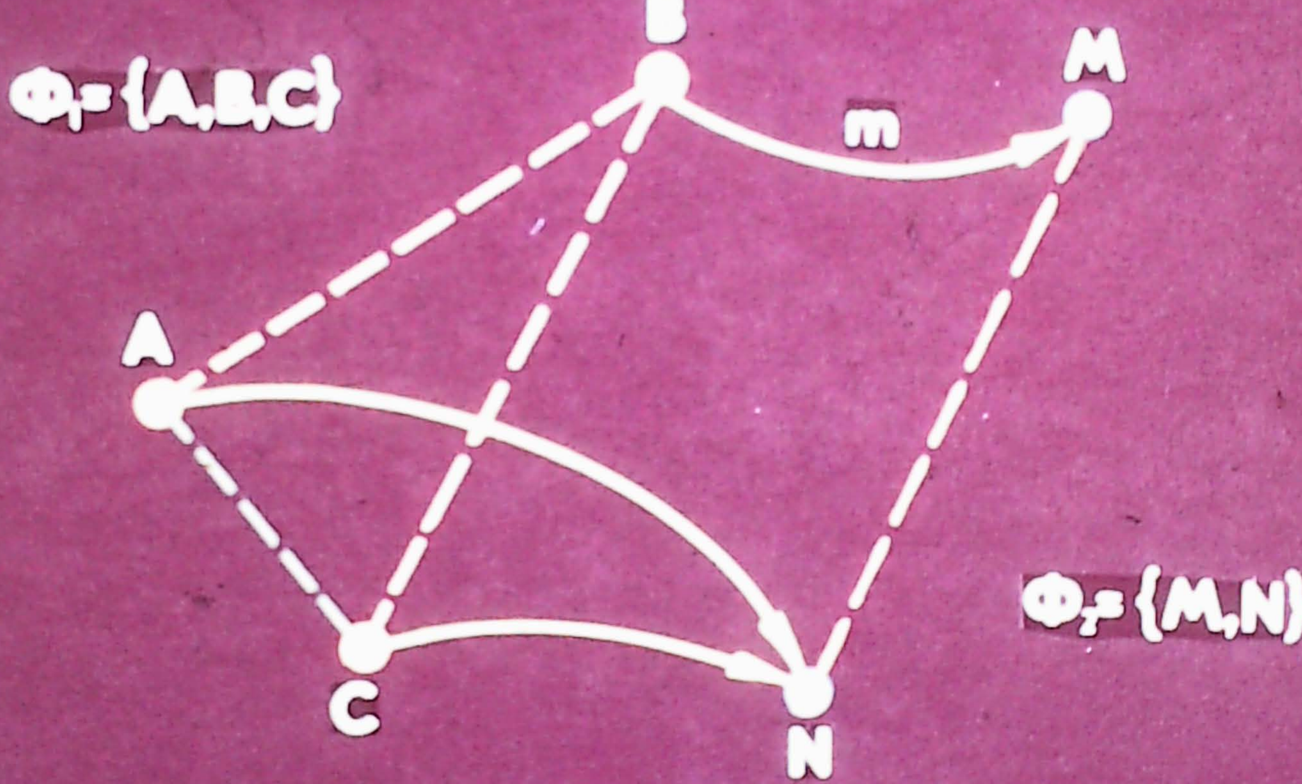
Верно ли высказывание: «Расстояние между любыми двумя точками фигуры Ф₁ равно расстоянию между их образами в отображении h»?

6

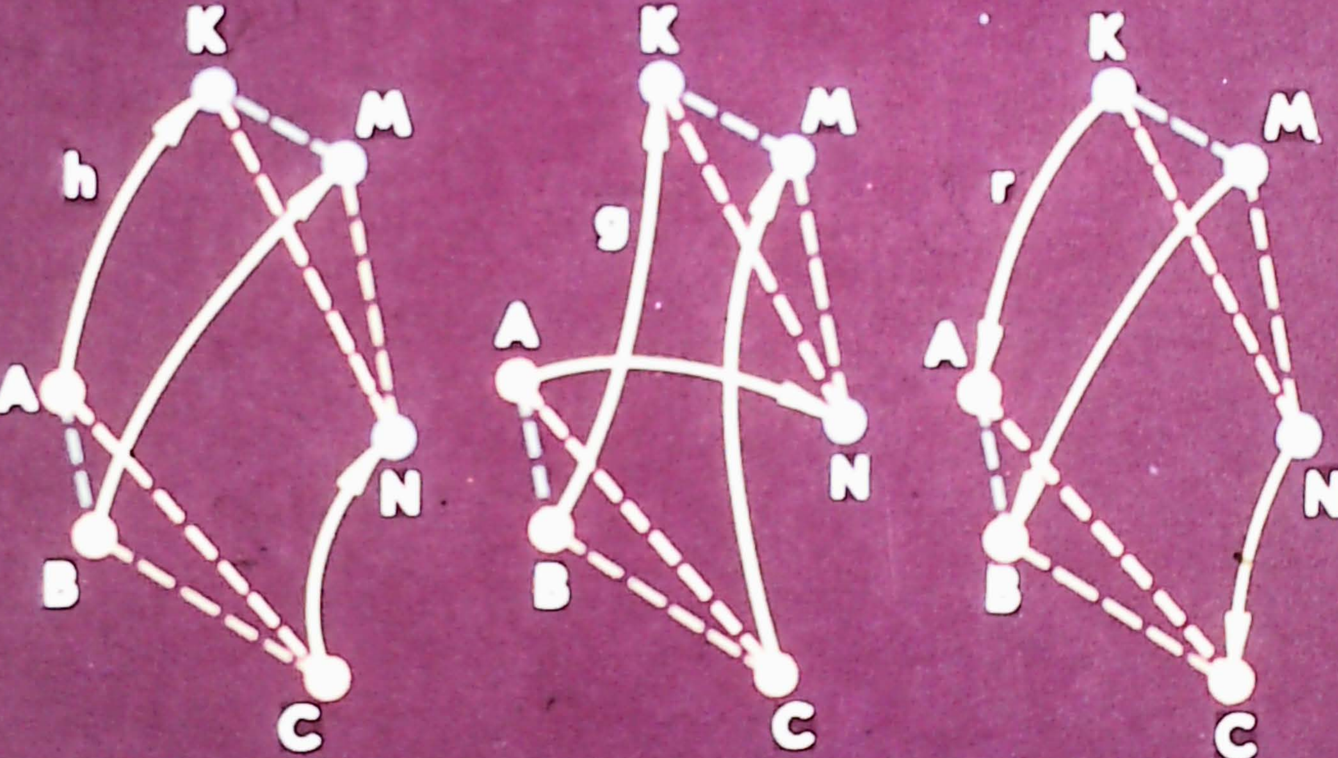
Если в отображении h расстояние между *любыми* двумя точками фигуры $Ф_1$ равно расстоянию между их образами фигуры $Ф_2$, то говорят, что такое отображение *сохраняет расстояния между точками.*



g — отображение фигуры Φ_1 на Φ_2. Сравните: $|AB|$ с расстоянием между $g(A)$ и $g(B)$; $|AC|$ с расстоянием между $g(A)$ и $g(C)$; $|BC|$ с расстоянием между $g(B)$ и $g(C)$. Сохраняет ли отображение g расстояние между точками?

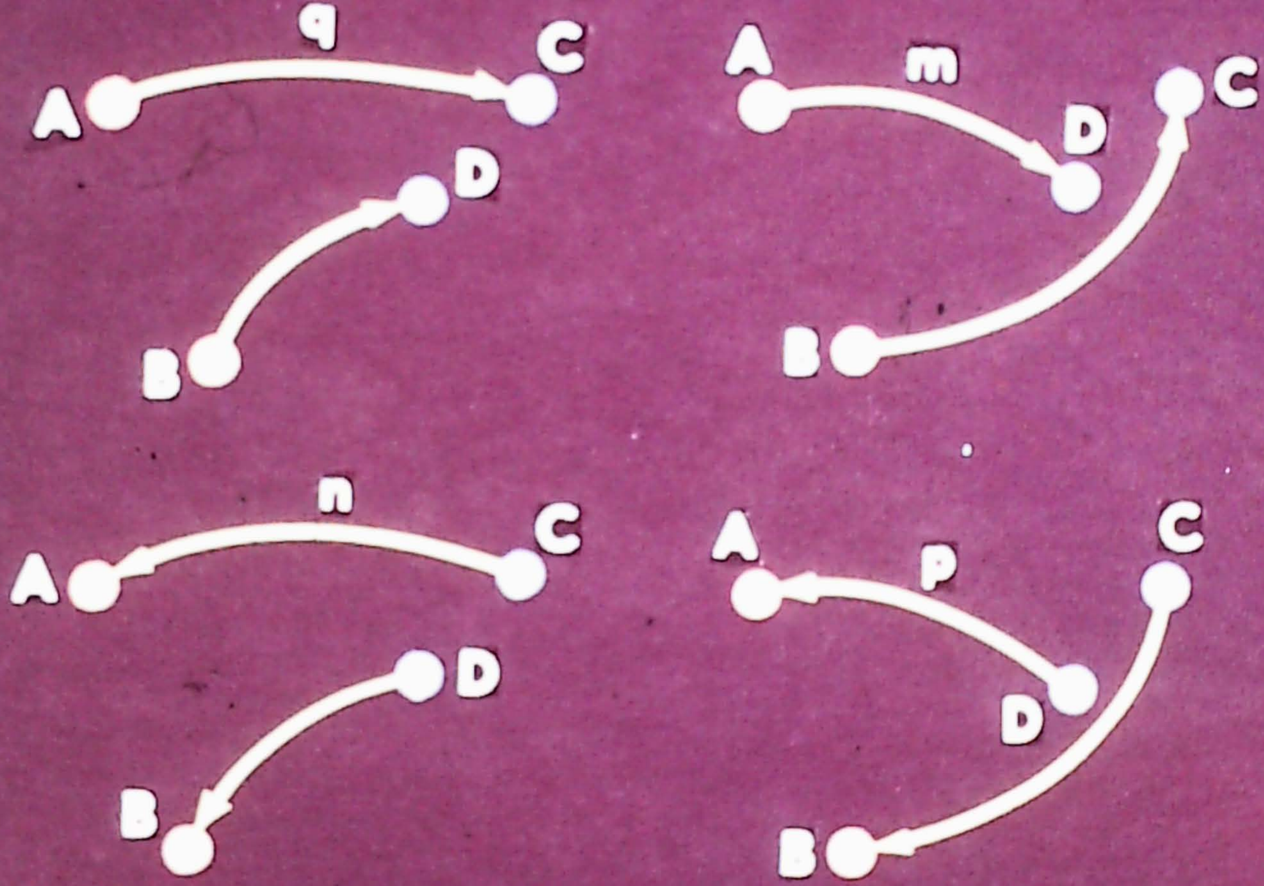


m—отображение фигуры Φ_1 на Φ_2. Сохраняет ли расстояния между точками отображение m? Сравните $|AC|$ с расстоянием между точками m(A) и m(C).



Даны фигуры {A, B, C} и {K, M, N}. |AB| = |KM|; |AC| = |KN|; |BC| = |MN|. Какие из отображений h, g, r сохраняют расстояния между точками?

0

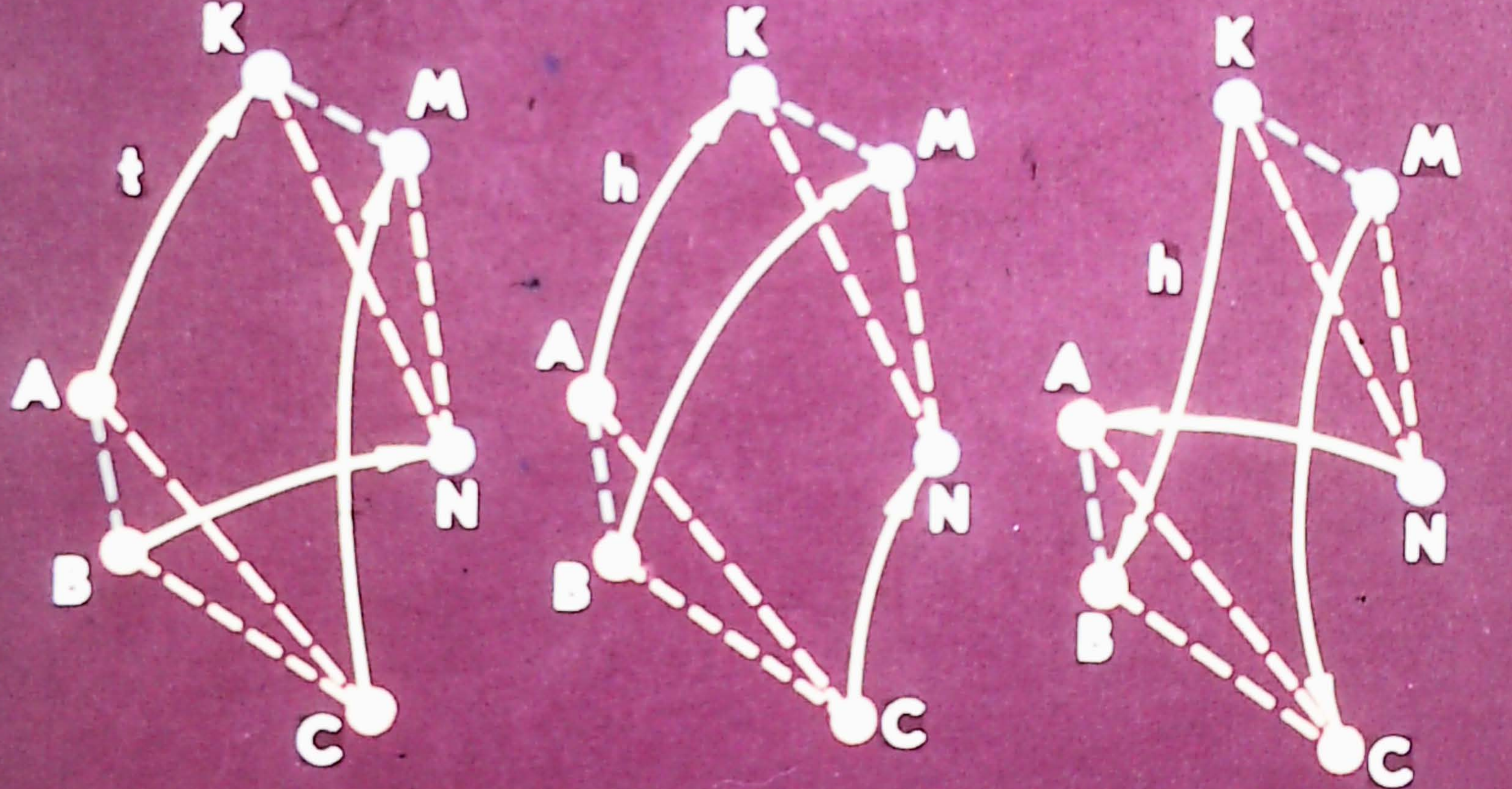


Даны фигуры {A, B} и {C, D}. Сохраняют ли отображения q, m, n, p расстояния между точками? Можно ли установить отображение одной из этих фигур на другую, сохраняющее расстояния между точками?

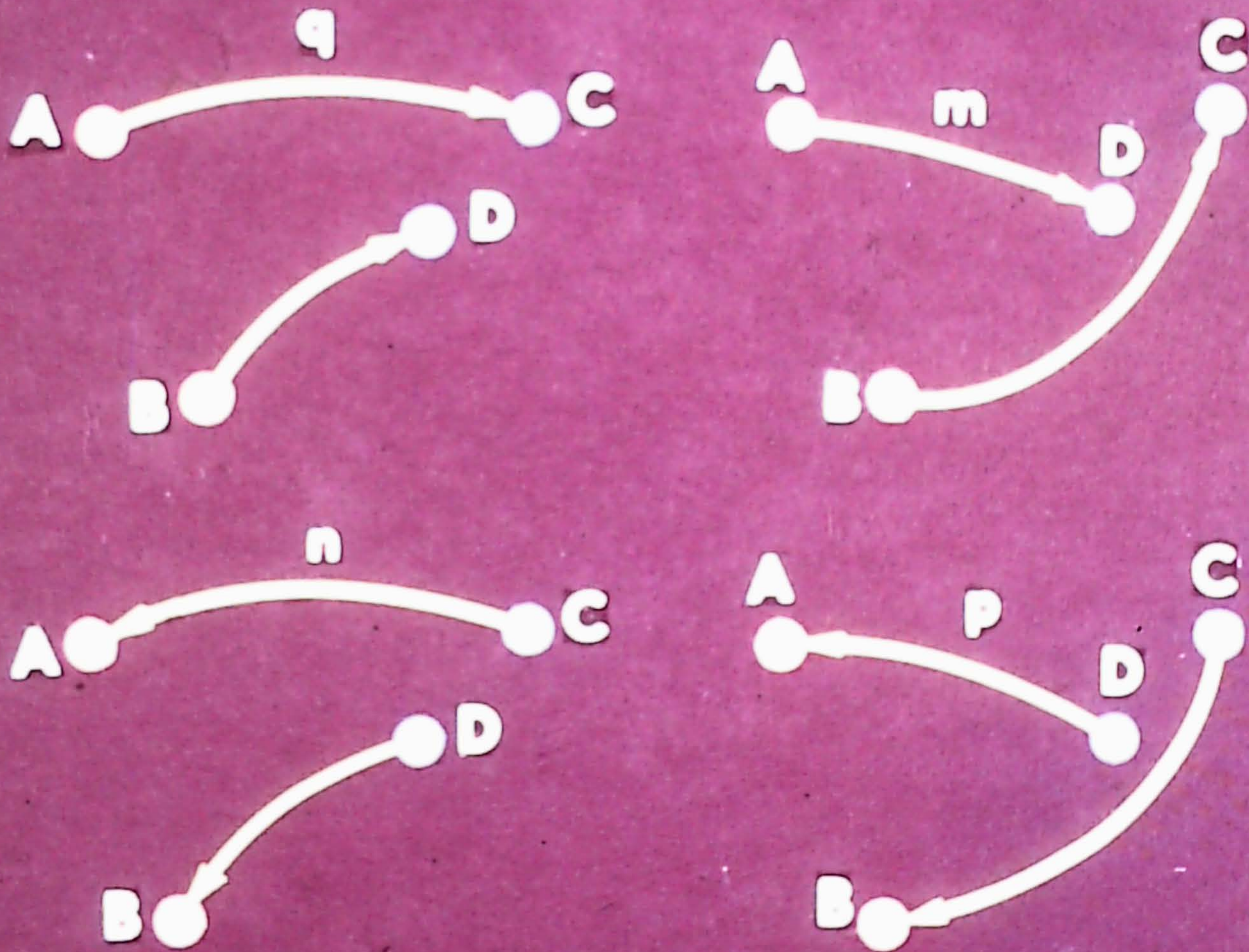
2. Конгруэнтные фигуры

Две фигуры называются конгруэнтными, если *существует* отображение одной из этих фигур на другую, сохраняющее расстояния между точками. То, что фигура $Ф_1$ конгруэнтна фигуре $Ф_2$, обозначается так: $Ф_1 \cong Ф_2$.

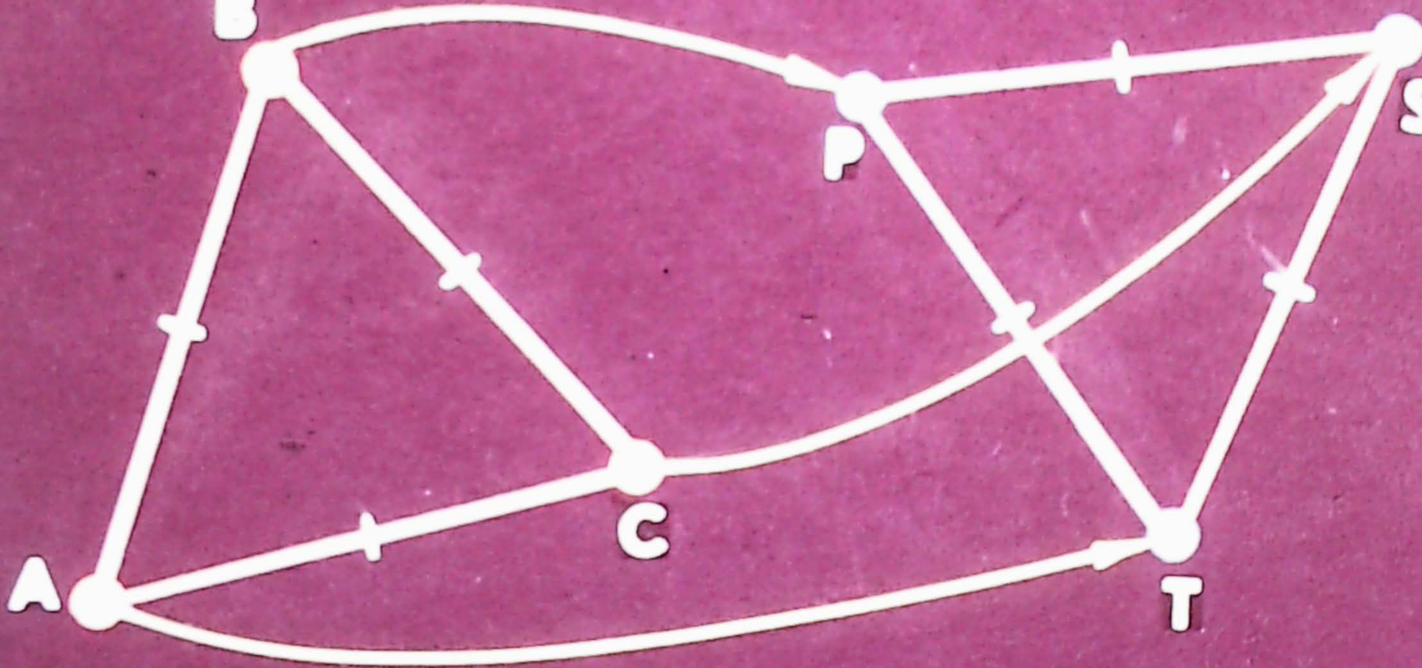
$|AB| = |KM|$; $|AC| = |KN|$; $|BC| = |MN|$.



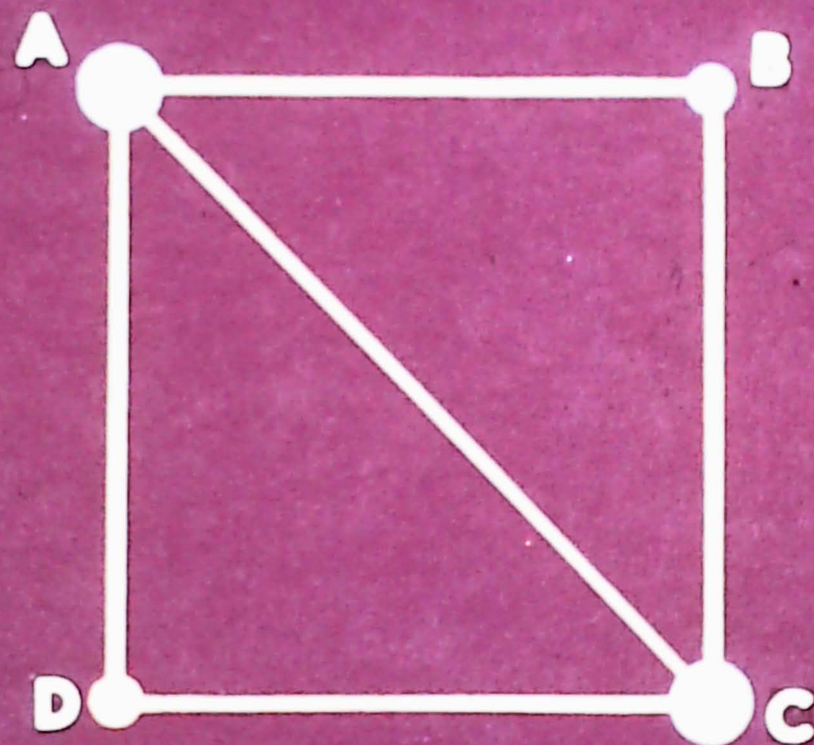
Почему $\{A, B, C\} \cong \{K, M, N\}$?



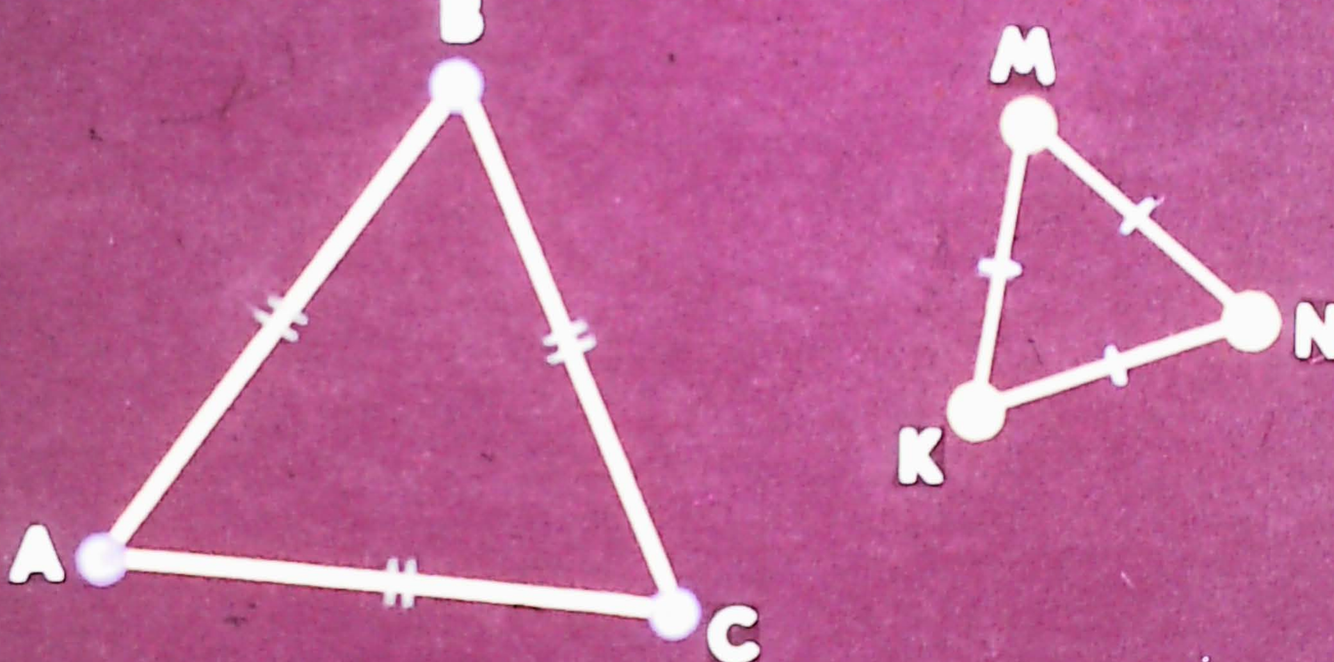
Почему $\{A, B\} \neq \{C, D\}$?



Длины сторон $\triangle ABC$ равны между собой и равны длинам сторон $\triangle PST$. Докажите, что $\{A, B, C\} \cong \{P, S, T\}$.



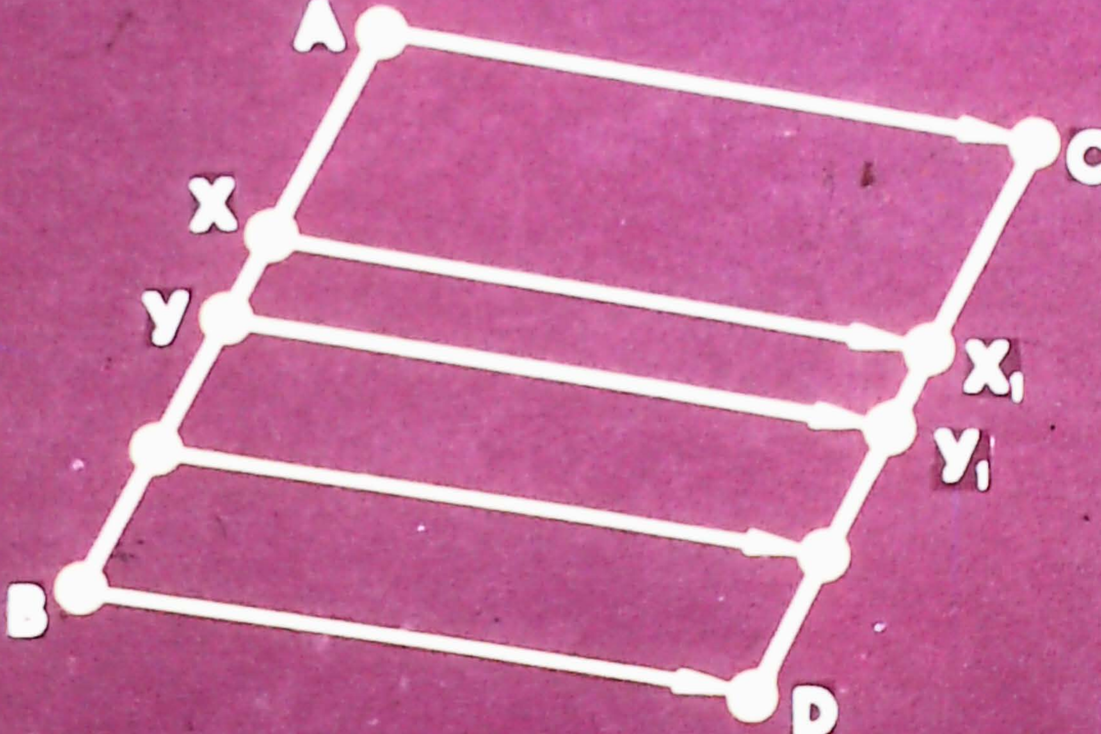
ABCD—квадрат.
Докажите, что $\{A, B, C\} \cong \{A, D, C\}$.
Рассмотрите отображение $\{A, B, C\}$ на $\{A, D, C\}$, в котором: $A \to A$; $B \to D$; $C \to C$.



Даны два равносторонних треугольника: $\triangle ABC$ и $\triangle KMN$.
Докажите, что $\{A, B, C\} \neq \{K, M, N\}$.

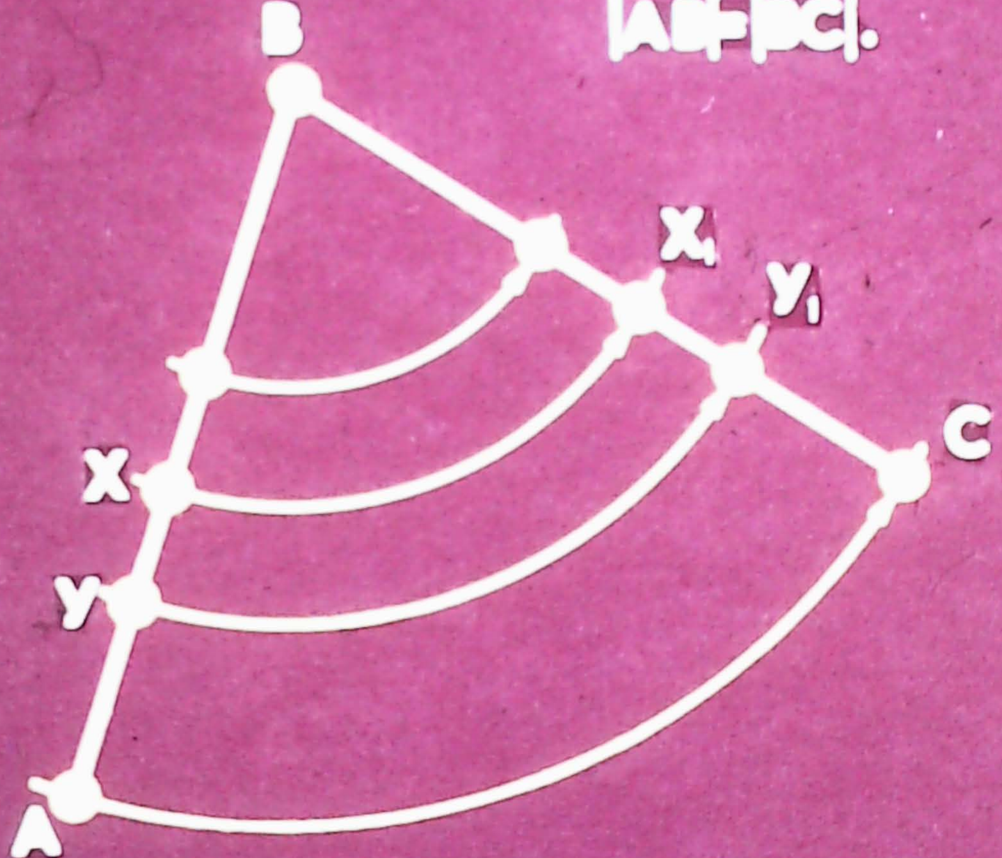
В следующих кадрах будут рассмотрены примеры конгруэнтных фигур и показано, как можно построить отображение одной из конгруэнтных фигур на другую, сохраняющее расстояния между точками. Это отображение в каждом случае обозначим одной и той же буквой h, а точки X и Y будем считать *любыми* точками первой фигуры.

$[AB] \upuparrows [CD]$; $|AB| = |CD|$



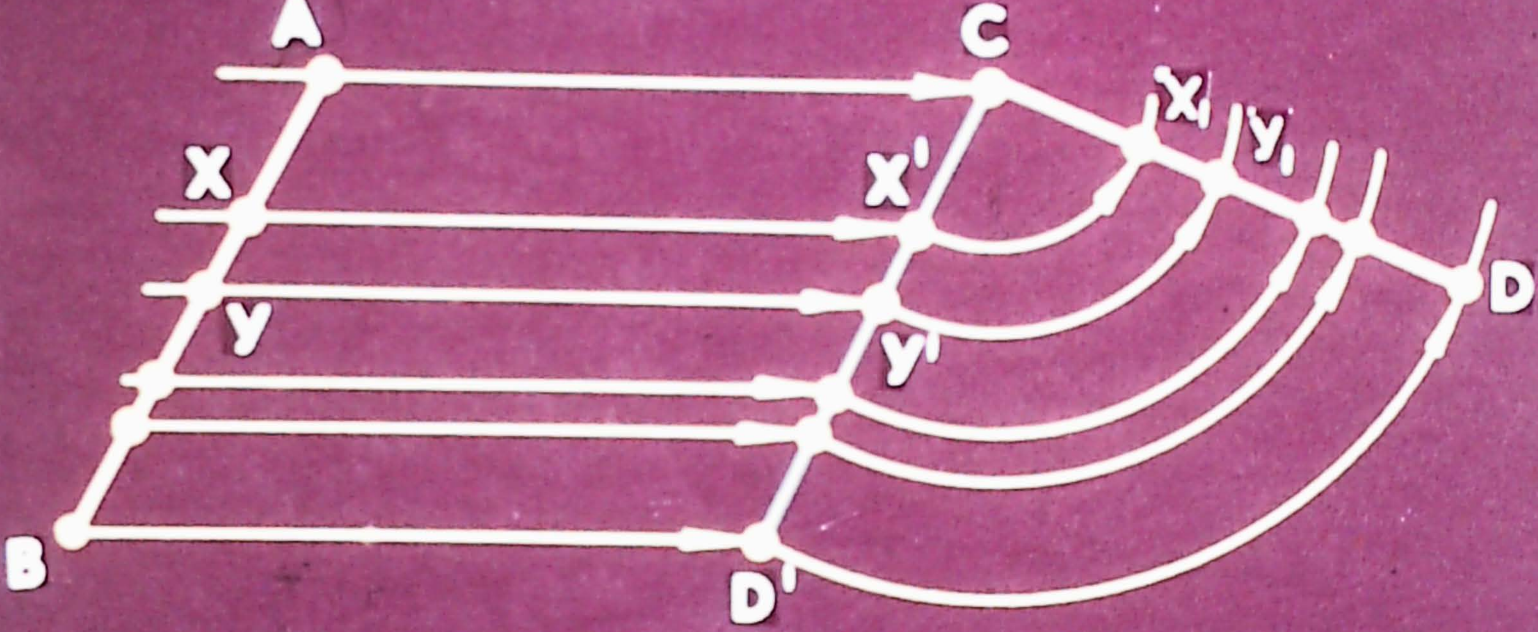
$[AB] \cong [CD]$, т. к. $h(X) = X_1$; $h(Y) = Y_1$ и $|XY| = |X_1Y_1|$.

$|AB|=|BC|$.



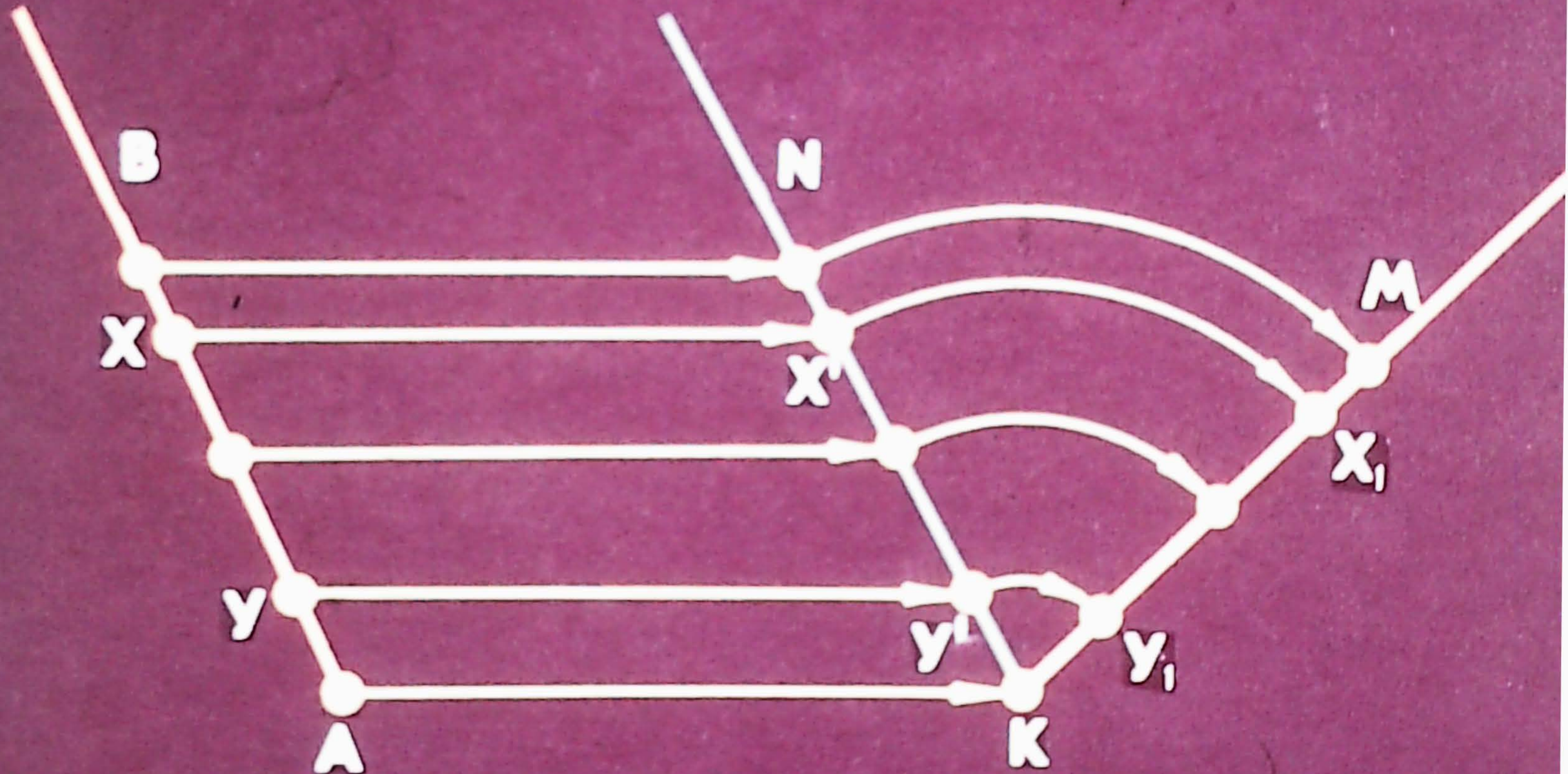
$[AB]\cong[BC]$, т. к. $h(X)=X_1$; $h(Y)=Y_1$ и $|XY|=|X_1Y_1|$.

$|AB| = |CD|$



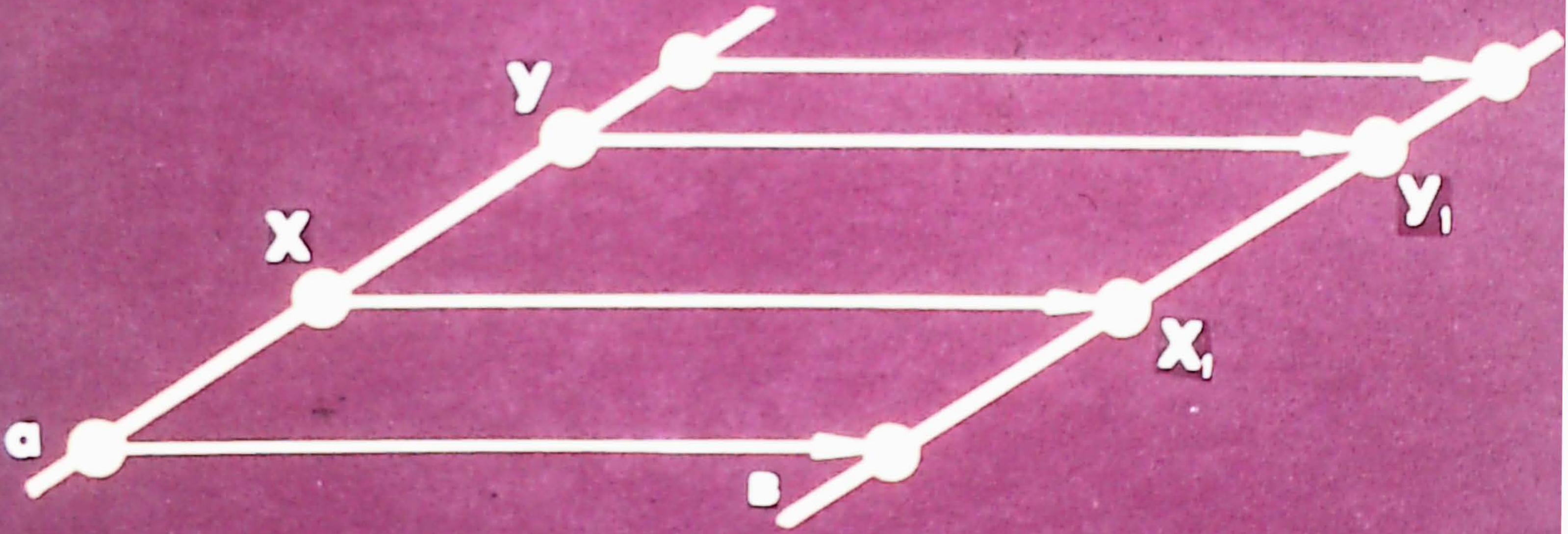
Объясните, как задано отображение $[AB]$ на $[CD]$, сохраняющее расстояние между точками?

Два отрезка конгруэнтны тогда и только тогда, когда их длины равны.



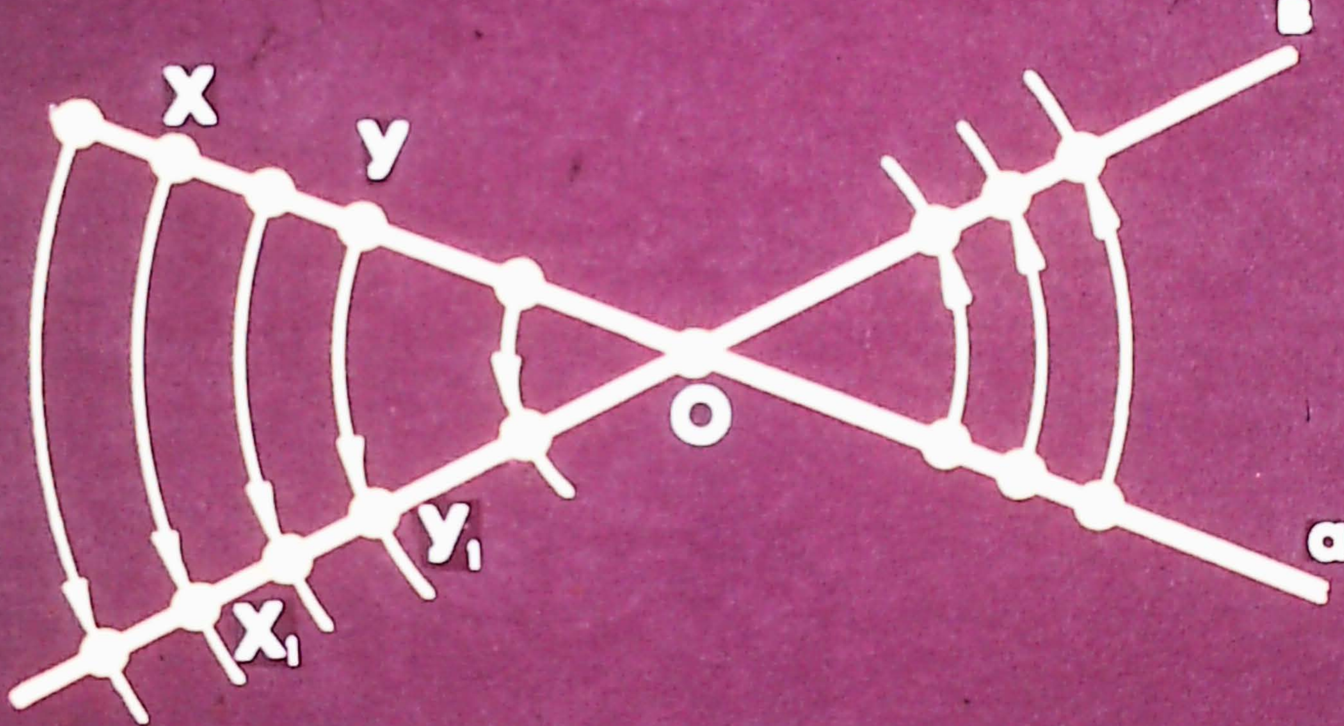
$[AB) \cong [KM)$, т. к. $h(X)=X_1$; $h(У)=У_1$ и $|XУ|=|X_1У_1|$.

Любые два луча конгруэнтны.



Прямые а и в параллельны.

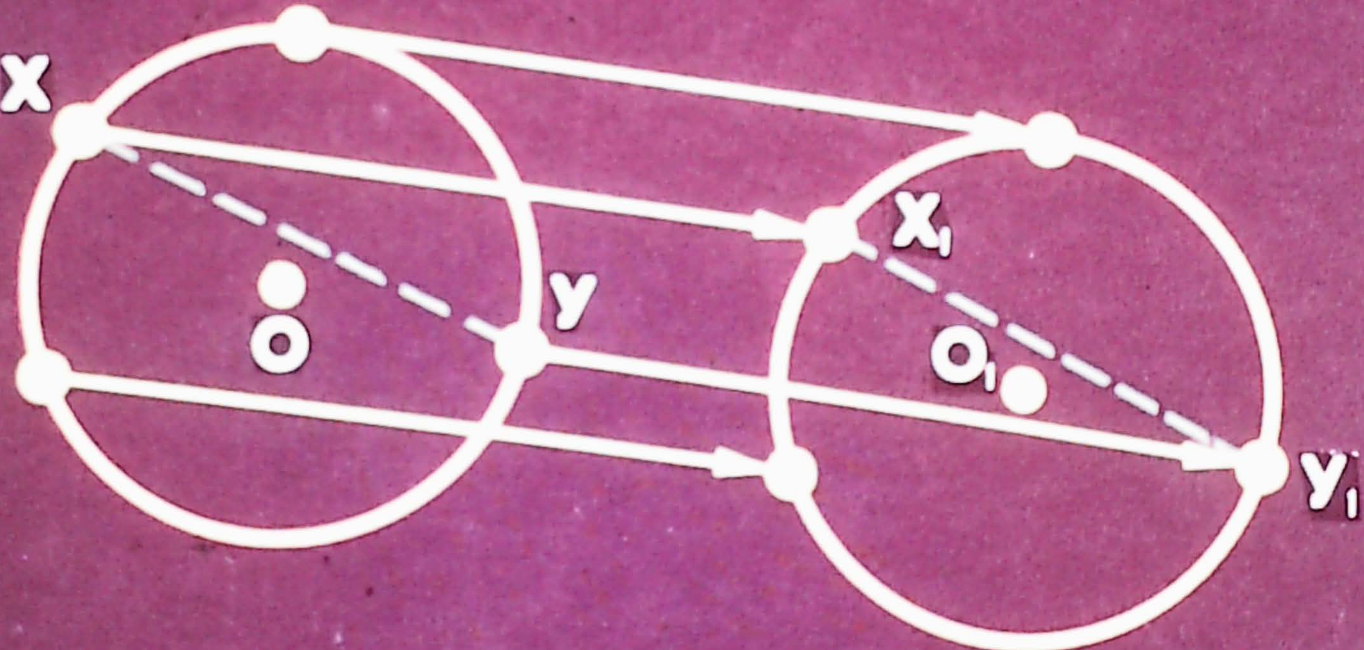
$а \upuparrows в$, т. к. $h(X)=X_1$; $h(У)=У_1$ и $|XУ|=|X_1У_1|$.



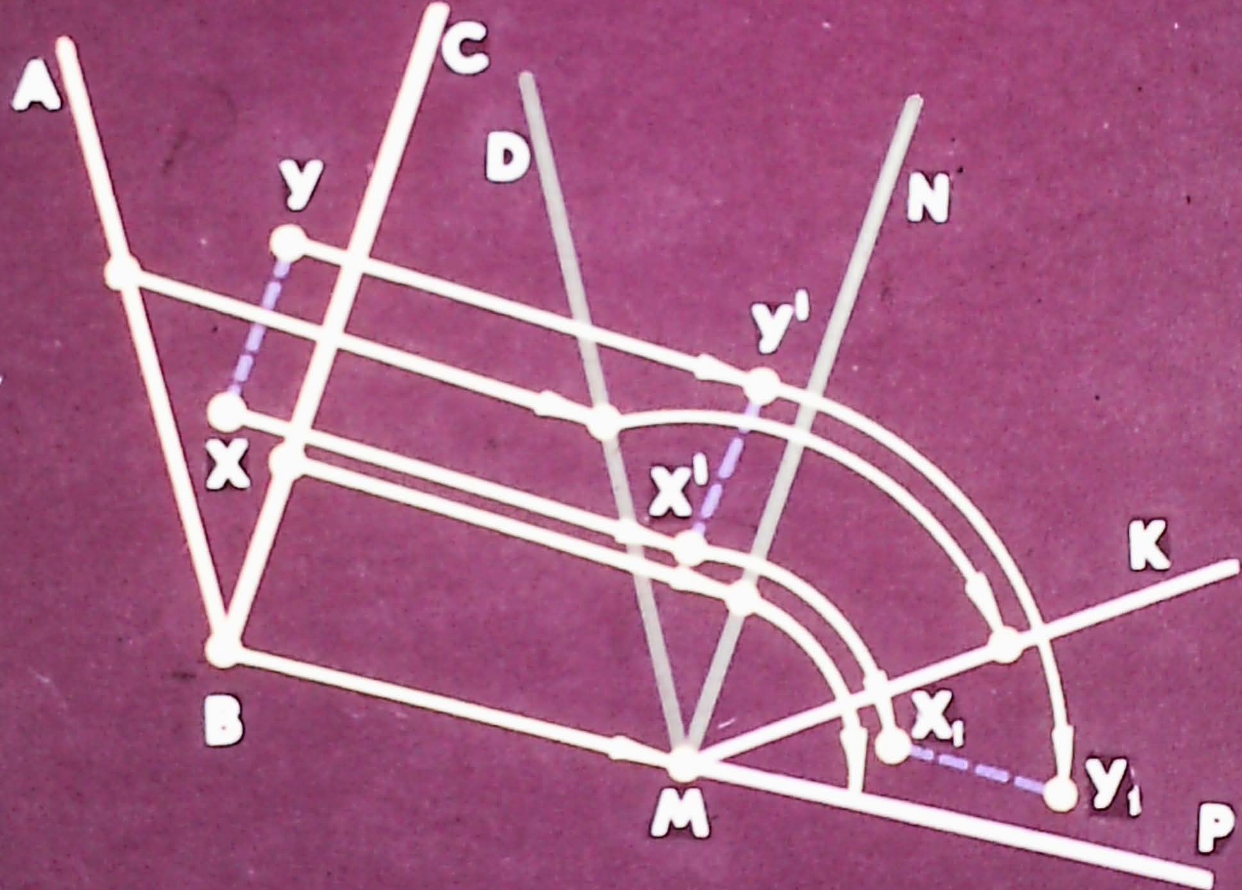
$a \cap в = O$ (a и в—прямые).

$a \cong в$, т. к. $h(X) = X_1; h(У) = У_1$ и $|XУ| = |X_1У_1|$.

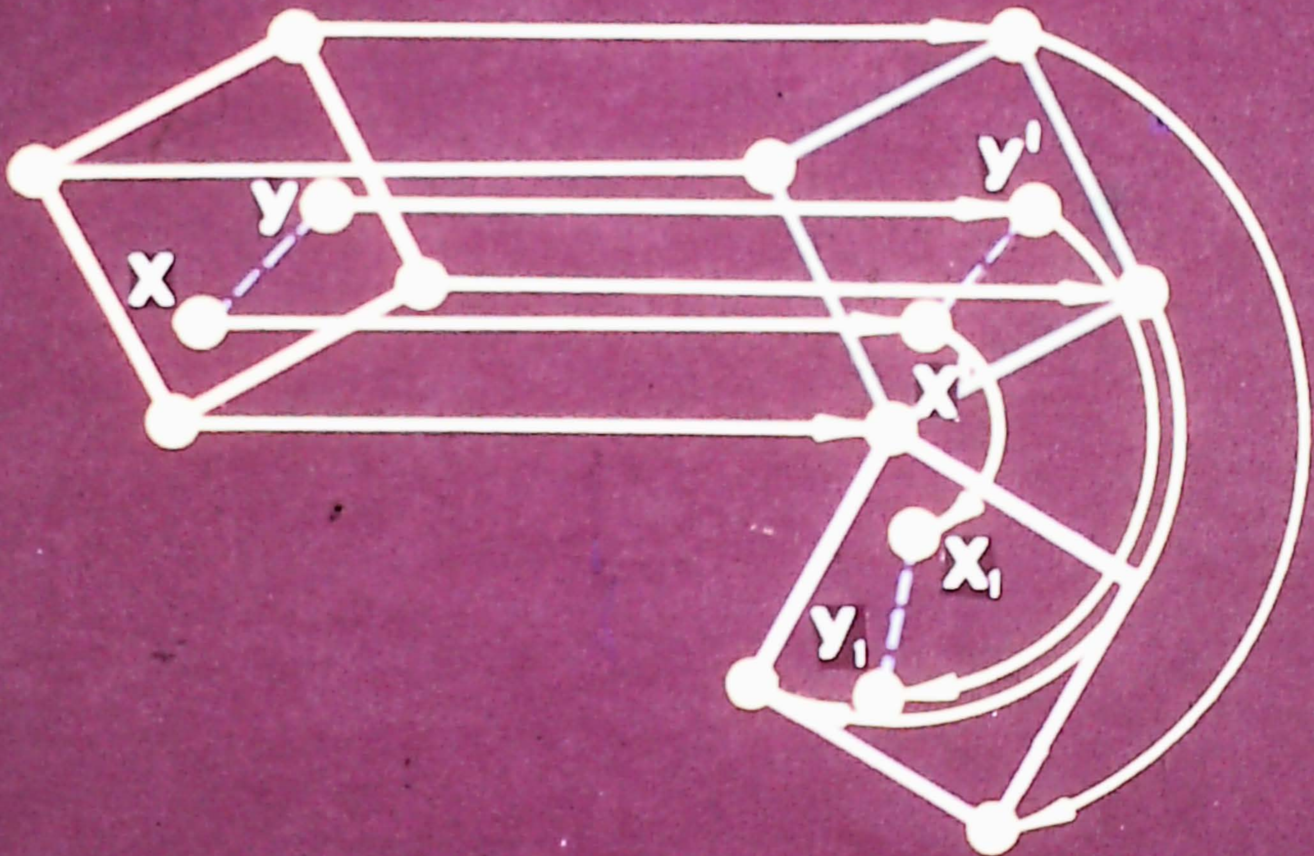
Любые две прямые конгруэнтны.



Окружность (O, r) конгруэнтна окружности (O_1, r), т. к. $h(X)=X_1$, $h(Y)=Y_1$ и $|XY|=|X_1Y_1|$. Две окружности конгруэнтны тогда и только тогда, когда их радиусы равны.

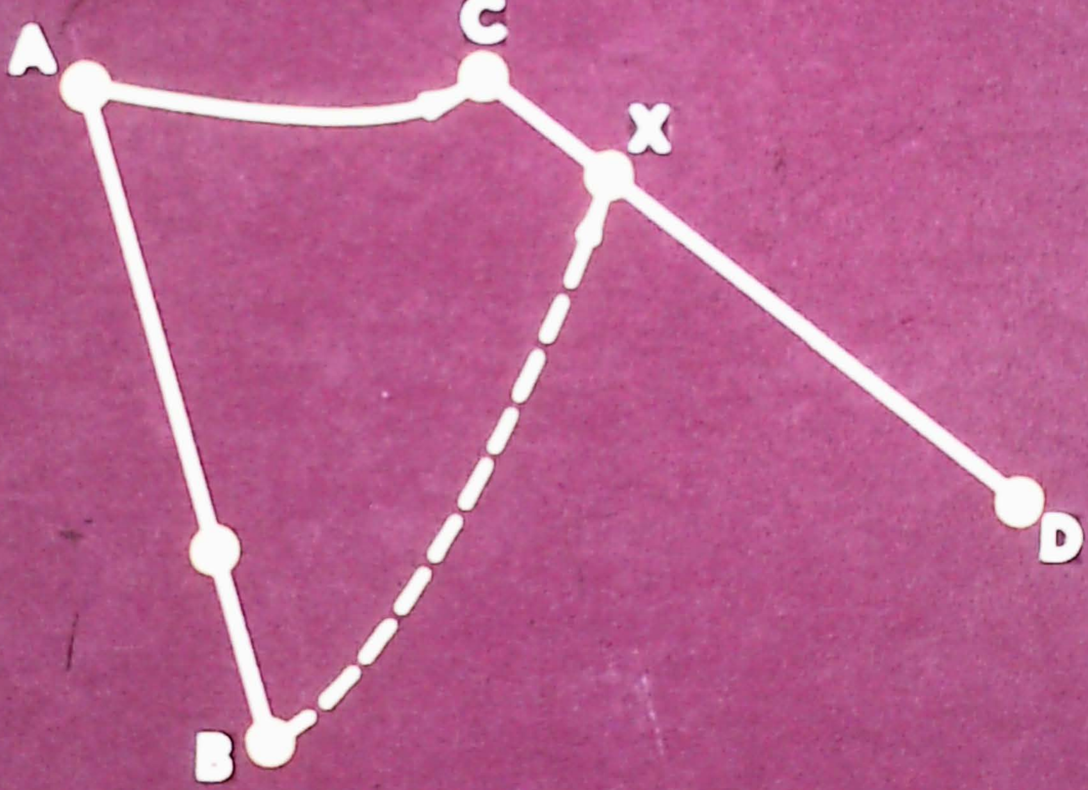


$\angle ABC \cong \angle KMP$. Объясните, как задано отображение $\angle ABC$ на $\angle KMP$, сохраняющее расстояния между точками. Два угла конгруэнтны тогда и только тогда, когда равны их величины.



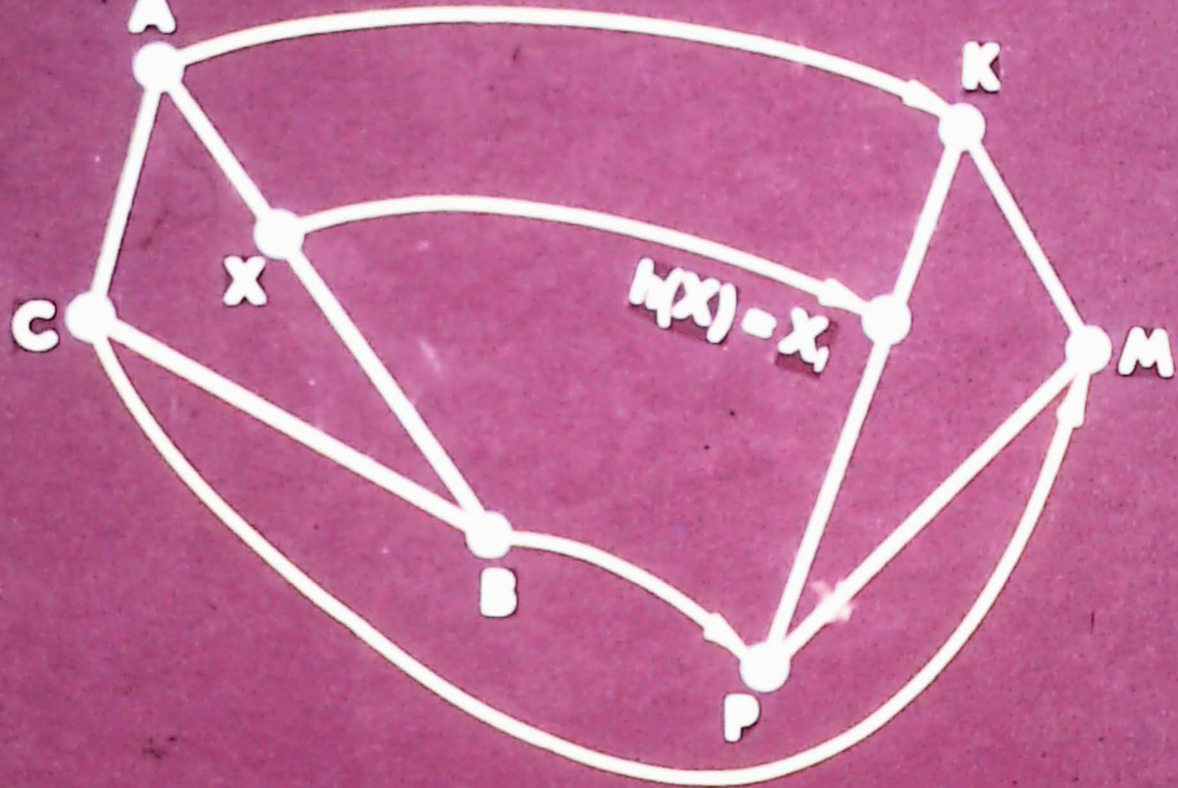
Два квадрата конгрузнтны тогда и только тогда, когда равны длины их сторон.

Задача I.



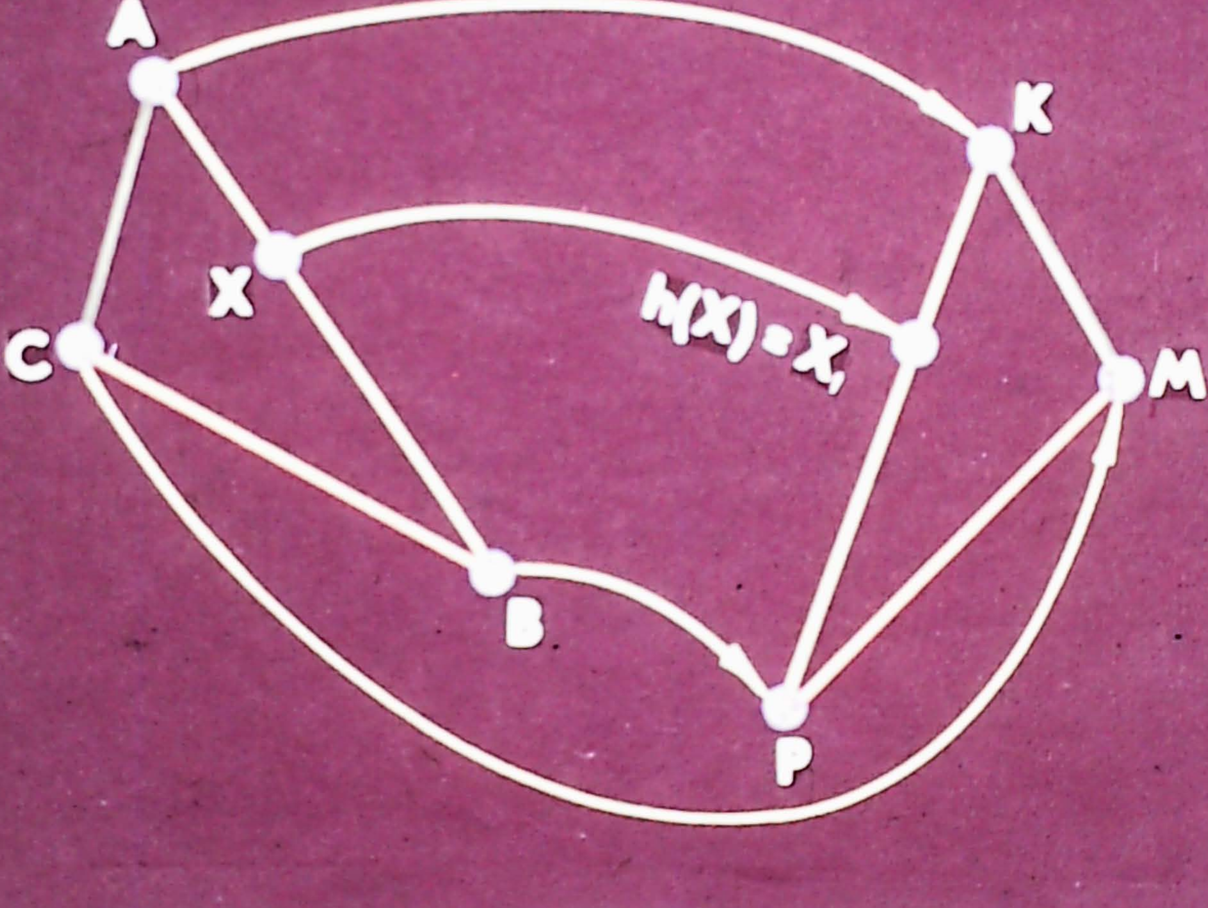
В отображении [AB] на [CD], сохраняющем расстояния между точками, h(A)=C. Докажите, что h(B)≠X. (Сравните |AB| и |CX|).

Задача 2.



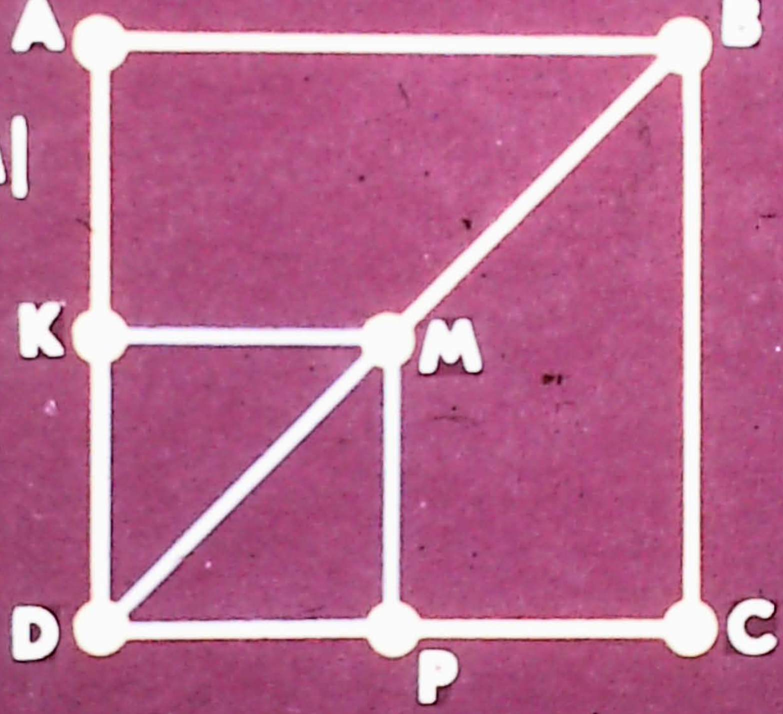
В отображении h △ ABC на △ KMP, сохраняющем расстояния между точками, h(A)=K; h(B)=P; h(C)=M. Докажите, что h(X) ∈ [KP].

Решение задачи 2.



Пусть $h(X)=X_1$. Тогда: $|AX|=|KX_1|$, $|XB|=|X_1P|$, $|AB|=|KP|$; $|AX|+|XB|=|AB|$; $|KX_1|+|X_1P|=|KP|$. Следовательно, $X_1 \in [KP]$.

Задача 3.



$|BD| > |DM|$

Докажите, что не существует отображения квадрата ABCD на квадрат KMPD, сохраняющего расстояния между точками.

КОНЕЦ

Диафильм сделан по заказу
Министерства просвещения СССР

Автор *Н. Копытов*

Консультант кандидат педагогических наук
Ю. Макарычев

Художник-оформитель *Н. Дунаева*

Редактор *В. Чернина*

Студия «Диафильм» Госкино СССР, 1974 г.
101000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Д-241-74
Цветной 0-30