

Н. В. КАШИН

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ
I

ВЫСШАЯ ШКОЛА
МОСКВА ~ 1961

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ
I

Н. В. КАШИН

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ
I

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА

Под редакцией Н. П. Суворова

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для высших технических
учебных заведений*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»

МОСКВА — 1960

ОТ АВТОРА И РЕДАКТОРА

Этот курс физики (в трех томах) предназначен для высших технических учебных заведений разных специальностей. Содержание курса соответствует программе Министерства высшего и среднего специального образования СССР, издания 1959 г. Построение его предусматривает возможности расширения одних отделов и сокращения других, сообразно со специальностями учебных заведений.

В начале каждого отдела дается обзор наблюдений и экспериментов, лежащих в основе теории, а затем излагается теория в возможно современном виде и технические приложения.

В некоторых местах курса логическое изложение сочетается с историческим; знание развития основных идей физики весьма важно для их понимания.

Так как курс физики во втузах начинается со второго семестра, то предполагается, что студентам известны основные понятия дифференциального и интегрального исчисления и векторной алгебры.

Введение

Физика — одна из наук, изучающих природу. Все науки, изучающие природу, составляют систему естествознания. В этой системе физика исследует наиболее общие свойства и формы движения материи, присущие всем телам природы, в каком бы состоянии они ни находились, а также взаимные превращения форм движения материи из одной в другую.

«Материя» и «движение» — основные понятия естествознания.

В. И. Ленин дал исчерпывающее общее определение материи: «... материя есть то, что, действуя на наши органы чувств, производит ощущение; материя есть объективная реальность, данная нам в ощущении...»¹.

Движение материи происходит в пространстве и времени и является неотъемлемым свойством материи или ее атрибутом. Кроме механических перемещений тел в пространстве и времени, мы наблюдаем и изучаем разнообразные изменения состояний материи, например: парообразование, излучение, радиоактивность, преобразования атомов и т. д. Обобщая понятие движения, именно, полагая, что движением может быть названо всякое изменение материи, мы заключаем, что материя всегда и всюду, от Галактик и Солнечной системы до атомов и их ядер, находится в движении, и нет материи без движения, как нет и движения без материи.

Материю, сосредоточенную в телах и в их частицах (в молекулах, атомах и т. д.), мы называем веществом. Наблюдения и исследования среды между телами, молекулами и т. д. обнаружили существование особого материального образования, называемого полем; так установлено существование поля тяготения, полей магнитного, электрического и т. д. Поле является материальной средой, в которой происходят процессы взаимодействия между телами, частицами, молекулами, атомами и, в свою очередь, эта среда активно влияет на эти процессы.

¹ В. И. Ленин. Сочинения, 4-е изд., т. 14, стр. 133.

Таким образом, материя в настоящее время представляется в форме вещества (тела, частицы, молекулы, атомы) и в форме поля. Установлены многие свойства и взаимные превращения этих двух основных форм материи.

Исследование строения материи, процессов ее движения и изменения, выяснение общих законов этих процессов, т. е. установление зависимостей между величинами, характеризующими эти процессы, — таков предмет физики. Задачи физики более широки и общи, чем других естественных наук, изучающих отдельные, специфические области явлений природы. Наиболее близкая к физике наука — химия исследует преобразования вещества, астрономия — движение, строение и развитие звезд и их скоплений, биология — процессы и эволюцию жизни организмов и т. д. Конечно, развитие каждой из этих наук происходит согласно специфическим особенностям ее предмета, но общий научный фундамент для всего естествознания дает физика.

В то же время физика составляет и научную основу современной техники. Так, области техники: теплотехника, электротехника, радиотехника, техника транспорта, связи — развивались на основе соответствующих разделов физики. Обратно — запросы и потребности техники порождают все новые области физики: так, изобретение и эксплуатация паровой машины вызвали развитие термодинамики; оплотехника (конструкция оптических приборов) привела к теории линз и их сочетаний; создание электромоторов и генераторов — к развитию учения о переменном и, в частности, трехфазном токе и т. д. Физика и техника взаимно питают друг друга своими идеями и запросами и способствуют развитию как в области теории, так и в области практики. Так, открытие деления тяжелых ядер атомов урана дало толчок к использованию атомной энергии в технике; в свою очередь развитие техники этих процессов вызвало новые открытия в области преобразования ядер атомов и в теории изотопов.

* *
*

Один из основоположников марксизма Ф. Э н г е л ь с тщательно разработал классификацию наук на основе их состояния во второй половине XIX в. Он писал, что «... материю и движение *можно* познать лишь путем изучения отдельных веществ и отдельных форм движения; и поскольку мы познаем последние, постольку мы познаем также и материю и движение *как таковые*»¹.

Само собою разумеется, развитие науки почти за 100 лет после этого усложнило и изменило фактическое содержание наук с того времени, когда Э н г е л ь с писал «Диалектику природы». Но сохраняют свое значение до сих пор его идеи о взаимной связи наук и их переходах из одной в другую. «Называя физику механикой молекул, химию — физикой атомов и далее биологию — химией

Ф. Э н г е л ь с. Диалектика природы, 1955, стр. 187.

белков, я желаю этим выразить переход одной из этих наук в другую, — следовательно, как существующую между ними связь, непрерывность, так и различие, дискретность обеих»¹.

Э н г е л ь с отделял механику от физики, механическую форму движения, как наиболее простую, от более сложной физической формы движения, связанной с движениями и взаимодействиями мельчайших частиц. В письме к М а р к с у от 30 мая 1873 г. он говорит о физике своего времени: «*Собственно физика — наука, изучающая эти формы движения (теплоту, свет, электричество, магнетизм), исследовав каждую из них в отдельности, констатирует, что при определенных условиях они переходят друг в друга, и в заключение находит, что все они при определенной степени интенсивности, меняющейся у различных движущихся тел, вызывают действия, которые выходят за пределы физики, изменения внутреннего строения тел — химические действия*»².

В современном состоянии физика изучает следующие формы движения материи: механическую, тепловую, электромагнитную, лучистую, внутриатомную и ядерную. Все эти физические формы движения взаимно связаны между собою и переходят из одной в другую. Каждая из них имеет связь с химией; на границе физики и химии созданы: термохимия, электрохимия, фотохимия, квантовая химия, физико-химическая механика, химическая физика и т. д.

Но несмотря на безмерное расширение физической науки и непрерывные связи ее с химией, в настоящее время можно принять строение общего курса физики состоящим из следующих основных разделов:

Физические основы механики.

Молекулярная физика и теплота.

Электричество и магнетизм.

Акустика и оптика.

Строение атома. Физика атомного ядра и элементарных частиц.

В дальнейшем, с ростом новых открытий и разработкой новых общих теорий, содержание физики как науки будет изменяться и могут быть открыты новые физические формы движения материи. Однако материалистические положения основоположников диалектического материализма будут сохранять свое методологическое значение. «Всякое истинное познание природы есть познание вечного, бесконечного, и поэтому оно по существу абсолютно»³. В каждом научном положении, поскольку оно является научным, содержатся элементы объективной истины. В то же время следует иметь в виду, что материализм изменяет свой вид в зависимости от новых научных открытий.

Материализм утверждает, что «... тот вещественный, чувственно воспринимаемый мир, к которому принадлежим мы сами, есть един-

¹ Ф. Э н г е л ь с. Диалектика природы, 1955, стр. 200.

² К. М а р к с, Ф. Э н г е л ь с. Избранные письма, 1947, стр. 284.

³ Ф. Э н г е л ь с. Диалектика природы, 1955, стр. 186.

ственный действительный мир и что наше сознание и мышление, каким бы сверхчувственным оно ни казалось, является продуктом вещественного, телесного органа, мозга. Материя не есть продукт духа, а дух сам есть лишь высший продукт материи. Это, разумеется, чистый материализм... Но материализм, подобно идеализму, прошел ряд ступеней развития. С каждым составляющим эпоху открытием даже в естественно-исторической области материализм неизбежно должен изменять свою форму»¹.

* * *

В итоге длительных научных наблюдений и опытов, размышления над результатами этих наблюдений и их обобщения оформился диалектический метод познания истины, познания объективной реальности.

Диалектический метод при своем осуществлении и развитии включает в себя мощные средства познания — анализ и синтез, а также приемы индукции и дедукции, особенно важные для естествознания. В физике индукция и дедукция являются основными методами исследования, взаимно тесно связанными при их применении.

В XVII в., когда Г а л и л е й, Г ю й г е н с, Н ь ю т о н создавали свои труды, которые легли в основу точного знания классической физики, знаменитые философы — англичанин Ф р э н с и с Б э к о н и француз Р е н е Д е к а р т указали основные черты индукции и дедукции.

Б э к о н — основатель эмпирического мировоззрения и индуктивного метода. Он говорит, что в схоластических рассуждениях, которые тогда представляли науку, «люди удаляются от созерцания природы и опыта и кружатся в своих размышлениях и вымыслах ума». В начале основного его труда «*Novum organum*» («Новое орудие» — для исследования природы, 1620 г.) Б э к о н устанавливает: «Человек, слуга и истолкователь природы, делает и разумеет только то, что через вещи и размышления узнал о порядке природы. Ничего более ни знать, ни сделать он не может».

Поэтому наблюдение — первый шаг в познании природы; факты, им доставленные, должны рассматриваться как сырой материал для размышления при составлении общих идей о связи явлений и о законах их развития. Этот метод обобщения и есть индукция.

Вследствие бесчисленных связей между телами и сложной зависимости между явлениями, индукция при физических исследованиях неполна. Это значит, что всякий результат индукции сначала высказывается как гипотеза, как предположение. Для утверждения гипотезы² или для ее проверки прибегают к эксперименту; это опыт в искусственных условиях, поставленный так, чтобы были исключены посторонние влияния, мешающие его чистоте; этим приемом,

¹ К. Маркс, Ф. Энгельс. Избранные произведения, т. II, 1948, стр. 353—354.

² От греческого «гипотесис» — предположение.

который уместно назвать изоляцией наблюдаемой системы тел, стремятся сопоставить лицом к лицу изучаемые явления. Научный опыт — это резкий вопрос природе, так как нам нужен точный ответ.

Гипотеза, оправданная практикой, в частности, экспериментом или техникой, становится законом; в физике закон выражается в математической форме, определяющей связь величин, характеризующих явление.

Процесс индукции может быть продолжен, охватывая все большие и большие группы явлений; найденные экспериментально законы сводятся в более общие при неизбежной опытной проверке их на каждом этапе исследования.

Наконец, на основе огромного числа подтвержденных и согласованных между собой явлений, гипотез и законов строится теория, принципиальное воззрение, охватывающее и объясняющее с точки зрения одного или нескольких принципов обширную область физики. Таковы в классической физике: теория тяготения Н ь ю т о н а, объясняющая законы движения Земли и небесных тел; молекулярно-кинетическая теория газов; волновая теория оптических явлений; теория электромагнитного поля М а к с в е л л а; в современной физике — теория относительности и квантовая механика.

Когда разработана теория данной обширной области явлений и установлены основные ее принципы или начала, то дальнейшее исследование принимает дедуктивный характер. Дедукция значит — вывод. Содержание и применение этого метода разработаны Д е к а р т о м в его основном труде: «Principia philosophiae» (Начала философии, 1644 г.) и в других многочисленных работах.

Развитие дедуктивного метода Д е к а р т представлял себе по образу математических доказательств, где этот метод всегда был господствующим. Установленный индуктивно физический принцип охватывает обширную область явлений; его математическое выражение позволяет сделать выводы в виде длинных рядов следствий — умозаключений, которые должны приводить к частным случаям, проверяемым на опытах и в технике. Так эксперимент служит проверкой теории и подтверждением соответствия ее действительности (критерием истины). Если хотя бы один факт при этом сопоставлении с действительностью оказался противоречащим теории, то она должна быть отвергнута, или по крайней мере исправлена или дополнена.

Дедуктивное исследование может приводить и к открытию новых явлений, которые не могли быть замечены наблюдением и опытом. Знаменитые примеры: вычисление орбит планет Нептуна (1846 г., Л е в е р ь е и А д а м с) и Плутона (1914 г., Л о в е л л). Дедуктивное доказательство при помощи вычислений существования новых планет обнаруживает объективный характер закона тяготения Н ь ю т о н а, индуктивно установленного им в 1686 г.; в этом примере особенно ясна взаимная связь индукции и дедукции. Также

Д. И. Менделеев, установив периодический закон химических элементов (1869 г.), на его основании предсказал существование элементов с атомными весами около 45, 72 и 70, которые затем были открыты экспериментально и названы: скандий, германий и галлий.

Весь описанный ход научного исследования кратко выражен В. И. Лениным в следующих словах: «От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности»¹.

Под словом «практика» здесь следует понимать как научные опыты, поставленные для проверки теории, так и технические ее приложения; всякая паровая машина или дизель подтверждает теорию термодинамики, всякий радиоприемник строится и вся радиотехника развивается на основе теории электромагнитного поля, созданной Максвеллом гораздо раньше (1873 г.), чем А. С. Попов открыл возможность применения этой теории в радиотехнике (1895 г.).

Количественный рост знаний в области физики и расширение применимости точного метода исследований сопровождались качественными его изменениями. В середине XIX в. явилась настоятельная необходимость применить методы физического исследования к *микромииру* — к молекулам и атомам. При изучении явлений *макромира* — движения планет, больших масс (например: махового колеса, поездного состава и т. д.) — физик имеет возможность, выделяя некоторую совокупность тел от взаимодействий с другими телами, следить за явлениями в этой изолированной системе и предсказывать их ход на основе теории, обоснованной непосредственными наблюдениями. Так, в теории небесной механики мы можем нашу солнечную систему считать изолированной.

За движением каждой отдельной молекулы мы не можем следить и не можем изолировать ее от бесчисленных взаимодействий с другими молекулами. Но, принимая, что движение каждой молекулы подчиняется общим законам физики и рассуждая об очень большом числе молекул, можно ввести статистический метод исследования массовых явлений. Этот метод имеет в виду не отдельные молекулы, а собрания множества частиц. Изучая при помощи теории вероятностей законы событий в микромире, можно найти средние статистические результаты, определяющие его законы.

Отметим качественное изменение физического метода: вместо однозначной причинной зависимости явлений появляется новая — вероятностная характеристика связи явлений в виде статистических средних результатов бесчисленных молекулярных событий, выражающая специфические особенности процессов в микромире. Этот способ сильно расширил возможности физического исследования; в результате его применения в XIX в. была создана молекулярно-кинетическая теория строения вещества.

¹ В. И. Ленин, Сочинения, 4-е изд., т. 38, стр. 161.

Следующее качественное изменение метода физики принесла квантовая механика, первоначальной целью которой было исследование процессов, происходящих в атоме, и объяснение закономерностей в спектрах излучения. В 1924 г. знаменитый французский ученый Б р о й л ь ввел и обосновал учение о параллелизме свойств и количественных характеристик частиц и волн и о волновом процессе, связанном со всякой движущейся частицей. На основе этих идей трудами выдающихся физиков Ш р е д и н г е р а , Б о р а , Д и р а к а , Г е й з е н б е р г а и других была построена квантовая механика, выводы которой успешно применяются к разъяснению и предсказанию атомных явлений.

* * *

Историческое развитие физики может быть разделено на следующие основные этапы.

Предыстория физики охватывает период времени, начиная с разрозненных наблюдений глубокой древности и кончая «физикой» Аристотеля (384—322 гг. до н. э.). В этот период происходило в основном накопление фактов. Но уже в то время возникли идеи об атомном строении вещества (Д е м о к р и т , Л у к р е ц и й), были установлены некоторые простые законы статики (правила рычага), изготовлены зеркала и открыты законы отражения света, получила свое начало гидростатика (закон А р х и м е д а). Люди заметили простейшие явления магнетизма и электричества. Однако физика А р и с т о т е л я , основанная на ложном принципе целесообразности природы, в течение средних веков превратилась в тормоз развития науки, используемый христианской церковью для борьбы с передовыми идеями.

Возрождение науки в XV—XVI вв. было обусловлено ростом и потребностями производства, а также великими географическими открытиями той эпохи.

Первый период развития физики начинается с работ Г а л и л е я (1564—1642 гг.), утвердивших экспериментальный метод физических исследований. Наибольшей разработке в этот период подвергся первый раздел физики — механика. Г ю й г е н с , Н ь ю т о н , Э й л е р , Л а п л а с и Л а г р а н ж довели теорию земной и небесной механики до высокой степени совершенства. Конечно, развивались и другие разделы физики, например, оптика, но в то время значительно слабее. Успехи механики повели к возникновению попытки свести все изменения, происходящие в природе, к механическим причинам. Механическое мировоззрение, конечно, было передовым по сравнению со средневековой схоластикой. Но в дальнейшем развитии науки оно стало играть роль тормоза, так как далеко не все явления природы можно свести к механическим причинам. Следствием такого противоречия было засорение физики того времени гипотезами о существовании ряда «невесомых жидкостей»: магнитной, электрической, световой, теплорода, хотя в трудах таких

передовых естествоиспытателей, каким был гениальный Ломоносов, уже закладывались основы правильных научных воззрений на теплоту и строение вещества.

Второй период истории физики охватывает XIX в. Промышленный переворот в передовых капиталистических странах стал главным стимулом для развития науки. Прежде всего потребность в мощном и универсальном двигателе обусловила интенсивные экспериментальные и теоретические исследования тепловых явлений, особенно зависимости между теплотой и работой. Трудami Майера, Джоуля, Гельмгольца, Томсона, Клаузиуса и Больцмана была создана термодинамика и разработана молекулярно-кинетическая теория, положившая конец ложной гипотезе теплорода. Был открыт универсальный закон сохранения и превращения энергии, ставший основным законом физики.

Открытие электрического тока и электромагнетизма трудами Вольты, Петрова, Дэви, Ампера, Фарадея, Максвелла создало основу для новой отрасли промышленности — электротехнической, а это, в свою очередь, ускорило и умножило научные исследования.

В оптике следует отметить появление электромагнитной теории света (Максвелл), возникновение спектрального анализа (Кирхгоф и Бунзен).

К концу XIX в. все области физики составили единую связанную систему знаний, которая получила впоследствии название «классической физики».

Из невесомых жидкостей осталась только гипотеза об эфире, который заполняет все пространство между звездами и частицами и передает взаимодействия тел. Многим казалось, что физические явления можно свести к механике частиц и эфира. Но механические модели вихрей в эфире, которыми пытались объяснить существование частиц и связи между веществом и полями, оказались несостоятельными.

Кризис механической картины мира на рубеже XIX и XX вв. привел некоторых ученых, как Мах, Оствальд и др., к отказу от реальности молекул и атомов, к замене объяснения физических явлений их «чистым описанием», к замене физики «энергетизмом» и т. д.

Научная несостоятельность субъективно-идеалистических концепций махизма и энергетизма была раскрыта В. И. Лениным в его книге «Материализм и эмпириокритицизм». Дальнейшее развитие физики блестяще подтвердило правильность развитого Марксом, Энгельсом и Лениным диалектико-материалистического мировоззрения.

Третий период истории физики начинается с последних лет XIX в. открытием электрона и разработкой теории электронов (Дж. Томсон, Г. Лоренц). Скоро выяснилось, что к быстрым движениям электронов неприменима ньютоновская механика,

так как масса оказалась зависящей от скорости. Попытки определить скорость «эфирного ветра» по отношению к движению Земли не увенчались успехом (опыты М а й к е л ь с о н а); отсюда возникло сомнение в существовании последней «невесомой жидкости» — эфира. В 1905 г. А. Эйнштейн создал новую физическую теорию пространства и времени, теорию относительности. Одним из наиболее важных ее следствий оказалось соотношение между массой и энергией, весьма существенное для ядерных процессов. В 1916 г. Эйнштейн предложил общую теорию относительности, преобразовавшую ньютоновское учение о тяготении.

В 1900 г. М. Планк нашел, что атомы вещества в процессе излучения теряют энергию не непрерывно, а порциями, или квантами, пропорциональными частоте излучения. На основе квантовой теории излучения Эйнштейн в 1905 г. объяснил фотоэлектрические явления, исходя из предположения, что световое поле состоит из частиц света — фотонов. Так была установлена двойственность квантов света, как частиц и как волн. В 1913 г. Н. Бор выдвинул новую модель строения атома, разработка которой привела в дальнейшем к квантовой механике.

Исходная идея квантовой механики заключается в том, что все микрочастицы обладают двойственной природой — частицы и волны. Квантовая физика охватила во взаимной связи разнообразные явления и свойства тел: электрические, магнитные, оптические, химические и кристаллографические.

В 1919 г. Резерфорд добился превращения ядер атомов азота в ядра атомов кислорода, в 1932 г. Чадвик открыл нейтрон и была создана современная модель строения ядер атомов (Иваненко и Гапон). Тогда же был открыт позитрон, а в 1934 г. Фредерик и Ирен Жолио-Кюри открыли искусственную радиоактивность. В 1939 г. было открыто деление ядер атомов урана (Ган и Штрассман), положившее начало использованию атомной (внутриядерной) энергии.

Со взрывом в 1945 г. американцами атомных бомб над японскими городами Хиросима и Нагасаки наметились два противоположных стремления к использованию атомной энергии — в США в военных целях, в СССР — в мирных целях.

В 1954 г. американцами была взорвана водородная бомба в атолле Бикини на Тихом океане; в том же году в СССР была пущена в эксплуатацию первая в мире атомная электростанция мощностью 5000 квт.

Наиболее существенными фактами за последние 5 лет в развитии физики было открытие античастиц — антипротонов и антинейтронов (1955 и 1956 гг.). Важнейшим свойством античастиц является их способность аннигилировать с ядерными частицами — нуклонами — с выделением энергии, равной сумме энергий покоя этих частиц. В результате аннигиляции могут также испускаться мезоны — неустойчивые частицы с массой, промежуточной между массой электрона и массой протона. За это же время открыты новые

химические элементы: № 101 — менделевий и № 102 — нобелий.

Создана квантовая теория сверхтекучести и сверхпроводимости (Б о г о л ю б о в), исследованы мощные разряды для получения высокотемпературной плазмы (А р ц и м о в и ч), открыто явление парамагнитного резонанса (З а в о й с к и й). В области техники, неразрывно связанной с развитием физики, за эти же годы следует отметить такие крупнейшие достижения, как создание в СССР синхротрона на 10 млрд. эв. (В е к с л е р); запуск трех искусственных спутников Земли в СССР и трех космических кораблей; запуск 1-й космической ракеты в СССР массой 1472 кг (стала первой искусственной планетой), 2-й ракеты массой 1511 кг (упала на Луну), 3-й ракеты массой 1553 кг (сняла обратную сторону Луны и передала снимок в СССР). Создан электронный микроскоп с увеличением в 160 000 раз. Пущены в эксплуатацию скоростные реактивные самолеты в СССР: «ТУ-104», «ТУ-110», «ТУ-114» (Т у п о л е в), ИЛ-18 (И л ь ю ш и н). Построены: атомная подводная лодка (США) и атомный ледокол (СССР).

* * *

Современная физика полностью доказала, что единственной научной методологией, охватывающей сложное и противоречивое развитие науки, является диалектический материализм. Только философия диалектического материализма находит свою конкретизацию в единстве форм материи при их бесчисленном многообразии, в неразрывной связи видов материи с характерными для них формами движения (изменения вообще), во взаимной превращаемости элементарных частиц, в неразрывной связи пространства и времени с материей, в двойственном корпускулярно-волновом характере микрочастиц и т. д. Все развитие современной физики подтверждает гениальное научное предвидение В. И. Л е н и н а: «Электрон так же *неисчерпаем*, как и атом, природа бесконечна, но она бесконечно *существует*, и вот это-то единственно категорическое, единственно безусловное признание ее *существования* вне сознания и ощущения человека и отличает диалектический материализм от релятивистского агностицизма и идеализма»¹.

В своем докладе XXI съезду КПСС Н. С. Х р у щ е в следующим образом охарактеризовал первоочередные задачи, стоящие перед советской физикой и техникой: «Над чем будут трудиться наши ученые в предстоящий период? Это прежде всего овладение управляемыми термоядерными реакциями с целью получения практически безграничного источника энергии; обеспечение широкого применения атомной энергии для энергетических и транспортных двигателей; расширение использования в народном хозяйстве синтетических материалов, продуктов ядерного расщепления и ра-

¹ В. И. Л е н и н. Сочинения, 4-е изд., т. 14, стр. 249.

диоактивных изотопов; решение задач комплексной механизации и автоматизации производственных процессов и создание для этого новых технических средств на основе широкого применения достижений физики, радиоэлектроники, вычислительной техники»¹.

В утвержденных XXI съездом КПСС «Контрольных цифрах развития народного хозяйства СССР на 1959—1965 годы» записано: «В предстоящий семилетний период будут созданы необходимые условия для еще более быстрого развития всех отраслей науки, осуществления важных теоретических исследований и новых крупных научных открытий. С этой целью намечается широкая программа научно-исследовательских работ, концентрация научных сил и средств на важнейших исследованиях, имеющих теоретическое и практическое значение. Государство выделяет крупные средства для строительства новых научных учреждений, оснащения институтов и лабораторий новейшим оборудованием. Советские ученые, проникшие в тайну атома, термоядерных реакций, создавшие искусственные спутники Земли и искусственную планету Солнечной системы, обогатят нашу науку еще более великими открытиями и достижениями.

Ведущее место в естествознании занимают физические науки, от успешного развития которых зависит движение вперед смежных наук и народного хозяйства. Дальнейшие перспективы технического прогресса определяются в настоящее время прежде всего достижениями основных направлений физической науки. Усилия советских физиков будут сконцентрированы на разработке проблем космических лучей, ядерных реакций, полупроводников»².

Таково высокоавторитетное признание роли и значения для народного хозяйства страны физической науки и блистательные перспективы ее развития в Советском Союзе на ближайшие годы. Во всемирно-историческом соревновании двух систем — капитализма и социализма — важная роль отведена историей на долю советских физиков. Ускоренное развитие современной физики и на ее базе новой техники в СССР послужит залогом предстоящих успехов советской физики и техники в направлениях, определенных решениями Коммунистической партии Советского Союза.

¹ Внеочередной XXI съезд КПСС. Стенографический отчет, т. I, стр. 61.

² Внеочередной XXI съезд КПСС. Стенографический отчет, т. II, стр. 533.

Физические основы механики

Непосредственное восприятие явлений природы обнаруживает, что материя находится в движении, что с течением времени тела изменяют свое взаимное расположение в пространстве. Научное познание природы не только шаг за шагом подтвердило это воззрение, но и всячески его расширило и углубило. Насколько проникает в глубину пространства современное телескопическое зрение, мы везде находим в звездах и туманностях скопления движущейся материи. С другой стороны, атомно-молекулярное учение устанавливает не только движение молекул и атомов, но и движение мельчайших частиц — электронов — внутри каждого атома.

Итак, во всем мире мы наблюдаем самые разнообразные движения материи. Многочисленность и распространенность явлений механического движения и сравнительная доступность и удобство их наблюдения давно породили стремление сводить иные наблюдаемые явления (тепло, свет, звук и т. д.) к явлениям движения, т. е. объяснить эти явления (например, звук) теми или другими механическими движениями материи.

Это стремление — механически объяснять все явления природы — особенно усилилось и философски определилось, когда три великих мыслителя — Г а л и л е й (1564—1642 гг.), Г ю й г е н с (1629—1695 гг.) и Н ь ю т о н (1642—1727 гг.) — точно обосновали и сформулировали основные принципы классической механики. Они высказали ту мысль, что объяснить какое-нибудь явление природы (например, явления звука, тепла и т. д.) — это значит свести его к механическому движению, т. е. к изменению взаимного расположения тел или частиц в течение того или иного промежутка времени.

Такое стремление видеть во всяком явлении природы только механическое движение положило начало философскому учению, называемому *механистическим мировоззрением*; оно в свое время было передовым по сравнению со средневековой схоластикой и принесло пользу в борьбе науки с религией и идеалистической философией.

Однако в конце XIX в. и в начале XX в. постепенно стало выясняться, что не все наблюдаемые нами явления могут быть сведены к механическим. При более глубоком изучении связи и сложной зависимости явлений оказалось, что химические и биологические явления имеют свои специфические качественные особенности, не сводимые к механическому движению. Таким образом, механический процесс утратил свою кажущуюся универсальность. Да и внутри физики явления очень быстрых движений и явления в микромире оказались более сложными, чем это предполагалось в рамках классической механики. Поэтому механический материализм потерпел крушение и на смену ему пришел диалектический материализм, представляющий собою современное научное мировоззрение. Тем не менее, механика охватывает огромный круг явлений в тех областях физики, в которых говорится о механических движениях, а практическое значение механики является исключительно важным: ведь механизация производства, наряду с автоматизацией, является необходимым условием построения коммунистического общества.

Классическая механика при современном ее развитии является наукой дедуктивного характера. В основе ее лежат несколько принципов, которые при построении механики играют роль аксиом. Обоснование и истолкование этих принципов есть задача того отдела физики, который называется: «Физические основы механики».

Движение мы замечаем как изменение расположения тел или частиц. Условимся, что мы изучаем движение такого тела, в котором нет перемещения его частей (движется, как одно целое). Тогда, если нет вращения, при поступательном движении тела, каждая прямая в теле перемещается параллельно самой себе. Следовательно, при поступательном движении тела можно рассматривать вместо движения тела движение любой его точки; поэтому при изучении поступательного движения мы можем отвлекаться от формы и размеров тел и изучать движение заменяющих их в этом случае точек. Такие движущиеся тела, размерами которых можно пренебречь, носят название *материальных точек*, а часть механики, в которой изучаются движения материальных точек, носит название *механики точки*. Тела можно рассматривать как системы материальных точек и соответствующий раздел механики носит название *механики системы*. Положим, что мы заметили для данного момента расположение или конфигурацию точек A, B, C, \dots (рис. 1). Через некоторое время t конфигурация точек изменилась в A_1, B_1, C_1, \dots , произошло движение (рис. 2). Как мы его замечаем? По взаимному перемещению точек. Мы наблюдаем только относительные движения тел, замечаем их перемещения по отношению к другим телам, которые условно считаем неподвижными; движение лодки относим к берегам, движение поезда — к рельсам и т. д. Но берега и рельсы движутся вместе с Землей вокруг Солнца, а Солнце тоже перемещается в пространстве и т. д. «Может оказаться, — говорит Ньютон, — что в действительности не существует покоящегося тела,

к которому можно было бы относить места и движения прочих тел».

Н ь ю т о н приводит в своих «Началах»¹ обширные размышления о понятиях пространства и времени, из которых вытекает, что при помощи наших чувств мы можем замечать лишь относительные перемещения тел по отношению к другим телам, вообще — по отношению к какой-либо системе координат; также мы можем оценивать и измерять лишь относительные скорости одного тела по отношению к другому. Это фундаментальное заключение Н ь ю т о н резюмирует следующим образом: «Относительные движения по отношению друг к другу тел, заключенных в каком-либо пространстве, одинаковы, покоится ли это пространство или движется рав-

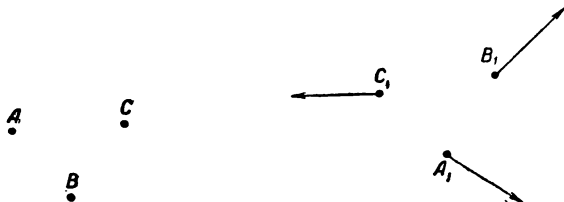


Рис. 1

Рис. 2

номерно и прямолинейно без вращения. Это подтверждается обильно опытами. Все движения на корабле совершаются одинаково, находится ли он в покое или движется равномерно и прямолинейно». То же самое раньше Н ь ю т о н а высказал и Г а л и л е й. В этом и заключается *механический принцип относительности*. К вопросу об относительности движения придется еще неоднократно возвращаться в разных местах курса физики, причем эта важнейшая идея будет постепенно расширяться соответственно более глубокому пониманию физических явлений.

Итак, приходится условно принимать какую-либо систему за неподвижную и к ней относить движения других тел. Естественно, при наблюдении движений на земной поверхности принять за *систему отсчета* Землю. Так обычно и поступают, за исключением тех случаев, когда приходится принимать во внимание движение самой Земли; тогда систему отсчетов связывают с Солнцем или с «неподвижными» звездами.

По методу координат, который был обоснован Д е к а р т о м в его «Геометрии» (1637 г.), выбирают неподвижное на Земле начало O (рис. 3) и строят три взаимно перпендикулярные оси X, Y, Z , относительно которых определяют расстояния точки A ; пусть эти расстояния — координаты точки A — будут x, y, z . Следя за изменением координат x, y, z , мы изучаем движение самой точки A .

Как известно, вместо координат x, y, z , достаточно знать радиус-вектор $OA = r$ и его направление, определяемое углами φ и ϑ (рис. 4), причем: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

¹ «Математические начала натуральной философии», т. I, стр. 29—35, 45—46.

Этот метод координат, оказавший столь мощное влияние на развитие математики и механики, позволяет решать в самом общем виде задачу об исследовании движения тел. Представление о всяком движении неизбежно вызывает мысль о пройденном пути s по траектории движения и о времени t , в течение которого этот путь пройден; если найдена функциональная зависимость между этими величинами

$$s=f(t),$$

то тем самым найдено уравнение движения и дано его точное описание. Из комбинации основных величин выводятся производные величины скорости v и ускорения a .

Метод координат позволяет графически изобразить найденную функциональную зависимость и наглядно воспроизвести весь про-

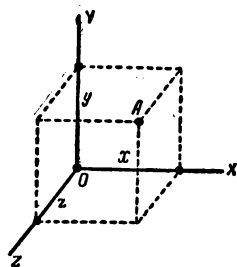


Рис. 3

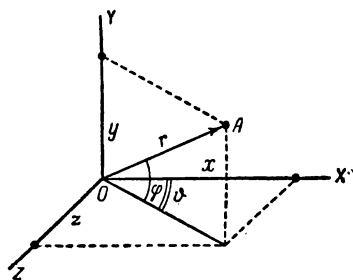


Рис. 4

цесс изученного относительного движения, принимая оси координат за условно неподвижную *систему отсчета*.

Отдел механики, который исследует разные виды движения и описывает их, вводя величины s, t, v, a , называется *кинематикой*. Эти характеристики движения были введены, главным образом, Галилеем и Гюйгенсом; в их руках кинематика получила весьма совершенное развитие.

Ньютон присоединил к этим понятиям основные понятия массы и силы (m, f). Часть механики, оперирующая с величинами s, t, v, a, m, f , называется *динамикой*.

Кинематика описывает разные виды движения, классифицирует их по типам, исследует характерные особенности разных видов движения.

Динамика, вводя понятие силы и массы, к чистому кинематическому описанию движений присоединяет вопрос о причинах, обусловивших процессы движения, а также ставит центральный вопрос всего механического учения — вопрос о взаимодействии тел.

Частным случаем динамики является *статика* — учение о равновесии. В зависимости от состояния движущегося вещества различают механику твердых тел, жидкостей (*гидромеханика*) и газов (*аэромеханика*). Пограничные области механики с другими

отделами физики постепенно разрабатываются и получили название *газовой динамики, физико-химической механики* и т. д.

Основными для кинематики и всей механики являются понятия пространства и времени. Пространственная протяженность присуща всем материальным объектам. Поэтому *пространство есть всеобщая форма существования материи*. Наше евклидово пространство обладает тремя измерениями. Пространственные координаты материальной точки, как мы уже видели, характеризуют ее положение по отношению к другим одновременно сосуществующим с ней материальным точкам.

Другая всеобщая форма существования материи — *время* — выражает *последовательное существование сменяющих друг друга изменений материи или процессов*. В отличие от пространства время обладает только одним измерением, при том так, что движение во времени возможно в действительности только от прошлого к будущему. В пространстве же противоположные направления равновозможны. Единство пространства и времени осуществляется в движении материи, изучаемом в механике и, в частности, в ее первом разделе — кинематике.

Основоположник неевклидовой геометрии, гениальный русский математик Н. И. Лобачевский (1793—1856 гг.) понимал пространство не как нечто, не связанное с материей, а как протяженность, присущую всем материальным объектам. Взгляды Лобачевского в дальнейшем послужили основой учения о пространстве в общей теории относительности, созданной А. Эйнштейном (1879—1955 гг.) Работы Эйнштейна по теории относительности знаменуют переход от классической механики Галилея — Ньютона к началу современной релятивистской механики, имеющей огромное значение в обширном диапазоне научных наблюдений и опытов: от астрофизических до микрофизических.

Но в условиях громадного количества явлений природы и технических применений, когда скорость движения много меньше скорости света, принципы и методы классической механики целиком и полностью сохраняют свое крупнейшее значение. Следует учитывать и то, что овладение современной физикой возможно лишь на прочной основе усвоения классической физики, начиная с ее первого раздела — механики, а в нем с учения о движении материальной точки в пространстве и времени, т. е. с кинематики.

Глава I

КИНЕМАТИКА

§ 1. Движение прямолинейное и равномерное

При всяком движении мы наблюдаем пройденный путь s в течение определенного времени t , относим отсчет пути и времени к условно выбранному началу — к неподвижной системе координат и к избранному моменту времени, для которого полагаем $t=0$. В

результате изучения движения устанавливается связь между s и t в виде функциональной зависимости

$$s=f(t).$$

Вид функции, связывающей путь и время, для разных движений весьма разнообразен. Начнем с простейшего.

Пусть точка A (рис. 5) в течение времени t перемещается на пути ABC ; перемещение точки по прямой линии за это время будет AC . Если бы движение было прямолинейным по AC , то перемещение совпадало бы с траекторией, так что $s=AC$. Простейшим видом связи между s и t является постоянство частного от деления s на t для любого промежутка времени

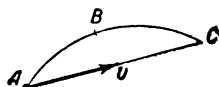


Рис. 5

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_3}{t_3} = \dots = \text{пост. число} = \text{const.}$$

Движение, при котором для любого момента времени соблюдается это условие, называется *равномерным*.

Более кратко запишем

$$\frac{s}{t} = v \text{ или } s = vt. \quad (1)$$

Величина v , которая появилась как математическая постоянная, имеет свой физический смысл: v определяет путь, проходимый точкой в единицу времени, или v дает частное от деления пути на время; ей присвоено особое название *скорость*. Итак, мы можем сказать: *равномерным движением называется такое движение, при котором скорость постоянна*.

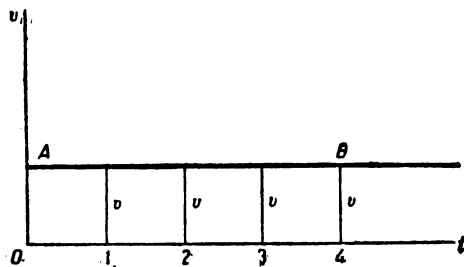


Рис. 6

Соотношение (1) есть уравнение прямолинейного и равномерного движения.

Нетрудно определить размерность скорости, если обозначить длину L , время T

$$[v] = LT^{-1}.$$

Закономерность, выражаемую уравнением (1), представим графически. На оси абсцисс (рис. 6) отложим в избранном масштабе время $t=1, 2, 3, \dots$ сек; на оси ординат — скорость v . Так как скорость постоянна, то пройденный за t (например, за $t=4$ сек) путь $s=vt$ графически изобразится площадью $OAB4$; основание ее соответствует числу секунд, высота — числу единиц скорости, а площадь имеет столько квадратных единиц, сколько линейных в пройденном расстоянии s .

Если на оси ординат отложим s (рис. 7), то изобразим ту же зависимость (1), но в ином графическом представлении. Так как s пропорционально t , то треугольники OS_1I , $OS_2 2$, OMN подобны, а потому

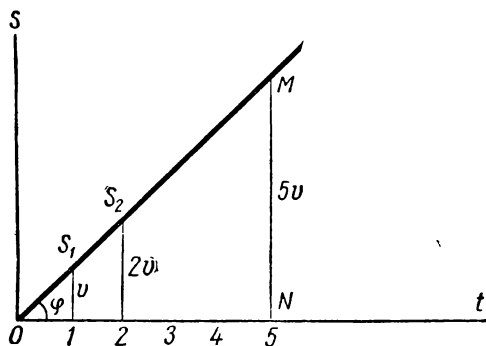


Рис. 7

график, представляющий нарастание s , будет прямая OM ; угол наклона ее к оси абсцисс $MON = \varphi$ имеет вполне определенный физический смысл

$$\frac{MN}{ON} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{s}{t} = v.$$

Итак, на графике скорость v изобразится тангенсом угла φ , и чем больше скорость v , тем больший угол φ составит прямая OM с осью времен t .

§ 2. Векторные величины

Скорость прямолинейного движения по самому определению ее имеет направление; это направление скорости v совпадает с направлением движения материальной точки. Но движение точки в пространстве может иметь разные направления, поэтому и скорость может иметь любое направление, сообразно направлению движения. Это значит, что при определенном значении скорости надо принимать во внимание не только ее числовое значение, но и направление.

Величина, характеризующая не только своим числовым значением, но и направлением, называется векторной величиной или вектором. Два вектора равны только тогда, когда их числовые значения равны, а направления параллельны или совпадают.

Величины, характеризующие только числовыми значениями, называются *скалярными*; таковы масса, плотность, температура и т. д.

Итак, скорость по своему определению есть величина векторная и графически изображается вектором — отрезком прямой определенного направления, на котором откладывается в избранном

масштабе определенная длина. Векторные величины мы будем отмечать чертой наверху: \vec{v} .

Положим, что тело одновременно участвует в двух перемещениях по направлению OX и OY (рис. 8), например, по OX идет человек в вагоне, а вагон перемещается по OY ; следовательно, телу сообщены одновременно скорости $\vec{v}_1 = \vec{OA}$ по направлению OY и $\vec{v}_2 = \vec{OB}$ по направлению OX . Тогда при сложном перемещении тело в каждый момент времени будет находиться на диагонали OC и в конце первой секунды будет в точке C . Это значит, что вектор $\vec{OC} = \vec{v}$ заменяет в сложном движении векторы \vec{v}_1 и \vec{v}_2 ; если телу сообщены скорости v_1 и v_2 , то тело движется так, как если бы скорость его была $\vec{OC} = \vec{v}$. Это положение кратко выражено в правиле сложения векторов: *сумма двух векторов по величине и направлению равна диагонали параллелограмма, построенного на этих векторах*

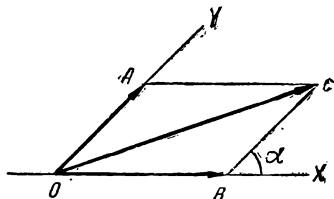


Рис. 8

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}; \quad \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}.$$

Это равенство выражает правило *геометрического сложения* двух



Рис. 9

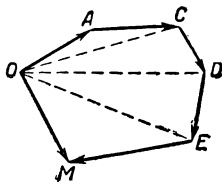


Рис. 10

отрезков, имеющих разные направления (двух отрезков под углом). Если бы по числовым значениям v_1 и v_2 требовалось определить числовое значение диагонали v , то, зная угол $AOB = \alpha$, под которым

направлены друг к другу скорости v_1 и v_2 , мы нашли бы

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(180^\circ - \alpha) = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha.$$

Отметим частные случаи, физический смысл которых понятен без пояснений.

1. $\alpha = 0$; $v = v_1 + v_2$.
2. $\alpha = 180^\circ$; $v = v_1 - v_2$.
3. $\alpha = 90^\circ$; $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

Из чертежа 8 ясно, что правило параллелограмма при сложении двух векторов можно заменить правилом треугольника (рис. 9)

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC},$$

которое можно формулировать так: для сложения двух векторов \vec{OA} и \vec{AC} отложим их последовательно и соединим начало первого

вектора O с концом второго C ; сторона треугольника \overline{OC} есть сумма слагаемых векторов.

Так же мы поступаем и при сложении многих векторов. Построим последовательно многоугольник $OACDEMO$; замыкающая сторона OM многоугольника дает по величине и направлению вектор — сумму слагаемых векторов (рис. 10)

$$\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EM}.$$

Если $\overline{OA} + \overline{AC} = \overline{OC}$, то $\overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA}$; это правило вычитания векторов: чтобы найти разность двух векторов, надо соединить концы векторов уменьшаемого OC и вычитаемого OA ; результирующий вектор AC , имеющий направление к концу уменьшаемого, определит разность OC и OA .

§ 3. Движение прямолинейное и неравномерное

Если мы наблюдаем такое прямолинейное движение, при котором частное от деления пройденного пути на время (за которое пройден этот путь) непостоянно, то это значит, что путь в этом случае не пропорционален времени; такое движение называется *переменным*. Большинство движений, наблюдаемых нами в природе и в технике, есть движения *переменные*; таковы падение тел, движение облаков, движение поезда и т. д.

Из определения следует, что понятие скорости в том виде, как оно было дано для движения равномерного, не может быть применено к движению переменному. Поэтому необходимо выяснить, какими же величинами можно характеризовать переменное движение; обратимся для этого к наблюдению и опытному изучению переменного движения.

Г а л и л е й¹ — первый исследователь переменного движения — изучал такое, казалось бы, простое явление, как падение тел; на основании этого изучения он выяснил важнейшие характеристики переменного прямолинейного движения вообще.

Свободно падающее тело, например камень, движется неравномерно, а именно, по мере приближения к Земле все быстрее и быстрее; но непосредственное наблюдение при этом не могло привести к установлению точной зависимости между пройденным путем и временем.

Поэтому Г а л и л е й наблюдал (в 1590 г.) падение не по вертикали, а по наклонной плоскости. Этот опыт мы можем выполнить так: отсчитывая время при помощи маятника или метронома, наблюдаем качение шарика по наклонной плоскости (рис. 11). Из наблюдений перемещения центра шарика вытекает:

¹ Г а л и л е о Г а л и л е й (1564—1642 гг.) — великий итальянский ученый, его главные сочинения: «Диалог о двух главнейших системах мира, Птоломеевой и Коперниковой» (1632 г.), «Разговоры о двух новых учениях в механике и их математические доказательства» (1638 г.).

1. В каждую последующую секунду проходимое шариком расстояние больше, чем в предыдущую; поэтому это движение может быть названо *ускоренным*.

2. Расстояния $s_1, s_2, s_3, s_4, \dots$, проходимые в одну, две, три, четыре, ... секунды, пропорциональны квадратам времен движения $s_1:s_2:s_3:s_4:\dots = 1:4:9:16:\dots$

В общей форме этот закон выразится так

$$s = kt^2. \quad (2)$$

Итак, *расстояние, проходимое падающим телом, пропорционально квадрату времени падения*. Эта зависимость s от t , как видим, сложнее, чем при движении равномерном.

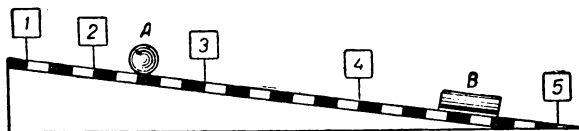


Рис. 11

Если *графически* изобразить найденную зависимость (рис. 12), то получим кривую (параболу), ординаты которой возрастают как квадраты времени. Более сложной алгебраической зависимости соответствует и более сложное графическое изображение.

3. При движении шарика вверх по наклонной плоскости, расстояния, проходимые в каждую секунду, уменьшаются по тому же закону; движение *замедленное*.

Если мы в случае переменного движения разделили бы пройденный путь s на время t , то число

$$\frac{s}{t} = v_{cp}$$

определил нам скорость того равномерного движения, которое может заменить данное переменное; например, если бы тело двигалось с постоянной скоростью v_{cp} , то за промежутки времени t оно прошло бы тот же путь s , что и при переменном. Скорость равномерного движения, при котором будет пройдено такое же расстояние за то же время,

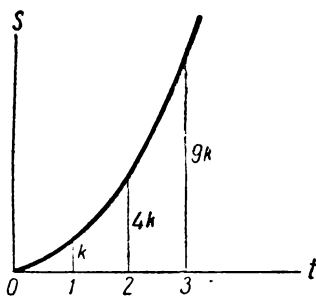


Рис. 12

как и в данном переменном движении, называется *средней скоростью* переменного движения. Так, обычное выражение «поезд идет со скоростью 40 км в час» определяет именно среднюю скорость; если поезд прошел 160 км в 4 часа, то вообще его движение было переменным; иногда он шел более быстро, иногда менее

быстро, иногда стоял, но если бы он двигался равномерно со скоростью 40 км/час, то он прошел бы в 4 часа те же 160 км.

Но если мы спросим о движении поезда на сотом километре пути, то знание средней скорости за время движения несколько не поможет нам ответить на этот вопрос. Можно вычислить среднюю скорость за все время движения по наклонной плоскости, или среднюю скорость на пути AB (рис. 11), или среднюю скорость за вторую секунду движения; но знание средних скоростей не даст нам точных сведений о движении, например, в точке A . Поэтому мы должны прийти к заключению, что средняя скорость далеко недостаточно характеризует переменное движение.

При переменном движении расстояния, проходимые в одно и то же время, неодинаковы. Поэтому понятие скорости, данное для равномерного движения, необходимо обобщить, чтобы можно было прилагать его для исследования переменного движения.

Точка в течение времени t проходит расстояние $AB=s$; средняя скорость этого движения

$$v_{cp} = \frac{s}{t}$$

не характеризует движения в точке C (рис. 13) и не дает понятия о скорости в этой точке траектории. Чтобы приблизиться к решению

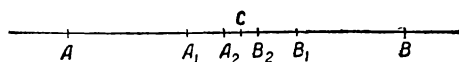


Рис. 13

этого вопроса — к вычислению скорости на прямолинейной траектории в данной точке C — следует взять меньший отрезок пути, например

A_1B_1 и рассчитать среднюю скорость для этой части пути; затем взять еще меньший отрезок пути A_2B_2 и рассчитать среднюю скорость для него и т. д., все ближе и ближе подходя к точке C . Таким образом, мы определяем среднюю скорость на все более коротких отрезках пути и за меньшее время; в пределе, когда промежуток времени станет бесконечно-малым, средняя скорость определит точно скорость в данной точке C , в данный момент времени.

Обозначим очень малый отрезок пути, прилегающий к точке C (например, A_2B_2), через Δs и очень малый промежуток времени, в течение которого проходит путь Δs , через Δt ; тогда средняя скорость за этот промежуток времени выразится так

$$v_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Обозначим скорость в точке C через v_C ; она определится как предел¹ средней скорости v_{cp} , когда Δt стремится к нулю; это выразим так

$$v_C = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right). \quad (3)$$

¹ \lim — франц. \limite — предел (лимит).

Итак, скорость переменного движения в данной точке пути выражается пределом средней скорости, рассчитанной за бесконечно-малый промежуток времени.

Так как скорость v_c меняется от точки к точке и от момента к моменту, то часто ее называют *мгновенной скоростью в данной точке пути*.

Для всякого движения мы можем себе представить функциональную зависимость между s и t в виде уравнения движения

$$s=f(t);$$

тогда в символах дифференциального исчисления это определение скорости выразится так

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{ds}{dt};$$

здесь ds элемент пути, называемый дифференциалом пути, dt — соответствующий бесконечно-малый промежуток времени, называемый дифференциалом времени; их отношение $\frac{ds}{dt}$ в дифференциальном исчислении называется *производной* от пути по времени.

Итак, приходим к общему определению: *скорость в данной точке пути выражается производной от пути по времени*; так определяется числовое значение или модуль векторной величины скорости.

Приемы и техника изыскания производных изучаются в дифференциальном исчислении; достаточно понять, что всякий раз, когда мы находим производную какой-либо функции $y=f(x)$, мы определяем скорость изменения этой функции.

В частности, если t есть время и s — путь, мы узнаем скорость в любой точке пути и в любой момент времени, взяв производную от s по t . Направление скорости при прямолинейном переменном движении совпадает с направлением перемещения.

Возможность определять скорости в разные моменты переменного движения и сравнивать их значения приводит к выяснению и установлению важной кинематической величины — *ускорения*, как меры быстроты нарастания или убывания скорости.

Положим, что в некоторый момент времени скорость прямолинейного движения была v_0 , спустя время t скорость стала v ; тогда среднее изменение скорости за одну секунду, иначе говоря, среднее ускорение a_{cp} выразится так

$$a_{cp} = \frac{v - v_0}{t}. \quad (4)$$

Рассмотрим два случая.

1. Среднее изменение скорости может быть одно и то же, какой бы промежуток времени мы ни брали; это значит, что ускорение при этом движении постоянно и само движение есть *равномерно-переменное*; выражение для ускорения остается то же самое

(4), но оно дает уже не среднее ускорение, а постоянную величину ускорения для всего равномерно-переменного движения

$$a = \frac{v - v_0}{t}. \quad (5)$$

Отсюда получаем формулу для вычисления скорости равномерно-переменного движения по прошествии времени t после начала движения со скоростью v_0

$$v = v_0 + at.$$

Ускорение может быть положительно (при $v > v_0$, движение *равномерно-ускоренное*) и отрицательно (при $v < v_0$, движение *равномерно-замедленное*).

В случае движения по вертикальному направлению: движение брошенного тела вверх — замедленное, ускорение — отрицательное; падение вниз — ускоренное, ускорение положительно.

Ускорение, как и скорость, характеризуется числовым значением и направлением; поэтому ускорение есть величина векторная, и к ней применимо правило параллелограмма.

Если равномерно-переменное движение происходит без начальной скорости (например, свободное падение), тогда $v_0 = 0$ и величина скорости растет пропорционально времени (рис. 14)

$$v = at. \quad (6)$$

Отсюда находим размерность

$$a = \frac{v}{t}; [a] = \left[\frac{v}{t} \right] = LT^{-2}.$$

2. Рассмотрим теперь прямолинейное переменное движение, при котором изменение скорости происходит неравномерно, т. е. за одни и те же промежутки времени увеличение или убывание скорости неодинаково. В этом случае знание

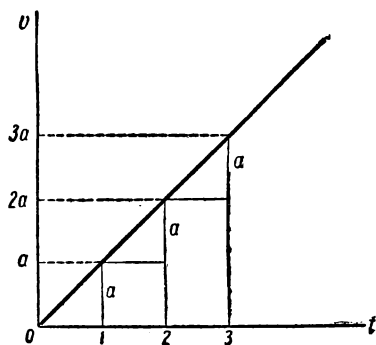


Рис. 14

среднего ускорения a_{cp} определенного для пути AB (рис. 13), ничего не говорит нам о том, каково ускорение в данной точке пути, например, в точке C .

Для определения ускорения в данной точке прямолинейного пути в данный момент времени повторим рассуждение, которое было произведено при определении скорости в данной точке пути.

а) Рассчитываем среднее ускорение на уменьшающихся отрезках A_1B_1, A_2B_2, \dots ; для каждого отрезка имеем

$$a_{cp} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

где Δv — изменение скорости за время Δt .

б) Переходя к пределу, находим ускорение в данной точке С

$$a_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt}. \quad (7)$$

Это значит, что ускорение в данной точке пути в данный момент времени переменного движения выражается производной от скорости по времени. Так определяется модуль ускорения.

Так как $v = \frac{ds}{dt}$, то в символах дифференциального исчисления выражение (7) запишется так

$$a_c = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Это значит, что в прямолинейном движении ускорение определяется второй производной от пути по времени.

Как находить производные—дело математического анализа; для наших целей важно установить, что при переменном прямолинейном движении для всякой точки могут быть найдены числовые значения скорости и ускорения, если известна зависимость $s = f(t)$.

§ 4. Движение прямолинейное равномерно-переменное

Равномерно-переменное движение — это такое движение, при котором ускорение постоянно. Обозначив скорость в начальный момент движения через v_0 , в некоторый момент времени t через v и ускорение движения через a , найдем, что спустя время t скорость выразится так

$$v = v_0 + at. \quad (8)$$

Этот I закон равномерно-переменного движения изобразим графически, откладывая на оси абсцисс время t , а на оси ординат скорость v в соответствующие моменты (рис. 15); к первоначальной скорости v_0 каждую секунду, прибавляется приращение a .

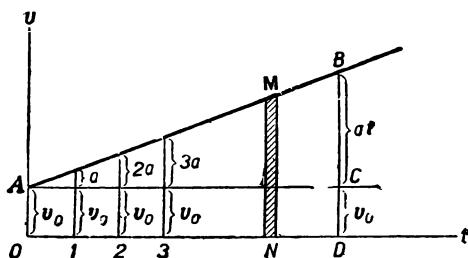


Рис. 15

II закон равномерно-переменного движения, который дает уравнение этого движения (т. е. связь пройденного расстояния и времени), установим графически.

Для этого разбивают площадь $OABD$ (рис. 15) на узкие полоски MN и принимают площадь каждой из них за площадь прямоугольника; она и выразит путь, пройденный точкой за малый промежуток времени Δt , в течение которого скорость можем при-

нимать постоянной. Составив сумму таких площадей, определим путь, пройденный за время движения t . Но сумма этих площадей и будет как раз площадью $OABD$. Поэтому, выразив эту площадь в функции времени, мы найдем зависимость s от t

$$s = \text{пл. } OACD + \text{пл. } ABC = v_0 t + \frac{a}{2} t^2. \quad (9)$$

Эта формула устанавливает искомую зависимость пройденного при равномерно-переменном движении расстояния от времени (закон движения)

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Конечно, ускорение a может быть положительным и отрицательным; если ускорение направлено в ту же сторону, что и скорость, то a положительно; в противном случае — отрицательно.

Окончательно два закона равномерно-переменного движения изобразятся так

$$v = v_0 + at; \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (10)$$

Из этих двух законов вытекают некоторые соотношения, имеющие частое применение в задачах и технике.

1. Для движения без начальной скорости при $v_0 = 0$ эти законы упрощаются

$$v = at; \quad s = \frac{at^2}{2}.$$

2. Исключив время t , находим выражение для вычисления скорости v в конце пройденного пути s

$$v^2 = v_0^2 + 2as,$$

при $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{2as}. \quad (11)$$

3. Обозначим через s_1, s_2, s_3, \dots расстояния, проходимые в одну, две, три, ... секунды; имеем

$$s_1 = \frac{a}{2}; \quad s_2 = \frac{4}{2} a; \quad s_3 = \frac{9}{2} a; \quad s_4 = \frac{16}{2} a; \dots;$$

$$s_2 - s_1 = \frac{3}{2} a; \quad s_3 - s_2 = \frac{5}{2} a; \quad s_4 - s_3 = \frac{7}{2} a; \dots;$$

$$s_1 : (s_2 - s_1) : (s_3 - s_2) : \dots = 1 : 3 : 5 : 7 : \dots$$

Расстояния, проходимые в последовательные единицы времени, относятся, как ряд нечетных чисел.

§ 5. Падение тел

Падение тел происходит по законам равномерно-переменного движения; это было установлено Г а л л е е м при движении шарика по наклонной плоскости и может быть продемонстрировано при помощи машины А т в у д а и многих иных аппаратов, которые имеют целью замедлить движение и сделать явление падения легко наблюдаемым.

Ускорение при свободном падении очень велико; в среднем можно принять

$$g=981 \text{ см/сек}^2.$$

Законы движения падающего тела, вследствие постоянства g , имеют вид

$$v=v_0+gt; \quad s=v_0t+\frac{gt^2}{2}.$$

Применим их к некоторым частным случаям.

1. Свободное падение ¹ с высоты h при $v_0=0$

$$h=\frac{gt^2}{2}; \quad v=gt; \quad v=\sqrt{2gh};$$

с такой скоростью падающее тело достигает Земли.

2. Движение вертикально вверх (брошенного тела) с начальной скоростью v_0 :

$$\text{а) Время подъема: } v=v_0-gt; \quad 0=v_0-gt; \quad t=\frac{v_0}{g}.$$

$$\text{б) Высота подъема: } h=v_0t-\frac{gt^2}{2}; \quad h=\frac{v_0^2}{2g}.$$

в) Скорость, с которой свободно падающее тело достигает Земли,

$$v=\sqrt{2gh}=v_0.$$

3. Движение по наклонной плоскости (рис. 16); высота ее $BA=h$ и длина $BC=l$. Разложив ускорение g на два вектора g_1 и g_2 , видим, что при движении по BC существует лишь ускорение $g_1=g \sin \alpha$. Из этого вытекает ряд следствий весьма общего характера.

а) Скорость в точке A при вертикальном падении по BA

$$v_A=\sqrt{2g \cdot BA}=\sqrt{2gh};$$

но с такой же скоростью тело достигает точки C , двигаясь по наклонной плоскости

$$v_C=\sqrt{2g_1 \cdot BC}; \quad g_1=g \sin \alpha; \quad BC=l=\frac{h}{\sin \alpha}; \quad v_A=v_C.$$

б) Этот результат можно обобщить: во всяких двух точках M и M_2 , находящихся на одной и той же высоте h_1 , скорости при движении

¹ Пренебрегаем сопротивлением воздуха.

по вертикали и по наклонной плоскости равны

$$v_M = \sqrt{2g_1 BM}; \quad v_{M_2} = \sqrt{2g BM_2};$$

$$BM_2 = BM \sin \alpha; \quad g_1 = g \sin \alpha; \quad v_M = v_{M_2}.$$

в) Время t при вертикальном падении из B в A короче, чем время t_1 движения по наклонной плоскости из B в C

$$v_A = gt; \quad v_C = g_1 t_1; \quad t = t_1 \sin \alpha; \quad t < t_1.$$

г) Построим окружность на $h=AB$, как на диаметре. Соединив точки A и M , находим:

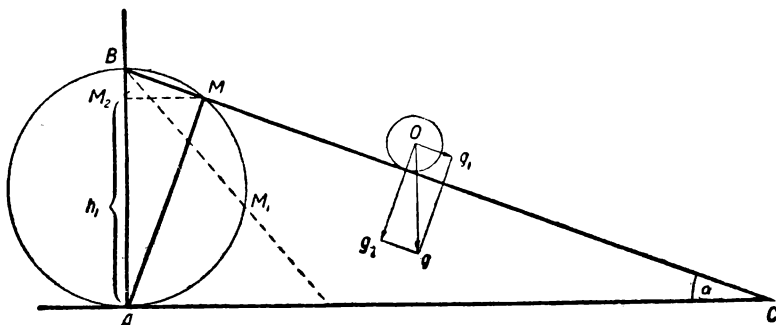


Рис. 16

при движении по вертикальному диаметру $BA=h$

$$h = \frac{gt_2^2}{2};$$

при движении по хорде BM

$$BM = \frac{g_1 t_1^2}{2},$$

где t_2 — время, в течение которого материальная точка проходит хорду BM ;

$$BM = h \sin \alpha; \quad g_1 = g \sin \alpha;$$

поэтому $t_1 = t_2$.

Это значит, что, опустив из A перпендикуляр на BC , мы находим такую точку M , которая достигается телом, катящимся по BC в тот момент, в который достигается точка A телом, падающим вертикально.

Предыдущее заключение можно выразить в такой более общей форме: вертикальный диаметр круга AB проходит падающим телом в то же время, как и каждая из хорд BM, BM_1, \dots , проведенных из конца диаметра.

§ 6. Движение криволинейное

До сих пор мы предполагали, что изучаемое движение прямолинейно; направления векторов скорости и ускорения определялись по направлению перемещения по прямой. Теперь перейдем к более сложному вопросу движения материальной точки по кривой.

Движением криволинейным называется такое, направление которого непрерывно изменяется. Пусть (рис. 17, а) $ABCD\dots$ есть траектория движения; допустим, что движение происходит не по кривой, а по ломаной AB, BC, CD, \dots (рис. 17, б). Тогда движение будет состоять из ряда прямолинейных движений по хордам AB, BC, CD, \dots . Скорость на этих участках прямолинейного движения

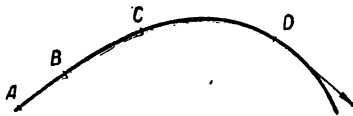


Рис. 17, а

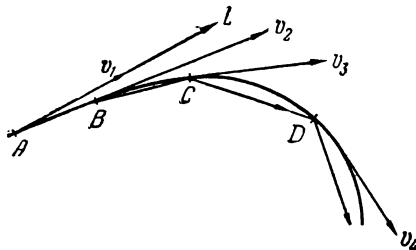


Рис. 17, б

по направлению будет совпадать с хордами, изменяя свое направление лишь в точках A, B, C, \dots . Сближая эти точки, мы делаем прямолинейные участки пути все короче и короче; при этом направления этих хорд все ближе и ближе подходят к направлениям касательных в точках A, B, C, \dots (рис. 17, б). В пределе, когда точка B станет бесконечно близка к точке A , направление хорды AB обратится в направление касательной AL . Также и направление

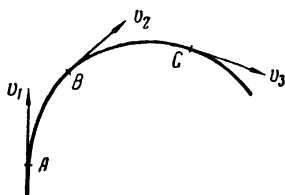


Рис. 18

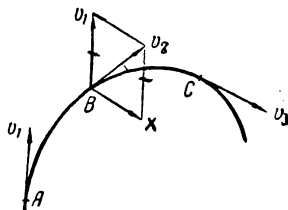


Рис. 19

скорости по прямолинейному участку хорды AB в пределе, когда хорда обратится в бесконечно-малый отрезок касательной AL , примет направление касательной в точке A . Итак, *скорость в данной точке криволинейной траектории направлена по касательной, построенной в этой точке кривой.*

Отсюда следует: чтобы построить скорость, например, в точке C криволинейной траектории (рис. 18), надо прежде всего вычислить ее числовое значение по формуле $v = \frac{ds}{dt}$; затем построить ка-

сательную к траектории в точке C и на ней отложить в выбранном масштабе значение скорости v_3 . Также поступаем для построения скоростей в других точках траектории; скорость в каждой из них изобразится вполне определенным вектором.

Пусть материальная точка равномерно движется по кривой траектории; это значит, что во всех точках этой траектории (рис. 19) скорости имеют одно и то же числовое значение ($v_1 = v_2 = v_3 = \dots$), отличаясь друг от друга лишь направлением. Возьмем какой-нибудь из векторов скорости, например, вектор v_2 , приложенный в точке B (рис. 19), и разложим его на два вектора, из которых один путь будет равен и параллелен v_1 . Для этого построим параллелограмм, в котором скорость v_2 была бы диагональю, а v_1 — стороной; тогда имеем

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + \bar{x}.$$

Из последней формулы находим: $\bar{x} = \bar{\Delta v}$.

Это значит, что $\bar{x} = \bar{\Delta v}$ есть вектор, выражающий изменение скорости по направлению за время Δt перехода материальной точки из A и B . Поэтому вектор

$$\frac{\bar{x}}{\Delta t} = \frac{\bar{\Delta v}}{\Delta t} = \bar{a}$$

определяет приращение скорости в единицу времени, т. е. ускорение на рассматриваемом отрезке криволинейного равномерного движения. Мы приходим к очень важному общему заключению: *при всяком криволинейном движении, даже и равномерном, существует ускорение, изображаемое определенным вектором.*

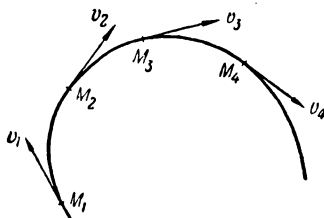


Рис. 20

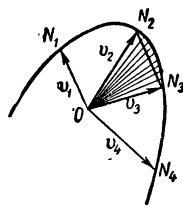


Рис. 21

При равномерном криволинейном движении вектор скорости изменяет лишь свое направление; при неравномерном криволинейном движении скорость изменяет и свое числовое значение и направление.

Общий метод отыскания ускорений при каком угодно криволинейном движении был предложен английским математиком Гамилтоном (в 1835 г.).

Пусть материальная точка M при криволинейном движении последовательно занимает положения: M_1, M_2, M_3, \dots (рис. 20); скорости в этих точках изображаются векторами $v_1, v_2, v_3, v_4, \dots$

Выполним следующее построение: через произвольную точку O (рис. 21) проведем прямые, параллельные векторам скоростей $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \dots$ и на этих прямых от точки O отложим длины векторов $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \dots$. При перемещении точки из M_1 в M_2 , из M_2 в M_3 и т. д. (рис. 20) скорость непрерывно изменяется от \vec{v}_1 до \vec{v}_2 , от \vec{v}_2 до \vec{v}_3 и т. д., принимая на каждом промежутке бесчисленное множество значений. Если все эти значения скорости изобразить соответствующими векторами (рис. 21), то можно себе представить, что концы этих векторов лежат на одной непрерывной кривой $N_1, N_2, N_3, N_4, \dots$ которая называется *годограф*¹ скорости.

Введем условие: в то время, как точка M в действительном движении (рис. 20) занимает последовательно положения M_1, M_2, M_3, \dots , точка N движется по годографу (рис. 21), занимая при этом вспомогательном движении соответственные положения N_1, N_2, N_3, \dots .

Рассмотрим вопрос о скорости движения точки N по годографу. Определим, например, скорость в точке N_2 , пользуясь общим приемом нахождения скорости в данной точке кривой траектории. Предполагая, что точки N_2 и N_3 очень близки друг к другу, заменим движение по дуге $N_2 N_3$ движением по хорде $N_2 N_3$ и найдем среднюю скорость \vec{w}_{cp} при перемещении из точки годографа N_2 в точку N_3 .

$$\vec{w}_{cp} = \frac{\overline{N_2 N_3}}{\Delta t},$$

где Δt — есть время, в течение которого материальная точка M перемещается из M_2 в M_3 в действительном движении и точка N соответственно перемещается из N_2 в N_3 в воображаемом движении на годографе.

Чтобы найти скорость, именно в точке N_2 , следует перейти к пределу

$$\vec{w}_{N_2} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{N_2 N_3}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Дополнив треугольник $N_2 O N_3$ (рис. 22) до параллелограмма, находим

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_2 + \overline{N_2 N_3}; \quad \overline{N_2 N_3} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2.$$

Это значит, что вектор перемещения $\overline{N_2 N_3}$ равен геометрическому изменению вектора скорости за время Δt . Отнесем это изменение к единице времени

$$\frac{\overline{N_2 N_3}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_2}{\Delta t};$$

¹ Греческое «описание пути»; смысл этого названия — кривая годографа представляет картину изменения скорости.

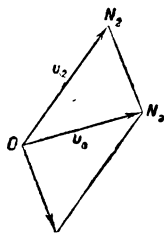


Рис. 22

но $\frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{\Delta t}$ есть среднее ускорение в действительном движении точки M на пути M_2M_3 (рис. 20)

$$\frac{\overline{N_2N_3}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{\Delta t} = \bar{a}_{cp}.$$

Переходя к пределу, найдем ускорение в точке M_2

$$\bar{a}_{M_2} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{N_2N_3}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Сравнив (1) и (2), имеем

$$\bar{a}_{M_2} = \dot{\omega}_{N_2}. \quad (3)$$

Это значит: ускорение в данной точке криволинейного пути по величине и направлению равно скорости в соответствующей точке годографа.

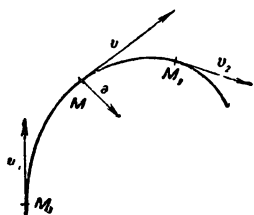


Рис. 23

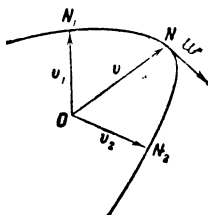


Рис. 24

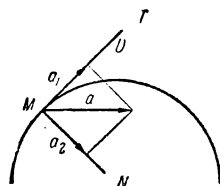


Рис. 25

Этим положением устанавливается общий метод отыскания ускорений в различных точках криволинейной траектории. Для нахождения ускорения в точке M (рис. 23) криволинейного пути надо:

1. Построить годограф скорости N_1NN_2 (рис. 24).
2. В точке N годографа, соответствующей точке M траектории, построить касательную.
3. Вычислить скорость в этой точке N годографа ω и отложить ее значение на касательной к годографу в точке N (рис. 24).
4. Через точку M траектории (рис. 23) провести прямую, параллельную этой касательной, и отложить на ней $a = \omega$.

Таким образом, ускорение в точке M криволинейного движения определено по величине и направлению; то же рассуждение применяем и к другим точкам траектории.

Из предыдущего ясен смысл введения годографа: при помощи его определение ускорения данного криволинейного движения сводится к отысканию скорости другого криволинейного движения.

Направление ускорения a криволинейного движения вообще не совпадает с направлением движения в данной точке траектории (рис. 23), которое определяется направлением касательной в этой точке. Вектор \bar{a} , определяющий ускорение в точке M (рис. 25),

можно разложить по двум направлениям — по направлению касательной T и по направлению нормали N

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2.$$

Ускорение a_1 , имеющее направление касательной, называется *тангенциальным ускорением*, а ускорение a_2 , имеющее направление нормали, — *нормальным ускорением*. Из самого построения видно, что на числовую величину скорости v влияет лишь тангенциальное ускорение a_1 , а нормальное ускорение оказывает влияние на изменение направления скорости. Если a_2 равно нулю, но a_1 не равно нулю, то имеет место прямолинейное переменное движение (скорость меняется лишь по величине). Если же a_1 равно нулю, но a_2 не равно нулю, то движение должно быть криволинейным, но скорость по величине не изменяется, т. е. движение будет криволинейным и равномерным, скорость меняется лишь по направлению.

§ 7. Движение по окружности

Применим изложенную общую теорию к изучению *равномерного* движения материальной точки по окружности.

Некоторое тело (например, диск или колесо) вращается, как одно целое, около оси, которая проектируется на плоскость чертежа в виде точки O (рис. 26); на каком бы расстоянии r, r_1, r_2, r_3, \dots мы ни взяли материальные точки M, M_1, M_2, M_3, \dots , для всех них время полного оборота одно и то же T . Так как они описывают при вращении окружности разной длины, то скорости их движения будут различны

$$\begin{aligned} v &= \frac{2\pi r}{T}; \quad v_1 = \frac{2\pi r_1}{T}; \\ v_2 &= \frac{2\pi r_2}{T}; \quad v_3 = \frac{2\pi r_3}{T}; \dots \end{aligned} \quad (4)$$

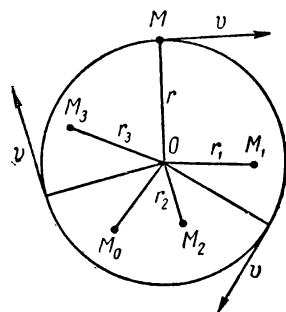


Рис. 26

Отношение этих скоростей к соответствующему радиусу есть величина постоянная для данного вращения

$$\frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T}; \quad \frac{v_1}{r_1} = \frac{2\pi}{T}; \quad \frac{v_2}{r_2} = \frac{2\pi}{T}; \quad \frac{v_3}{r_3} = \frac{2\pi}{T}; \dots$$

Величина

$$\frac{2\pi}{T} = \omega \quad (5)$$

называется *угловой скоростью*; такое название принято потому, что ω определяет угол, описанный каким-либо вращающимся радиусом (например, $OM = r$) в одну секунду; в T секунд этим

радиусом будет описан угол 2π , т. е. полная окружность, а в одну секунду — дуга

$$\frac{2\pi}{T} = \omega.$$

Угловая скорость есть особая величина, имеющая свою размерность. Однако для характеристики вращения мало знать величину

$$[\omega] = \left[\frac{2\pi}{T} \right] = T^{-1}$$

угловой скорости ω , надо определить направление вращения. Поэтому вводят вектор угловой скорости $\vec{\omega}$, откладывая ее значение на

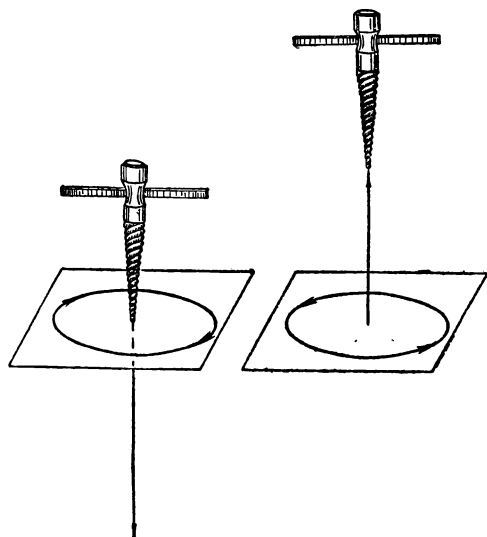


Рис. 27

оси вращения (рис. 27); направление вектора $\vec{\omega}$ совпадает с движением буравчика, ручка которого вращается по направлению движения по окружности.

Скорости разных точек M, M_1, M_2, \dots , описывающих окружности, определяются по формулам (4) и называются, в отличие от угловой скорости, *линейными скоростями*; их числовые значения могут быть выражены через угловую скорость

$$v_1 = \omega r_1; v_2 = \omega r_2; v_3 = \omega r_3; \dots;$$

вообще

$$v = \omega r. \quad (6)$$

Так определяется величина линейной скорости равномерного движения по окружности; направление ее меняется непрерывно и в каждой точке окружности совпадает с направлением касательной.

Дуга $AB=s$ (рис. 28), описанная в течение времени t , может быть выражена через угловую скорость $s=vt$; $s=\omega r t$.

Введем обозначение

$$\varphi = \frac{s}{r} = \omega t.$$

Отсюда видим, что $\varphi = \omega t$ есть дуга, выраженная в радианах:

$$\frac{s}{r} = \varphi.$$

Величину φ называют угловым перемещением или фазой кругового движения. Она имеет размерность

$$[\varphi] = [\omega t] = T^{-1} \cdot T = 1,$$

т. е. φ — отвлеченное число.

Пусть материальная точка M равномерно движется по окружности с радиусом $OM=r$, занимая последовательно положения M_1 , M_2 , M_3 , ... (рис. 29), завершая полный оборот в промежуток времени T ; скорость этого движения графически изобразится векторами, перпендикулярными к соответствующим радиусам OM_1 , OM_2 и т. д. Построим годограф этого движения, взяв для этого построения точку O в центре описываемой при движении окружности; очевидно, что годограф в этом случае будет тоже окружность с радиусом v ; эту окружность равномерно описывает точка N за то же самое время T , в которое материальная точка M делает полный оборот. Определим скорость этого движения точки по годографу

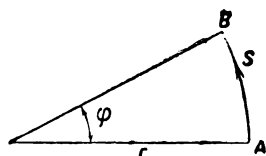


Рис. 28

$$\omega = \frac{2\pi v}{T} = \omega v.$$

Направление этой скорости в каждой точке годографа N_1 , N_2 , N_3 , ... определится направлением касательной в этой точке. Для каждой точки годографа построим вектор, который дает нам по величине и направлению значение ускорения в соответствующей точке окружности, описываемой точкой M

$$\bar{\omega} = \bar{a}.$$

Следовательно, ускорение равномерного кругового движения определено.

По величине

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \omega v,$$

так как

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

то

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}, \quad (7)$$

или

$$a = \omega^2 r.$$

Замечая, что

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \cdot \frac{1}{r},$$

находим иное выражение для ускорения

$$a = \frac{v^2}{r}. \quad (7')$$

Таким образом, по формулам (7) и (7') можем вычислить ускорение при равномерном круговом движении.

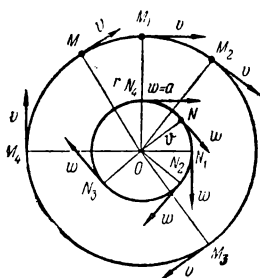


Рис. 29

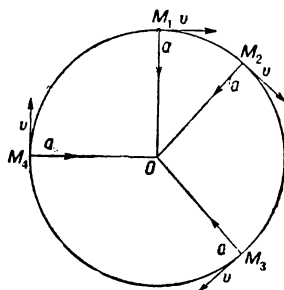


Рис. 30

Что же касается направления ускорения, то из самого построения годографа (рис. 29) видно, что ускорение $\overline{a} = \overline{\omega}$ в каждой точке траектории M_1, M_2, M_3, \dots перпендикулярно к направлению скорости v , т. е. направлено по радиусу к центру (рис. 30), почему оно и называется *центростремительным ускорением*.

Итак, для характеристики и описания равномерного движения по окружности мы имеем следующие величины:

Угловая скорость

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Линейная скорость

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r.$$

Угловое перемещение (фаза)

$$\varphi = \omega t.$$

Линейное перемещение

$$s = r\varphi.$$

Центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}.$$

Если же при движении по окружности линейная скорость не сохраняет одно и то же значение, т. е. если по окружности происходит движение неравномерное, то вместо постоянной угловой скорости следует ввести понятие о мгновенной угловой скорости, рассчитывая ее величину при повороте радиуса на малый угол $d\varphi$ за бесконечно-малое время dt

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Положим, что в течение времени Δt угловая скорость движения изменилась от ω_1 до ω_2 , тогда среднее угловое ускорение ε определяется так

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}.$$

Так как

$$\omega_2 = \frac{v_2}{r}, \quad \omega_1 = \frac{v_1}{r},$$

то

$$\varepsilon = \frac{1}{r} \cdot \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{r} \cdot a,$$

где a есть среднее линейное ускорение. Поэтому

$$a = \varepsilon r. \quad (8)$$

Точно так же для мгновенного значения углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} \cdot a; \quad a = \varepsilon r.$$

Заслуживает особого внимания то, что при всяком криволинейном движении существует вектор ускорения \underline{a} , определяющий изменение скорости движения по величине и по направлению.

Этот вектор называют *полным вектором ускорения криволинейного движения* \underline{a} и в общем случае есть геометрическая сумма двух векторов — тангенциального ускорения \underline{a}_T и нормального \underline{a}_N (рис. 25)

$$\underline{a} = \underline{a}_T + \underline{a}_N.$$

По величине они определяются так

$$a_T = \frac{dv}{dt}; \quad a_N = \frac{v^2}{R},$$

где R в случае движения по окружности есть ее радиус, в случае иной криволинейной траектории (эллипс, парабола и т. п.) — радиус ее кривизны в данной точке. *Радиусом кривизны в данной точке*

называется радиус такой окружности, которая касаясь кривой, сливается с ней на бесконечно-малом участке ds (рис. 31); его значение изменяется от точки к точке траектории; чем больше кривизна, тем короче радиус кривизны.

Таким образом, числовая величина *полного ускорения* криволинейного движения a для каждой точки траектории имеет значение

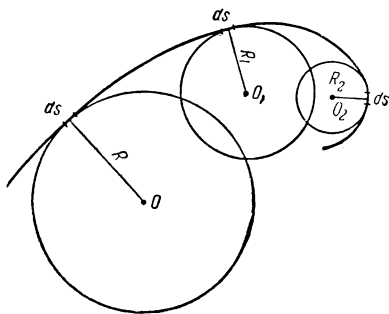


Рис. 31

$$a^2 = a_T^2 + a_N^2; \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2},$$

или

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}.$$

Мы выяснили, что линейные скорости и ускорения, а также угловые скорости и ускорения являются векторными величинами. Поэтому на них распространяются правила сложения и вычитания

векторов. Это значит, что в случае, если материальная точка имеет две линейных скорости, ее результирующая скорость изображается диагональю параллелограмма, построенного на составляющих скоростях. Так же по правилу параллелограмма можно складывать и векторы угловых скоростей и векторы ускорений.

Глава II

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

§ 8. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

В основании динамики лежат три принципа, установленные Ньютоном и сформулированные им в его знаменитом сочинении «Математические начала натуральной философии», изданном в 1687 г. Эти принципы он назвал «Аксиомы или законы движения», и действительно, в динамике они играют такую же роль, как аксиомы в геометрии; законы Ньютона есть положения, из которых все учение о движении развивается дедуктивно, как ряд математических выводов и следствий.

Их правильность оправдывается подтверждением на практике вытекающих из них следствий. На основе законов Ньютона построено все учение о механических движениях тел земных и небесных с бесчисленными приложениями этого учения в астрономии и технике.

Первый закон. «Всякое тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока внешние приложенные силы не заставят его изменить это состояние».

Этот закон утверждает:

1. Если тело находится в покое, то оно и будет оставаться в покое, пока к нему не будет приложена внешняя сила.

2. Если тело находится в движении и на него не действует (или перестает действовать) внешняя сила, то оно будет сохранять свое движение, двигаясь равномерно по прямой, т. е. скорость его по величине и направлению остается постоянной; такое движение называется инерциальным.

Таким образом, *сила — это характеристика такого взаимодействия тел, которое нарушает покой или прямолинейность и равномерность движения*; сила характеризует причину возникновения или изменения скорости, иначе говоря, сила обуславливает возникновение ускорения движущегося тела.

Главная мысль I закона заключается в том, что лишь внешние силы могут изменить покой или скорость движения тела, само же тело при всех явлениях обладает инерцией: оно сохраняет свой покой или прямолинейное движение с постоянной скоростью.

Понятие об инерции высказывали Л е о н а р д о д а В и н ч и (XVI в.) и Г а л и л е й (XVII в.).

При помощи непосредственного опыта мы не можем ни подтвердить, ни опровергнуть I закон динамики, так как в земных условиях трудно осуществить опыт, при котором на тело не действовали бы внешние силы. Так, шар, приведенный толчком в движение, остановится, если даже катится по очень хорошо полированной поверхности, поезд железной дороги,двигающийся по горизонтальному пути, после прекращения действия движущей силы постепенно уменьшает свою скорость и останавливается, если даже и не прибегать к специальному тормозу. Причину этих и подобных явлений мы видим в действии внешних сил, именно в трении, сопротивлении среды и т. д.; все эти силы сопротивления, которые делают тела несвободными, постепенно уменьшают скорость их движения и, в конце концов, останавливают, если нет новых внешних воздействий. Наоборот, если тело (например, поезд железной дороги) движется по прямой и равномерно, то это значит, что движущие силы уравновешены силами сопротивлений (например, движущая сила локомотива равна всем силам сопротивлений движению — трению, сопротивлению воздуха и т. д.); тогда движение происходит инерциально.

В тексте I закона не говорится, к каким координатам, к какой системе отсчета относятся «покой» и «движение прямолинейное и равномерное».

Прежде чем излагать свои законы, Н ь ю т о н вводит следующие определения¹.

I. «Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительно-стью».

¹ Начала, т. I, стр. 30 и сл.

II. «Абсолютное пространство по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным».

Из этих определений видно, что Н ь ю т о н признает время и пространство «как бы вместителями самих себя и всего существующего», но их реальное существование он не связывает с материей, формой существования которой они являются. Покой и инерциальное движение мы должны были бы относить к абсолютному пространству и времени; это и есть всеобщая система отсчета, с которой можно было бы соединить оси координат для исследования движе-

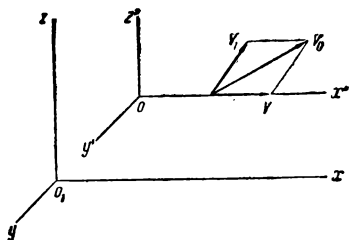


Рис. 32

ния тел. Но «распознавание — продолжает Н ь ю т о н — истинных движений тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно, ибо части того неподвижного пространства, о котором говорилось и в котором совершаются истинные движения тел, не ощущаются нашими чувствами... Совершенно невозможно ни видеть, ни как-нибудь иначе различать при помощи наших чувств отдельные

части этого пространства одну от другой и вместо них приходится обращаться к измерениям доступным чувствам. По положениям и расстояниям предметов от какого-либо тела, принимаемого за неподвижное, определяем места вообще, затем и о всех движениях судим по отношению к этим местам, рассматривая тела как переносящиеся по ним. Таким образом, вместо абсолютных мест и движений пользуются относительными».

Итак, вопрос, поставленный по поводу формулировки I закона, сводится к выбору *инерциальной системы отсчета*, т. е. такой, которую мы можем принять за неподвижную, в которой заведомо выполняется закон инерции. Как было уже указано, при огромном числе механических явлений — движения на транспорте, в процессах производства и т. д. — за такую систему отсчета мы можем принимать Землю. Рассмотрим, чего мы при этом достигаем.

1. По коридору равномерно движущегося вагона идет равномерно человек, по отношению к стенкам вагона он имеет *относительную скорость* v (рис. 32); это реальное и объективное явление мы непосредственно в вагоне наблюдаем и отсчитываем движение по координатной системе O , соединенной с вагоном.

2. Но вагон находится в движении по отношению к Земле со скоростью v_1 . Эту скорость v_1 перемещения системы координат с началом O по отношению к системе с началом координат O_1 , связанной с Землей, называем *переносной скоростью*. В результате векторного сложения скоростей v и v_1 получаем вектор v_0 .

$$\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_1;$$

это есть скорость человека по отношению к Земле. Эту скорость v_0 по отношению к Земле, которую считаем неподвижной, можно назвать *абсолютной скоростью*, или как бы абсолютной, поскольку в этом случае Землю мы лишь *условно принимаем за неподвижную*.

Также мы поступаем в бесчисленных случаях — при движении электронов в электронной трубке, при движении молекул, при движении поезда или трамвая и т. д.; принимая Землю за *инерциальную систему* во всех этих случаях движения, находим результаты отсчетов как абсолютные по отношению к избранной системе отсчета.

3. Когда изучают движение Луны, метеора, огромных воздушных масс в атмосфере и при многих иных подобных явлениях движения, необходимо учитывать вращение Земли и ее движение вокруг Солнца; поэтому Земля уже не может служить инерциальной системой отсчета, приходится за неподвижное тело принять Солнце как начало инерциальной системы отсчета.

4. При расширении объема изучаемого мира, при изучении движения Солнечной системы необходимо принять за инерциальную систему отсчета «неподвижные» звезды и с ними соединять систему координат.

5. При более широком охвате знанием удаленных систем материи во Вселенной придется в поисках инерциальной системы обратиться к Галактике и т. д.

На каждом из этих этапов расширения знаний мы имеем систему, которую можем приближенно, с достаточной точностью, принять за инерциальную систему отсчета.

Обозначим координаты движущейся материальной точки в инерциальной системе K с началом координат в точке O_1 (рис. 32) через x, y, z , а в инерциальной системе K' с началом координат в точке O через x', y', z' . Пусть система K' движется равномерно и прямолинейно по отношению к системе K со скоростью v , составляющие которой по осям координат равны v_x, v_y, v_z . Предположим, что обе системы координат совпадают в момент времени $t=t'=0$. Тогда в любой момент времени мы будем иметь

$$x' = x - v_x t; \quad y' = y - v_y t; \quad z' = z - v_z t; \quad t' = t.$$

Написанные равенства носят название преобразований Г а л и л е я. Они математически выражают механический принцип относительности: *при одинаковых начальных условиях механические процессы протекают совершенно одинаково во всех инерциально движущихся системах*. Этот факт одинаковости законов механических явлений в инерциальных системах был установлен Г а л и л е е м в 1636 г. Он пояснил этот принцип на примере явлений, которые происходят на плывущем корабле: «Заставьте привести в движение корабль с какой угодно быстротой. Если движение равномерно, то Вы не заметите перемены во всех указанных действиях и ни по одному из них не в состоянии будете судить, движется корабль или стоит на месте».

Изучение движений, протекающих со скоростью, близкой к скорости света, привело в начале XX в. к выводу о необходимости в этих случаях заменять преобразования Галилея более сложными преобразованиями Лоренца, а механический принцип относительности Галилея физическим принципом относительности Эйнштейна.

§ 9. Второй закон Ньютона. Масса. Импульс

Второй закон динамики Ньютон выразил в следующих словах: *«Изменение движения пропорционально извне действующей силе и происходит по тому направлению, по которому сила эта приложена»*.

Этот закон количественно связывает действующую силу с тем изменением движения, которое она производит; поэтому, как увидим далее, он устанавливает способ измерения сил.

Выразим математически текст II закона, установив связь между величинами, которые в нем введены.

Положим, что тело поступательно движется под действием постоянной силы f в течение времени Δt ; скорость в начале этого промежутка времени была v_0 ; в конце v ; тогда изменение скорости движения по величине и направлению выразится так

$$\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0.$$

Текст II закона можно записать в виде математической формулы

$$\Delta v = k f \Delta t;$$

Δv — изменение скорости движения, $f \Delta t$ — называется импульсом силы, так как действие силы зависит не только от ее величины, но и от времени ее действия; k — коэффициент пропорциональности, число постоянное для данного движущегося тела; Δv и f имеют одно и то же направление.

Подвергнем полученное выражение II закона алгебраическому преобразованию

$$f = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t};$$

введем обозначение

$$\frac{1}{k} = m$$

выражение $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ обозначим через a , тогда имеем

$$f = ma. \quad (1)$$

Появившаяся в формуле (1) величина m постоянна для данного тела; поэтому второй закон может быть выражен так: *сила пропорциональна вызванному ею ускорению*, которое имеет с ней одно и то же направление.

Выясним физическое значение величины m . Опыт учит, что величина m различна для разных тел; именно, если одна и та же сила будет действовать на разные тела, то они получают вообще

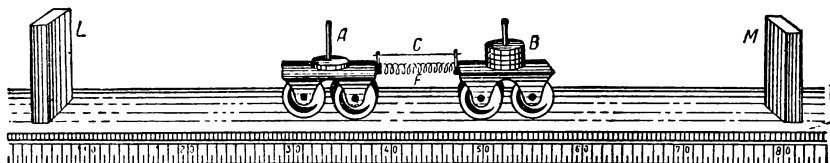


Рис. 33

различные ускорения; отсюда по формуле (1) следует, что величина m для них тоже различна. Кроме бесчисленных опытов жизни, при которых мы наблюдаем разные ускорения, например, при движении пустых и груженных вагонов и т. д., можно поставить множество специальных опытов для подтверждения высказанного положения; укажем некоторые из них.

1. На горизонтальном стекле установлены две тележки A и B на равных расстояниях от барьеров L и M (рис. 33); между тележками находится пружина F , которая стянута нитью C . Если тележки нагружены одинаково, то после того, как нить пережжем, они под действием одной и той же силы пружины раскатятся в разные стороны и одновременно ударятся о барьеры; полученные ими ускорения равны. Если же тележку B нагрузить больше, чем A , то движение тележки B будет медленнее, чем A , они получат разные ускорения при действии одной и той же силы пружины.

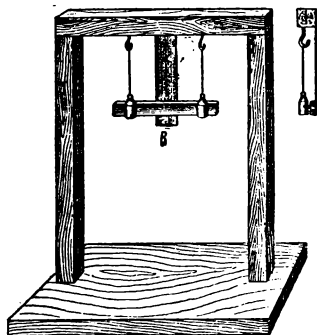


Рис. 34

2. Подвесим к раме несколько разных гирь — железную, деревянную и т. д. (рис. 34) одинакового объема — и подействуем на них одной и той же силой (толчком одной и той же пружины B). Мы замечаем, что при действии одной и той же силы тело большей массы получает меньшее ускорение.

Таких опытов и наблюдений можно сделать очень много. Все они приводят к выводу, что если одна и та же сила f действует на разные тела, то ускорения получаются тоже разные: a_1 , a_2 и т. д.; из этих опытов мы должны заключить, что и m для этих тел тоже будут различны:

Сила f	Ускорения, полу-	a_1	По II зако- ну динамики	$f = m_1 a_1$
	чаемые разными	a_2		$f = m_2 a_2$
	телами	a_3		$f = m_3 a_3$

Если мы наблюдаем, что $a_1 > a_2 > a_3 \dots$ то из предыдущих формул II закона находим: $m_1 < m_2 < m_3 \dots$, т. е. чем больше для данного тела ускорение a , тем меньше для него величина m . Следовательно, m характеризует сопротивление тела действию сил, его неподатливость, иначе — инерцию тела. Мы приходим к важному положению: величина m в выражении II закона Н ь ю т о н а есть характеристика инерции данного тела. Отсюда можно сделать вывод: *масса тела есть мера его инертности*. Следовательно, всякое тело обладает физическим свойством, по которому можно оценивать, как тело относится к действующим на него силам, какую роль играет его инерция при действии сил; это свойство носит название *инертной массы*.

Формулу, выражающую II закон $f = ma$, можем прочесть так: *сила численно равна произведению массы на ускорение*. Это положение и формула (1) есть важнейшее соотношение, к которому приводятся две основные задачи механики: 1) по данной силе определить ее действие; 2) по действию узнать силу.

II закон вводит новое понятие — массу и, как увидим дальше, устанавливает способы измерения масс и сил.

По самому смыслу определения масса тела, как мера его инертности, для каждого тела есть величина постоянная. Это одно из основных положений ньютоновской механики. В современной физике оно применимо лишь для тел и частиц, скорость движения которых много меньше скорости света.

Рассмотрим следствия, вытекающие из II закона Н ь ю т о н а.

1. Если сила f постоянна (по величине и направлению), то и a постоянно; поэтому действие постоянной силы обуславливает равномерно-переменное движение тела, на которое сила действует. Так, действие постоянной силы тяжести — силы притяжения Земли — обуславливает постоянство ускорения падающего тела для малых интервалов высоты и падение по законам равномерно-переменного движения.

2. Если сила f постоянна, то выражение II закона

$$f = ma$$

можно переписать иначе

$$f = m \frac{v - v_0}{\Delta t},$$

где $v - v_0 = \Delta v$ — изменение скорости за время Δt . Отсюда находим

$$f \Delta t = mv - mv_0. \quad (2)$$

Это соотношение заслуживает особого внимания по множеству приложений в теоретической и прикладной механике.

Ньюто́н ввел следующую терминологию: произведение $f\Delta t$ он назвал *импульсом силы*¹; это вектор, по направлению совпадающий с силой; произведение mv он назвал *количеством движения*. Следовательно, соотношение (2) можно выразить так: импульс силы по величине и направлению равен изменению количества движения; действие силы мы оцениваем по изменению количества движения. Уравнение (2) можно переписать иначе

$$f\Delta t = m\Delta v.$$

Обозначим импульс через $i = f\Delta t$

$$i = m\Delta v.$$

На основании этой формулы и величину $m\Delta v$ иногда называют импульсом.

3. Если сила f переменна по величине и направлению, то уравнение II закона принимает вид

$$\begin{aligned} f &= ma; \quad f = m \frac{dv}{dt}; \\ f dt &= m dv. \end{aligned} \quad (3)$$

Это тоже выражение II закона, но для бесконечно-малого промежутка времени Δt , в течение которого силу можем считать постоянной. Для перехода к действию переменной силы в течение конечного промежутка времени $\Delta t = t_2 - t_1$, надо суммировать выражение (3), написанное для каждого бесконечно-малого промежутка времени Δt

$$\Sigma f dt = \Sigma m dv;$$

математически говоря, надо составить сумму бесконечно-малых величин, иначе — надо интегрировать выражение (3), считая, что масса m постоянна, скорость же в течение промежутка времени $\Delta t = t_2 - t_1$ изменяется от v_1 до v_2

$$\int_{t_1}^{t_2} f dt = m \int_{v_1}^{v_2} dv; \quad \int_{t_1}^{t_2} f dt = m(v_2 - v_1).$$

Введя и в этом случае обозначение импульса

$$\int_{t_1}^{t_2} f dt = i,$$

находим

$$i = mv_2 - mv_1. \quad (4)$$

Это значит: действие переменной силы измеряется, как и в случае постоянной силы, разностью количеств движения в конце (mv_2) и в начале (mv_1) движения. Поэтому, наблюдая изменение

¹ «Импульсус» (лат.) — толчок, удар.

скорости в течение какого-либо процесса, можно судить о действии переменной силы.

4. Правило параллелограмма сил — сложение сил, действующих под углом, устанавливается при помощи самых простых опытов (например, рис. 35).

На основании II закона это правило есть следствие векторного сложения ускорений \vec{a}_1 и \vec{a}_2 (рис. 36); силы $\vec{f}_1 = m\vec{a}_1$ и $\vec{f}_2 = m\vec{a}_2$ откладываем по направлению ускорений \vec{a}_1 и \vec{a}_2 и находим равнодействующую $\vec{F} = m\vec{a}$, как вектор, пропорциональный диагонали \vec{a} .

Все дело сводится к построению фигуры (параллелограмма $O\vec{f}_2\vec{f}\vec{f}_1$ или треугольника $O\vec{f}_2\vec{F}$), подобной соответствующей фигуре ускорений ($O\vec{a}_2\vec{A}\vec{a}_1$ или $O\vec{a}_2\vec{A}$).

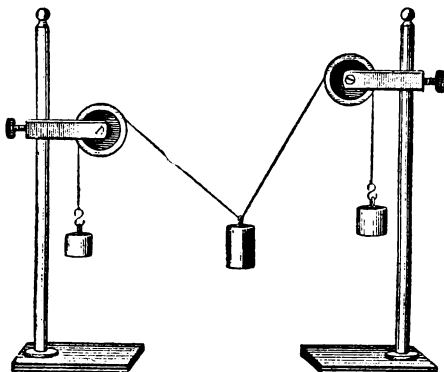


Рис. 35

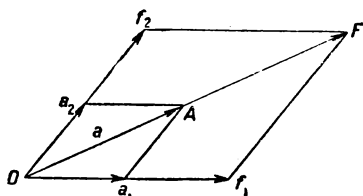


Рис. 36

Это же правило параллелограмма или треугольника распространяется и на случай сложения многих сил, действующих на твердое тело; последовательно складывая векторы сил $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3, \dots$ находим их общую равнодействующую \vec{F} , как замыкающую сторону многоугольника (рис. 37).

Правило параллелограмма распространяется и на сложение импульсов и количеств движения, которые также являются векторами.

Изучая правило сложения сил, мы видим, что при действии на тело нескольких сил каждая из них обуславливает ускорение так, как если бы других сил не было. Таким образом, устанавливается положение о независимости действия сил друг от друга. Действие силы не зависит от движения тела, к которому приложена эта сила; если сила \vec{F} приложена к телу, то, независимо от его предыдущего состояния, имеем

$$\vec{f} = m\vec{a}, \text{ или } \vec{i} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

Наоборот, всякий вектор силы \vec{f} можно разложить по правилу параллелограмма, например, по трем осям координат (рис. 38), что сводится к нахождению проекций a_x, a_y, a_z вектора ускорения \vec{a} на оси координат

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

Тогда вместо одного уравнения $f=ma$ мы получаем три уравнения механики Ньютона для проекций на оси координат

$$f_x = m \frac{d^2x}{dt^2}; \quad f_y = m \frac{d^2y}{dt^2}; \quad f_z = m \frac{d^2z}{dt^2}.$$

Здесь f_x, f_y, f_z — проекции вектора f на оси x, y, z .

В теории относительности А. Эйнштейн вывел соотношение между массой движущегося тела m и скоростью его движения v

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Здесь c — скорость света в вакууме (пустоте). Очевидно, что при $v=0$, т. е. когда тело покоится, $m=m_0$. Скорость света приблизительно равна $3 \cdot 10^{10}$ см/сек. Если взять скорость движения тела равной скорости звука в воздухе $3 \cdot 10^4$ см/сек, то масса покоя в 1 т получит приращение не

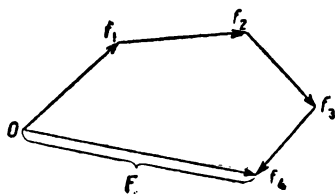


Рис. 37

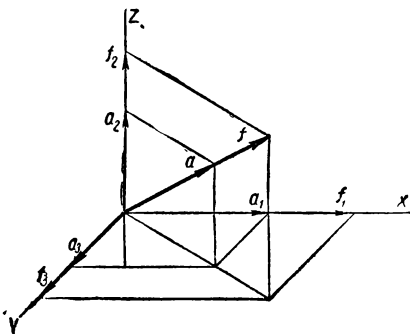


Рис. 38

больше 80 мг. Поэтому при расчетах движения машин можно принимать массу не зависящей от скорости, и II закон Ньютона применять в виде $f=ma$. Но для движения мельчайших частиц микромира, а также для движения с космическими скоростями зависимость массы от скорости уже приходится учитывать. В таком случае может быть сохранена дифференциальная форма II закона Ньютона

$$f dt = d(mv).$$

§ 10. Третий закон Ньютона. Силы реакции

Третий закон динамики Ньютон сформулировал следующим образом: «Действию всегда существует равное противодействие, иначе говоря, действия двух тел друг на друга всегда равны и противоположны по направлению».

Этот закон очевиден в случаях статических, когда взаимодействующие тела находятся в равновесии; например, давление тела, поставленного на пол, равно противодействию пола; противодействие

стенок котла равно силе давления пара; действие груза, растягивающего пружину, равно противодействию внутренних сил упругости пружины. Сам Н ь ю т о н говорит, что давление горы на Землю равно обратному давлению Земли на гору, иначе появился бы излишек силы по какому-нибудь направлению, а значит и ускорение по этому направлению, а следовательно, и ускоренное движение по этому направлению системы (Земля—гора); но это явно неверно, так как система (Земля — гора) не может получить ускорения под действием внутренних сил, а внешних сил при условии примера нет.

Силы противодействия часто называют силами реакции или просто реакциями.

Более сложны рассуждения в тех случаях, когда III закон применяется для объяснения взаимодействий тел, находящихся в движении. Рассмотрим несколько важных примеров, которые позволят прийти к общим заключениям.

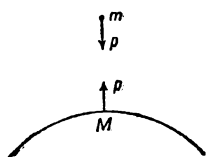


Рис. 39

1. Камень падает на Землю; он падает потому, что Земля действует на него с силой f (рис. 39), равной его весу P , так что

$$f = mg = P,$$

где m масса камня, g — ускорение силы тяжести.

По III закону с такой же силой P камень действует на Землю.

Обозначим массу Земли M , имеем

$$f_1 = Ma,$$

где a — ускорение Земли, вызванное действием камня на Землю; так выразится по II закону Н ь ю т о н а сила противодействия f_1 , действующая на Землю в сторону камня. По III закону

$$f_1 = f = P; \quad Ma = mg; \quad \frac{a}{g} = \frac{m}{M}. \quad (5)$$

Это значит, что ускорение Земли во столько раз меньше ускорения камня, во сколько раз масса камня меньше массы Земли, т. е. ускорение Земли и ее перемещение навстречу камню за время его падения исчезающе малы.

2. Если массы взаимодействующих тел m и M не слишком различны и тела способны перемещаться, то при их взаимодействии мы заметим их взаимное движение друг к другу до встречи, после которой наступает равновесие. О таком равновесии говорит Н ь ю т о н: «Я производил подобный опыт с магнитом и железом: если их поместить каждый в отдельный сосуд и пустить плавать на спокойной воде так, чтобы сосуды взаимно касались, то ни тот, ни другой не приходят в движение, но вследствие равенства взаимного притяжения сосуды испытывают равные давления и остаются в равновесии».

3. По I закону лишь внешние силы вызывают движение тела, обуславливая ускорение при этом движении; силы же, развивающиеся внутри тела или системы тел, как внутренние силы взаимо-

действия между частями одного и того же тела или одной и той же системы тел, по III закону взаимно уравниваются и не могут вызвать движения всего этого тела или этой системы, как одного целого, по отношению к каким-нибудь внешним телам.

Если локомотив на рельсах пустить в ход, то он перемещается по отношению к Земле и двигает за собой вагоны; происходит это потому, что возникает взаимодействие между локомотивом и рельсами, которое для локомотива сводится к действию на него внешней силы. Рассмотрим это явление подробнее. Пар или газ действует на поршень, приводит его в движение, и это движение преобразуется во вращательное движение ведущих колес локомотива в указанном направлении (рис. 40); в A , где соприкасаются колесо и рельсы, возникает трение, колесо как бы упирается в рельс и толкает его направо силой f_1 . По III закону возникает противодействие: рельс действует на колесо с силой $f = -f_1$. Эта сила f , приложенная к колесу и направленная налево, обуславливает перемещение колеса и связанного с ним локомотива по отношению рельса и Земли, так как рельс неподвижно связан с Землей. Итак, мы пришли к задаче, подобной той, которая рассмотрена в I пункте: сила f_1 приложена к Земле, равная ей и противоположная сила f приложена к локомо-

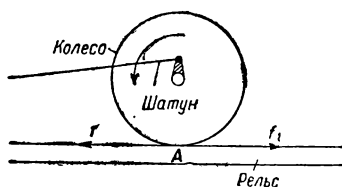


Рис. 40

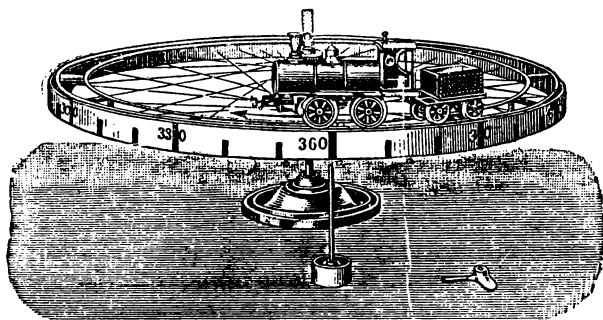


Рис. 41

тиву: так как масса Земли колоссальна по сравнению с массой локомотива (и связанного с ним поезда), то при равенстве действия и противодействия локомотив (и поезд) получает неизмеримо большее ускорение, чем Земля.

Все это рассуждение хорошо иллюстрируется следующим прибором (рис. 41); рельсы расположены на ободке велосипедного колеса, которое легко вращается около вертикальной оси; если по этим рельсам движется заводной (пружинный) локомотив, то сами рельсы перемещаются в обратную сторону; инерция колеса больше

инерции локомотива; поэтому ускорение колеса меньше, чем ускорение локомотива, и за данное время колесо повернется на меньшую дугу, чем дуга, пройденная локомотивом.

Таким образом, при ходе поезда внешней силой является сила противодействия, передаваемая от рельсов, т. е. от Земли, на колеса.

Заметим, что колеса вагонов при вращении также возбуждают силы трения, направленные против движения; поэтому необходимо, чтобы сила трения между колесами локомотива и рельсами была больше, чем трение между рельсами и колесами вагонов; для этого прежде всего нужно, чтобы локомотив был достаточно тяжел и оказывал на рельсы большое нормальное давление.

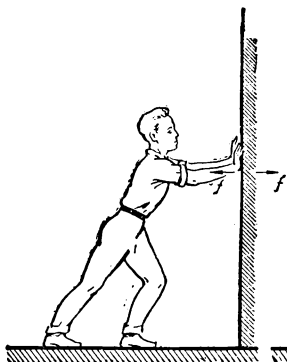


Рис. 42

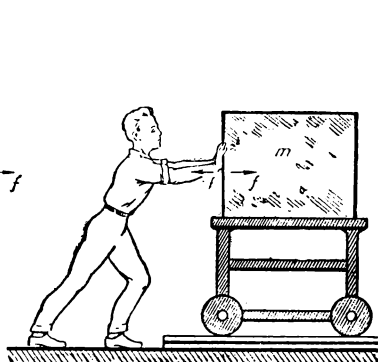


Рис. 43

4. Подобное же рассуждение объясняет на основе III закона перемещение лошади с возом, движение человека по Земле и т. д. При ходьбе человека одна нога поднимается по направлению движения, а другая упирается в Землю, т. е. толкает Землю назад; противодействие со стороны Земли сообщает человеку ускорение по направлению движения. Конечно, и здесь необходимое условие возникновения движущей силы — это трение между ногой и Землей; если трения нет или оно недостаточно, нога скользит и поступательного движения нет.

5. Человек давит на стену с силой f (рис. 42), реакция стены равна $-f$, эта сила действует на руку. Если под действием силы f тело начинает двигаться (рис. 43), то по III закону реакция тела, действующая на руку во время движения, все же равна $-f$; тело движется с ускорением

$$a = \frac{f}{m};$$

тут уже, как и в предыдущих примерах, играет роль взаимодействие с третьим телом (пол, рельсы, Земля).

Разобранные примеры раскрывают смысл III закона и поясняют способы его применения. Сущность III закона заключается в идее о взаимодействии тел; он дает правило: если наблюдаем тело, подверженное действию какой-либо силы, то надо искать другое тело, которое является источником этой силы и к которому приложена сила противодействия.

Итак, когда в механике идет речь о силах, надо понимать, что мы имеем здесь дело с механическим взаимодействием тел, и самое возникновение силы всегда есть результат действия или противодействия тел.

Механика Н ь ю т о н а создана и построена им и его последователями на основе научного обобщения опыта и наблюдения движений в окружающем нас *макромире* земных и небесных тел. И она оправдала себя в этой обширной области знания; выводы теории оказались в полном согласии с опытом, наблюдением и вообще с практикой.

Но в XX в. опытное исследование открыло новый мир движущейся материи — электроны, ионы, кванты, ядра атомов и т. д., который часто называют *микромиром*. Изучение этого мира показало, что механика Н ь ю т о н а, основанная на принципе постоянства массы тела, не применима к движениям частиц тела со скоростями, близкими к скорости света. Для микромира потребовалось создать новые разделы физики, теорию относительности и квантовую механику, на основе которых изменилось содержание современной физики.

§ 11. Измерение масс и сил

Второй закон Н ь ю т о н а вводит понятие о массе и дает возможность сравнения или измерения сил и масс. Рассмотрим некоторые особые случаи применения II закона, обосновывающие независимые приемы измерения сил, масс, ускорений.

1. Пусть на массу m действует сила f и сообщает ей ускорение a . Затем на ту же массу действует сила f_1 и сообщает ей другое ускорение a_1 . Тогда можем написать

$$\left. \begin{aligned} f &= ma \\ f_1 &= ma_1 \end{aligned} \right\} \frac{f}{f_1} = \frac{a}{a_1}. \quad (1)$$

Эта пропорция показывает, что сравнение сил можно свести к сравнению ускорений; следовательно, измерение сил можно свести к измерению ускорений. Известно, что измерение ускорений сводится к измерению скоростей и времени. Итак, измерение сил при некоторых условиях может быть сведено к измерению длины и времени, т. е. к основным, выполнимым измерениям.

2. Возьмем по предыдущему образцу иную комбинацию величин

$$\left. \begin{aligned} f &= ma \\ f_1 &= m_1 a \end{aligned} \right\} \frac{f}{f_1} = \frac{m}{m_1}. \quad (2)$$

Это значит: если две силы двум разным массам сообщают равные ускорения, то силы эти пропорциональны массам; иначе говоря, измерение масс можно свести к измерению сил.

3. Третья комбинация

$$\left. \begin{aligned} f &= ma \\ f &= m_1 a_1 \end{aligned} \right\} \frac{m}{m_1} = \frac{a_1}{a}. \quad (3)$$

Если одна и та же сила действует на две разные массы, то ускорения, полученные массами, обратно пропорциональны этим массам; это значит, что измерение масс может быть сведено к измерению ускорений.

Для каждого из трех разобранных случаев легко подобрать примеры из окружающей жизни и техники; например, перенос разных и одинаковых грузов, передвижение вагонов пустых и нагруженных и т. д.

Разбор приведенных случаев действия сил на массы позволил установить соотношения между ними; эти соотношения дают возможность выработать практические приемы для измерения этих величин. Так, измерение масс по формуле (2) постоянно осуществляется при помощи пружинных весов, динамометров и т. д.

Измерение масс на основе формулы (2) требует, чтобы была введена сила, которая разным телам сообщала бы одно и то же ускорение. Как известно из элементарного курса физики, такая сила есть; именно опытом установлено, что сила тяжести в данной точке земной поверхности всем телам сообщает одинаковое ускорение, среднее значение которого $g = 981 \text{ см/сек}^2$; для Москвы $g = 981,56 \text{ см/сек}^2$.

Это важнейшее утверждение о постоянстве ускорения для всех тел в данной точке земной поверхности в течение трех веков подвергалось тщательной опытной проверке с возрастающей точностью.

1. Г а л л е й в 1590 г. наблюдал падение разных тел с вершины наклонной башни в Пизе; результаты этих наблюдений он сам так описывает: «Могу уверить, что пушечное ядро весом в 110 фунтов при достижении Земли даже на одну ладонь не упреждает полуфунтовую мушкетную пулю, хоть она была пущена одновременно со значительной высоты, около 200 локтей» ($\sim 100 \text{ м}$).

Следовательно, для всякого свободно падающего тела можно написать формулу: $v = \sqrt{2gh}$ с постоянным g .

2. Н ь ю т о н с величайшей тщательностью наблюдал времена качаний оригинальных маятников; он изготовил совершенно одинаковые деревянные «кадочки», подвесил их на шнурах одинаковой длины и помещал в них равные весовые количества золота, серебра, свинца, стекла, песку, соли и т. д. Времена качаний этих маятников оказались одинаковыми. Такое исследование (экспериментально установив постоянство ускорения g) приводит к выводу о пропорциональности веса и массы.

3. Точность опытов Н ь ю т о н а не превышала 10^{-3} измеряемой величины; немецкий астроном Б е с с е л ь (1823 г.) повысил

точность этих опытов до $0,2 \cdot 10^{-5}$, т. е. при них можно было бы заметить стотысячные доли разности масс тел одного веса.

4. Венгерский физик Этвеш в 1896 г. осуществил столь точные опыты, что смог заявить: «Если и существует различие веса в телах одинаковой массы, но из различных веществ, то оно во всяком случае меньше $5 \cdot 10^{-8}$ ». Точность опытов Ньютона повышена Этвешом в пять миллионов раз.

Эти опыты, повторяемые до наших дней с возрастающей точностью, устанавливая постоянство g , приводят к важным заключениям о массе тела.

Пусть имеются два тела, массы их m и m_1 ; сила тяжести, действующая на эти тела, определяет вес того и другого тела P и P_1 ; эти силы тяжести по II закону выразим так

$$P = mg; P_1 = m_1 g.$$

Основное заключение: *массы тел относятся, как их веса*

$$\frac{m}{m_1} = \frac{P}{P_1}. \quad (4)$$

Практика измерений выводит из этого заключения ряд следствий, которые обосновывают обычные приемы измерения масс. Взвешивание тел производится или на пружинных (безмен, динамометр), или на рычажных весах с гирями. В первом случае действие силы тяжести, т. е. вес тела P уравнивается силою упругости пружины, во втором — силою давления гирь на чашку весов. Но в том и другом случае, измеряя веса тел, мы измеряем и их массы.

Следовательно, измерение масс сводится к измерению весов.

Условились вес 1 кг массы принимать за единицу веса, называя эту единицу тоже 1 килограмм (записывается — 1 кг). Итак, положим, что масса одного из сравниваемых тел равна 1 кг, пусть, например, $m = 1$ кг; тогда по условию и $P = 1$ кг.

Это значит, что при таком выборе единиц массы и силы масса тела численно равна весу; если, например, вес тела 15 Г, то и масса его равна 15 г.

Здесь надо сделать существенную оговорку: масса тела постоянна, но вес его $P = mg$ зависит от g и изменяется при перемещении по земной поверхности; так, пружинные весы покажут разный вес одного и того же тела в Москве и в Париже, хотя эта разница будет очень мала, не больше 0,25%.

Пользуясь рычажными весами с гирями, мы, конечно, получаем один и тот же вес тела на разных широтах.

Если при определении масс операция взвешивания не может быть выполнена, то обращаются к формуле (3), именно, измеряют массы по получаемым ими ускорениям. Этот метод определения масс всегда употребляют в астрономии при измерении масс небесных тел.

В уравнении II закона

$$f = ma$$

примем

$$m=1 \text{ г}, \quad a=1 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2};$$

тогда

$$f=1 \text{ г} \cdot 1 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}=1 \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{сек}^2}=1 \text{ дн}.$$

Мы получили единицу силы — *дину*; это единица силы в системе CGS¹. По определению *дина* — это такая сила, которая единице массы 1 г сообщает ускорение 1 см/сек².

Из самого определения следует, что дина (дн) очень малая сила; пусть вес тела $P=1 \text{ Г}$, тогда, по условию, масса его тоже 1 г; можем написать

$$P=mg=1 \text{ г} \cdot 981 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}=981 \text{ дн};$$

с другой стороны, вес $P=1 \text{ Г}$. Поэтому

$$1 \text{ Г}=981 \text{ дн}; \quad 1 \text{ дн}=\frac{1}{981} \text{ Г}=1,02 \text{ мГ}. \quad (5)$$

Во многих приближенных вычислениях допустимо считать, что дина — это тысячная доля грамма.

Находим размерность силы в системе CGS

$$[f]=[ma]=MLT^{-2}.$$

В системе MKS² имеем

$$f=ma; \quad m=1 \text{ кг}; \quad a=1 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2};$$

$$f=1 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}=1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2}=1 \text{ н}.$$

Ньютон — такая сила, которая массе в 1 кг сообщает ускорение 1 м/сек².

Ясно, что

$$1 \text{ н}=10^5 \text{ дн}=\frac{10^5}{981} \text{ Г}=0,102 \text{ кг}. \quad (6)$$

При технических расчетах часто вводят техническую систему единиц. В этой системе основной является единица силы — килограмм, а единица массы в ней производная; именно

$$m=\frac{f}{a} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}}; \quad 1 \text{ т. е. м.}=\frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-2}}.$$

Следовательно, техническая единица массы есть такая масса, которой сила в 1 кг сообщает ускорение 1 м/сек²

$$f=ma; \quad 1 \text{ кг}=1 \text{ т. е. м.} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}. \quad (a)$$

¹ Система единиц: сантиметр, грамм, секунда, сокращенно по-русски «СГС», по-французски «CGS».

² Система единиц: метр, килограмм (масса), секунда.

Как же эта техническая единица массы (не имеющая специального названия) выразится в килограммах? Установим эту связь.

Сила в 1 Г выразится так

$$1 \text{ Г} = 981 \text{ дн} = 1 \text{ г} \cdot 981 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2};$$

тогда нетрудно догадаться, что

$$1 \text{ кГ} = 1 \text{ кг} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}.$$

Можно записать иначе

$$1 \text{ кГ} = 9,81 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}. \quad (6)$$

Сопоставив выражение (а) и (б), находим

$$1 \text{ т. е. м.} = 9,81 \text{ кг}. \quad (7)$$

Поэтому

$$1 \text{ кг} = \frac{1}{9,81} \text{ т. е. м.}$$

и II закон в общем виде при технической системе единиц можно записать следующим образом, если m выражена в кг

$$f = \frac{m}{9,81} \cdot a. \quad (7')$$

Вследствие параллельного существования трех систем единиц, при всяких расчетах, проектах и задачах, прежде всего надо решить вопрос, по какой системе единиц будем вести расчет, и только после полного перевода всех данных в единицы избранной системы можно приступить к вычислениям.

Впрочем, можно применять при расчетах и другие единицы, но всегда следует помнить, что нельзя складывать и вычитать одни и те же величины, если они выражены в разных единицах.

Глава III

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

§ 12. Закон сохранения количества движения

Изолированной системой тел называется система, на тела которой не действуют внешние силы; следовательно, между телами такой системы действуют только *силы внутренних* взаимодействий. Конечно, такая система является идеальной, ибо всецело изолировать какое-либо тело от окружающей среды невозможно, но идея об изолированной системе плодотворна и в физике часто к ней обращаются.

Пусть имеем два взаимодействующих тела, не подверженных никаким внешним воздействиям, например, два движущиеся друг

другу навстречу шара. Обозначим массы тел m_1 и m_2 , скорости их центров до взаимодействия v_1 и u_1 , скорости после взаимодействия v_2 и u_2 ; импульсы в момент взаимодействия

$$i_1 = f_1 \Delta t; \quad i_2 = f_2 \Delta t.$$

По III закону $f_1 = -f_2$; поэтому

$$i_1 = -i_2; \quad i_1 + i_2 = 0.$$

На основании II закона это выражение раскроем более подробно

$$\begin{aligned} m_1(v_2 - v_1) + m_2(u_2 - u_1) &= 0; \\ m_1 v_1 + m_2 u_1 &= m_1 v_2 + m_2 u_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Это соотношение выражает, что *количество движения изолированной системы есть величина постоянная*; его можно распространить на сколько угодно тел, входящих в изолированную систему:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \dots = \Sigma m v = \text{const.}$$

П р и м е р: тележка m_1 (рис. 44) и человек m_2 движутся друг другу навстречу со скоростями $-v_1$ и v_2 ; когда человек вскочил



Рис. 44

на тележку (рис. 45), движение продолжается с общей скоростью v ; по уравнению (1) имеем

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v; \quad (2)$$

отсюда можно найти величину и знак общей скорости v .

Точно так же при ударе двух упругих шаров (рис. 46) с одинаковой массой, причем шар 2 до удара неподвижен, происходит такой

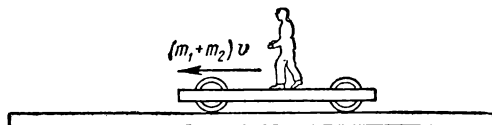


Рис. 45

обмен скоростями, что сумма количеств движений остается постоянной: $mv + 0 = 0 + mv$, т. е. ударяющий шар 1 останавливается, а шар 2 приходит в движение с такой же скоростью v , какую имел до удара шар 1. Если массы шаров неравны, то при ударе меньшим шаром большего скорость последнего будет меньше скорости ударяющего.

Вспомним, что элементарный импульс силы $i = f dt$ равен изменению количества движения $m dv$. Обобщим теперь установленную

закономерность (1) на тот случай, когда силы в течение времени взаимодействия $\Delta t = t_2 - t_1$ переменны. Тогда импульсы получают вид

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1 dt = i_1; \quad \int_{t_1}^{t_2} f_2 dt = i_2; \quad i_1 = -i_2;$$

$$i_1 = m_1 v_1 - m_1 v_2; \quad i_2 = m_2 u_1 - m_2 u_2.$$

И в этом случае приходим к формуле (1)

$$m_1 v_1 - m_1 v_2 = -(m_2 u_1 - m_2 u_2);$$

$$m_1 v_1 + m_2 u_1 = m_1 v_2 + m_2 u_2.$$

Импульс и количество движения — векторные величины; поэтому уравнение

$$\Sigma mv = \text{const}$$

есть векторное уравнение и его следует читать так: *векторная сумма количеств движения изолированной системы есть величина постоянная.*

Закон сохранения количества движения — один из важнейших принципов механики; он имеет большое значение для физической теории и для ее технических применений.

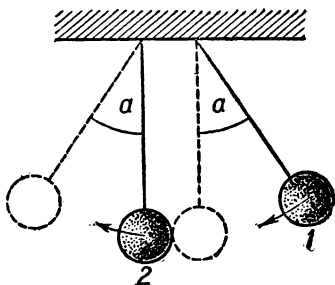


Рис. 46

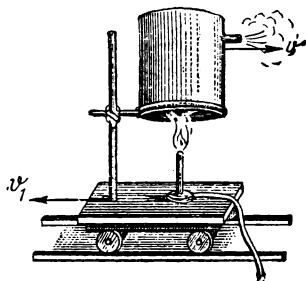


Рис. 47

Приложения закона сохранения количества движения бесчисленны в самых разных областях физики и техники, и мы будем еще иметь с ним дело.

Рассмотрим техническое приложение этого закона к реактивному движению.

Реактивным двигателем называется такой двигатель, который приводится в движение реакцией выбрасываемой из него струи газа или жидкости. Принцип его осуществления указал еще Ньютон: на тележке (рис. 47) укреплен подогреваемый цилиндр (или шар) с водой; пар, вырываясь с большой скоростью v из отверстия цилиндра, уносит количество движения mv , а тележка получает такое же количество движения $m_1 v_1$ и движется со скоростью v_1 , опре-

деляемой законом сохранения количества движения, при условии, что тележка до начала движения была в покое

$$mv + m_1 v_1 = 0; \quad m_1 v_1 = -mv,$$

направление скорости тележки обратно направлению скорости струи пара v_1 ; опуская знак минус, мы получим пропорцию

$$\frac{v}{v_1} = \frac{m_1}{m}.$$

Таков же расчет отдачи артиллерийского орудия при выстреле. Работы акад. С. А. Чаплыгина и его учеников показали, что скорости обычных самолетов и артиллерийских снарядов имеют предел

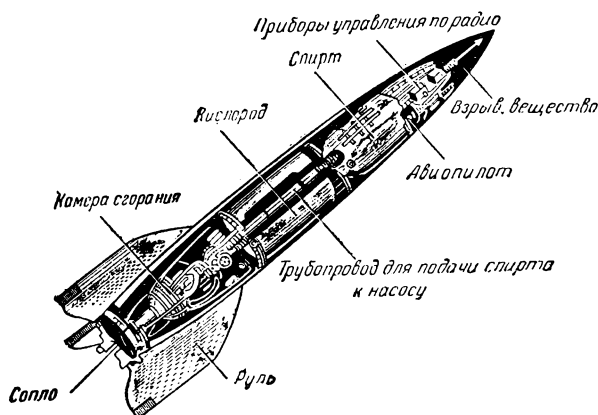


Рис. 48

около 800 км/час (вследствие возрастания со скоростью сопротивления воздуха); во время 2-й мировой войны широкое распространение получили реактивные снаряды, реактивные самолеты и ракеты. Один из участников убийства царя Александра II русский революционер Н. И. Кибальчич во время своего заключения в Петропавловской крепости составил схему реактивного летательного аппарата. Кибальчич был повешен 3 апреля 1881 г., а его письмо было оставлено царским правительством без рассмотрения.

Теорию ракеты много лет разрабатывал калужский учитель К. Э. Циолковский (1857—1935 гг.); он в 1903 г. уже имел законченный проект ракеты-снаряда дальнего действия.

На рисунке 48 изображен разрез ракеты-снаряда. Масса взрывчатого вещества около 1 т; горючая смесь состоит из кислорода и спирта; спирт перекачивается насосом в камеру с кислородом, смесь воспламеняется при помощи электрического запала и сгорает в течение минуты; продукты сгорания, вырываясь из сопла, развивают огромную силу тяги до 26 000 кг. Сначала снаряд движется верти-

кально; достигая высоты 40—100 км, автоматически поворачивается и со скоростью до 5000 км/час проходит расстояние 300 км.

Как известно, эти пределы далеко превзойдены в советских «межконтинентальных» ракетах; так, ракета-носитель первого искусственного спутника, подняла его на высоту около 900 км.

Реактивные снаряды отправляются с вертикальных стоек или наклонных лотков (знаменитые «Катюши») и не нуждаются в тяжелых лафетах с их отдачей.

Воздушно-реактивные двигатели используются на самолетах; при движении самолета воздух захватывается через напорное сопло (рис. 49) против движения; в аппарате воздух подвергается сжатию и в нем запалом воспламеняется горючее вещество. Продукты горения с громадной скоростью извергаются из выходного сопла и за счет уносимого ими количества движения возникает реактивная

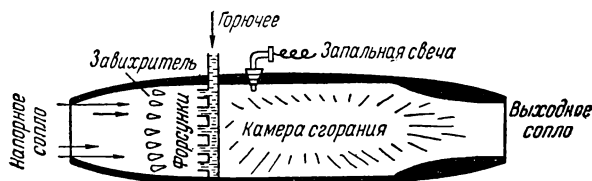


Рис. 49

тяга; скорость реактивных самолетов достигает 900 км/час, т. е. приближается к скорости звука. Но теперь это уже пройденный этап самолетостроения.

Реактивные ракеты с успехом употребляются для исследования высших слоев атмосферы (до 500 км) и особенно для изучения космического излучения — центральной проблемы современной физики, с которой связаны вопросы строения вещества и поля. Связь ракеты с регистрирующими аппаратами на земной поверхности поддерживается радиосигналами.

У нас в СССР с 1949 г. осуществлялся запуск ракет сперва на 110 км, а в феврале 1958 г. в связи с Международным геофизическим годом — на рекордную высоту 473 км. Ракета представляет собой целую лабораторию для исследования верхних слоев атмосферы: химического состава, давления и плотности воздуха, ионизации, концентрации электронов, встречи метеоров и т. д. Обеспечен парашютный спуск ракеты и научной аппаратуры.

Сооружение все более мощных ракет в СССР привело в 1959 г. к запуску трех космических ракет: первая была запущена 2 января 1959 г.; она имела массу 1472 кг, пролетела мимо Луны и стала первой искусственной планетой, обращающейся вокруг Солнца. Вторая космическая ракета была пущена 12 сентября 1959 г. Она имела массу 1511 кг и упала на Луну, принеся туда вымпелы СССР. Третья космическая ракета была запущена 4 октября 1959 г., имела массу 1553 кг. Она облетела Луну, сфотографировала обратную,

невидимую и неведомую людям до этого времени сторону Луны и передала снимок наблюдающим станциям СССР.

Таким образом, Советский Союз в создании межконтинентальных баллистических и космических ракет опередил все страны, в том числе и самые передовые страны капитализма США и Англию.

Движение реактивных ракет и самолетов ввело в механику новую проблему — о движении тела с переменной массой. Такие движения были наблюдаемы давно, например, движения веретена, с которого сматывается нитка, движение метеора в атмосфере, масса которого уменьшается вследствие накала и сгорания в воздухе и т. п.

Профессор Петербургского университета И. В. Мещерский еще в 1897 г. поставил вопрос о динамике переменной массы и дал уравнения этого движения, которые решают задачу реактивного движения.

§ 13. Работа переменной силы

При дальнейшем развитии классической механики получил большое значение метод, в котором наряду с понятиями, введенными законами Ньютона, стали пользоваться для изучения механического движения понятиями о работе и энергии.

Работать — значит силой преодолевать препятствия на данном пути. Численное значение работы, производимой постоянной силой f на пути перемещения s , по направлению которого эта сила действует, выражается произведением силы на путь

$$W = fs. \quad (1)$$

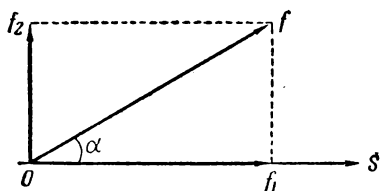


Рис. 50

Если направление действующей силы f образует угол α с направлением перемещения s (рис. 50), то, разложив силу f на две: f_1 —

по направлению перемещения, f_2 — перпендикулярно к нему, аналогично определению (1), напишем

$$W = f_1 s,$$

или

$$W = fs \cos \alpha. \quad (1')$$

Отметим важное следствие: если $\alpha = 90^\circ$, то $W = 0$, т. е. сила, перпендикулярная к перемещению, не производит работы.

Обобщим понятие о работе, введя предположение, что действующая сила переменна, а происходящее перемещение криволинейно, т. е. направление его тоже переменное.

Считая на элементе пути ds (рис. 51) силу и направление перемещения постоянными, находим выражение элементарной работы

dW на элементе пути

$$dW = f ds \cos(f, ds) = f ds \cos \alpha. \quad (2)$$

Отсюда вся работа на пути $S_1 S_2$ выразится как сумма бесконечно-малых слагаемых dW , математически обозначаемая интегралом на всем пути от S_1 до S_2

$$W = \int_{S_1}^{S_2} dW = \int_{S_1}^{S_2} f ds \cos \alpha. \quad (2')$$

Зная связь между f и s , мы можем вычислить этот интеграл. Изобразим полную работу W графически (рис. 52). Для этого разобьем всю длину пути, изображаемую отрезком $S_1 S_2$, на малые отрезки ds . Работа, совершаемая на одном из этих отрезков, равна dW и изображается площадью заштрихованного столбика. Вся работа на пути s равна сумме всех элементарных работ dW , т. е. графически работа изобразится площадью $S_1 A B S_2$, состоящей из суммы узких полосок, основание которых ds , а высота $f \cos \alpha$

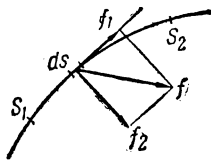


Рис. 51

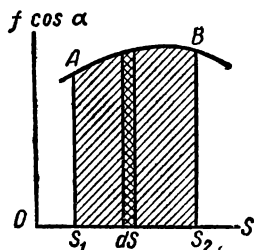


Рис. 52

$$W = \int_{S_1}^{S_2} f ds \cos \alpha.$$

Как видно из формулы (2), выражающей значение элементарной работы, работа есть скалярная величина, именно *скалярное произведение* вектора ds на проекцию другого вектора f на направление первого

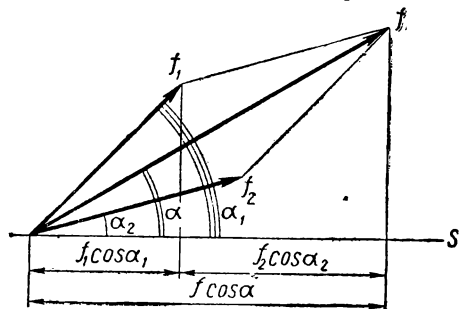


Рис. 53

$$dW = f ds \cos \alpha;$$

в векторном обозначении

$$dW = \vec{f} \overline{ds}. \quad (2'')$$

Непосредственно из чертежа 53 вытекает

$$f \cos \alpha = f_1 \cos \alpha_1 + f_2 \cos \alpha_2.$$

Умножив каждый член этого равенства на перемещение s , находим

$$f s \cos \alpha = f_1 s \cos \alpha_1 + f_2 s \cos \alpha_2;$$

это значит: *работа равнодействующей силы равна сумме работ составляющих сил.*

Сообразно с тремя единицами силы, имеется три единицы работы.

$$1. f=1\kappa\Gamma; s=1\text{м}; W=1\kappa\Gamma \cdot 1\text{м}=1\kappa\Gamma\text{м};$$

это единица работы в технической системе единиц — 1 килограммометр.

Для измерения мощности, т. е. работы в 1 сек., имеем единицу 1 $\kappa\Gamma\text{м/сек}$; обычно применяется кратная единица

$$N=\frac{W}{t}=\frac{75\kappa\Gamma\text{м}}{1\text{сек}}=1\text{ л. с.}=1\text{ HP}^1.$$

$$2. f=1\text{ дн}; s=1\text{ см}; W=1\text{ дн}\cdot 1\text{ см}=1\text{ эрг}.$$

Эрг есть единица работы в системе CGS; размерность этой единицы

$$[W]=[fs]=ML^2T^{-2}.$$

Ввиду того, что эрг очень малая единица работы, берут его кратную

$$10^7\text{ эрг}=1\text{ дж}=0,102\kappa\Gamma\text{м}.$$

Единица мощности

$$N=\frac{1\text{ эрг}}{1\text{ сек}}.$$

3. $f=1\text{ н}$; $s=1\text{ м}$; $W=1\text{ н}\cdot 1\text{ м}=1\text{ дж}=10^7\text{ эрг}$. Это — система MKS.

Единица мощности

$$N=\frac{1\text{ дж}}{1\text{ сек}}=1\text{ вт};$$

$$1\text{ кВт}=1000\text{ вт}.$$

§ 14. Системы единиц

Физическое исследование вводит количественные связи между величинами, характеризующими явления, и стремится выразить всякий закон в виде математической формулы или уравнения. Процесс измерения величины закончен, если значение величины выражено числом, т. е. если найдено отношение измеряемой величины к единице измерения и если рядом с этим числом поставлено название меры, которая послужила единицей при этом измерении. Сравнивать между собой можно только однородные величины, а так как при исследовании окружающего мира приходится измерять многочисленные и весьма разнообразные величины, то и мер, с которыми мы сравниваем величины, надо иметь очень много.

Но изучение процессов измерения привело к заключению, что единицы для измерения механических величин могут составить *систему единиц*, связанных всего с тремя единицами величин, которые называются *основными*; единицы остальных величин называются *производными*.

¹ HP — начальные буквы английских слов Horse Power — мощность лошади.

По международному соглашению за основные единицы приняты единицы *длины, массы и времени*; в физической системе мер это — сантиметр (*см*), грамм (*г*), секунда (*сек*), почему такая система называется CGS.

По решению Международной конференции мер и весов в Париже (1889 г.) установлены следующие определения первоначальных образцов (эталонов) основных единиц мер.

1. «Метр — это расстояние при 0° между чертами, нанесенными на интернациональном прототипе из иридийной платины, хранящемся в Севре, в Международном Бюро мер и весов».

2. «Килограмм — это масса интернационального прототипа из иридийной платины, хранящегося в Севре в Международном Бюро мер и весов».

3. «Секунда = $\frac{1}{24 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1}{86\,400}$ средних солнечных суток».

Имея основные единицы, можно на основании определений и законов построить производные единицы для любых иных величин.

П р и м е р ы.

1. Единицы площади — квадратный метр или квадратный сантиметр — (m^2) или (cm^2).

2. Единицы объема — кубический сантиметр (cm^3) или (m^3). Заметим, что по решению упомянутой конференции 1889 г. для меры емкости установлено такое определение:

«Литр — это объем 1 кг чистой воды при температуре ее наибольшей плотности и при нормальном атмосферном давлении; 1 литр = 1,000027 куб. дециметра»¹.

3. Единица плотности ρ

$$\rho = \frac{m}{V}; \text{ размерность } [\rho] = ML^{-3}.$$

Здесь V обозначает объем.

4. Единица скорости

$$v = \frac{s}{t},$$

где s — пройденный путь, t — время. Размерность

$$[v] = LT^{-1}$$

Здесь v обозначает скорость.

Формулы, поставленные в скобки, определяют размерность производных величин; они показывают, как производные величины зависят от основных величин: длины L , массы M и времени T . В настоящее время, вследствие недостаточной урегулированности международных отношений, применяется не одна, а целых три системы единиц, которыми приходится владеть для того, чтобы пользоваться научной и технической литературой.

¹ По позднейшим данным $1 \text{ л} = 1,000023 \pm 0,000001 \text{ дм}^3$ (ОСТ—5859). Однако для большинства расчетов с достаточной точностью принято считать $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.

1. Система CGS — основные единицы: сантиметр, грамм (масса), секунда.

2. Система MKS — в ней основные единицы: метр, килограмм (масса), секунда. Эта система имеет такое же строение, как CGS, но единицы длины и массы в ней крупнее; эту систему иногда называют «практической».

3. «Техническая» система MkGS имеет принципиально иное строение. В ней основные величины и их единицы: длина — метр, сила — килограмм, время — секунда. Особенно важно отметить, что вместо массы основной величиной в этой системе является сила, причем вводится единица силы, называемая килограмм ($\kappa\Gamma$), где Γ обозначается через заглавную букву; соответственно имеем обозначения: $г$ — грамм-масса, Γ — грамм-сила. Из этого следует, что масса в этой системе является производной величиной.

Система MkGS имеет применение в технике; иногда для удобства силу, равную весу $1 \kappa\Gamma$, называют особым словом «к и л о п о н д», тогда сила, равная весу 1Γ , получает наименование «п о н д». Это делается для того, чтобы не путать разные значения одних и тех же слов: килограмм (масса и сила), грамм (тоже либо масса, либо сила). Следует подчеркнуть, что если тело весит $1 \kappa\Gamma$, то масса его тоже равна $1 г$.

Необходимо точное соблюдение правила: если мы имеем алгебраическое равенство, в котором справа и слева находятся суммы или разности величин, то какими бы ни были комбинации основных величин, размерности правой и левой стороны должны быть одинаковы.

На международной конференции 1889 г. Россия получила прототипы метра № 11 и № 28 и прототипы килограмма № 12 и № 26. Декретом Совнаркома РСФСР от 14 сентября 1918 г. прототип № 28 и прототип № 12 объявлены основными государственными эталонами длины и массы. Эти основные прототипы хранятся во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии имени Д. И. Менделеева.

§ 15. Кинетическая энергия

Ежедневное наблюдение физических явлений и изучение процессов, течение которых обуславливает все происходящие в мире изменения, принуждают нас смотреть на некоторые тела (или системы), как на источник работы, а на другие тела — как на объекты работы. Примеры многочисленны: молоток и шляпка гвоздя, локомотив и состав поезда, насос и перекачиваемая вода и т. д.; одни тела совершают работу, другие изменяются в процессе работы. При этом опыты учат, что затрата работы не пропадает бесследно: она вызывает такие изменения в телах, вследствие которых они сами становятся источниками работы.

Запас работоспособности в теле (или в системе тел) при данном его состоянии есть определенная величина, измеряемая той работой,

которую может произвести это тело при взаимодействии с другими телами. Так, 1 т взрывчатого вещества и 5 кг его способны совершать разные работы; также 1 т воды, падающей с высоты 40 м и с высоты 20 м, имеют разную работоспособность.

Наибольшая величина работоспособности системы при данном ее состоянии называется энергией ее в этом состоянии.

Леонардо да Винчи (XV в.), Декарт (XVI в.) и М. В. Ломоносов (XVIII в.) приходили в своих исследованиях к идее о существовании величины, схожей с энергией по своему содержанию. Однако учение об энергии развилось в науке лишь во второй половине XIX в.; правда, впервые это слово было употреблено английским физиком Томасом Юнгом еще в 1807 г., но только с 1842 г. в сочинении немецкого врача Роберта Майера и в знаменитых исследованиях Гельмгольца и Джоуля ясно и настойчиво проводится мысль, что наряду с постоянной массой замкнутую систему тел характеризует величина, остающаяся постоянной при всех процессах в этой системе. Гельмгольц вначале называл эту величину «силой»¹; но затем, при дальнейшем раскрытии содержания нового понятия был введен для него особый термин — энергия, и понятие это оказалось тесно связанным с величиной механической работы.

Энергия механического движения тела или частицы называется кинетической энергией.

Пусть некоторая постоянная сила f действует в течение времени t на совершенно свободную массу m и перемещает ее в указанное время на расстояние s ; скорость в начале пути v_0 , в конце пути v .

По II закону Ньютона $f=ma$; так как скорость за промежуток времени t изменилась от v_0 до v , то постоянное ускорение выразится так

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Поэтому

$$f = m \frac{v - v_0}{t}; \quad ft = m(v - v_0). \quad (a)$$

Заменяя это переменное движение равномерным со средней скоростью $v_1 = \frac{v + v_0}{2}$ (рис. 54), находим по закону равномерного движения:

$$s = \frac{v + v_0}{2} t. \quad (б)$$

Перемножая оба полученных равенства (а) и (б) и сокращая на t , приходим к уравнению

$$fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \quad (3)$$

¹ Основное сочинение Гельмгольца носит название «О сохранении силы» (1847 г.). Под термином «сила» нужно подразумевать здесь современный термин «энергия».

Левая часть уравнения выражает работу W силы f на пути s : $W=fs$; правая часть есть разность между двумя значениями одной и той же величины, прежде называвшейся «живой силой»¹; первое значение ее $\frac{mv^2}{2}$ относится к концу движения, второе $\frac{mv_0^2}{2}$ — к началу.

Поэтому уравнение

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \quad (3')$$

называемое уравнением кинетической энергии, выражает мысль, что работа силы f , приложенной к свободной массе m на пути s , численно равна изменению кинетической энергии массы m на этом пути.

Если $v_0 = 0$, то уравнение (3') принимает вид

$$W = \frac{mv^2}{2}.$$

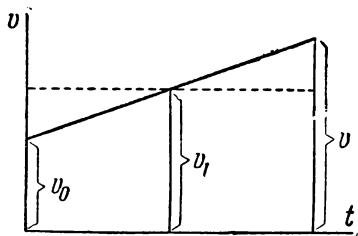


Рис. 54

По нашему условию масса m свободна; это значит, что мы представляем себе, что нет никаких

связей, которые влияли бы на эту массу и ограничивали ее движение; поэтому вся работа W идет только на изменение скорости тела, т. е. на изменение его кинетической энергии. Отсюда вытекает:

Кинетическая энергия тела или частицы измеряется выражением $\frac{mv^2}{2}$, т. е. половиной произведения массы на квадрат скорости; числовое значение ее пропорционально квадрату скорости.

От этого идеального случая совершенно свободной массы перейдем к реальному, именно, положим, что сила действует на несвободную массу, подверженную действию различных сил. Обозначив, например, силу сопротивления движению, трения и т. д. через f_1 , мы можем и в этом случае написать уравнение (3), считая, что сила $(f-f_1)$ действует на совершенно свободную массу

$$(f-f_1)s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2};$$

$$W = f_1s + \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right). \quad (4)$$

В этом случае, с которым мы имеем дело в действительности, работа приложенной силы идет: 1) на преодоление сопротивления движению; 2) на изменение кинетической энергии.

Если действующая сила $f=0$, то и $W=0$; когда сила перестала действовать, вся накопленная во время движения кинетическая

¹ Название «живая сила» дано Лейбницем (1695 г.) неудачно; в настоящее время вместо него употребляется название «кинетическая энергия».

энергия должна быть исчерпана сопротивлениями, например, трением, до полной остановки. Уравнение (4) принимает вид

$$f_1 s = - \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right).$$

Здесь работающей силой является сила сопротивления f_1 ; она производит отрицательную работу, т. е. уменьшает кинетическую энергию массы. В момент остановки, т. е. при $v=0$, имеем

$$f_1 s = - \frac{mv_0^2}{2};$$

это значит, что работа сил сопротивления $f_1 s$ к моменту прекращения движения ($v=0$) исчерпала весь запас кинетической энергии.

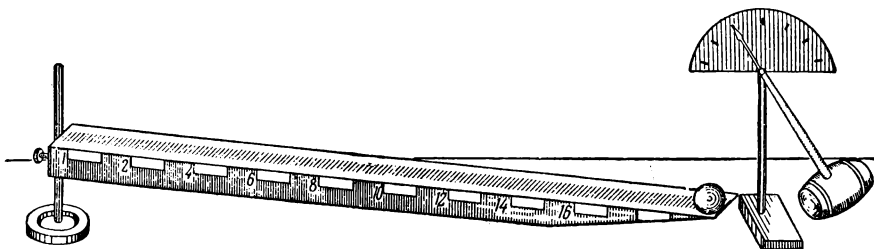


Рис. 55

С л е д с т в и я .

$$1. \frac{mv^2}{2} > \frac{mv_0^2}{2};$$

$W > 0$; запас кинетической энергии системы возрос; над системой произведена положительная работа.

$$2. \frac{mv^2}{2} < \frac{mv_0^2}{2};$$

$W < 0$; кинетическая энергия системы уменьшилась, произведена отрицательная работа (силами сопротивлений).

3. Если

$$\frac{mv_0^2}{2} = 0,$$

т. е. тело в начале движения находится в покое, и если в конце рассматриваемого пути оно вновь находится в покое, т. е. если

$$\frac{mv^2}{2} = 0,$$

то $W = 0$; это значит, что сумма работ (положительных и отрицательных) в течение всего процесса равна нулю. Все эти следствия прекрасно иллюстрируются при вкатывании шара ударом молотка по наклонной плоскости (рис. 55) и при обратном его движении.

§ 16. Потенциальная энергия

Тело, поднятое на высоту h над земной поверхностью, может совершить работу $W = Ph$, где P есть вес этого тела; этот запас работоспособности тела зависит от положения его над Землей, или взаимодействия с Землей. $W = Ph$ и есть выражение *потенциальной энергии*.

В данном случае потенциальную энергию мы измеряем той работой, которую может совершить тело, переходя из одного положения по отношению к Земле в другое положение. Так же и в разнообразных других случаях: тела, молекулы, атомы в данном расположении (*конфигурации*) вследствие взаимодействий имеют запас потенциальной энергии, которую в этом случае можно назвать скрытой, поскольку она ничем не проявляется. При переходе их в другое положение может обнаружиться часть этой энергии; измеряя работу, которая совершается при переходе системы из одного положения в другое, мы определяем ту часть потенциальной энергии системы, которая обнаружена при этом процессе. Так, в настоящее время известно, что взаимодействие частиц в ядрах атомов обуславливает колоссальные запасы в них потенциальной энергии; при изменении состояний ядер может происходить огромное выделение энергии в разных формах, по работе взрыва судят о выделившейся энергии. Запасы потенциальной энергии имеет вода, поднятая на плотине, закрученная пружина и т. п., о запасах ее мы судим по той работе, которую может совершить вода, пружина и т. д. при переходе из одного положения в другое.

Из этого можно заключить, что для измерения потенциальной энергии приходится употреблять различные способы, сообразно с теми процессами, при которых она обнаруживается, между тем как для измерения кинетической энергии мы имеем один всеобщий способ — измерение величины $\frac{mv^2}{2}$.

§ 17. Взаимные превращения кинетической и потенциальной энергий

1. Тело весом P падает из точки O (рис. 56) и при падении проходит¹ последовательно точки A и C на высоте h_1 и h_2 ; обозначив скорости тел в A и C соответственно v_1 и v_2 , напишем уравнение изменения кинетической энергии движения из A в C (на пути $h_1 - h_2$)

$$P(h_1 - h_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

отсюда

$$Ph_1 + \frac{mv_1^2}{2} = Ph_2 + \frac{mv_2^2}{2}. \quad (5)$$

¹ Предполагаем движение без сопротивления воздуха.

Это значит, что для любых точек на пути свободного падения тела *сумма потенциальной и кинетической энергии есть величина постоянная*.

В частном случае, если точка A есть начальная точка падения, то $v_1=0$, кинетическая энергия в A — нуль, а потенциальная — $P h_1$ — максимум. Наоборот, в точке B при $h=0$, потенциальная энергия — нуль, а кинетическая — максимум, скорость имеет наибольшее значение v

$$P h_1 = \frac{mv^2}{2};$$

$$P = mg; \quad v = \sqrt{2gh_1}.$$

Последний результат нам уже известен.

Итак, при падении происходит превращение потенциальной энергии в кинетическую; при подъеме — обратно, кинетическая энергия преобразуется в потенциальную.

2. Этот результат можно обобщить.

Пусть тело движется по наклонной плоскости из A в B (рис. 57) с высоты h_1 на h_2 . Тогда работа на пути перемещения $AB=l$ будет

$$W_{AB} = P \cdot AB \cdot \cos \varphi; \quad \cos \varphi = \frac{h_1 - h_2}{AB} = \frac{h_1 - h_2}{l},$$

(φ — угол между вертикалью и направлением AB);

$$W_{AB} = P(h_1 - h_2) = W_{AC}.$$

Это значит, что работа силы тяжести на наклонном пути AB равна работе при вертикальном падении по AC . Поэтому уравнение

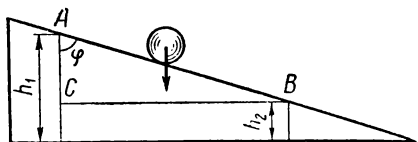


Рис. 57

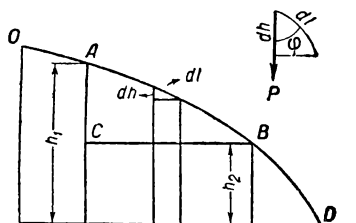


Рис. 58

имеет в этом случае тот же вид (5)

$$P(h_1 - h_2) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

$$P h_1 + \frac{mv_1^2}{2} = P h_2 + \frac{mv^2}{2}.$$

Пусть тело падает по какому угодно криволинейному пути $OABD$ (рис. 58). Тогда, разбив весь путь AB на сколь угодно малые отрезки dl , можно принять, что на каждом из них силой тяжести совершается работа

$$dW = P dl \cos \varphi,$$

где φ — угол между направлением силы тяжести dh и элементом пути dl ; поэтому

$$dl \cos \varphi = dh; \quad dW = P dh.$$

Для того чтобы найти работу на пути AB , суммируем эти элементарные работы на всех участках

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \sum_{h_2}^{h_1} P dh = P[(h_1 - h') + (h' - h'') + \dots + (h_n - h_2)] = \\ &= P(h_1 - h_2); \end{aligned}$$

то же в символах интегрального исчисления

$$W_{AB} = P \int_{h_2}^{h_1} dh = P(h_1 - h_2).$$

Общее заключение: *работа силы тяжести не зависит от пути перемещения и всегда равна работе той же силы по вертикальному направлению ($h_1 - h_2$).*

Поэтому для всех случаев движения тел под действием силы тяжести уравнение имеет вид

$$Ph_1 + \frac{mv_1^2}{2} = Ph_2 + \frac{mv_2^2}{2},$$

$$Ph + \frac{mv^2}{2} = \text{const.}$$

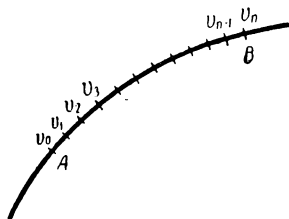


Рис. 59

Это — частный случай закона сохранения энергии: *в изолированной системе — падающее тело — Земля — сумма потенциальной и кинетической энергии есть величина постоянная.*

При выводе уравнения для кинетической энергии мы предполагали, что сила f постоянна. Обобщим теперь найденный результат: пусть сила f переменна (по величине и направлению). Разбив пройденный путь $s=AB$ (рис. 59) на столь малые отрезки $\Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \dots, \Delta s_n$, что на каждом из них силу можно считать постоянной, напишем для каждого отрезка уравнение (3):

$$\Delta W_1 = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2};$$

$$\Delta W_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

$$\Delta W_3 = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2};$$

$$\begin{array}{ccccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$\Delta W_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{mv_{n-1}^2}{2}.$$

Здесь $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n-1}, v_n$ — скорости в начале и в конце каждой части пути. Сложив полученные равенства, находим

$$W = \sum \Delta W = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2};$$

в левой части имеем всю совершенную на пути s работу; а $v_n = v$ есть скорость в конце пути; мы пришли к известному уравнению кинетической энергии

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Таким образом, это уравнение имеет совершенно общее значение: *изменение кинетической энергии на данном пути равно сумме работ всех действующих на этом пути сил.*

Работа переменной силы на пути $s = s_2 - s_1$ дается формулой

$$W = \int_{s_1}^{s_2} f ds \cos \alpha.$$

Поэтому в наиболее общем виде уравнение кинетической энергии напишется так

$$\int_{s_1}^{s_2} f ds \cos \alpha = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Если сравним это уравнение для кинетической энергии с уравнением для количества движения

$$\int_{t_1}^{t_2} f dt = mv_2 - mv_1,$$

то видим сходство их в том, что то и другое требуют знания скоростей в начале и в конце движения; разница в том, что уравнение количества движения требует знания силы как функции времени (t), а уравнение кинетической энергии требует знания силы как функции пути (s). Этим различием определяются области применения того и другого уравнения для исследования механических явлений.

Там, где есть возможность выразить силу в зависимости от времени, вводим уравнение количества движения; таковы, например,

вопросы изменения давления в паровом цилиндре или в жерле орудия, распределение давления при вытекании воды или пара с течением времени и т. д.; при этом очень важно, что можно не принимать внутренних сил системы во внимание, так как по III закону Ньютона импульсы внутренних взаимодействий в системе попарно равны и противоположны, а поэтому сумма их всегда равна нулю.

Уравнение кинетической энергии имеет огромную область применения, так как столь распространенные силы природы, как сила тяготения, молекулярные, электрические и магнитные взаимодействия и т. д., суть функции расстояний s . Но нужно заметить, что при этом вопрос о внутренних силах в системе не разрешается так просто, как в случаях применения закона количества движения; хотя внутренние взаимодействия всегда попарно равны и противоположны, но перемещения (пройденные пути) частей системы могут быть при этом не равны, а значит и работы внутренних сил, несмотря на равенство действия и противодействия, не будут равны и не исчезнут из уравнения (5). Это обстоятельство очень осложняет применение уравнения кинетической энергии, так как часто не только трудно, но и невозможно учесть действие внутренних сил данной системы. Однако при огромном числе механических процессов и притом при процессах, распространенных в природе и очень важных для техники, работа внутренних сил исключается сама собой, и мы можем ее совершенно не принимать в расчет. Рассмотрим, каковы признаки таких процессов.

§ 18. Консервативные системы

Среди сил, которые являются функциями расстояний, особого внимания заслуживают по значению их в жизни природы те силы, направление которых в любой точке поля сил (пространства, где силы действуют) проходят через данную точку O (рис. 60), такие силы называются *центральными*.

Опишем около O несколько концентрических сфер; при однородном строении поля во всех точках на поверхности данной сферы значение силы постоянно, так как оно зависит только от расстояния от O .

1. Положим, что масса m , сосредоточенная в точке A , перемещается по радиусу AO в точку B . Разделим весь путь AB на весьма малые отрезки ds (рис. 60) и находим работу на элементе пути, принимая в нем силу постоянной

$$dW = f ds;$$

вся работа на отрезке AB выразится суммой всех dW

$$W = \int_A^B f ds.$$

2. Положим, что переход из A в B происходит по произвольной кривой ADB (рис. 61).

Выделим, так же как и в первом случае, элемент пути $d\sigma$; заметив, что силы действуют по ds , а перемещение происходит по $d\sigma$, находим

$$dW = f d\sigma \cos(f, d\sigma);$$

но

$$d\sigma \cos(f, d\sigma) = ds;$$

поэтому для всего перехода из A и B по кривой ADB находим ту же работу, как и при переходе из A и B по прямой AB

$$W = \int_A^B f d\sigma \cos(f, d\sigma) = \int_A^B f ds.$$

Мы приходим к заключению: *работа центральных сил при перемещении массы из точки A в точку B не зависит от вида и характера траектории, по которой перемещается масса между этими точками.*

Силы, работа которых между двумя точками O и B (рис. 62) не зависит от вида и характера траектории, называются *консервативными*; работа таких сил будет одна и та же, происходит ли она на пути OAB , или OCB , или OMB и т. д.; координаты начальной и конечной

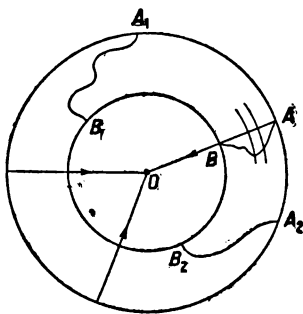


Рис. 60

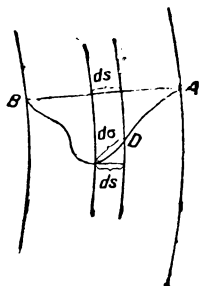


Рис. 61

точек перемещения определяют работу при этом перемещении. Силы, характеризующиеся признаком консервативности, весьма распространены в природе; все центральные силы, силы тяготения, упругости, притяжения и отталкивания в электрическом поле и т. п. — суть консервативные силы. Наоборот, силы сопротивления среды (воздуха, воды), силы трения зависят также от скорости и других причин, это силы неконсервативные, они тоже очень распространены в природе.

Системы, в которых действуют только консервативные силы, называются *консервативными системами*. Из предыдущего видно, что абсолютно консервативные системы едва ли существуют в природе, однако, при рассмотрении лишь механических процессов, системы можно считать за консервативные; такова планетная система, таковы многие технические системы, в которых можно пренебрегать трением.

Положим, что имеется консервативная изолированная система, т. е. такая, на которую не действуют внешние силы. Под действием внутренних сил система переходит из состояния O (рис. 63) в состояние B по пути OAB , а затем из B по пути OCB . Тогда

$$W_{OAB} = W_{OCB} \quad (a)$$

по определению консервативной системы. При обратном движении, например, по пути BCO , совершаемые работы меняют знак

$$W_{OCB} = -W_{BCO}. \quad (б)$$

Так, при вертикальном падении тела сила тяжести совершает положительную работу, а при вертикальном подъеме работа соверша-

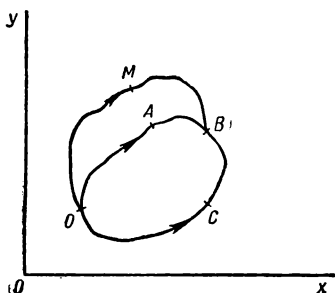


Рис. 62

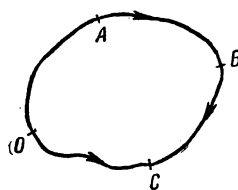


Рис. 63

ется против силы тяжести; в одном случае работа положительна, в другом отрицательна. Сопоставляя (а) и (б), находим

$$W_{OAB} = -W_{BCO}; \quad W_{OAB} + W_{BCO} = 0,$$

или

$$W_{OABCO} = 0.$$

Это значит, что работа консервативных сил по замкнутому пути равна нулю. На замкнутом «круговом» пути совершаются и положительные и отрицательные работы, сумма которых равна нулю

$$W_0 = \oint f ds \cos(f, ds) = 0.$$

Здесь знак интеграла \oint показывает, что элементарные работы $f ds \cos(f, ds)$ суммируются по замкнутому пути $OABCO$. Иначе эту мысль можем выразить так: *циркуляция консервативных сил по замкнутому пути равна нулю.*

Силы взаимодействия между частями системы или между частями, из которых состоит тело, называются *внутренними силами*. Другое тело действует на данное тело *внешней силой*. Однако, если оба эти тела входят в одну систему, то силы взаимодействия между телами такой системы окажутся уже внутренними.

Под действием своих внутренних сил система может переходить из одного состояния в другое. В результате работы внутренних сил появляется кинетическая энергия частей системы, которые перемещаются в иное расположение, создается новая *конфигурация* в системе. Так, планеты Солнечной системы непрерывно перемещаются, изменяя под действием внутренних сил системы свое взаимное расположение. При этом работа для одних переходов будет положительна, для других — отрицательна, т. е. совершается против внутренних сил. Когда планета удаляется от Солнца, работа отрицательна и совершается против внутренних сил тяготения; когда планета приближается к Солнцу, работа положительна и совершается по направлению внутренних сил тяготения.



Рис. 64

Для всякой системы существует такая конфигурация O входящих в нее тел, из которой переход в другую конфигурацию может быть осуществлен только против внутренних сил, за счет работы сил внешних. Это значит, что система сама по себе из состояния O выйти не может; для этого нужны внешние силы. Это — состояние *устойчивого равновесия системы*. Таково положение шара, скатившегося по наклонной плоскости (A_1 , рис. 64), или шара, находящегося в углублении желоба (A_2).

Во всех подобных случаях равновесия состояние механической системы характеризуется тем, что ее *потенциальная энергия минимальна*.

Перемещение частей системы из одного расположения в другое вызывает появление или изменение кинетической энергии, которое происходит согласно уравнению кинетической энергии при совершении работы за счет запаса потенциальной энергии системы. *Сумма кинетической и потенциальной энергии составляет механическую энергию материальной точки или системы. Энергия данного тела, зависящая только от его внутреннего состояния, носит название внутренней энергии тела.* Таким образом, кинетическая энергия движения всего тела в целом не входит во внутреннюю энергию. Вообще говоря, работу может совершать лишь часть всего запаса внутренней энергии системы U в данном ее состоянии, остальная часть не проявляется механически. Так, накалившееся металлическое тело обладает большим запасом внутренней энергии, но механически этот запас обнаруживается лишь работой при расширении тела; остальной запас внутренней энергии остается скрытым в теле; обозначим эту часть энергии, обнаруживаемую механически, через L . Тогда $U - L = F$ есть та часть внутренней энергии тела или системы, за счет которой может быть совершена работа; эта часть энергии F называется *свободной энергией*.

При состоянии устойчивого равновесия $F=0$, т. е. нет того запаса потенциальной энергии, который мог бы обеспечить механическую работу внутренних сил для появления кинетической энергии

частей системы при переходе ее из состояния равновесия к новой конфигурации.

Отсюда вытекает заключение: *состояние устойчивого равновесия механической системы характеризуется тем, что потенциальная энергия ее в этом состоянии имеет минимум или равна нулю.*

П р и м е р ы: 1. Падение шара вертикально или по наклонной плоскости; потенциальная энергия на высоте h имеет значение Rh ; при падении она исчерпывается, переходя в кинетическую энергию; при $h=0$ потенциальная энергия равна нулю; шар находится в устойчивом равновесии, из которого без действия внешних сил выйти не может, так как исчерпан запас потенциальной энергии, за счет которого могла бы совершаться необходимая для этого работа.

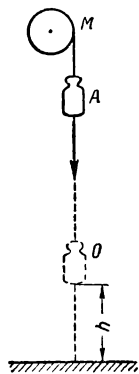


Рис. 65

2. Струна, натянутая между двумя зажимами, находится в равновесии; внешние силы (нажим пальца) выводят ее из этого состояния, сообщая струне в оттянутом состоянии запас потенциальной энергии; если отпустить струну, то при действии внутренних сил упругости начинается колебательный процесс, при котором потенциальная энергия преобразуется в кинетическую и обратно; колебания струны постепенно затухают вследствие затраты энергии на трение, уменьшается свободная энергия струны, и когда запас ее будет исчерпан, струна придет в равновесие, из которого сама по себе она выйти не может.

3. Гиря часов «ходиков» постепенно опускается от начального положения A (рис. 65), превращая свою потенциальную энергию в кинетическую энергию движения колес и всего механизма часов. Когда с вала M до предела сматалась цепь (или шнур), к которой прикреплена гиря, она остается в положении O устойчивого равновесия на высоте h над Землей. Как всякое поднятое над Землей тело, гиря обладает в положении O потенциальной энергией $\Pi = Rh$, но свободная энергия ее исчерпана; работы нет, часы остановились.

§ 19. Закон сохранения энергии в механике

Рассмотрим некоторую изолированную систему; в ней имеют место действия лишь внутренних сил. При изучении происходящих в системе механических процессов можно считать ее консервативной. Условимся называть одно из состояний этой системы нормальным или нулевым; пусть графически это нулевое состояние изобразится точкой O (рис. 66). Если система в результате работы внутренних сил переходит из состояния A в нулевое состояние O , то уравнение кинетической энергии для этого перехода напишем так

$$W_{AO} = T_O - T_A, \quad (a)$$

где T_0 — кинетическая энергия в нулевом состоянии O , T_A — кинетическая энергия в состоянии A , W_{AO} — работа внутренних сил при переходе AO . Также для перехода BO

$$W_{BO} = T_0 - T_B. \quad (6)$$

Вычтя уравнение (а) из (б), находим

$$W_{BO} - W_{AO} = T_A - T_B,$$

или

$$T_A + W_{AO} = T_B + W_{BO}. \quad (6)$$

Работы внутренних сил W_{AO} и W_{BO} , обуславливающие переходы системы из A и B в O , совершаются за счет тех запасов потенциальной энергии системы, которые были в ней в состояниях A и B . Эти работы могут быть как положительны, так и отрицательны; но уравнение (6) показывает, что можно так выбрать нулевое положение системы, чтобы W_{AO} и W_{BO} были всегда положительны; как видим из уравнения (6), для этого необходимо, чтобы при данном процессе в нулевом состоянии значение кинетической энергии было наибольшим. Примем, что T_{\max} достигается в положении O при полном израсходовании потенциальной энергии; тогда для всякого процесса перехода в нулевое состояние имеем

$$T_A + W_{AO} = T_{\max}; \quad W_{AO} = T_{\max} - T_A;$$

работа W_{AO} положительна; например, при процессе падения камня для отсчета потенциальной энергии следует за нулевое принять положение камня на земной поверхности. Итак, весь вопрос о положительном значении потенциальной энергии сводится к изменению положения условного нуля при отсчете запаса потенциальной энергии, который существует в системе при данном ее состоянии. Прибавим к числовым значениям работ W_{AO} и W_{BO} такую положительную величину a , чтобы отсчеты потенциальной энергии в положении A : $\Pi_A = W_{AO} + a$ и в положении B : $\Pi_B = W_{BO} + a$ были заведомо положительны.

Тогда находим

$$T_A + \Pi_A = T_B + \Pi_B. \quad (6)$$

Полученное уравнение показывает, что в данной изолированной системе сумма кинетической и потенциальной энергии есть величина постоянная. Это — выражение закона сохранения энергии для механических явлений в консервативной системе, при которых происходит лишь преобразование энергии потенциальной в кинетическую и обратно.

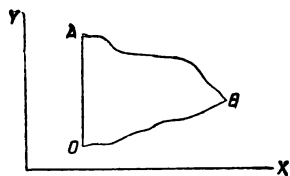


Рис. 66

Отметим, что так как величина a произвольна, положение нуля, от которого мы отсчитываем запас потенциальной энергии системы, тоже произвольно. Это обстоятельство имеет глубокий смысл: в сущности, мы не знаем величины запаса потенциальной энергии системы, а лишь наблюдаем и измеряем изменения (вариации) его при переходе системы из одного состояния в другое. Так, при падении камня с высоты h начальный запас потенциальной энергии считаем равным $\Pi = Ph$, ибо нуль этого запаса произвольно полагаем при $h=0$.

Таким образом, мы можем измерять лишь изменения потенциальной энергии при переходе изолированной консервативной системы из одного состояния в другое, а не ее абсолютные значения.

§ 20. Диссипативные системы. Превращение энергии из одной формы в другую

Мы вывели для изолированной консервативной системы закон постоянства механической энергии

$$E = T + \Pi = \text{const},$$

т. е. *сумма кинетической и потенциальной энергии изолированной консервативной системы остается постоянной при всех изменениях конфигурации этой системы.* Система неизолированная является неконсервативной, так как в ней возможны и приток извне и отдача энергии. Среди неконсервативных систем особенное значение имеют *диссипативные системы*, у которых при их движении полная механическая энергия системы $E = T + \Pi$ не остается постоянной, а постепенно уменьшается, переходя в другие (немеханические) формы энергии, например, в теплоту. Примерами диссипативных систем могут служить: твердые тела, между которыми действуют силы сухого трения; тела, движущиеся в потоке жидкости или газа и испытывающие действие этого потока; упруго-вязкие среды, в которых силы напряжения зависят не только от величин деформаций, но и от их скоростей и т. д.

Любая механическая система в действительности всегда диссипативна ¹ и только при некотором отвлечении от реальных свойств системы (при ее «идеализации») допустимо в первом приближении рассматривать такую систему как консервативную. Надо учитывать в то же время, что в ряде отделов механики, имеющих огромное практическое значение, неизбежно приходится изучать диссипативные системы специального вида; таковы, например, динамика самолета, баллистика и многие другие отделы механики. Как же обстоит дело с законом сохранения энергии в подобных системах, для которых уже $E = T + \Pi \neq \text{const}$? В этих случаях приходится вводить так называемую *диссипативную функцию*, представляющую собою меру рас-

¹ От латинского слова «диссипацио» — рассеяние.

сеяния полной механической энергии системы в единицу времени; именно

$$\frac{dE}{dt} = -2\Phi,$$

где t — время, а Φ — диссипативная функция.

Не следует отождествлять диссипативные системы с неконсервативными системами. В диссипативной системе полная механическая энергия с течением времени убывает, в неконсервативной системе возможны и приток извне и рассеяние энергии. Поэтому явления автоколебаний, имеющие место в неконсервативных системах в условиях равенства расхода и притока энергии, невозможны в диссипативной системе.

Примером диссипации энергии может служить превращение кинетической энергии ветра в теплоту под действием вязкости или внутреннего трения воздуха. В среднем рассеивается энергии в воздушном столбе сечением 1 м^2 примерно 3 вт/м^2 . Но атмосферу нельзя принять за диссипативную систему, так как в то же время приход солнечной энергии составляет в среднем 200 вт/м^2 . Поэтому атмосфера является неконсервативной системой, но и не диссипативной.

Из предыдущего ясно, что закон сохранения энергии для изолированных консервативных систем мог быть дедуктивно получен как следствие общих принципов механики. Но такие рассуждения не могут иметь места, когда мы встречаемся с неконсервативными системами. В своем всеобъемлющем виде закон сохранения энергии есть экспериментальный факт универсального характера, т. е. не имеющий никаких исключений при всех процессах, происходящих в природе. Возможность такого обширного обобщения была подготовлена теми представлениями, которые сложились в течение веков у человечества в его повседневной практике о невозможности перпетуум-мобиле ¹ первого рода, т. е. *о невозможности построить такую машину, которая без затрат, из ничего совершала бы работу*. Гениальные мыслители, Леонардо да Винчи, М. В. Ломоносов выражали в понятиях своего времени, не имея еще самого понятия об энергии, сущность закона сохранения и его всеобщее значение.

В XIX в. были осуществлены бесчисленные измерения преобразований энергии при различнейших явлениях природы и техники; они стали возможны после того, как Джоуль и Гельмгольц установили общие способы измерения энергии в разных ее формах. Эти обширные экспериментальные исследования, которые будут постепенно рассмотрены в течение курса физики, установили постоянство эквивалентов и соотношений, связывающих между собою разные формы энергии, и выяснили независимость эквивалентов энергии от пути и способов перехода системы из одного состояния в другое.

¹ Вечный двигатель.

После того как было установлено понятие об эквивалентности количеств энергии в разных ее формах и были измерены самые эквиваленты, для всякой изолированной системы, для любого ряда явлений в ней мы можем представить себе примерно такой баланс энергии:

Затраченная энергия	Полученная энергия
В механических процессах a_1	В механических процессах a_1
В тепловых » a_2	В тепловых » a_2
В химических » a_3	В лучистых » a_3
и т. д.	В электромагнитных » a_4
Всего E_1	Всего E_2

Для изолированной системы опыт всегда (в пределах ошибок) дает $E_1 = E_2$ или $E_1 - E_2 = 0$; обозначив $E_1 - E_2 = \Delta E$, находим

$$\Delta E = 0;$$

таким образом, принцип эквивалентности всех преобразований энергии приводит к выводу, что количество энергии изолированной системы есть величина постоянная, его вариация ΔE при всех процессах равна нулю.

Это утверждение и выражает *принцип сохранения энергии*: запас энергии в изолированной системе остается неизменным при всех происходящих в ней процессах.

Вследствие того, что взаимодействие между телами и частицами является всеобщим (универсальным) свойством материи, понятие изолированной системы является лишь идеализацией реальной действительности, так как окружающие нас тела всегда взаимодействуют и при этом и отдают, и получают энергию в тех или иных формах.

Однако все бесчисленные эксперименты показывают, что *энергия не возникает и не исчезает при всех процессах, происходящих в природе; она лишь превращается из одной формы в другую*. Поэтому правильнее называть этот всеобщий (универсальный) закон природы *законом сохранения и превращения энергии*.

§ 21. Закон сохранения массы. Взаимосвязь массы и энергии

Ранее было установлено, что *масса тела есть мера его инертности*. Она входит в уравнение II закона Ньютона в его самой общей форме

$$f = \frac{d(mv)}{dt},$$

где f — сила, mv — количество движения, m — инертная масса, v — скорость, t — время.

В классической механике масса считается постоянной, не зависящей от скорости. Отсюда

$$f = m \frac{dv}{dt} = ma,$$

где a — ускорение.

Изучая законы свободного падения тел, мы вывели, что вес P падающего тела выражается формулой

$$P = mg,$$

где g — ускорение падающего тела, а m носит название *тяжелой массы*. Если бы при свободном падении различные тела имели разные ускорения, то инертная масса была бы не равна тяжелой массе. Однако еще Г а л и л е й экспериментально установил одинаковость ускорения для всех падающих тел. Впоследствии было экспериментально доказано, что *инертная и тяжелая масса равны* с точностью до 10^{-8} (венгерский ученый Э т в е ш). В 1916 г. Э й н ш т е й н положил тождество инертной и тяжелой массы в основу общей теории относительности. На основании равенства инертной и тяжелой массы измеряют массу тела при помощи взвешивания на весах.

М. В. Л о м о н о с о в у принадлежит первое экспериментальное доказательство *закона сохранения массы*. Он накаливал металлы в заплавленных накрепко стеклянных сосудах. В 1756 г. в своем отчете об этих экспериментах он пришел к выводу: «...без пропускания внешнего воздуха вес сожженного металла остается в одной мере». Спустя 14 лет французский ученый Л а в у а з ь е своими опытами подтвердил существование закона сохранения массы при всех химических реакциях. С тех пор этот закон прочно вошел в науку. По способу измерения массы весом до сих пор химики часто называют его «законом сохранения веса», хотя вес тела и меняется в зависимости от высоты и широты места.

Посмотрим, как выразить этот закон в виде математической формулы. Пусть в систему входит несколько отдельных (дискретных) тел и, кроме того, непрерывно распределенные массы какой-либо жидкой или газообразной среды, плотностью ρ в объеме V . Тогда закон сохранения массы можно написать в виде формулы

$$\sum m + \int \rho dV = \text{const.}$$

Этот закон является одним из физических выражений основного положения философского материализма о сохранении материи: *материя не исчезает и не возникает из ничего, а лишь превращается из одной формы в другую*. Конечно, неправильно отождествлять философское понятие о материи, как объективной реальности, существующей независимо от нашего сознания и отражаемой им, с физическим понятием массы, которая является одним из неотъемлемых свойств материи.

В классической физике понятия массы и энергии существовали совершенно раздельно. Но в конце XIX и начале XX вв. физики натолкнулись на электромагнитный характер массы электрона. Опыты русского ученого П. Н. Л е б е д е в а обнаружили давление света и тем самым показали, что электромагнитные волны обладают количеством движения и, следовательно, массой.

Как уже упоминалось, опыты подтвердили, а теория относительности обобщила зависимость массы частицы от скорости ее движения. Наконец, в теории относительности был установлен универсальный характер взаимосвязи между массой и энергией

$$E=mc^2.$$

Смысл этого закона простой: если имеется запас энергии E в какой бы то ни было форме, то ему соответствует масса

$$m=\frac{E}{c^2}.$$

Обратно, всякое тело массой m имеет запас внутренней энергии, равный mc^2 . Таким образом, физическое понятие массы оказалось не первичным, а сложным и распространяющимся не только на вещество, но и на поля. В подобных случаях философы-идеалисты начинают говорить об «исчезновении материи». Отвечая им, В. И. Л е н и н писал: «Материя исчезает» — это значит исчезает тот предел, до которого мы знали материю до сих пор, наше знание идет глубже...»¹.

Универсальный закон взаимосвязи массы и энергии выражает в физических процессах основное положение философского материализма: *не существует ни материи без движения, ни движения без материи*, так как *движение является неотъемлемым свойством — атрибутом материи*.

Великий русский ученый М. В. Л о м о н о с о в поразительно точно дал формулировку всеобщего закона сохранения материи и движения, сперва в письме к Э й л е р у от 5 июля 1748 г., а позднее в актовой речи в сентябре 1760 г. и опубликовал в том же году в «Рассуждении о твердости и жидкости тел» в следующих словах: «Все перемены, в натуре случающиеся, такого суть состояния, что сколько чего у одного тела отнимется, столько присовокупится к другому, так, ежели где убудет несколько материи, то умножится в другом месте... Сей всеобщий естественный закон простирается и в самые правила движения; ибо тело, движущее своею силою другое, столько же оныя у себя теряет, сколько сообщает другому, которое от него движение получает»².

Соотношение массы и энергии $E=mc^2$ является ключевым для расчета процессов, исследующихся в современной атомной и ядерной физике. В частности на нем основаны расчеты освобождающейся энергии при термоядерных реакциях.

¹ В. И. Л е н и н. Сочинения, 4-е изд., т. 14, стр. 247.

² М. В. Л о м о н о с о в. Полное собрание сочинений, т. 3, 1952, стр. 383.

§ 22. Понятие абсолютно твердого тела

В предыдущих главах мы изучили общие принципы механики и их следствия, не рассматривая, какое именно тело движется, и даже находя возможным иногда заменять его точкой. Теперь придется обратить внимание на само движущееся тело и посмотреть, как его особенности и индивидуальные свойства отражаются на применении к нему общих законов движения. Изучим прежде всего особенности движения твердого тела.

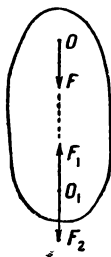


Рис. 67

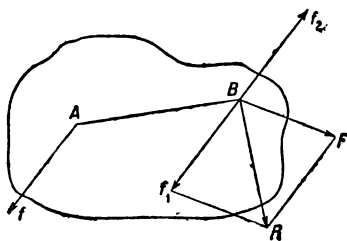


Рис. 68

В механике *твердым телом* называется такое тело, все части которого неизменно сохраняют свое расположение; конфигурация частей твердого тела не изменяется даже при действии внешних сил. В частности, неизменными остаются расстояния между его частями.

Так определяется лишь идеальное представление об *абсолютно твердом теле*. Все существующие в природе твердые тела деформируются под действием сил, однако, деформации многих твердых тел очень малы, почему идея об абсолютно твердом теле оказывается весьма плодотворной в механике.

Из самого определения твердого тела вытекают следующие положения относительно приложенных к нему сил:

1. Две равные и действующие по одной прямой противоположные силы, приложенные к твердому телу, взаимно уравниваются, т. е. равнодействующая их равна нулю.

2. Движение твердого тела не изменится, если к силам, на него действующим, прибавим или от них отнимем две равные и противоположные силы, приложенные в одной точке.

3. Силу, действующую на твердое тело, можно перенести в любую точку тела по направлению ее действия.

Это предложение вытекает из предыдущего; в точке O приложена сила F (рис. 67); приложим в O_1 еще две равные и противоположные силы F_1 и F_2 , причем $F_1 = F_2 = F$; мы можем принять, что F и F_1 взаимно уравниваются, так что остается сила F_2 , т. е. перенесенная из точки O в точку O_1 сила F .

4. Высказанные положения о силах, действующих на твердое тело, приводят к тому, что если мы имеем свободное твердое тело, то при помощи соответствующих перенесений и сложений по правилу параллелограмма действующих на него сил, сможем всю эту систему

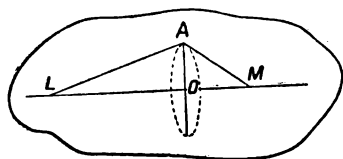


Рис. 69

сил заменить одной равнодействующей и одной парой сил. Положим, например, что на тело действуют силы F и f , не лежащие даже в одной плоскости (рис. 68); приложим в точке B две равные противоположные силы f_1 и f_2 , порознь равные и параллельные f . Тогда силы f и f_2 составляют пару сил, обуславливающую, как известно,

вращение тела около некоторой оси, а силы F и f_1 дают равнодействующую R . В частном случае, сложение сил может привести только к равнодействующей, приложенной в центре тяжести тела; тогда тело имеет только поступательное движение; все точки его

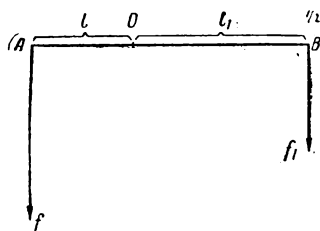


Рис. 70

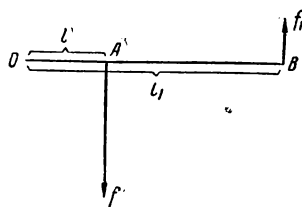


Рис. 71

имеют при этом одно и то же ускорение, и всякая прямая в этом теле перемещается параллельно самой себе. В другом частном случае в результате сложения системы сил может получиться только пара сил, а равнодействующая $R=0$; тогда возникает вращение твердого тела вокруг некоторой оси.

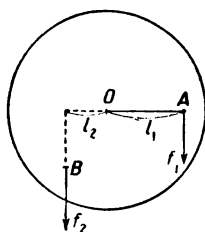


Рис. 72

При вращательном движении твердого тела всегда можно найти в нем такие две точки его L и M (рис. 69), которые остаются неподвижными. Тогда всякая точка A , не лежащая на прямой LM , вследствие неизменности расстояний LA и MA , во время вращательного движения опишет окружность, плоскость которой перпендикулярна к прямой LM , а центр O лежит на этой прямой, называемой осью вращения. Все точки прямой LM неподвижны.

Опыт показывает, что при некоторой комбинации сил, действующих на твердое тело, оно может оставаться в равновесии. Так, например, известно, что рычаги I и II рода остаются в равновесии, если действующие на их концы силы обратно пропорциональны плечам (рис. 70 и 71)

$$\frac{f}{f_1} = \frac{l_1}{l}; \quad fl = f_1 l_1.$$

Также диск, могущий вращаться около горизонтальной оси O , проходящей через его центр тяжести (рис. 72), остается в равновесии под действием неравных сил f_1 и f_2 , приложенных в точках A и B , если произведения сил на расстояния их до оси O равны между собой

$$f_1 l_1 = f_2 l_2.$$

§ 23. Центр массы и его движение

Известно, что во всяком твердом теле существует точка, которая называется *центром тяжести* тела. Она замечательна тем, что является точкой приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на отдельные части тела, независимо от того, как расположить тело по отношению к этим силам и к Земле. Так, центр тяжести однородного прямолинейного стержня находится в его середине. Если же стержень неоднороден, то центр тяжести смещается в сторону конца, где плотность больше. Центр тяжести треугольника находится на пересечении его медиан и т. д.

Понятие о центре тяжести можно распространить и на всякую систему тел, находящихся под действием силы тяжести, если только силы тяжести, действующие на каждое отдельное тело системы, можно считать между собою параллельными. Можно, например, говорить о центре тяжести грузов, находящихся на корабле; вопрос практически очень важный, так как положение центра тяжести грузов влияет на правильность осадки корабля.

Теперь положим, что на отдельные части системы, обладающие массами m_1, m_2, m_3, \dots действуют не силы тяжести, а какие-либо иные внешние силы f_1, f_2, f_3, \dots . Представим себе, что в данный момент внутренние силы этой системы (попарно равные и противоположные) так изменились и сочтались, что вся система этих масс отвердела; тогда мы имеем одно тело и можно поставить вопрос о равнодействующей внешних сил и о точке ее приложения. Эта точка, как и центр тяжести, остается неизменной в системе тел с массами m_1, m_2, m_3, \dots при изменении положения всей системы масс, как целого, и называется *центром массы системы*.

Координаты центра массы системы x_0, y_0, z_0 находим из следующих формул

$$x_0 = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_0 = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_0 = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

где m_i есть масса i -той материальной точки, входящей в систему; x_i, y_i, z_i — координаты этой точки. $\sum m_i = M$, очевидно, равна массе всей системы. Формулы для координат центра массы системы можно написать поэтому так:

$$Mx_0 = \sum m_i x_i; \quad My_0 = \sum m_i y_i; \quad Mz_0 = \sum m_i z_i.$$

Мы как бы заменяем всю систему из многих материальных точек одной материальной точкой с массой M с координатами x_0, y_0, z_0 .

Сумма количеств движения частей системы равна количеству движения центра массы, который заменил систему

$$\Sigma mv = Mv,$$

здесь

$$M = \Sigma m,$$

v — скорость движения центра массы M .

Далее находим

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dv_1}{dt} + m_2 \frac{dv_2}{dt} + m_3 \frac{dv_3}{dt} + \dots &= M \frac{dv}{dt}; \\ m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + \dots &= Ma; \\ \bar{R} &= M\bar{a}. \end{aligned}$$

Это — выражение II закона Ньютонa по отношению к движению центра масс; оно означает, что центр масс системы движется так, как если бы в нем была сосредоточена масса всей системы (или всего тела) и к нему была приложена векторная равнодействующая всех сил, действующих на отдельные части системы.

Так как внутренние силы системы всегда попарно уравновешены (III закон Ньютонa), то вместо «все силы» следовало бы для большей определенности сказать «все внешние силы». Следова-

тельно, если на систему не действуют внешние силы, т. е. если система изолирована, то центр масс движется прямолинейно и равномерно или находится в покое относительно избранной системы координат; таким образом, центр масс обнаруживает при движении как раз те свойства, какими I закон Ньютонa наделяет «всякое тело». Поэтому центр масс называют иначе центром инерции.

Внутренние силы системы не могут влиять на движение

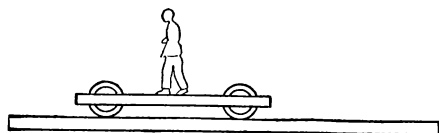


Рис. 73

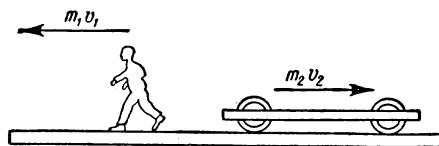


Рис. 74

центра масс, но они могут вызывать движение частей системы относительно друг друга, причем проявившиеся скорости определяются по закону сохранения количества движения. Пример: а) человек стоит на неподвижной тележке (рис. 73), количество движения системы нуль; б) человек соскочил с тележки (рис. 74) со скоростью v_1 , тележка откатится со скоростью v_2 , причем сумма количеств движения системы по-прежнему будет нуль

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0.$$

Ясно, что возникшие скорости обратно пропорциональны массам человека и тележки; но центр масс при этом действии внутренних сил никакого движения не получал.

§ 24. Моменты сил. Пара сил

Пусть ось вращения твердого тела O (рис. 75) перпендикулярна к плоскости чертежа, а силы f_1 и f_2 , действующие на это тело, лежат в плоскости чертежа. Это основное условие для всего дальнейшего.

Рассмотрим силы, лежащие в плоскостях, не перпендикулярных к оси (рис. 76). Разложим каждую из них F на две: одна F_2 лежит в плоскости, перпендикулярной к оси, другая F_1 — в плоскости, ей параллельной; мы видим, что сила F_1 может обуславливать лишь поступательное движение по направлению оси; вращение же зависит только от силы F_2 .

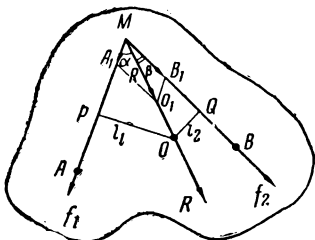


Рис. 75

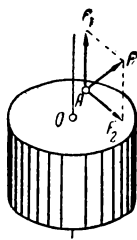


Рис. 76

Поставим вопрос: при каком соотношении между силами f_1 и f_2 (рис. 75) тело будет в равновесии, т. е. при каких условиях эти силы не вызовут вращения около оси O .

Перенесем обе силы в точку их пересечения M , так что $\overline{MA}_1 = \overline{f_1}$ и $\overline{MB}_1 = \overline{f_2}$, находим их равнодействующую $\overline{MO}_1 = \overline{R}$; числовое значение ее выразится так

$$R^2 = f_1^2 + f_2^2 + 2f_1f_2 \cos(\alpha + \beta).$$

Для равновесия необходимо, чтобы эта равнодействующая прошла через точку O , т. е. чтобы она действовала на неподвижную ось.

Итак, положим, что равновесие осуществлено; следовательно, равнодействующая R имеет направление MO_1O , так что точку ее приложения можно перенести в O . Посмотрим, к какой зависимости между силами f_1 и f_2 приводит нас это предположение. Опустим из O перпендикуляры $OP = l_1$ и $OQ = l_2$ на направления сил f_1 и f_2 . Тогда из треугольников OMP и OMQ имеем

$$l_1 = OM \sin \alpha; \quad l_2 = OM \sin \beta;$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}. \quad (a)$$

Из треугольника MA_1O_1 находим

$$\frac{MA_1}{A_1O_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}; \quad \text{или} \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}. \quad (б)$$

Соединяя (а) и (б) вместе, находим

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{l_2}{l_1}; \quad f_1 l_1 = f_2 l_2. \quad (1)$$

Искомая зависимость найдена; для равновесия необходимо такое соотношение между вращающими силами, при котором произведения сил на расстояния их до неподвижной точки O были бы равны между собой. Если это условие соблюдено, то силы будут эквивалентны (равноценны) в смысле вращающего действия, хотя они и не равны по величине; каково вращающее действие силы f_1 , таково же и вращающее действие силы f_2 (рис. 77)

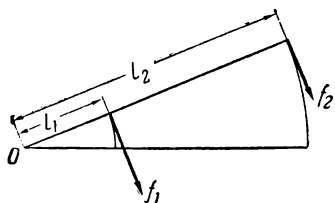


Рис. 77

$$f_1 l_1 = f_2 l_2.$$

Моментом силы (или вращающим моментом) относительно точки O называется произведение силы на перпендикуляр, опущенный из этой точки на направление силы

$$M = fl.$$

Размерность момента¹:

$$[M] = [fl] = ML^2T^{-2}$$

такая же, как и у работы. Полагая по нашему основному условию, что ось вращения перпендикулярна к плоскости, в которой лежат действующие силы, и что точка O есть точка пересечения оси с этой плоскостью, получаем: *произведение силы на расстояние ее до оси вращения O называется моментом силы относительно этой оси.*

Как видно из этого определения, момент силы есть произведение двух векторов: силы f и радиуса-вектора l . Момент силы относительно точки изображается вектором, перпендикулярным к плоскости, проходящей через вектор и точку. Момент силы относительно оси изображается вектором, направленным по оси в такую сторону, чтобы вращение шло по стрелке часов.

Опираясь на эти определения, соотношение (1) можно выразить так: для равновесия тела при действии на него двух вращающих сил необходимо, чтобы моменты этих сил M_1 и M_2 относительно оси вращения были равны и противоположны

$$M_1 = f_1 l_1; \quad M_2 = f_2 l_2; \\ M_1 = M_2. \quad (2)$$

Это значит, что вращающие силы эквивалентны по своему действию тогда, когда равны их моменты. Отметим существенную разницу: при поступательном движении эквивалентны лишь равные и противоположно направленные силы (или системы сил, имеющие равные равнодействующие); при вращательном движении могут быть эквивалентны неравные силы, лишь бы были равны их моменты.

¹ От латинского слова «моментум» — движущая способность.

Условие (2) обычно пишут в иной, более удобной форме. Условимся момент силы, вращающей тело по стрелке часов, считать положительным, так что $f_2 l_2 = +M_2$ (рис. 75), а момент силы, вращающей тело против стрелки часов, — отрицательным; так что $f_1 l_1 = -M_1$; тогда условно (2) перепишем так

$$-M_1 = M_2; M_1 + M_2 = 0. \quad (2')$$

Итак, тело, могущее вращаться около оси, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов сил относительно оси вращения равна нулю.

Эту теорему можно обобщить на случай действия нескольких сил; для равновесия сумма моментов всех сил должна равняться нулю.

Сущность закона моментов сил заключается в том, что при вращении тел имеют значение не только величины сил, но и их располо-

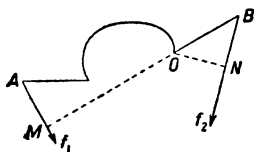


Рис. 78

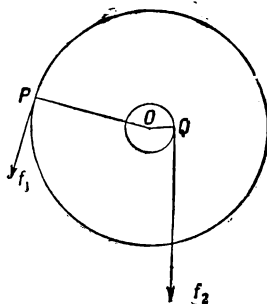


Рис. 79

жение относительно оси вращения. В этом законе находится, как частный случай, давно известный из опыта, закон рычага. Возьмем стержень (рис. 78), вообще непрямолинейный AOB, могущий вращаться около оси O; условие его равновесия при действии сил f_1 и f_2 , как и для всякого тела, это — равенство моментов этих сил относительно оси O

$$-f_1 OM = f_2 ON; f_1 OM + f_2 ON = 0.$$

Такое же равенство существует и для ворота (рис. 79): $f_1 OP + f_2 OQ = 0$, а также для блоков, талей и т. д. При сложении двух параллельных сил следует рассмотреть два случая.

1. Силы направлены в одну сторону (рис. 80): равнодействующая

$$R = f_1 + f_2; \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{OQ}{OP} = \frac{l_2}{l_1}.$$

2. Силы направлены в разные стороны (рис. 81),

$$f_2 = R - f_1; \quad \frac{R}{f_1} = \frac{AB}{OB}. \quad (2'')$$

Эти законы установлены опытом, но могут быть выведены как следствия из общих условий (1) и (2).

Если на тело действуют две равные и параллельные силы, направленные в разные стороны: $R=f_1$ (рис. 82), то из формулы (2'') имеем:

1. Равнодействующая этих сил равна нулю: $f_2=R-f_1=0$.

2. $OB=\left[\frac{f_1 AB}{R}\right] \rightarrow \infty$;

O — точка приложения равнодействующей находится на бесконечности (рис. 81), т. е. ее нет.

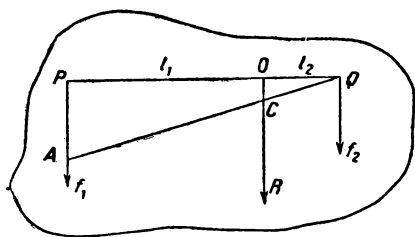


Рис. 80

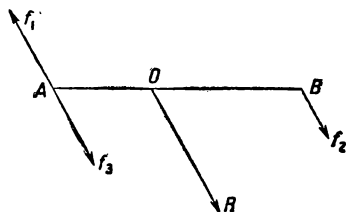


Рис. 81

Совокупность двух равных и параллельных сил, направленных в разные стороны, называется парой сил; из двух высказанных заключений вытекает, что пара сил не имеет равнодействующей; следовательно, тело под действием пары сил не имеет поступательного движения, а может лишь вращаться.

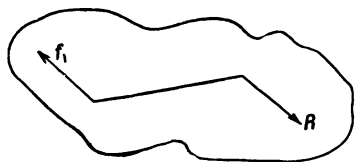


Рис. 82

Если на свободное тело действует пара сил (f, f), то оно вращается около некоторой оси O (рис. 83), проходящей через центр масс этого тела. Обозначим расстояние между силами $AB=2l$; сумма моментов сил f и $-f$ относительно оси, перпендикулярной к их плоскости, выразится так

$$fr+f(2l-r)=f \cdot 2l;$$

сумма моментов пары сил, как видим, есть величина постоянная для данной пары. То же самое найдем для других направлений сил f и для других положений оси O . Так, например, если тело не свободно и имеет неподвижную ось, которая проходит через точку O , лежащую вне отрезка AB (рис. 84), то сумма моментов будет иметь такое значение:

$$fr-f(r+2l)=-f \cdot 2l;$$

абсолютное значение суммы моментов не изменилось.

Постоянное значение суммы моментов сил пары относительно любой оси, перпендикулярной плоскости пары, называется моментом пары сил

$$M=2fl. \quad (3)$$

По самому определению — момент пары сил есть векторная величина; этот вектор M условились откладывать на перпендикуляре, восстановленном в середине расстояния AB к плоскости пары, причем

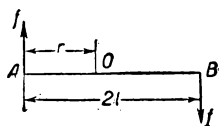


Рис. 83

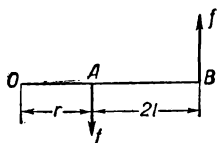


Рис. 84

моменту M приписываем знак $+$ или $-$ в зависимости от того, по стрелке часов или против происходит вращение, если смотреть из конца вектора M .

§ 25. Моменты инерции

Предыдущие рассуждения и опыты установили, что при определенной в каждом частном случае комбинации в распределении сил, стремящихся вращать тело, может быть осуществлено равновесие; для этого необходимо равенство нулю алгебраической суммы моментов вращающих сил. Это значит, что при вращении эквивалентны те силы, моменты которых равны, хотя сами силы при этом могут быть и не равны.

Чтобы перейти к изучению обстоятельств, характеризующих

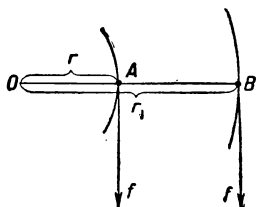


Рис. 85

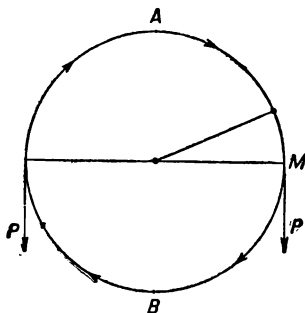


Рис. 86

вращение твердого тела, рассмотрим сперва движение одной из точек вращающегося тела A (рис. 85; ось вращения O), в которой сосредоточена масса m ; эта точка, как известно, опишет окружность, центр которой лежит на оси вращения O . Раньше было подробно рассмотрено равномерное движение точки по окружности (§ 7); теперь представим себе, что точка A движется неравномерно по окружности, т. е. что существует некоторая сила f , направленная так же, как скорость, по касательной и обуславливающая тангенциальное ускорение. Легко осуществить такое движение: представим себе, что камень M (рис. 86) вращается на веревочке по окруж-

ности, плоскость которой вертикальна; тогда действие силы тяжести P ускоряет движение на пути AB , а на пути BA — замедляет.

Итак, точка A (рис. 85), участвуя во вращении тела, описывает окружность радиусом r , причем на нее действует тангенциальная сила f ; по II закону Ньютонa имеем

$$f = ma;$$

умножим обе части этого равенства на r

$$fr = mar;$$

в эту формулу введем угловое ускорение ϵ

$$a = r\epsilon;$$

$$fr = mr^2\epsilon.$$

Но fr — это вращающий момент силы f

$$fr = M;$$

поэтому

$$M = mr^2\epsilon. \quad (4)$$

Эта формула выражает II закон Ньютонa для вращательного движения, так как она получена в результате преобразования основной формулы II закона, при котором приняты во внимание особенности вращательного движения и введены величины, его характеризующие.

Сравнив закон, выраженный формулой (4), с выражением II закона для поступательного движения $f = ma$, видим, что при вращательном движении: 1) роль силы играет момент силы; 2) вместо линейного ускорения a введено угловое ускорение ϵ ; 3) вместо массы появляется особая величина mr^2 — произведение массы вращающейся точки на квадрат расстояния ее до оси вращения; этой величине $J = mr^2$ присвоено название — *момент инерции материальной точки относительно оси вращения*.

Чтобы выяснить физический смысл момента инерции, рассмотрим вращение при различных условиях.

1. Перенесем массу m в точку B (рис. 85); при этом изменяется расстояние ее от оси вращения: $OB = r_1$; пусть сила, действующая по касательной, сохраняет ту же величину f ; при этом изменяются и момент силы, и момент инерции

$$M_1 = fr_1; J_1 = mr_1^2.$$

Уравнение II закона напомним так

$$M_1 = J_1\epsilon_1.$$

Точно так же для какого-нибудь иного положения массы на расстоянии r_2 от оси O имеем

$$M_2 = J_2\epsilon_2.$$

Закключаем: одна и та же масса на разных расстояниях от оси вращения получает при действии одной и той же силы разные угловые ускорения.

2. Пусть на одну и ту же массу m , последовательно помещаемую на расстояниях r и r_1 от оси, действуют силы f и f_1 , моменты которых равны

$$M = fr; M_1 = f_1 r_1; M = M_1;$$

тогда

$$\begin{aligned} M &= J\varepsilon; M_1 = J_1\varepsilon_1; \\ J\varepsilon &= J_1\varepsilon_1; \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} &= \frac{J_1}{J}. \end{aligned} \quad (5)$$

Следовательно, если моменты вращающих сил равны, то угловые ускорения, получаемые одной и той же массой на разных расстояниях от оси, обратно пропорциональны моментам инерции.

Если сравним эти выводы с тем, что было установлено относительно поступательного движения, то увидим, что в уравнениях вращательного движения момент инерции играет ту же роль, как масса в поступательном движении. Отсюда приходим к заключению: момент инерции есть мера инертности при вращательном движении подобно

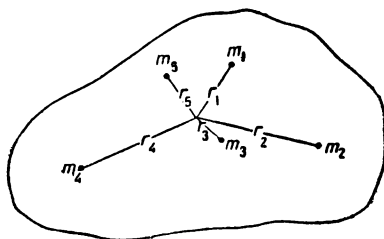


Рис. 87

тому, как масса есть мера инертности при поступательном движении. Расширим введенное понятие о моменте инерции материальной точки; перейдем теперь к вращающемуся около оси твердому телу (рис. 87), рассматривая твердое тело как систему неизменно соединенных между собой материальных точек с массами m_1, m_2, m_3, \dots , расположенных на расстояниях r_1, r_2, r_3, \dots от оси вращения. Каждая из этих точек имеет свой момент инерции $m_1 r_1^2, m_2 r_2^2, m_3 r_3^2, \dots$; сумму моментов инерции всех точек, составляющих данное тело, будем называть J — момент инерции тела относительно оси вращения

$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots = J; \quad J = \sum m r^2.$$

II закон динамики для вращающегося тела выражается формулой

$$M = J\varepsilon. \quad (6)$$

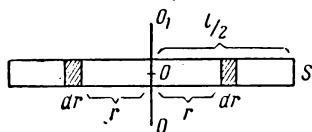
Это значит: вращающий момент, действующий на твердое тело, вращающееся около некоторой оси, равен произведению момента инерции этого тела относительно этой же оси на угловое ускорение.

Размерность момента инерции

$$[J] = [m r^2] = M L^2;$$

за единицу его мы принимаем момент инерции массы в 1 г на расстоянии 1 см от оси вращения.

Общие соображения относительно вычисления моментов инерции различных тел таковы: во всяком теле мы представляем себе бесчисленное множество материальных точек с бесконечно-малыми массами dm ; поэтому вычисление моментов инерции тела сводится к нахождению суммы бесконечного ряда слагаемых вида dmr^2 ; в общем виде это — задача интегрального исчисления



$$J = \int r^2 dm; \quad (7)$$

пределы интегрирования определяются формой и размерами тела.

Рис. 87,а

Приложим общую формулу (7) к некоторым частным случаям.

1. Момент инерции однородного прямого тонкого цилиндрического стержня относительно оси OO_1 (рис. 87,а), проходящей через его середину O и перпендикулярной к его длине.

Длина стержня l , поперечное сечение S , плотность материала ρ ¹. Пусть приращению длины стержня dr соответствует приращение момента инерции dJ ; две части массы, расположенные от O налево и направо на расстояниях r и имеющие объемы Sdr , выразятся так

$$2dm = 2S\rho dr;$$

поэтому

$$dJ = 2S\rho r^2 dr;$$

$$J = \int_0^{\frac{l}{2}} 2S\rho r^2 dr = \frac{2}{3} S\rho \int_0^{\frac{l}{2}} r^3 = \frac{2}{3} S\rho \frac{l^3}{8};$$

масса всего стержня $m = Sl\rho$; следовательно, момент инерции выразится окончательно

$$J = \frac{1}{12} ml^2.$$

2. Момент инерции однородного цилиндра с радиусом $OA = R$ (рис. 88), относительно оси O , перпендикулярной к его плоскости и проходящей через его центр; высота цилиндра h .

Обозначим плотность материала через ρ . Разобьем площадь основания на кольца; внешний и внутренний радиус одного из них $OC = r + dr$, $OB = r$; площадь этого кольца выразится через $2\pi r dr$; элемент $dV = 2\pi r h dr$; масса его $dm = 2\pi r h \rho dr$; момент инерции этого кольца

$$dJ = 2\pi r^3 h \rho dr;$$

¹ Греческая буква «ро».

чтобы перейти к моменту инерции всего цилиндра, надо это выражение интегрировать, причем пределы берем 0 и $R=OA$

$$J = \int_0^R 2\pi r^3 \rho h dr = \frac{\pi}{2} \rho h r^4;$$

Масса всего цилиндра $m = \pi r^2 h \rho$; поэтому

$$J = \frac{1}{2} m r^2.$$

Подобные, но более сложные рассуждения¹ приводят к выражению моментов инерции других тел, например:

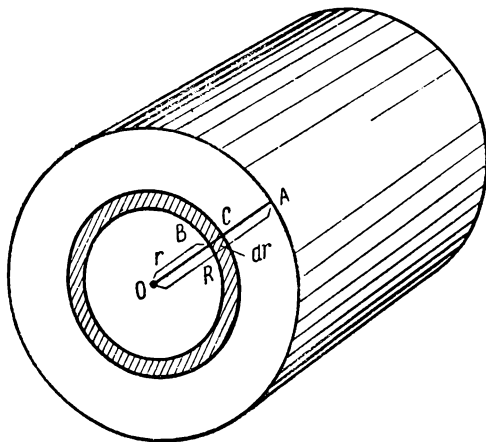


Рис. 88

3. Момент инерции цилиндра относительно оси, перпендикулярной к его высоте и проходящей через ее середину

$$J = m \left(\frac{1}{4} r^2 + \frac{1}{12} h^2 \right).$$

4. Момент инерции шара относительно его диаметра:

$$J = \frac{2}{5} m R^2.$$

5. Момент инерции стержня, ось вращения которого проходит через один из концов

$$J = \frac{1}{3} m l^2.$$

6. Момент инерции цилиндра с отверстием (колесо, муфта)

$$J = \frac{m}{2} (R_1^2 + R_2^2);$$

здесь R_1 и R_2 — радиусы цилиндра и отверстия в нем.

¹ См. Х в о л ь с о н. Курс физики, т. I, 1923, стр. 88—90.

§ 26. Экспериментальное изучение вращательного движения

Понятие о моменте инерции, его появление во II законе и связь, которую он устанавливает между вращающим моментом и угловым ускорением, приводит нас к мысли, что при вращательном движении имеет значение не только сама величина всей вращающейся массы,

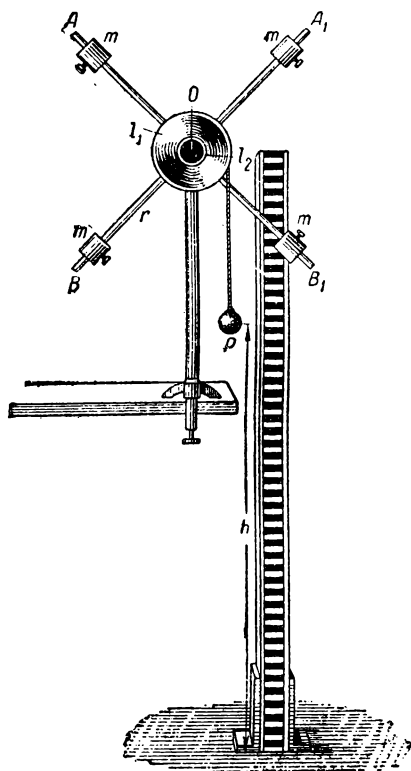


Рис. 89

но и распределение масс относительно оси вращения; при изменении распределения масс в данном вращающемся теле изменяется момент инерции его, т. е. изменяется и величина J , которая устанавливает связь между вращающим моментом M и возникающим угловым ускорением ϵ . Второй закон Ньютона в динамике вращательного движения принимает вид

$$M = J\epsilon,$$

т. е. вращающий момент равен произведению момента инерции на угловое ускорение. Маховые колеса одинакового веса имеют разные моменты инерции в зависимости от их радиусов, толщины ободов, спиц и т. д., а значит, одна и та же сила, с одним и тем же вращающим моментом сообщит таким колесам разные угловые ускорения.

Для количественного изучения обстоятельств вращательного движения обратимся к крестообразному маятнику (рис. 89). Два взаимно перпендикулярные

стержня (латунные легкие трубки) AB_1 и A_1B скреплены на оси O , вместе с которой они могут вращаться при падении груза P , действующего на шкив l_1 или l_2 (рис. 90). По стержням AB_1 и A_1B можно перемещать четыре равных массы по m граммов каждая в виде просверленных цилиндров, которые винтами закрепляются в любом месте стержней. Произведем ряд опытов, помня, что при всех описанных ниже экспериментах движущая сила P постоянна.

1. Сила P действует на шкив l_1 , момент ее $M_1 = Pl_1$; грузы m разведем на концы стержней и там их закрепим; момент инерции J_1 . Пускаем метроном или секундомер и, позволив грузу P падать,

отсчитываем, во сколько секунд t_1 он опустился на расстояние h (например, до пола).

2. Ничего не изменяя в предыдущей установке, приблизим грузы m к оси, т. е. уменьшим момент инерции системы.

Произведя те же отсчеты, увидим, что время движения $t_2 < t_1$. Это значит, что при уменьшении момента инерции $J_2 < J_1$ при данном вращающем моменте M_1 возрастает угловое ускорение

$$M_1 = J_1 \varepsilon_1; M_1 = J_2 \varepsilon_2;$$

$$\text{так как } J_2 < J_1, \text{ то } \varepsilon_2 > \varepsilon_1.$$

3. Можно еще уменьшить момент инерции, закрепив грузы у самой оси. При этих опытах мы изменяли лишь расположение масс в системе, и этого было достаточно, чтобы изменилась инерция вращающего тела, оцениваемая его моментом инерции.

4. Переведя действие груза P на меньший шкив l_2 , мы изменим момент силы: $M_2 = Pl_2$. Уменьшение момента силы при данном моменте инерции J_2 повлечет за собой изменение ускорения

$$\varepsilon < \varepsilon_2; M_2 = J_2 \varepsilon_3.$$

5. Подобные опыты можно разнообразить; например, можно так изменить момент силы и момент инерции, чтобы угловое ускорение осталось прежним.

Прекрасно иллюстрируется II закон динамики при помощи вращающейся на шариках скамейки (рис. 91). Человек становится на эту скамейку и вытягивает руки (рис. 92) с гирями

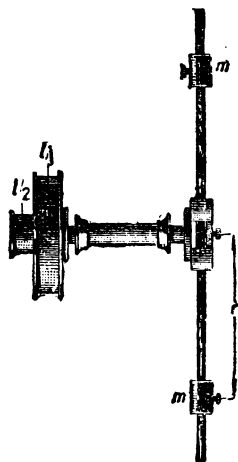


Рис. 90

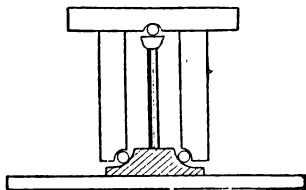


Рис. 91

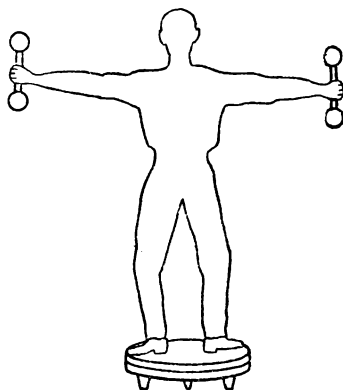


Рис. 92

(или без них). Приведем его и скамейку во вращение, дав ему толчок внешней силой. Когда вращение началось, пусть он быстро сдвинет руки (с грузами) к груди; видим, что вращение заметно ускорится; при раздвижении рук, наоборот, вращение замедлится.

При перемещении рук изменяется распределение масс, следовательно, изменяется момент инерции; а если изменился момент инерции, то меняется скорость вращения, что мы и наблюдаем.

Если, стоя на этой скамейке, размахнуться левой рукой, то скамья повернется направо, и обратно, этим демонстрируется III закон Н ь ю т о н а при вращательном движении. Еще более наглядно обнаружим равенство действия и противодействия, если человек, стоящий на этой скамье, называемой «скамьей Жуковского», возьмет в руки массивное велосипедное колесо на стержне; пока он держит стержень горизонтально, приведем колесо в быстрое вращение, положим, по стрелке часов (в вертикальной плоскости); если теперь стоящий на скамье поставит над собой вращающееся колесо, держа стержень вертикально, то скамья станет вращаться в обратную сторону (против стрелки часов).

§ 27. Закон сохранения момента количества движения

Чтобы найти аналитическое выражение III закона динамики для вращательного движения, обратимся к выражению импульса, как это было установлено для поступательного движения

$$i = m(v_2 - v_1);$$

введем элементы, характеризующие вращательное движение, умножив обе части этого уравнения на r — расстояние массы m до оси вращения,

$$ir = mr(v_2 - v_1); \quad ir = mr^2\omega_2 - mr^2\omega_1;$$

здесь ω_1 и ω_2 — угловые скорости до появления импульса i и после его действия; ir есть особая величина, называемая *моментом импульса* S

$$ir = S; \quad S = J\omega_2 - J\omega_1;$$

величины $J\omega_2 = mv_2r$ и $J\omega_1 = mv_1r$ называются *моментами количества движения* (аналогично «количествам движения», в поступательном движении); это уравнение может быть выражено так: *момент импульса численно равен изменению момента количества движения.*

По III закону Н ь ю т о н а моменты импульсов двух взаимодействующих при вращении тел (колесо и скамейка, два зубчатых колеса и т. д.) равны и противоположны

$$S = -S_1.$$

Подробно это равенство изобразим так

$$J\omega_2 - J\omega_1 = -(J_1\omega_4 - J_1\omega_3);$$

здесь J и J_1 — моменты инерции двух взаимодействующих при вращении тел, ω_1 и ω_3 — их начальные угловые скорости, ω_2 и ω_4 — угловые скорости после действия импульса; далее находим

$$J\omega_1 + J_1\omega_3 = J\omega_2 + J_1\omega_4. \quad (8)$$

Таким образом, III закон Н ь ю т о н а для вращательного движения может быть выражен так: *в изолированной системе сумма моментов количества движения двух тел до и после взаимодействия постоянна.*

При действии центральных сил момент количества движения материальной точки постоянен. Момент количества движения есть вектор, равный произведению вектора количества движения на радиус-вектор. Вектор момента количества движения откладывается по оси вращения или параллельно оси вращения. Смотря по направлению вектора, мы должны видеть вращение совершающимся по часовой стрелке. Сумма моментов количеств движения всех точек системы относительно оси называется главным моментом S количества движения системы относительно оси. Если эта ось служит осью вращения твердого тела, то главный момент количества движения тела выражается произведением момента инерции относительно этой оси на угловую скорость тела: $S = J\omega$. По II закону Н ь ю т о н а для вращательного движения

$$M = \frac{dS}{dt},$$

где M — вращающий момент, S — главный момент количества движения, t — время. Производная главного момента количества движения твердого тела по времени равна вращающему моменту, представляющему собою геометрическую сумму моментов сил, действующих на точки тела. Если вращающий момент равен нулю, то главный момент количества движения твердого тела остается постоянным.

Это положение носит название «закона сохранения момента количества движения».

§ 28. Кинетическая энергия вращательного движения

Если точка с массой m движется по окружности на расстоянии r от оси, то выражение ее кинетической энергии преобразовывается так

$$W = \frac{mv^2}{2}; \quad W = \frac{mr^2\omega^2}{2} = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Для того чтобы найти кинетическую энергию вращающегося тела, следует написать выражения кинетической энергии для каждой его материальной точки и затем суммировать их

$$W = \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2} + \frac{m_3 r_3^2 \omega^2}{2} + \dots = \frac{\omega^2}{2} \sum m r^2;$$

согласно ранее введенным условиям, имеем

$$W = \frac{\omega^2}{2} \int r^2 dm; \quad W = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (9)$$

Сравнивая это выражение для кинетической энергии вращающегося тела с формулой для энергии поступательного движения тела, видим, что и здесь роль массы играет момент инерции, а вместо линейной скорости стоит угловая скорость.

Итак, *кинетическая энергия вращающегося тела численно равна половине произведения момента инерции его на квадрат угловой скорости.*

Например, определив среднюю угловую скорость по числу оборотов в секунду ν

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

и зная момент инерции J вала или махового колеса, можно вычислить кинетическую энергию вращения этого тела.

§ 29. Силы инерции

Прежде чем изложить учение о силах инерции, целесообразно напомнить два важных положения.

1. Из законов Н ь ю т о н а вытекает общее определение силы: сила — это характеристика механического взаимодействия тел.

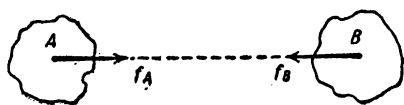


Рис. 93

Если мы говорим, что на тело A действует сила f_A (рис. 93), то это значит, что тело A находится во взаимодействии с каким-то другим телом B (или несколькими телами). Сила f_A количе-

ственно и по направлению характеризует величину этого взаимодействия, как оно сказывается на теле A . С другой стороны, сила f_B , равная f_A , но противоположно ей направленная и приложенная к телу B , характеризует то же самое взаимодействие, как оно сказывается на теле B .

Примером такого взаимодействия могут служить: взаимное притяжение двух материальных тел вследствие всемирного тяготения, взаимное притяжение или отталкивание наэлектризованных тел, магнитных полюсов и т. д.

Если нас интересует движение тела A , то согласно терминологии Н ь ю т о н а, мы называем силу f_A действием тела B на тело A , а силу f_B противодействием или реакцией тела B . Если же нас интересует тело B , то, наоборот, силу f_B мы называем действием тела A на тело B , а силу f_A противодействием или реакцией тела A . Эти силы f_A и f_B , характеризующие одно и то же физическое явление — механическое взаимодействие тел A и B , — всегда и неизбежно наблюдаются попарно, что и утверждает III закон Н ь ю т о н а.

2. Мы всегда наблюдаем только относительные движения тел, замечаем их перемещения по отношению к другим телам, которые условно считаем неподвижными и называем *телами отсчета*. Укажем на общеизвестный пример. Если за неподвижное тело отсчета

принять Землю, то мы видим, что Солнце каждый день восходит, поднимается и заходит, короче говоря, движется вокруг неподвижной Земли. Но если за неподвижное тело принять Солнце и с ним связать инерциальную систему отсчета, то мы устанавливаем вращение Земли вокруг ее оси и обращение ее вокруг неподвижного Солнца. По отношению к разным телам отсчета одни и те же реально существующие движения характеризуются по-разному. Поэтому, прежде чем говорить о движении, надо указать, какое тело принято за тело отсчета, т. е. считается неподвижным. Иначе говоря, это соответствует требованию указать, с какого тела мы наблюдаем движение. Неисполнение этого требования может привести к вредной путанице.

Сделав эти два очень важных замечания, мы можем перейти к основной теме — о силах инерции. Рассмотрим сначала простой и конкретный случай, постоянно наблюдающийся в вагоне трамвая или троллейбуса. Если вагоновожатый поторопится включить ток большой величины и тем самым электродвигатель приведет в действие, то все пассажиры покачнутся в сторону задней площадки; при резком торможении, наоборот, все пассажиры покачнутся в сторону передней площадки.

Чтобы понять это простое явление, необходимо прежде всего установить, откуда мы его наблюдаем, или, выражаясь языком физики, какое тело мы выберем за неподвижное тело отсчета.

Самыми простыми и естественными представляются две возможности: или мы можем его наблюдать, стоя на тротуаре, принимая за неподвижное тело отсчета Землю и все, что с ней неизменно связано, как например, дома, фонарные столбы и т. п., или можем наблюдать, сидя в вагоне, принимая за неподвижное тело отсчета стенки, пол и потолок вагона. Чтобы не сбиваться в своих рассуждениях, примем, что во втором случае стенки вагона непрозрачны, окон не имеют и наблюдатель не может видеть предметов, неподвижно связанных с Землей. Вследствие этого он не может судить о движении вагона.

а) Наблюдая с Земли, мы объясним происходящее так. Вагоновожатый включил ток большой величины; электродвигатель развил большую силу, и вагон получил значительное ускорение вперед. Пассажиры же, не будучи связаны с вагоном жестко, вследствие инерции своих тел продолжали еще некоторое время сохранять свое состояние покоя, которое они имели на остановке. В результате в момент рывка вагона вперед пассажиры от него, так сказать, отстали. Оно и естественно, так как на них не действовала сила подобная той, которая была приложена к вагону. На прилагаемом рисунке 94 показаны сила и ускорение. Единственная сила приложена к вагону. Она сообщает ему ускорение $+a$. На пассажира никакая другая сила не действует, ускорения он в первый момент не получает и по инерции остается по отношению к Земле в покое.

б) Совсем не так рисуется дело для наблюдателя, сидящего в ва-

гоне (рис. 95). Так как он не видит предметов, связанных с Землей, и его наблюдения ограничены только внутренностью вагона, то он о движении самого вагона ничего сказать не может. Он только может констатировать факт, что все пассажиры покачнулись назад. Он может даже измерить ускорение, которое они получили. Оно окажется направленным вправо, и мы припишем ему знак минус; уско-

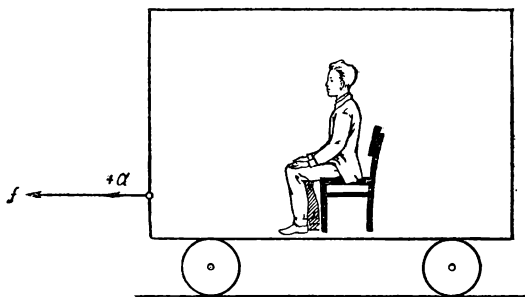


Рис. 94

рение пассажиров будет $-a$. По второму закону Ньютона ускорение всегда вызывается действием силы. Поэтому наблюдатель, сидящий в вагоне, будет склонен утверждать, что к пассажирам приложена сила, направленная вправо и потому равная $f = -ma$. На рисунке 95 показано наблюдаемое ускорение $-a$ и предполагаемая действующая сила f . Но, как было подчеркнуто в пункте

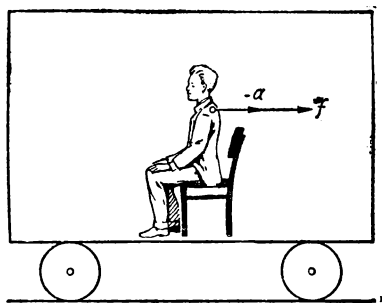


Рис. 95

первом настоящего параграфа, сила есть характеристика взаимодействия материальных тел. Одно из них — пассажир. К нему, как мы полагаем, приложена сила f . Но где же второе тело, которое своим действием отбросило его назад? Сколько бы мы его ни искали, такого тела мы не найдем, ибо его и нет. Все дело в некотором своеобразии постановки нашего наблюдения. Наблюдатель, неподвижно сидящий в вагоне, естественно считает стенки вагона неподвижными и

принимает их за неподвижное тело отсчета, в то время как они находятся в ускоренном движении. По отношению к ускоренно движущимся стенкам вагона пассажиры оказываются (в момент рывка вагона) движущимися ускоренно. Это и заставляет наблюдателя, связанного с ускоренно движущимся телом отсчета, предполагать существование силы f .

Мы можем поставить в вагоне такой опыт. Установим внутри вагона горизонтальный стол с идеально гладкой поверхностью. На него положим шар массой m и соединим его с передней стенкой вагона нитью и динамометром (рис. 96). В момент, когда вагон будет находиться в движении вправо с ускорением $+a$, мы будем наблюдать растяжение динамометра, что будет указывать на наличие действующей силы. Но динамометр измеряет силу по величине и не указывает ее направления. Вследствие этого растяжение динамометра можно объяснить двояко.

1. Наблюдатель, связанный с Землей, скажет, что вагон тянет шар с силой $f=ma$ вправо. Именно эту силу и измеряет динамометр.

2. Наблюдатель, связанный с вагоном, скажет, что динамометр показывает силу $F=-ma$, которая тянет шар влево, но природа которой ему неизвестна. Сила $F=-ma$, которую наблюдатель, связанный с ускоренно движущимся телом отсчета, вводит как объяснение наблюдаемого ускорения, называется *силой инерции*.

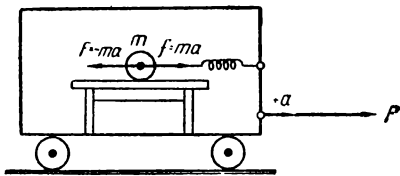


Рис. 96

Как же формулировать условия, при которых появляются силы инерции? Уже из разобранных примеров видно, что неизбежно появление сил инерции при наблюдении движений во всех тех случаях, когда за основание наших наблюдений и отсчетов движения взята *неинерциальная система*, т. е. система движущаяся с ускорением (вагон); иначе говоря, *силы инерции появляются при таком относительном движении, когда оси координат (система отсчета) сами движутся с ускорением*.

Рассмотрим несколько явлений для более глубокого пояснения сказанного.

1. В кабине лифта висит на пружинных весах шар (рис. 97) массой m . Пока лифт не движется, на шар действуют две силы: сила тяжести $P=mg$ вниз и уравновешивающая сила упругости пружины $F=mg$ вверх.

Но как только лифт двинулся

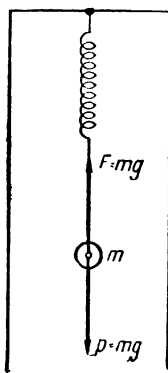


Рис. 97

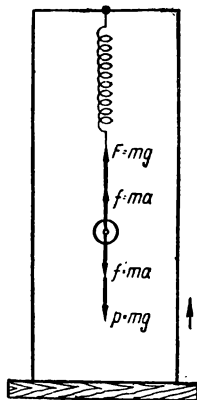


Рис. 98

вверх с ускорением a весы покажут дополнительное растяжение, как будто шар стал тяжелее.

а) Наблюдатель, стоящий на площадке лестницы (рис. 98) и связанный с Землей, как с инерциальной системой отсчета, ска-

жет, что лифт получил ускорение a вверх, поэтому на пружину действует вверх сила $F+f=mg+ma$. Тогда по III закону Ньютона на шар тоже действует сила $P+f=mg+ma$ вниз. Шар стал как бы тяжелее; происхождение этого приращения веса понятно — это есть противодействие по III закону появившейся силе $f=ma$, двигающей лифт вверх.

б) Наблюдатель внутри лифта (рис. 99), связанный с лифтом, т. е. с системой, двигающейся с ускорением, но не знающий о движении лифта вверх, тоже наблюдает добавочное растяжение пружины. Он должен будет объявить о появлении новой силы $f=ma$, действующей на шар вниз; по его мнению, нет силы, противодействующей f . Эта сила, появившаяся потому, что не учтено движение системы отсчета — лифта, есть *сила инерции*.

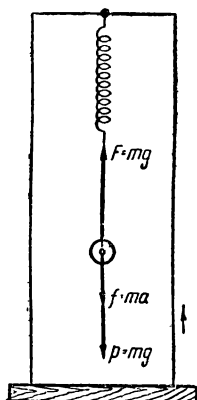


Рис. 99

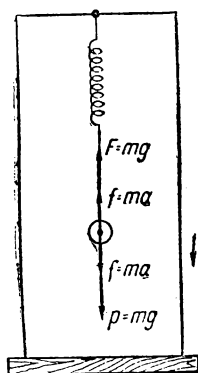


Рис. 100

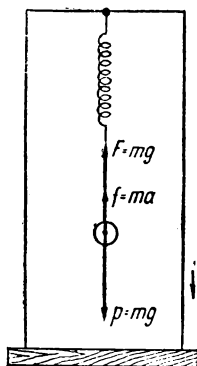


Рис. 101

2. Когда лифт идет вниз с ускорением a , шар становится легче. Это явление аналогично предыдущему объясняет: а) наблюдатель, связанный с Землей (рис. 100); б) наблюдатель, связанный с неинерциальной системой — лифтом (рис. 101).

3. Рука держит бечевку, на которой висит тяжелый груз (рис. 102). Бечевка подобрана так, чтобы в спокойном состоянии груз ее не мог оборвать. Затем резким рывком дергают бечевку вверх. Бечевка обрывается. Объяснение зависит от того, в какой системе отсчета рассматривать этот опыт.

а) Если выбрать за тело отсчета Землю, то дело представится так (рис. 102). В начале опыта груз m висит неподвижно, так как он находится под действием уравновешивающих друг друга сил: силы тяжести $P=mg$ и силы натяжения нити $F=mg$. При рывке руки вверх с ускорением $+a$ мы прилагаем к бечевке силу $f=ma$ так, что на нее действует сила $F+f$ вверх, а на груз — противодействие $P+f$ вниз; бечевка нагружается суммарной нагрузкой $F+f=mg+ma$, на что она не рассчитана; вот она и рвется.

б) Если же все явления отнести к началу отсчета — к руке, то в этой системе нет изменения конфигурации тел, нет ускорения, но рука почувствует увеличение нагрузки, направленное вниз. Объяснение этому можно дать, если предположить, что к телу приложена добавочная *сила инерции* $f=ma$ (рис. 103). На прилагаемых рисунках показано, какие силы рассматривают наблюдатели, связанные с обеими выбранными нами системами отсчета.

4. Профессор Московского университета Н. А. Любимов предложил демонстрировать эти явления при помощи падающих пружинных весов. Пусть при спокойном положении весов (рис. 104) гиря A давит на пружину B и стрелка M , связанная с гирей, находится в горизонтальном положении. Если, приподняв рукой гирю, уменьшить ее давление на пружину, то стрелка переходит в положение M_2 ; если, наоборот, надавить на гирю, то стрелка занимает положение M_1 . То же самое видим при движении доски C с весами

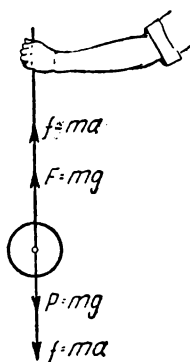


Рис. 102

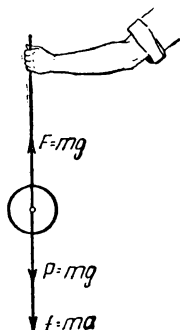


Рис. 103

по вертикальному направлению: 1) если быстро двинуть при помощи веревки весы вверх, стрелка становится в положение M_1 ; гиря стала как бы тяжелее; 2) если опустить весы, предоставив им падать, стрелка станет в положение M_2 ; гиря стала как бы легче.

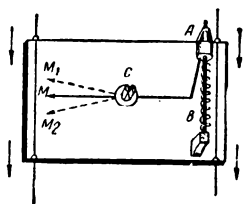


Рис. 104

По приведенным выше образцам можем разобрать этот опыт относительно различных тел отсчета и найти силу инерции.

5. Когда мы двигаем с ускорением не гирю, а вообще части какой-либо машины, например, поршень паровой машины или двигателя внутреннего сгорания, кабину подъемника (лифт) и т. д., во всех этих и иных случаях приходится тщательно учитывать силы инерции, так как их появление сильно изменяет все расчеты данной технической установки.

Разберем следующий пример. Пусть кабинка подъемной машины с пассажирами имеет вес $P=500 \text{ кг}$; пока она находится в покое, канат, на котором она подвешена, должен выдерживать ее вес 500 кг . Но как только подъемник двинется кверху, к его весу прибавятся силы инерции, и канат должен быть рассчитан уже не на силу P , а на силу $P+f$. Положим, что электродвигатель сообщает подъемнику ускорение $a=2 \text{ м/сек}^2$; тогда

$$f = ma = \frac{500}{9,8} \cdot 2,$$

что приблизительно составляет 100 кГ. Следовательно, надо взять канат, способный выдержать нагрузку $f=500 \text{ кГ}+100 \text{ кГ}=600 \text{ кГ}$. Обычно требуют с целью безопасности, чтобы канат выдерживал семикратную нагрузку («запас прочности»). Значит, в нашем случае берут канат, выдерживающий нагрузку не 3500, а 4200 кГ. Подобные же расчеты приходится делать и в других случаях, когда играют роль силы инерции.

Силы инерции могут стать очень большими, особенно при больших ускорениях, и не принимать их в расчет в технике совершенно невозможно, так как это значило бы рисковать катастрофой.

Подводим итог всему сказанному. Во всех разобранных примерах мы сначала пользовались в качестве тела отсчета Землей или неизменно связанными с ней телами (например, площадкой лестницы около лифта). Мы делали это потому, что нам нужно было выбрать тело отсчета, которое бы не двигалось ускоренно, а находилось в состоянии или покоя, или движения равномерного и прямолинейного. Короче говоря, нам нужно было выбрать тело отсчета, находящееся в состоянии инерциального движения. Хотя Земля движется не прямолинейно и не равномерно, тем не менее ее ускорения так ничтожно малы, что практически *Землю вполне можно принимать за инерциальную систему отсчета*. Вторым телом отсчета мы выбирали тело, движущееся ускоренно, т. е. рассматривали систему отсчета, движущуюся с ускорением.

Относительно *инерциально движущегося тела* отсчета мы наблюдали ускорения, вызванные *реальными силами*, характеризующими физические взаимодействия материальных тел по III закону Ньютона.

Относительно же *ускоренно движущихся тел* отсчета мы наблюдали *ускорения, обусловленные проявлением инерции*.

Положим, что мы ведем наблюдения, будучи связаны с телом, имеющим ускорение, и относим к нему наши отсчеты, считая это тело неподвижным. Тогда мы наблюдаем появление особых ускорений, и нам приходится вводить силы особой природы. Это и есть так называемые *силы инерции*, к пониманию которых подходил Ньютон, вводя понятие о «врожденной силе материи».

§ 30. Центробежные и центростремительные силы

При изучении равномерного движения по окружности были выяснены кинематические элементы этого движения (§ 7)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad v = \omega R; \quad a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R},$$

где v — линейная скорость материальной точки, ω — угловая скорость, R — радиус, T — время одного оборота, a — нормальное ускорение.

Это нормальное ускорение a было названо *центробежным*, так как оно всюду направлено к центру. При этом молча пред-

полагалось, что телом отсчета служит тело, по отношению к которому центр круговой траектории остается в покое и которое само находится в инерциальном движении.

Из наличия центростремительного ускорения по II закону Ньютон непосредственно вытекает, что на тело, движущееся равномерно по окружности, действует сила

$$f = ma = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R}.$$

Эту силу называют *центростремительной силой*, так как она направлена так же, как и вызываемое ею ускорение, к центру.

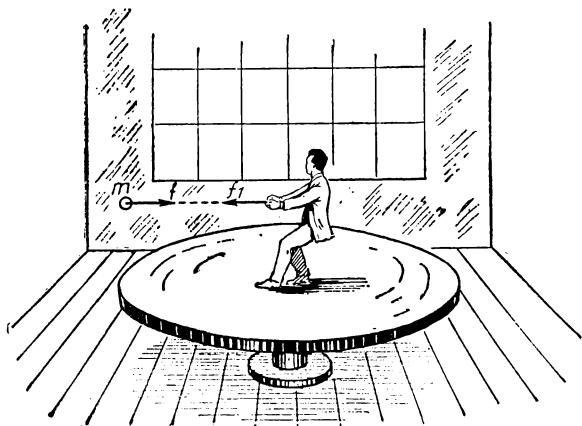


Рис. 105

Для выяснения действующих при этом сил очень важно сразу же устанавливать, в какой системе отсчета мы будем вести наблюдения.

а) Человек быстро вращается с шариком, привязанным к шнуру (рис. 105) вместе с площадкой.

Относительно Земли или комнаты (инерциальное тело отсчета) дело рисуется так (рис. 105). На шарик m действует натяжение шнура, обусловленное тянущей силой руки, направленное вдоль шнура к центру. Это есть центростремительная сила f . Она не позволяет шарiku лететь (по инерции) по касательной и оттягивает его от касательной, заставляя двигаться по окружности. Она является характеристикой взаимодействия шарика с рукой. К руке и шнуру приложена по III закону Ньютон сила противодействия f_1 , направленная от центра, которую можно назвать *центробежной*. В этом случае обе силы приложены к разным точкам.

б) Относительно равномерно вращающейся площадки (рис. 106), на которой стоит человек и которая представляет собою тело, находящееся в ускоренном движении (так как все его части имеют

центростремительное ускорение), дело рисуется иначе. По отношению к ней и человек, и шарик, и шнурок неподвижны. Но человек, не зная ничего о вращении площадки, чувствует, что шарик натягивает нить, стараясь удалиться от центра. Он делает вывод, что на шарик действует какая-то сила F , направленная вдоль шнура от цен-

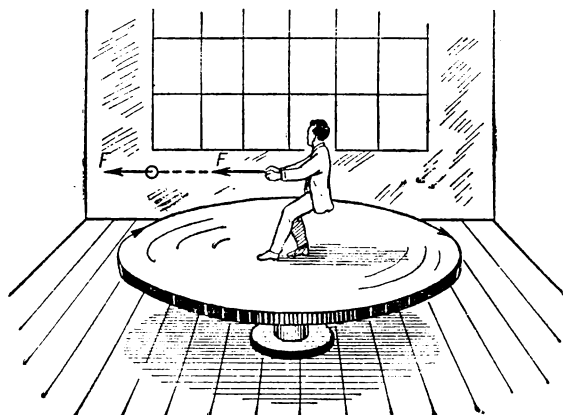


Рис. 106

тра и приложенная к самому шарiku. Эту силу он называет *центробежной силой инерции*, так как он не видит иных причин ее возникновения.

Каким телом отсчета приходится пользоваться, зависит от характера задач: в некоторых случаях лучше пользоваться телом, движущимся инерциально; в других случаях за систему отсчета приходится брать вращающееся тело, например, Землю, вместе с которой вращаются все земные наблюдатели.

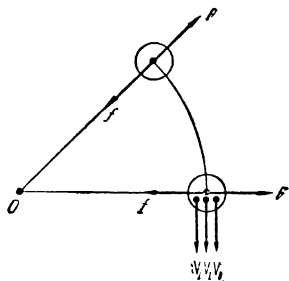


Рис. 107

Всякая система тел и всякое отдельное тело, вращающееся около центра O (рис. 107), находятся в напряженном состоянии. Все частицы вращающегося тела (например, шарика на нити) в каждой точке своей траектории сохраняют по инерции свою скорость по касательной,

но их взаимные связи и связи с центром (шнур) оттягивают их от касательной и заставляют двигаться по окружностям соответствующих радиусов. Взаимные связи частей системы ограничивают свободу движения ее отдельных частей и могут быть заменены силами, определяющими их действительное движение.

Шар, вращающийся на нити (или шнуре, рис. 107) подвержен действию центростремительной силы f , передающейся от руки

нитью. Но шар вследствие своей инерции, влекущей его двигаться по касательной, действует на связь — нить и руку — силой, направленной от центра и натягивающей нить с силой F , значение которой при движении по окружности определится из условий (III закон Ньютона):

$$F = -f; \quad F = -\frac{mv^2}{r} = -m \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r = -m\omega^2 r.$$

Эта сила F , приложенная к связям, и есть та сила, которую мы назвали *центробежной силой инерции*.

Наличие этих сил f и F во вращающейся системе и обуславливает ее напряженное состояние.

Если при вращении шара увеличивают угловую скорость, то центробежная сила F может стать больше того предельного напряжения, на которое рассчитана нить; тогда нить рвется, и шар идет по

касательной, сохраняя вследствие инерции то направление скорости, которое она имела в момент разрыва.

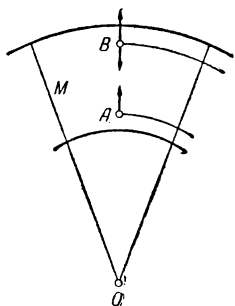


Рис. 108

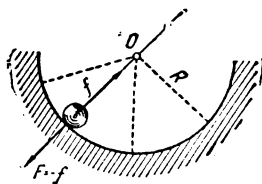


Рис. 109

Такие катастрофы могут быть под действием центробежной силы во всех вращающихся системах, которые самым фактом вращения приводятся в напряженное состояние.

Во всяком твердом теле, во всех его частях и частицах (до молекулярных размеров) при вращении возникают подобные напряжения, обусловленные действием инерции на связи. Например, в ободе махового колеса M (рис. 108) всякая частица A действует на частицу B , и эту силу можно назвать *центростремительной*; но частица B действует на A по направлению AB , эту силу можно назвать *центробежной*. Распространяя это заключение на все частицы тела, видим, что на все материальные точки системы действуют центробежные силы, во всем ободе создается при вращении напряжение между его частицами.

Рассмотрим некоторые случаи проявления центробежной силы.

1. Шар катится по круговому желобу (рис. 109); на шар действует сила давления стенки желоба f — это *центростремительная сила*; шар вследствие инерции давит на связь, вызвавшую искривление его пути — на стену желоба с силой $F = -f = -m\omega^2 r$; это *центробежная сила*, приложенная к связи. Подобное же явление

ние: вращающийся шар K (рис. 110) испытывает давление пружины — это *центростремительная сила* f ; но сам он давит на пружину с силой F — это *центробежная сила*, передающаяся на связь — упор B .

2. Поезд железной дороги или автомобиль (рис. 111), проезжая по вогнутому мосту, прогибают его, действуя с силой большей, чем их вес. Именно, при движении по вогнутому мосту на автомобиль

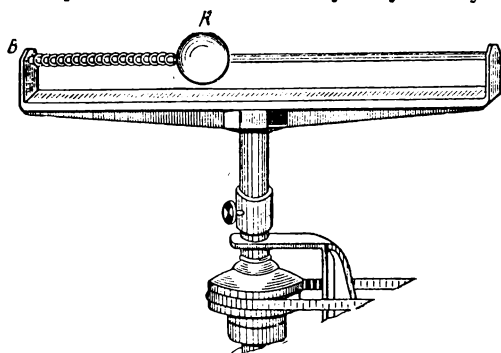


Рис. 110

действуют: вверх — сила упругости, равная сумме центростремительной силы $\frac{mv^2}{r} = f$ и веса автомобиля P ; вниз на мост как на связь действует вес автомобиля P и центробежная сила $F = \frac{mv^2}{r}$, всего на мост действует вниз сила $R = P + \frac{mv^2}{r}$, т. е. сила большая, чем вес P , и возрастающая со скоростью движения. Отсюда, если мост бесом уже был прогнут до проезда, то возникает увеличение проги-

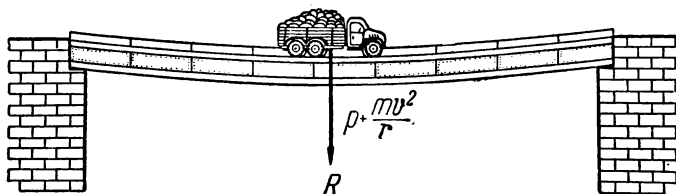


Рис. 111

ба, называемого *динамическим*, т. е. прогиб при движении, в отличие от *статического*, обусловленного лишь весом. На больших мостах, где каждый пролет имеет огромный вес, динамический прогиб превышает статический не больше чем на 10%.

3. Если автомобиль движется по выпуклому мосту (рис. 112), то, рассуждая по предыдущему, найдем, что вес и центробежная сила инерции действуют на связь, на мост с силой

$$R = P - \frac{mv^2}{r},$$

т. е. в этом случае динамический прогиб меньше статического.

4. Вагон, движущийся по закруглению LL_1 (рис. 113), как шар,двигающийся по желобу, испытывает давление рельса внутрь кривизны, на него действует центростремительная сила f : обратно — вагон вследствие инерции действует на внешний рельс центробежной силой F . Эта сила давления на рельс $F = \frac{mv^2}{r}$ при больших

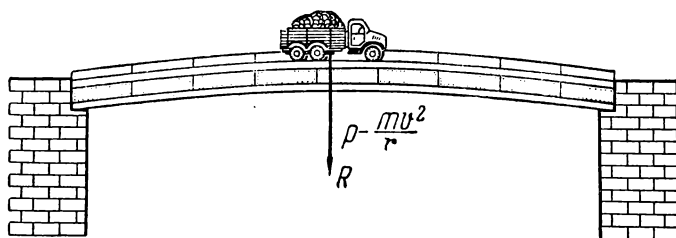


Рис. 112

скоростях создает опасность: вагон может сойти с рельс. Поэтому на закруглениях пути (рис. 114) внешний рельс укладывается выше внутреннего так, чтобы равнодействующая веса вагона и центробежной силы была перпендикулярна к рельсу и оси вагона.

5. Вертикальный вал (рис. 115) может быть приведен во вращение. К нему привешен на проволоке $l=AB$ шарик A ; пока

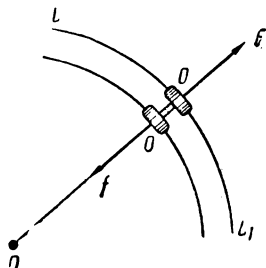


Рис. 113

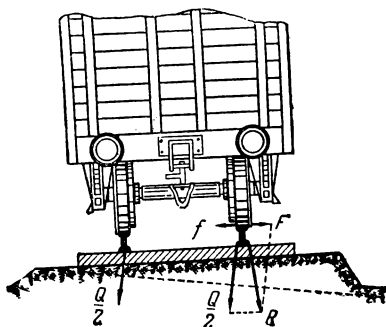


Рис. 114

вал не вращается, вес шарика P уравновешен сопротивлением проволоки. Но как только вал приведен во вращение, шарик отходит от него, проволока (или нить) отклоняется на угол α , и шарик начинает описывать окружность; такой прибор называется *коническим маятником* (рис. 116). Центростремительная сила f при этом движении находится как равнодействующая веса шарика P и реакции проволоки Q

$$\vec{f} = \vec{P} + \vec{Q}.$$

Центробежная сила $F = -f$ определяется реакцией связи Q

$$\overline{F} = \overline{Q} - \overline{P}.$$

Значение f и связь f с P позволит определить период маятника, т. е. время полного оборота

$$f = P \operatorname{tg} \alpha; \quad f = m \omega^2 r; \quad mg \operatorname{tg} \alpha = m \omega^2 r; \quad r = l \sin \alpha;$$

$$\frac{g}{\cos \alpha} = \omega^2 l; \quad g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot l \cos \alpha;$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}; \quad (a)$$

для малых углов α эта формула совпадает с формулой математического маятника при малых амплитудах.

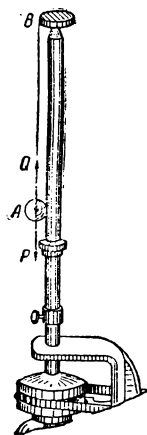


Рис. 115

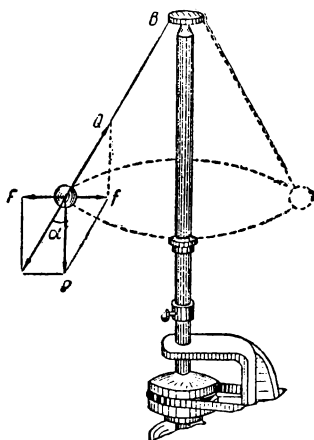


Рис. 116

Конический маятник имеет важное техническое применение; на его принципе построен *центробежный регулятор Уатта* (рис. 117). Муфта K может скользить вдоль вала LL_1 , вращение которого определяется вращением вала паровой машины.

Из формулы (a) имеем

$$\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 l} \cdot T^2;$$

при возрастании скорости вращения и уменьшении периода вращения T угол α увеличивается, шары расходятся и поднимают муфту K , а ее движение передается заслонке C , которая, повертываясь, уменьшает доступ пара из котла в рабочий цилиндр; этим автоматически регулируется скорость движения поршня и обуславливается равномерность хода машины при изменяющейся нагрузке.

6. Если в сосуд налить жидкости разных плотностей (например, ртуть, воду, масло), то они расположатся по закону *А р х и м е д а* — внизу наиболее плотная. Но если этот сосуд привести в быстрое

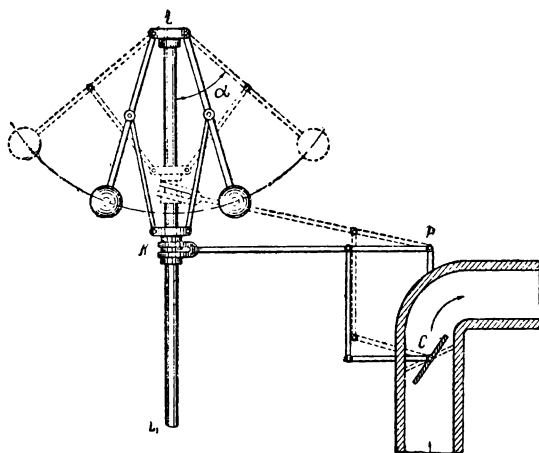


Рис. 117

вращение около оси LM (рис. 118)¹, то, вследствие неравных сил инерции и неравных сил давления на стенки сосуда, более плотная жидкость займет удаленное положение от оси LM , образуя как бы пояс OO_1 на стенке вращающегося сосуда. На этом основании применяются *центрифуги* или *центробежные сепараторы* жидкостей, отделяющие друг от друга жидкости разных плотностей (например, тяжелые водянистые части молока от легких, жировых).

7. Отметим еще техническое использование центробежной силы в так называемых центробежных насосах (рис. 119); колеса C с лопастями спиральной формы приводятся в быстрое вращение;

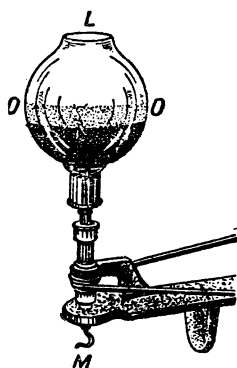


Рис. 118

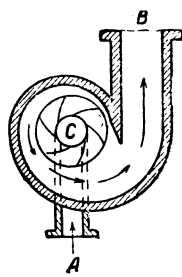


Рис. 119

лопасти передают вращательное движение жидкости, которая затем по касательной направляется в трубу B ; на место поднятой жидкости из A (под действием атмосферного давления) поступает

¹ Вместо традиционной центробежной машины современная техника эксперимента вводит мотор постоянного тока, число оборотов которого можно менять в широких пределах; на ось мотора прямо насаживаются вращающиеся тела.

новая порция, которая также перегоняется в *В*. Этот насос замечателен тем, что у него нет клапанов.

Центробежные силы растут при увеличении скорости ($F = m\omega^2 R$) и при больших скоростях могут достигать огромных значений. Это особенно опасно в машинах, части которых (маховики, колеса и т. д.) имеют большие массы, движущиеся с большими скоростями. Так, например, валы паровых турбин делают до 30 000 об/мин; возникающая при этом центробежная сила в 100 и более тысяч раз больше веса вращающихся частей турбины; еще пример: вал некоторой паровой машины делает 200 об/мин, вес вращающихся частей 4200 кг, а для уравнивания сил инерции этих вращающихся масс нужен противовес 15 900 кг. При проектировании современных быстроходных машин (турбин, тепловозов, автомобилей, самолетов и т. д.) конструкторы должны тщательно предусмотреть развивающиеся центробежные силы инерции и подумать об их уравнивании. Если центробежные силы в отдельных частях машины (например, у колес локомотива) не уравновешены, они создают в материале такие упругие напряжения, которые могут повлечь за собой его разрушение (например, колеса или маховики). Такие катастрофы неоднократно бывали; части разрушенной конструкции разлетаются по касательным, производя на своем пути дальнейшие разрушения.

§ 31. Свободные оси

Если тело находится во вращательном движении, то на его точки действуют центробежные силы; равнодействующие этих сил приложены к оси вращения и, если ось не закреплена, изменяют ее положение. Покажем это на примере вращающейся на нити замкнутой цепочки (рис. 120). При медленном вращении цепочка

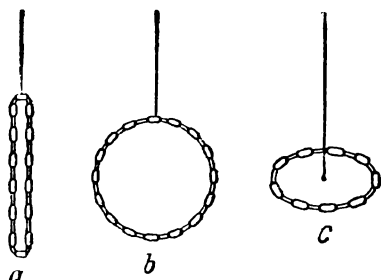


Рис. 120

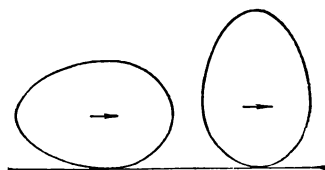


Рис. 121

имеет форму *a*, при более быстром — принимает форму (*b*), а при самом быстром — форму *c*. В последнем случае цепочка вращается в устойчивом положении, если ее ось расположена так, чтобы момент инерции цепочки был наибольшим. Если такую цепочку посадить на край вала мотора, привести в быстрое вращение и сбросить на стол, то цепочка покатится по столу, как если бы она была сплошным кольцом. Устойчивость ей придают центробежные силы, приложенные к ее частицам. Иногда устойчивое положение занимает

вращающееся тело, когда момент инерции принимает наименьшее значение относительно свободной оси. Такое положение занимает яйцеобразное тело при его вращении (рис. 121).

Свободные оси — такие оси, при вращении около которых не возникают дополнительные давления на связи вследствие центробежных и других сил инерции.

Рассмотрим вращательное движение прямоугольного бруска вокруг одной из трех взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр масс этого однородного бруска (рис. 122). Пусть длина бруска равна l , ширина b , толщина h . Для трех свободных осей, проходящих через центр масс, все центробежные силы взаимно уравновешиваются. При вращении вокруг оси S_1 — момент инерции наибольший, при вращении вокруг оси S_2 — момент инерции наименьший, при оси S_3 — момент инерции промежуточный. Опыт показывает, что *свободной осью тела может служить ось с наибольшим или наименьшим моментом инерции.*

Люди и животные используют вращение вокруг свободных осей. Так, цирковой артист, вытянув руки и слегка наклонившись вперед, сообщает себе вращательный импульс вокруг оси с наибольшим моментом инерции и малой угловой скоростью. Затем он подбрасывает тело и тем уменьшает момент инерции, увеличивая во столько же

раз угловую скорость, при этом сохраняется один и тот же момент количества движения. С этой скоростью он совершает два или даже три полных оборота, затем в нужный момент выпрямляется, уменьшая тем самым угловую скорость, и приземляется. Балерина использует, как свободную, ось с наименьшим моментом инерции, вокруг которой она вращается с большой угловой скоростью, а чтобы замедлить вращение, поднимает и вытягивает руки и ногу.

Отпущенная с высоты вверх лапками кошка маневрирует лапками и хвостом, поворачивается вокруг свободной оси с наименьшим моментом инерции, и падает всегда на лапки.

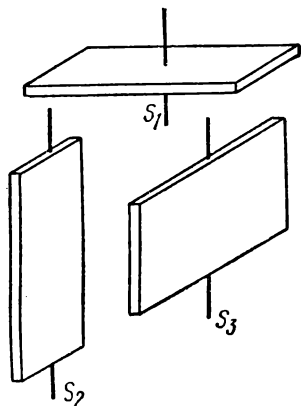


Рис. 122

§ 32. Гироскопический эффект

В самом общем случае вращательного движения ось вращения уже не сохраняет неизменного положения в теле. Хотя она всегда проходит через центр тяжести тела, но направление ее меняется. Этот самый общий вид вращательного движения носит название *гироскопического* или движения волчка. Вращение вокруг неизменных свободных осей или осей в опорах — частные случаи общего гироскопического движения.

В дальнейшем мы ограничимся случаем *симметричного волчка*. Ось симметрии носит название *оси фигуры*. Рассмотрим сначала однородный шар, закрепленный в геометрическом центре. Пусть шар обладает угловой скоростью ω_1 вокруг оси I и ω_2 вокруг оси II (рис. 123). Эти две угловых скорости складываются, как векторы, по правилу параллелограмма. Напомним, что для вращательного движения момент импульса $S = Mt$, где M — вращающий момент, t — время; момент количества движения равен $I\omega$, где I — момент инерции, ω — угловая скорость. II закон Ньютона для вращательного движения в общем виде выражается дифференциальной формулой

$$dS = Mdt = d(I\omega).$$

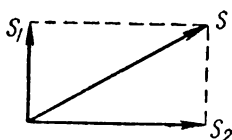
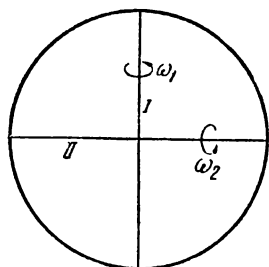


Рис. 123

Так как для всех осей, проходящих через центр шара, моменты инерции равны, то моменты импульсов, в рассматриваемом случае шара, пропорциональны угловым скоростям и направлены в те же стороны. Складывая векторы S_1 и S_2 , получаем результирующий вектор S , определяющий направление оси вращения шара.

Теперь вместо шара рассмотрим тело вращения (рис. 124), у которого ось фигуры I является устойчивой главной осью. Пусть тело вращается вокруг оси I с угловой скоростью ω_1 , а вокруг перпендикулярной к ней оси II с угловой скоростью ω_2 . Тогда S определит положение мгновенной оси вращения. Но моменты инерции относительно осей I и II теперь различны. Поэтому и векторная сумма $\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2$ обоих вращательных импульсов не совпадает с направлением результирующей суммы обеих угловых скоростей $\omega = \omega_1 + \omega_2$. Ось фигуры I и мгновенная ось вращения ω перемещаются по поверхности конуса вокруг направления общего вращательного импульса. Этот конус носит название *конуса нутации*.

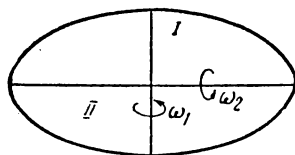


Рис. 124



Симметричный гироскоп можно повесить так, чтобы он был все-сторонне подвижен вокруг центра тяжести. Такой подвес называют *кардановым* (рис. 125).

В рамке $ABCD$ вставлено кольцо с вертикальной осью, вращающееся вокруг AD . В этом кольце находится второе кольцо с горизонтальной осью EF , перпендикулярной AD . Ось самого волчка GH вставлена во внутреннее кольцо перпендикулярно и к AD ,

и к EF . Все три оси пересекаются в одной точке — центре тяжести; поэтому гироскоп избавлен от влияния сил тяжести.

Если привести волчок в быстрое вращение, то его положение в инерциальной системе отсчета остается неизменным, как бы мы ни перемещали рамку $ABCD$. Вращающий импульс S сохраняется и по величине и по направлению. Такой гироскоп используется в приборе, управляющем ходом торпеды, не позволяя ей отклоняться от курса.

Теперь произведем на внутреннее кольцо легкий нажим у точки G вверх или вниз. Оказывается, от этого поворачивается не внутреннее кольцо, а сам волчок вправо или влево, смотря по направлению его вращения и внешнее кольцо тоже поворачивается. Ось волчка движется не в плоскости действующего на нее вращающего момента (направление силы), а перпендикулярно к ней.

Это движение гироскопа перпендикулярно к плоскости, в которой приложен действующий на его ось вращающий момент, называется *прецессией волчка*.

Если в точке E внешнего кольца приложить вращающий момент вправо или влево, то, наоборот, поворачивается внутреннее кольцо вверх или вниз, смотря по направлению вращения волчка. И в этом случае возникает прецессионное движение. При длительном действии силы на E ось волчка приближается к вертикальному положению. При этом сопротивление уменьшается. Если ось волчка вертикальна, и вращение волчка идет в ту же сторону, как и поворот внешнего кольца, то последнее движется без сопротивления. Но если на внешнее кольцо действовать силой, направленной против вращения волчка, то ось волчка переворачивается так, чтобы его вращение опять шло в одну сторону с поворотом внешнего кольца.

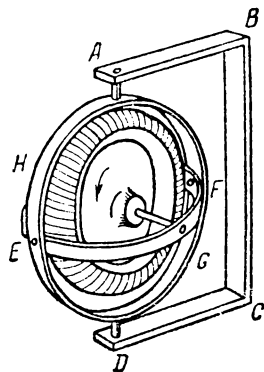


Рис. 125

§ 33. Применения гироскопического эффекта

1. *Тяжелый гироскоп.* Обратимся теперь к рассмотрению гироскопов, которые имеют точку опоры не в геометрическом центре, а на конце оси. Таков игрушечный волчок. Если его ось вертикальна, то положение волчка при его вращении не меняется. Но если волчок расположен наклонно, то возникает вращающий момент в плоскости, проходящей через ось волчка и вертикаль из центра тяжести (рис. 126). Действующая сила — вес волчка P — приложена в центре тяжести, а плечо силы FD . Вращающийся волчок не падает, но описывает прецессионное движение, при котором его ось движется по поверхности конуса с вершиной в точке опоры волчка. Если

волчок подвешен наклонно за верхний конец оси, то он также описывает конус прецессионного движения (рис. 127).

2. *Гирокомпас*. К числу важнейших применений волчка в технике относится гирокомпас. Его действие можно пояснить при помощи рисунка 128. Здесь изображен гироскоп, подвешенный как маятник и имеющий, следовательно, неподвижную точку подвеса.

Внизу изображена сетка меридианов NS и параллелей; WO — линия экватора. Пусть ось волчка первоначально расположена с за-

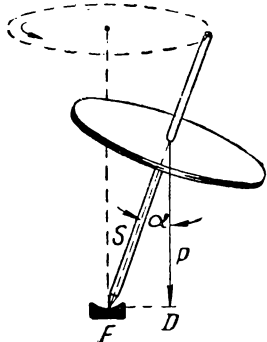


Рис. 126

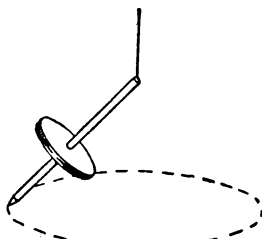


Рис. 127

пада на восток. Вращение Земли вызывает опускание конца оси B и поднятие A . Вращающий момент вызывает прецессионное движение волчка так, что ось гироскопа располагается по географическому меридиану с юга на север. В случае отклонений возникает опять прецессионное движение, которое возвращает ось гироскопа в прежнее положение с юга на север.

Если гирокомпас находится не на экваторе, то силы, возвращающие его ось в положение юг-север, меньше, но действуют точно также. Лишь в области полюса направляющая сила очень мала.

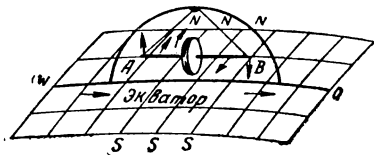


Рис. 128

На рисунке 129 изображена схема конструкции гирокомписа. В камере находится тяжелый гироскоп массой около 5 кг , вращаемый мотором со скоростью $20\,000$ оборотов в минуту. Камера укреплена на поплавке, погруженном в

ртуть, налитую в резервуар, находящийся на карданном подвесе. Продолжительность собственных колебаний оси при установке очень велика; она достигает $1,5$ часа.

Гирокомпас имеет перед магнитным компасом то преимущество, что он показывает направление географического меридиана и не поддается влиянию железных и стальных частей корабля. Но у него есть и недостатки: появление погрешностей в показаниях под действием ускорений, вызванных качкой судна, изменением скорости и курса корабля, уменьшением направляющей силы гирокомписа в полярных широтах.

3. Применения гироскопа бесконечно разнообразны. В современных самолетах гироскоп находит себе многочисленные применения. В качестве *гирогоризонта* он служит указателем вертикального и горизонтального положений («Авиагоризонт»). Он служит для наводки морских орудий, прожекторов и торпедных аппаратов на цель во время качки, для бомбометания с самолета, для сохранения *наводки* на небесные светила в астрономических приборах, для определения *наклона* и искривлений в буровых скважинах и туннелях.

Употребляются гироскопические приборы для автоматического *вождения* морских судов по заданному курсу — *гирорулевой* — и в самолетах — *автопилот*.

4. Имеются также гироскопические *успокоители* качки корабля, гироскопические *стабилизаторы* однорельсового вагона и т. п. Реактивный момент гироскопа, создаваемый прецессией, уравнивает кренящий момент волны и тем предотвращает качку судна. Если же включить прецессионный двигатель при отсутствии волн, то *гироспокойтель* начнет раскачивать судно, что используют при снятии корабля с мели, а также при ломке льда ледоколами.

5. Движению продольных *снарядов* угрожает опрокидывание. Чтобы избежать этого, нужно продольную ось снаряда держать по возможности параллельно касательной к траектории. С этой целью вращающийся снаряд представляет собою гироскоп и в качестве такового под влиянием сопротивления воздуха совершает прецессионное движение. Благодаря этому головка снаряда заметно не отклоняется от касательной, и снаряд попадает в цель острием.

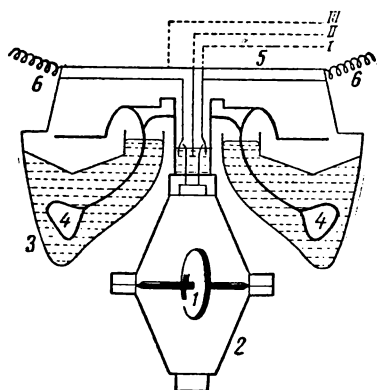


Рис. 129. Гироскоп:

1 — волчок; 2 — рама; 3 — сосуд со ртутью; 4 — поплавок; 5 — стеклянная крышка; 6 — подвес; I, II, III — подводка тока к мотору волчка.

Глава V

СИЛЫ УПРУГОСТИ И ТРЕНИЯ

§ 34. Виды и категории сил в природе

Сила есть мера механического взаимодействия тел и материальных частиц. При этом взаимодействии может изменяться или скорость или форма тела. В первом случае мы имеем дело с динамическим измерением силы, во втором случае — со статическим посредством *динамометров* или *силометров*. В механике силы рассматриваются исключительно с количественной стороны, отвлекаясь от

физической природы взаимодействия, измеряемого силой. В этом смысле и определяют силу как причину изменения скорости или формы тела.

Наиболее простыми видами сил являются такие, которые обусловлены непосредственным *механическим действием одного тела на другое при их соприкосновении*; таковы силы тяги, давления, упругости, натяжения. Более сложными являются силы, с которыми *механически действуют на тела или на частицы те или иные поля*, как например, электрические, магнитные и, прежде всего, поля гравитационные (тяготения).

Сила тяжести или вес тела представляет собою равнодействующую силы притяжения тела к Земле и центробежной силы, обусловленной вращением Земли вокруг оси. Мы уже имели случай ознакомиться с силами инерции, представляющими особую категорию сил, находящуюся в зависимости от системы отсчета. Именно зависимость силы от системы отсчета обуславливает недостаточность понятия силы по сравнению с понятием энергии. В XVIII в. и в первой половине XIX в. понятие энергии еще не было введено в физику и поэтому часто причину всякого изменения (или движения) называли «силой». От того времени до сих пор сохранились такие термины, как сила света, сила тока, электродвижущая сила, намагничивающая сила и т. д., которые не имеют ничего общего с механической силой. Даже основное сочинение Гельмгольца, посвященное обоснованию и раскрытию всеобщего характера закона сохранения и превращения энергии, имело заглавие «О сохранении силы». Поэтому в литературе XIX в. понятие силы далеко не всегда строго различается от понятия энергии.

Генрих Герц в своей замечательной книге «Принципы механики, изложенные в новой связи» (1894—1895 гг.) сделал попытку изложить механику не вводя понятия о силе. Но во II части он счел целесообразным ввести понятие силы, определив его следующим образом: «Под силой мы понимаем самостоятельно рассматриваемое действие, которое одна из двух соединенных систем оказывает на движение другой вследствие основного закона».

В действительности, потерявшее былое свое универсальное значение, понятие силы в механике играет важную роль и имеет большую практическую ценность в качестве меры механического взаимодействия тел, при котором изменяется скорость или форма тела.

§ 35. Деформации твердого тела. Закон Гука

При внешнем механическом воздействии все твердые тела в той или иной мере изменяют свою форму, так как под действием внешних сил в этих телах изменяются расстояния между их частицами, меняется расположение их молекул.

С внешней стороны мы замечаем, что твердое тело (например, проволока), будучи подвергнуто растяжению, прогибу, закручиванию,

нагреванию и т. д., обнаруживает более или менее явные изменения формы. *Изменения формы тела называются деформациями.*

Размер и свойства деформации обусловлены равновесием, которое наступает при действии внешних сил; это равновесие определяется по III закону Н ь у т о н а равенством действия приложенных к телу внешних сил и противодействия внутренних сил упругости. *Силами упругости называются внутренние силы, обуславливающие свойство тел восстанавливать свою форму, измененную внешними силами.*

Изучение характера деформаций в твердых телах, их упругости, прочности (т. е. сопротивления разрыву и разлому) составляет предмет особой важной технической дисциплины, называемой «сопротивлением материалов».

Во многих технических установках мы имеем дело с небольшими упругими деформациями (например, растяжение цепи в лебедке, прогиб балки или моста и т. д.); все такие небольшие деформации

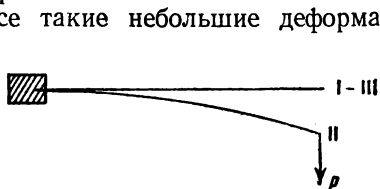


Рис. 130

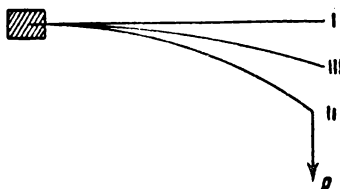


Рис. 131

следуют закону Г у к а ¹ (1675 г.): «какова сила, такова и деформация», т. е. *деформация твердого тела пропорциональна производящей ее внешней силе.* При значительном возрастании внешней силы деформации перестают быть пропорциональными этой силе; они становятся остающимися (или остаточными), т. е. и после прекращения действия силы деформации не вполне исчезают; например, проволоку можно так согнуть, что она уже не выпрямится; тогда говорят, что перейден *предел упругости* проволоки. На рисунке 130 изображен прогиб стержня под действием груза P ; после того как груз сняли, деформация исчезнет, почему первое и третье положение одинаковы. Но если груз P значителен (рис. 131), то после удаления его остается деформация (III положение); предел упругости перейден, стержень не возвращается к первому положению.

Тот же ход явлений наблюдаем и при деформации растяжения (например, проволоки). Пока предел упругости не перейден, величина растяжения l пропорциональна растягивающему грузу

$$l = kP.$$

Это выражение закона Гука можно изобразить графически (рис. 132): на оси ординат отложим значение нагрузки P , на оси

¹ Роберт Гук (1635—1703 гг.) — английский ученый; работы его касаются вопросов механики и оптики.

абсцисс — соответствующие им удлинения L . Так как эти величины пропорциональны, то получим на чертеже прямую OA . Но в A достигнут предел упругости; после этого характер связи L и P резко изменяется: малейшему увеличению нагрузки ΔP соответствует большое удлинение Δl ; растягиваемая проволока (или какое-нибудь другое тело) за пределом упругости удлиняется очень быстро, как бы «течет»; такое ускоряющееся удлинение происходит до точки D , где наступает разрыв.

Если не доводить дело до разрыва, например, прекратить увеличение нагрузки в точке E и затем начать уменьшать нагрузку, то сокращение длины вновь происходит по закону Гук по прямой EO_1 ; но тело при нулевой нагрузке не возвращается к первоначальной длине, остается удлинение OO_1 , которое называется *остаточной деформацией*.

Изучим, как количественно характеризуются упругие свойства различных материалов; при этом рассмотрим лишь основные деформации: *растяжение, прогиб и кручение*.

Пусть стержень или проволока подвергается растяжению (рис. 133); поперечное сечение пусть равно S ; если действует растягивающая нагрузка P , то интенсивность

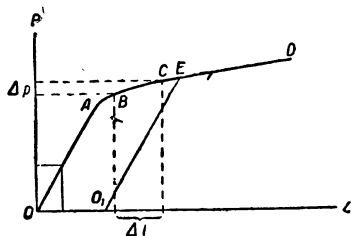


Рис. 132

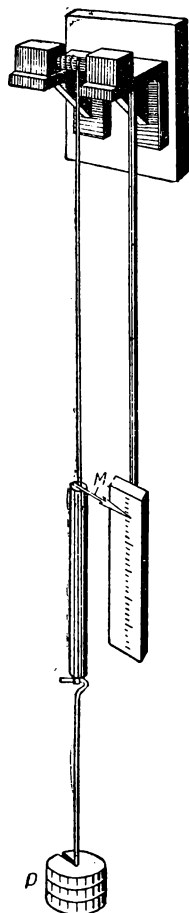


Рис. 133

ее действия оценивается *напряжением* $p = \frac{P}{S}$, т. е. силой на единицу площади. Происшедшая деформация оценивается *относительным изменением длины* $\frac{l}{L}$, где L — первоначальная длина, l — происшедшее удлинение. Тогда по закону Гука имеем

$$\frac{l}{L} = \alpha \frac{P}{S}. \quad (1)$$

Здесь α — коэффициент пропорциональности, не зависящий от размеров и формы тела, так как он связывает относительное удлинение с напряжением; поэтому α характеризует не тело данных размеров, а вещество тела. Из выражения (1) получим, что

$$\alpha = \left(\frac{l}{L} \right) : \left(\frac{P}{S} \right). \quad (2)$$

Как видим, α выражает частное от деления относительной деформации на соответствующее напряжение; эта характеристика вещества α называется *коэффициентом упругости*. Обратная величина α

$$E = \frac{1}{\alpha} = \left(\frac{P}{S} \right) : \left(\frac{l}{L} \right) \quad (3)$$

называется *модулем*¹ Юнга, или *модулем упругости*, и выражает частное от деления напряжения $\frac{P}{S}$ на относительную деформацию $\frac{l}{L}$, которая им произведена.

Чтобы выяснить физический смысл модуля Юнга², положим в формуле (3) $l=L$; тогда получим

$$E = \frac{P}{S}. \quad (3')$$

Это значит, что модуль упругости — значение такого напряжения, которое было бы способно вдвое растянуть стержень из данного материала (из меди, резины, стали и т. д.).

Модуль Юнга выражается в килограммах на 1 мм^2 (кг/мм^2) и имеет размерность

$$[E] = \left[\frac{P}{S} \right] = M L^{-1} T^{-2}.$$

Определить модуль Юнга можно также по прогибу стержня (рис. 134); теория упругости дает для модуля Юнга, при прогибе зажатого с двух концов стержня AB , следующую зависимость

$$E = \frac{1}{16} \frac{PL^3}{ah^3l}.$$

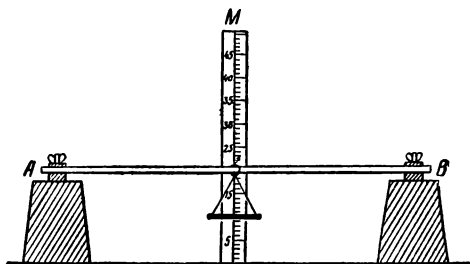


Рис. 134

¹ Латинское слово «модуль» значит—мера.

² Томас Юнг (1773—1829 гг.) английский ученый, врач и физик; особенно замечательны его работы по оптике.

Здесь L — длина стержня, a — его ширина, h — высота по отвесу и l — прогиб под действием нагрузки P , называемый «стрелка прогиба».

При увеличении нагрузки P наступает момент разрыва или разлома тела. Эта разрушающая нагрузка R характеризует прочность вещества, или его абсолютное сопротивление; такую нагрузку, определяющую разрыв данного материала, называют *пределом прочности* R , или *временным сопротивлением*.

Отметим еще одну характеристику твердых тел — твердость; это — сопротивление, которое оказывает данный материал проникновению в него другого материала, вообще имеющего малую площадь соприкосновения с первым телом; пример — стальной шарик, отбойный молоток при горных работах. Предложено несколько шкал сравнительной твердости тел, например:

- | | |
|---------------------|-----------------|
| 1. Тальк | 6. Полерой шпат |
| 2. Гипс | 7. Кварц |
| 3. Известковый шпат | 8. Топаз |
| 4. Плавиковый шпат | 9. Корунд |
| 5. Апатит | 10. Алмаз |

Каждое из этих тел царапает предыдущее, оставляя на нем след в виде черты.

Ряд опытов показал, что прочность и твердость тел весьма зависят от смачивания поверхности при погружении их в воду или растворы.

1. Опыты акад. А. Ф. И о ф ф е обнаружили, что *прочность* кристаллов каменной соли возрастает во много раз при погружении ее в воду. Это ведет к тому, что данное тело становится более способным переносить возрастающие нагрузки.

2. Акад. П. А. Р е б и н д е р показал, что для данного тела можно подобрать такой раствор, который *понижает твердость* этого тела. Технически это явление важно при бурении и размалывании твердых пород; применением смачивания можно уменьшить работу при этих процессах. Теория таких явлений разрабатывается в новой области науки, получившей название физико-химической механики; задачей этой научной дисциплины является получение твердых тел с заданными свойствами и структурой, прочностью и стойкостью.

§ 36. Модули и коэффициенты упругости

Исследования явлений деформации твердых тел позволили установить количественные характеристики упругих свойств разных материалов. Эти характеристики выражают связи между *напряжением*, т. е. силой, отнесенной к единице сечения тела,

$$p = \frac{P}{S}$$

и относительным изменением формы или объема; обозначив все наблюдаемое изменение объема через ΔV , изменение единицы объе-

ма выразим через $\frac{\Delta V}{V}$. Очевидно, что связь между величинами, подобными ρ и $\frac{\Delta V}{V}$, не зависит от размеров и формы тела, а только от свойств самого вещества (например, медь, цинк, сталь и т. д.); поэтому-то характеристики эти, подобные модулю Юнга (упругости), и важны для оценки годности данного материала для определенной цели.

Характеристики упругих свойств вещества могут быть двух родов:

1. Отношение деформации к производящему ее напряжению называется *коэффициентом упругости*.

Так, например, определив из формулы (1) коэффициент α , можем его представить так

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L} : p;$$

мы видим, что α выражает отношение деформации, именно изменения единицы длины $\frac{\Delta L}{L}$ к напряжению $p = \frac{P}{S}$, т. е. к силе, рассчитанной на единицу поверхности.

2. Обратные отношения, т. е. отношения напряжений к вызываемым ими деформациям, называются *модулями упругости*.

Таков модуль Юнга; его можно представить так

$$E = p : \frac{\Delta L}{L}.$$

Коэффициенты упругости выражаются очень малыми дробями (деформации твердого тела малы), а модули — огромными числами (для деформации твердого тела нужны большие силы). Приведем значения α и E для некоторых материалов; здесь же указан предел упругости σ и R — разрушающая нагрузка, называемая «пределом прочности» или «временным сопротивлением», измеренные в $\text{кг}/\text{мм}^2$:

Материалы	α в $\frac{\text{мм}^2}{\text{кг}}$	E в $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	σ в $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	R в $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
Алюминий	$14 \cdot 10^{-5}$	7000	7	10
Свинец	$63 \cdot 10^{-5}$	1600	0,25	2,2—5
Железо кованое	$47 \cdot 10^{-6}$	21000	32	40—60
Сталь литая	$45 \cdot 10^{-6}$	22000	33	70—100
Чугун литейный	$53 \cdot 10^{-6}$ — $58 \cdot 10^{-6}$	17800	—	20
Латунь	$12 \cdot 10^{-5}$ — $10 \cdot 10^{-5}$	8000—10000	—	30—50
Цинк	$12 \cdot 10^{-5}$ — $11 \cdot 10^{-5}$	8000—9000	—	6
Медь	$15 \cdot 10^{-5}$ — $12 \cdot 10^{-5}$	6500—8500	12	20—40

Рассмотренные деформации и некоторые другие могут быть приведены к двум основным типам: *деформация сжатия* (растяжения) и *деформация сдвига*.

Представим себе изотропный куб, объем его V . *Изотропным* называем такое тело, все свойства которого одинаковы по всем направлениям; таковы, например, переплавленные металлы. Если этот куб со всех сторон подвергнуть одинаковому давлению

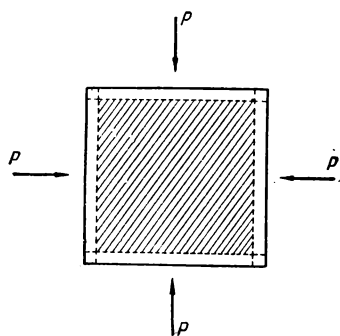


Рис. 135

$$p = \frac{P}{S}$$

(рис. 135, например, при погружении в воду), то форма его остается неизменной, т. е. он остается кубом, но объем его уменьшается на ΔV , так что возникает деформация сжатия

$$\delta = \frac{\Delta V}{V}.$$

Отношения этих двух величин дают две характеристики упругости:

1. Коэффициент сжатия

$$\kappa = \frac{\Delta V}{V} : p = \delta : p.$$

2. Модуль сжатия

$$k = p : \frac{\Delta V}{V} = p : \delta. \quad (4)$$

Между удельным сжатием $\frac{\Delta V}{V}$ и удельным удлинением $\frac{\Delta L}{L}$ существует соотношение

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{L^3 - (L - \Delta L)^3}{L^3},$$

здесь L — ребро куба; так как члены с ΔL^2 и ΔL^3 по их малости можно отбросить, то приближенно

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta L}{L} = 3\lambda.$$

Это значит: *объемное относительное сжатие (или расширение) равно утроенному линейному относительному сжатию (или удлинению)*. Следовательно, достаточно наблюдать изменения линейных размеров тела, чтобы судить об изменении его объема при всестороннем сжатии или расширении.

Так и поступают при измерении коэффициентов и модулей сжатия. Американский исследователь явлений при высоких давлениях Б р и д ж м е н построил замечательные приборы, при помощи которых он с большой точностью измерял λ , а значит и δ . Так, для железа средний коэффициент сжатия между давлениями 0 и 6200 кг/см^2 определен этим методом и равен $5,59 \cdot 10^{-7}$.

Перейдем теперь к рассмотрению деформации сдвига.

Представим себе, что нижняя грань AB куба закреплена неподвижно (рис. 136), а к каждой единице поверхности верхней грани CD приложена касательная сила P . Напряжение

$$p = \frac{P}{S}.$$

При ее действии куб изменит свою форму и обратится в параллелепипед C_1D_1AB , но его объем при этом не изменится. Подобная деформация называется *сдвигом*; мерой ее является *угол сдвига* φ , измеряемый в долях радиуса, т. е. в радианах,

$$\varphi = \frac{\pi \alpha}{180^\circ},$$

где α есть число градусов в этом угле. По закону Гук а имеем

$$\varphi = \nu p.$$

Отсюда находим

$$\nu = \frac{\varphi}{p} \text{ — это коэффициент сдвига.}$$

Обратная величина дает значения *модуля сдвига*:

$$n = \frac{1}{\nu} = \frac{p}{\varphi} = \frac{P}{S} : \varphi. \quad (5)$$

Для жидкостей и газов $n=0$, так как в этих телах имеется лишь упругость объема, изменению же формы газы и жидкости не противодействуют. Следовательно, об упругости формы можно говорить лишь по отношению к твердым телам, почему модуль сдвига, как характеристику упругости формы, часто называют *модулем твердости*.

Физический смысл модуля сдвига станет ясным, если в формуле

$$n = \frac{p}{\varphi}$$

положить $\varphi=1$; тогда $n=p$. Это значит, что *модуль сдвига численно равен той силе, которая, касательно действуя на единицу поверхности тела, обуславливает угол сдвига в один радиан, т. е. на угол*¹ $\alpha=57^\circ 17' 44'', 8$.

Возьмем цилиндр OO_1 (например, проволоку); верхнее его основание закрепим неподвижно, а к нижнему приложим касательную

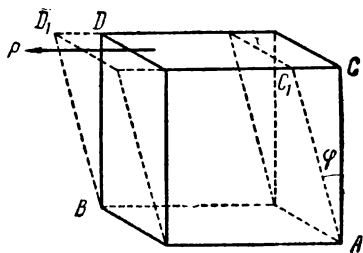


Рис. 136

¹ $\varphi=1$; $1 = \frac{\pi \alpha}{180^\circ}$; $\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44'', 8 = 57^\circ, 296$.

пару сил f и f (рис. 137). Тогда под действием вращающего момента пары $2fr=M$, где r — радиус основания цилиндра, произойдет сдвиг всех горизонтальных слоев цилиндра; вертикальные образующие AB, CD, \dots (рис. 138) примут наклонное положение AB_1, CD_1 , скосившись на угол φ . Такой вид деформации сдвига называется *кручением*.

Исследование деформации кручения установило, что для проволоки или стержня длиной L отношение $\frac{ML}{\varphi}$ остается постоянным

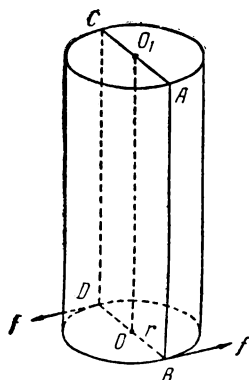


Рис. 137

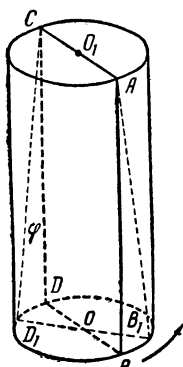


Рис. 138

в некоторых пределах. Значение этого отношения при $L=1$ мм называется *модулем кручения F*

$$F = \frac{M}{\varphi}. \quad (6)$$

Это характеристика данного сорта вещества, а не данного образца.

Экспериментально осуществить деформацию кручения проще всего следующим образом. Проволоку (диаметром 1—3 мм) прочно закрепим к доске тисками на одном

конце C (рис. 139); другой ее конец пропустим через блок A; на плечо r (радиус блока) действуем силой P , помещая на чашку грузы. Вращающий момент Pr вызовет закручивание проволоки; по раздельным дугам B, B_1 можно отсчитать угол сдвига α и найти φ .

Изученные деформации можно рассматривать или как изменение объема тела, или как изменение его формы. Однако эти «чистые» виды деформации редко осуществляются; обычно при данной деформации, например, в каком-нибудь техническом процессе, имеем дело со сложным явлением изменения и формы, и объема. Так, при прогибе (например, балки) слои на периферии AB (рис. 140) растянуты, внутренние слои CD — сжаты; значит, есть некоторый «нейтральный» слой MN , не подвергшийся деформации растяжения; но в нем самом и в других слоях происходит деформация сдвига; кроме изменения объема, имеем и изменение формы. То же встречаем и при других деформациях. Так, при растяжении (стержня, проволоки) наряду с удлинением происходит поперечное сжатие тела, следовательно, меняются и объем, и форма. Обозначив первоначальный диаметр растягиваемого стержня через D , по закону Гука имеем

$$\Delta D = \beta D p; \quad \beta = \frac{\Delta D}{D} : p.$$

Из этого выражения ясно, что β есть коэффициент поперечного сжатия. В технике играет большую роль коэффициент Пуассона μ :

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha}; \quad (7)$$

коэффициент Пуассона дает отношение поперечного сжатия к продольному удлинению данного тела; установлено, что для всех тел $\mu < \frac{1}{2}$, т. е. β не больше $\frac{1}{2}\alpha$.

Приведем здесь значение модуля сдвига n и μ — коэффициента Пуассона для некоторых веществ.

Вещество	$n \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	μ	Вещество	$n \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	μ
Алюминий	2500	0,34	Цинк	3400	0,21
Серебро	2700	0,39	Железо	8000	0,24
Медь	4200	0,34	Чугун (серый)	5000	—
Латунь	$\begin{cases} 2700 \\ 3700 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,40 \\ 0,33 \end{cases}$	Сталь	8000	0,25

Между телами, для которых n велико, которые, как сталь, железо, имеют сильно выраженную *упругость формы*, и телами, для которых $n=0$, — это жидкости с идеальной *текучестью*, вполне податливые изменению формы — существует многочисленный класс твердых тел, называемых *пластичными*. Эти тела, как глина, вар, вазелин, смолы и т. п. при действии малых внешних сил обнаруживают упругость формы, но при значительных и длительных внешних воздействиях оказываются текучими. В XX в. получило ши-

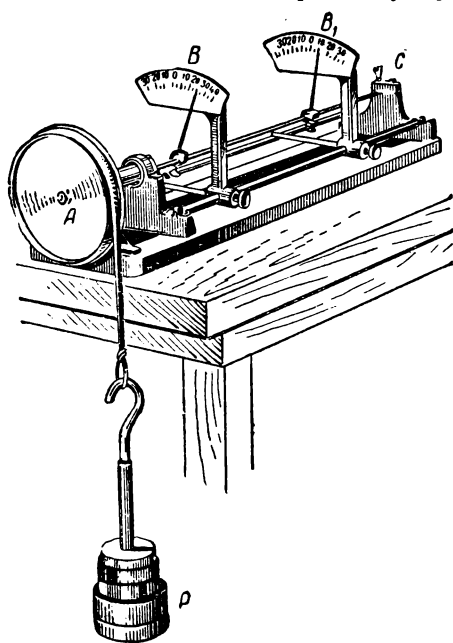


Рис. 139

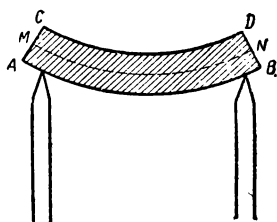


Рис. 140

рокое распространение изготовление из разного рода смол (естественных и синтетических) *пластических масс*; это материалы очень

легкие и удобные для обработки в виде разных технических и бытовых изделий; таковы бакелит, плексигласс («небьющееся стекло») и т. п.

Однако следует учитывать, что и «самые твердые» тела, как сталь, при больших, длительных и особенно знакопеременных нагрузках обнаруживают остающуюся деформацию и предел их прочности наступает раньше, чем это установлено для этого материала при статических лабораторных испытаниях. Это явление, называемое «усталостью» металла, неизбежно приходится иметь в виду как при проектировании частей машин — валов, шатунов, кривошипов и т. д., — так и при их эксплуатации.

Геология учит, что и самые твердые породы земной коры, подвергаясь в течение тысячелетий воздействию различных внешних сил, смещаются, образуя те складки и сдвиги, которые в горных местах наблюдаются и в настоящее время.

Введенные коэффициенты и модули — α , E , K , n , μ — характеризуют с разных сторон упругие свойства твердых тел, т. е. характеризуют, как внутренние междумолекулярные и междоатомные связи в данном теле и реагируют на внешние воздействия. Изменения теплового состояния тел, конечно, должны влиять на эти молекулярные связи; изменение температуры влияет на величину коэффициентов и модулей; так, например, из опытов для железа получено:

$$\begin{aligned} t=0^{\circ}\text{C}, \quad E_0 &= 21\,483, \quad n_0 = 8108; \\ t=100^{\circ}\text{C}, \quad E_{100} &= 21\,212, \quad n_{100} = 9934; \\ t=200^{\circ}\text{C}, \quad E_{200} &= 20\,458, \quad n_{200} = 7784; \\ t=300^{\circ}\text{C}, \quad E_{300} &= 19\,175, \quad n_{300} = 7706. \end{aligned}$$

Для никелевой стали установлена такая зависимость модуля Юнга от температуры

$$E = E_0 [1 + at + bt^2],$$

где $E_0 = 18\,540 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$; $a = -0,516 \cdot 10^{-4}$; $b = -0,0095 \cdot 10^{-4}$.

Существует сорт никелевой стали, называемой *инвар*, для которой E можно считать независимым от температуры.

Свинец при обычной температуре $+20^{\circ}\text{C}$ пластичен, но при температуре жидкого воздуха -190°C становится хрупким. Об изменениях состояния тел при изменениях температуры будет сказано дальше.

§ 37. Энергия упруго-деформированного тела

Взаимодействия атомов и молекул в твердом теле, при отсутствии внешних сил, в конце концов, приводят к тому, что в нем, в результате действия внутренних молекулярных сил, устанавливается некоторое состояние равновесия. Если же к этому телу приложены внешние силы, то, деформируя его, они совершают ра-

боту против внутренних сил; в результате действия этих сил изменяется внутренняя энергия тела, и в нем оказывается избыток потенциальной энергии упругости вследствие того, что перемещенные из состояния равновесия молекулы, взаимодействуя между собой, стремятся перейти вновь в равновесное состояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии подобно тому, как поднятое над Землей тело падает, переходя в равновесное состояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии тяжести.

Потенциальная энергия упруго-деформированного тела является источником работы, которую оно совершает, возвращаясь к недеформированному состоянию (например, вытянутая пружина при ее сокращении).

Рассмотрим, каким запасом потенциальной энергии обладает пружина (или резина, или проволока) при растяжении ее на ΔL под действием силы $P = pS$; первоначальная длина ее была L . По закону Гука, в течение процесса растяжения пружины от L до $L + \Delta L$ равномерно возрастает внутренняя сила противодействия от 0 до P , так что среднее значение этой силы равно $\frac{0+P}{2} = \frac{1}{2} P$. Поэтому совершаемая работа имеет значение:

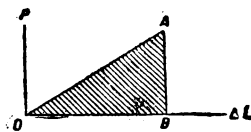


Рис. 141

$$W = \frac{1}{2} P \Delta L. \quad (8)$$

Так выражается запас потенциальной энергии при деформации растяжения ΔL и при действии растягивающей силы P .

Если изобразить этот процесс графически, отложив на оси абсцисс ΔL , а на оси ординат соответствующие значения P (рис. 141), то прямая OA графически представит закон Гука, или закон линейной зависимости силы P от ΔL , а площадь треугольника $OAB = \frac{1}{2} P \Delta L$ даст величину работы W .

Введя в формулу (8) выражение $\Delta L = l$ из формулы (3), находим

$$\Delta L = \frac{PL}{ES}; \quad W = \frac{1}{2E} \cdot \frac{P^2 L}{S}. \quad (8')$$

В этой формуле потенциальная энергия деформированного тела дается в зависимости от упругих свойств (E), размеров и формы тела (L , S). За счет этого запаса энергии деформированное тело совершает работу, возвращаясь к первоначальному своему состоянию.

Разделив обе части формулы (8') на объем тела LS , находим потенциальную энергию единицы объема, т. е. плотность энергии деформированного тела

$$\frac{W}{LS} = \Pi = \frac{1}{2E} \cdot \frac{P^2}{S} = \frac{1}{2E} \cdot p^2.$$

Формула (8) вычисления энергии имеет значение для всех видов деформации, а не только для растяжения; при всех видах деформаций есть изменяемый линейный элемент, который можно ввести в эту формулу вместо ΔL , — стрела прогиба, дуга закручивания и т. д.

Формула (8) позволяет вычислять количество потенциальной энергии, которое появляется в теле, как эквивалент той работы, которая затрачена извне на деформацию. Если предел упругости не перейден, то при обратном переходе тела в равновесное состояние на этот процесс затрачивается телом эквивалентное количество энергии, и после завершения процесса, когда деформация сглажена, потенциальная энергия получает прежнее, минимальное значение; мы говорим при этом, что после того, как исчезла деформация, тело перестало быть работоспособным.

Но если предел упругости перейден, то при обратном процессе лишь часть деформации сглаживается (рис. 132), остается деформация OO_1 ; следовательно, лишь часть затраченной и накопленной в теле энергии может быть эквивалентно получена обратно; другая же часть, именно та, которая затрачена на остаточную деформацию, не может быть получена для обратного перехода тела к первоначальному состоянию. Опыты показывают, что температура тела при остаточной деформации повышается; так, можно значительно нагреть проволоку (или гвоздь), перегибая ее в ту и другую сторону.

Следовательно, энергия, затраченная на остаточную деформацию, переходит в другие формы и остается в теле, подобно теплоте, появившейся в результате трения. Эта часть энергии не может быть использована для совершения работы: она рассеивается.

Когда на твердое тело действует внешняя сила (например, растягивающая или закручивающая), то возникшая деформация, вследствие взаимной связи частей тела, распространяется в нем, пока не будет нарушено равновесие всех частиц (атомов и молекул), связанных в данном теле силами молекулярного взаимодействия. Скорость распространения деформации в теле равна скорости распространения в нем звука, так как именно упругие деформации, распространяющиеся в виде волн определенной длины (определенного периода или частоты), обуславливают ощущение звука; так, для железа скорость распространения деформации равна около 4900 м/сек, для меди — 3825 м/сек и т. д.

Однако весьма тщательные исследования показали, что после того, как большая часть деформации осуществится с указанной (вообще большой) скоростью, остальная часть нарастает весьма медленно (в течение часов и даже суток); точно так же при исчезновении деформирующей силы сразу происходит быстрое приближение к первоначальному состоянию, а затем идет очень медленное сглаживание остатков деформации. Что особенно замечательно, при этом медленном возвращении может быть переход через первоначальное состояние; так, вытянутая нить после освобождения ее от вытягивающего груза, медленно сокращаясь (в течение времени до 20 суток), становится короче, чем она была до растягивания. Явление это, наблюдаемое, главным образом, в телах сложного строения — шелковая нить, каучук и т. д. — называется *упругим последствием*. Предполагают, что при этом очень важную роль играет сложность строения вещества, в котором замечается упругое после-

действие; по-видимому, в таком веществе существует как бы особая вязкость, в зависимости от сложного взаимодействия атомов и молекул, вследствие которой передачи деформаций весьма замедляются. В телах простого строения (металлах) упругое последствие незначительно, и его с величайшим трудом можно обнаружить в таком простом теле, как кварц (горный хрусталь).

§ 38. Сила трения

При всяком перемещении одного твердого тела по поверхности другого возникает сопротивление этому движению, которое мы представляем себе как *силу трения*, направленную против этого движения. Различные теории, объясняющие появление силы трения, сходятся на том, что основная причина явления — это неровности поверхностей соприкасающихся тел, деформации и диспергирование¹ их, происходящее вследствие давления и трения во время движения.

Современные теории основываются на значении молекулярных сил, которые обуславливают трение даже идеально полированных поверхностей. Трущиеся поверхности нагреваются, иногда очень сильно, что указывает на преобразование кинетической энергии в теплоту.

Опытные исследования явления, имеющие целью установить эмпирические законы трения, были выполнены многими исследователями: Амонтоном (1699 г.), Кулоном (1781 г.), Мореном (1831 г.) и др. Они выделяли трение двух видов: трение скольжения и трение качения.

Трение скольжения происходит тогда, когда одно тело, имея скорость по отношению другого, неподвижного тела, за все время движения соприкасается с ним определенной частью своей поверхности и скользит по нему, как полозья по снегу, нож по хлебу и т. д. Для изучения этого вида трения можно представить себе простую установку (рис. 142); нагружаем чашку до того момента, пока тело *А* не двинется равномерно по доске *В*; тогда груз *F* определит *силу трения покоя* или статическую; это минимальная сила, которая необходима для начала скольжения. Она значительно больше силы трения при движении. Многочисленные опыты привели к закону Амонтона (раньше его называли законом Кулона)

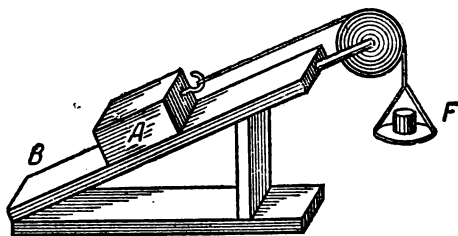


Рис. 142

$$F = \mu N,$$

где *N* — сила нормального давления перемещаемого тела, а μ — постоянный коэффициент трения, зависящий от рода и со-

¹ Dispergere (лат.) — рассыпать, рассевать.

стояния поверхностей тел A и B ; как известно, μ сильно зависит от смазки, т. е. от изменения состояния поверхностей. Эти положения приближенно относятся и к трению покоя (статическому) и к трению во время движения (динамическому). Для определения μ — коэффициента трения I рода (скольжения)

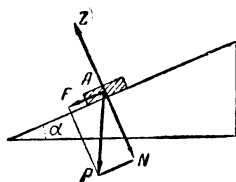


Рис. 143

$$\mu = \frac{F}{N}$$

надо определить из опыта F и N . Значения μ весьма сильно меняются в зависимости от поверхностей и их состояний.

Если правый край доски B поднимать так, чтобы она образовала наклонную плоскость (рис. 143), то при некотором угле α тело A начинает свое движение вниз по доске; тогда для определения μ имеем

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha;$$

значение $\operatorname{tg} \alpha$ дает величину коэффициента трения. К у л о н (1781 г.) полагал, что для всякой пары трущихся поверхностей коэффициент трения есть постоянная величина; дальнейшие исследования показали, что μ уменьшается с возрастанием скорости движения и немного увеличивается при увеличении давления N .

Опытный закон трения качения имеет следующий вид

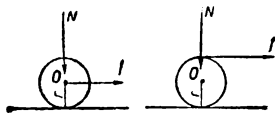


Рис. 144

Рис. 145

$$f = \mu_0 \frac{N}{r}.$$

Здесь f — сила тяги при качении (рис. 144), N — сила нормального давления, r — радиус катящегося тела, μ_0 — коэффициент трения II рода. Если тяга действует на обод (рис. 145), то

$$f = \mu_0 \frac{N}{2r}.$$

Так же, как и при трении скольжения, μ_0 зависит от материала и состояния соприкасающихся поверхностей. Вот некоторые значения μ и μ_0 .

	μ	Трение железного обода μ_0 на дорогах	
Железо по железу	0,14	Рельсы	0,003
Деревянные полозья по снегу	0,035	Асфальт	0,01
Дуб по дубу \parallel ¹	0,48	Шоссе	0,016
Дуб по дубу \nparallel	0,34	Грунтовая дорога	0,16—0,08
Дуб по дубу \perp	0,19	Песок	0,3—0,15

¹ Знак \parallel обозначает движение вдоль волокон; \nparallel — поперек волокон; \perp — торец движения вдоль волокон.

Как видно из этих таблиц, *трение качения вообще значительно меньше трения скольжения*. Вот почему в таком ходу шариковые подшипники; в них (рис. 146) трение скольжения оси по втулке заменено трением качения оси по шарикам.

Огромное значение *смазки* при всех видах трения всесторонне изучил в течение своих многолетних трудов (1882—1905 гг.) профессор Петербургской инженерной академии Н. П. П е т р о в. Влияние смазки заключается в том, что между трущимися поверхностями вводится слой более или менее вязкой жидкости (рис. 147), которая

заполняет все неровности поверхностей и, прилипая к ним, образует два трущихся слоя жидкости. Поэтому вместо трения двух твердых поверхностей *A* и *B* при смазке имеем внут-

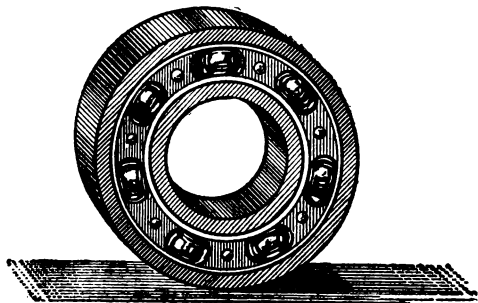


Рис. 146



Рис. 147

реннее трение жидкости, которое гораздо меньше внешнего трения двух твердых поверхностей *A* и *B*. Применение смазочных масел уменьшает трение в 8—10 раз.

Превосходный пример значения смазки представляет движение саней по снегу; под давлением полозьев снег тает, и под полозьями появляется вода, которая вновь замерзает, когда проехали сани и исчезло давление. Однако в механизмах вода для смазки не годится вследствие малой вязкости, она выдавливалась бы из зазора неровностей между трущимися поверхностями.

§ 39. Физические причины трения и двучленный закон

В возникновении сил внешнего трения основную роль играют две группы сил: а) механического взаимодействия в отдельных зацеплениях, образованных выступами, имеющимися на шероховатых поверхностях; б) молекулярного сцепления в тесно соприкасающихся частях поверхности.

Наличие зацеплений при смещении соприкасающихся поверхностей приводит к разрушению выступов и к пластическим деформациям. Как показал впервые советский ученый В. Н. В е р х о в с к и й в 1926 г., пока внешняя сила не достигла предельного значения *силы трения покоя*, т. е. еще не возникло скольжение, наблюдается весьма малое (порядка 10^{-4} — 10^{-8} см) предварительное смещение соприкасающихся тел за счет деформации зацеплений. Возни-

кающая при этом тангенциальная сила представляет собою силу трения покоя; постепенно рост этой силы замедляется и она становится *диссипативной*, т. е. рассеивающей энергию.

При небольших давлениях сила трения скольжения примерно равна предельному значению силы трения покоя. Но при больших давлениях в местах соприкосновения возникает сильное нагревание, и *сила кинетического трения* становится зависящей от скорости движения.

Наличие *статического трения* является причиной явления *застоя* во многих механизмах и измерительных приборах. Это явление застоя заключается в том, что трогание с места и скольжение начинаются не сразу, а лишь после приложения достаточно большой силы. Это создает известный предел повышению чувствительности приборов, например, стрелочных. Вот почему в наиболее чувствительных приборах применяют подвижную систему на подвесе, не связанную со скольжением.

Много сил отдал исследованию трения советский ученый Б. В. Дерягин. Вместо одночленного закона трения А м о н т о н а, который лишь очень приближенно отражает количественные соотношения в процессе трения, Б. В. Дерягин предложил и обосновал *двучленный закон трения*, выражающийся следующей формулой

$$F = \mu_0(N + Sp_0).$$

В этой формуле F — сила трения, μ_0 — истинный коэффициент трения, N — сила нормального давления, S — площадь молекулярного контакта (соприкосновения) скользящих поверхностей, p_0 — равнодействующая сил молекулярного притяжения на единицу площади молекулярного контакта. Б. В. Дерягин предложил назвать p_0 давлением прилипания (адгезии).

§ 40. Роль смазки. Механический коэффициент полезного действия

Трение скольжения в машинах иногда может быть *полезным*; оно используется для передачи усилий от одной детали машины к другой (*фрикционная передача*), в тормозах, в трансмиссиях. Однако чаще всего трение приносит *вред*: оно уменьшает полезную работу сил и ведет к изнашиванию механизмов. Для уменьшения трения употребляют жидкую смазку.

По отношению к режимам смазки в машинах существуют четыре основных вида трения.

1. *Сухое трение* чистых поверхностей; причины такого трения нам уже известны: молекулярное сцепление, механическое зацепление неровностей, царапание. Коэффициент трения в этом случае примерно больше 0,3.

2. *Граничное трение при граничной смазке* маслянистой жидкостью. Трение происходит между граничными слоями молекул

смазки, прилипшими (адсорбированными) к поверхности деталей; толщина слоев менее 0,1 микрона. Коэффициент трения примерно составляет от 0,1 до 0,3.

3. *Полужидкостное трение* с участием маслянистой и вязкой жидкости. Передача нагрузки осуществляется частью непосредственно между деталями или через граничный слой смазки, частью через толстый слой жидкой смазки. Коэффициент трения в этом случае колеблется примерно между 0,1 и 0,005.

4. *Жидкостное, или гидродинамическое, трение* при смазке толстым слоем вязкой жидкости. Трение происходит внутри слоя жидкой смазки, полностью разделяющего поверхности деталей. Передача нагрузки между деталями осуществляется благодаря гидродинамическим явлениям. Коэффициент трения в этом случае немного более 0,001.

Отношение полезной работы к затраченной работе машины, выраженное в процентах, носит название *механического коэффициента полезного действия*. Неизбежность трения при работе машин обуславливает то, что часть работы, совершаемой машиной, идет на преодоление сил трения. Приведем некоторые примеры величины механического коэффициента полезного действия: пара зубчатых колес 98—99%; ременная передача (трансмиссия) 96—98%; паровая турбина 98—99%; двигатель внутреннего сгорания 80—90%; паровая машина 65—75%. Разность между 100% и приведенной величиной механического коэффициента полезного действия представляет собою *потери на трение*.

Глава VI

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

§ 41. Законы Кеплера

Польский ученый Н и к о л а й К о п е р н и к в своем знаменитом сочинении «Об обращении небесных сфер», напечатанном в 1543 г., высказал два положения, которые лежат в основе наших представлений о строении Солнечной системы:

1. Суточное вращение небесного свода с востока на запад есть явление кажущееся и происходит от вращения Земли около ее оси с запада на восток.

2. Годовое перемещение Солнца между звездами есть явление кажущееся и происходит от того, что Земля, как одна из планет, сама обращается около Солнца, завершая свой оборот в течение года.

Дальнейшие наблюдения внесли большую определенность в эти положения. Особенно точные и многочисленные данные о движении небесных тел были собраны датским астрономом Т и х о Б р а г е (1546—1601 гг.); результатами его наблюдений гениально восполь-

зовался И о г а н н К е п л е р (1571—1630 гг.); из огромного сырого материала многолетних наблюдений Т и х о Б р а г е он вывел три закона, которые описывают движение планет около Солнца.

Законы К е п л е р а таковы:

1. Планеты обращаются около Солнца по плоским кривым, причем радиусы-векторы описывают площади, пропорциональные временам.

2. Орбиты планет суть эллипсы, в фокусе которых находится Солнце.

3. Квадраты времен обращения планет пропорциональны кубам их средних расстояний от Солнца.

Если обозначим время обращения какой-либо планеты (например, Юпитера) около Солнца через T , время обращения другой планеты (например, Земли) через T_1 , средние их расстояния от Солнца через a и a_1 , то третий закон Кеплера выразится так

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}.$$

Важно отметить, что орбиты планет суть эллипсы, близкие к кругам; эксцентриситеты¹ их выражаются очень малыми дробями: наибольшие эксцентриситеты имеют орбиты самой дальней планеты Плутона: $e=0,247$ и ближайшей к Солнцу планеты — Меркурия: $e=0,20561$; наименьшие — орбита Венеры: $e=0,00681$ и дальней планеты Нептуна: $e=0,00899$; эксцентриситет орбиты Земли: $e=0,01675$. Так как эксцентриситеты планетных орбит очень малы, то в первом приближении орбиты планет можно принимать за окружности.

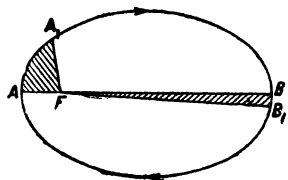


Рис. 148

Заметим, что по I закону К е п л е р а эллиптическое движение планет неравномерно: в равные времена равны площади AFA_1 и BFB_1 (рис. 148), а не дуги AA_1 и BB_1 . Движение от B к A — ускоренное, движение от A к B — замедленное. Но в первом приближении при круговом движении эти дуги можно считать равными и

движение равномерным. К е п л е р в своих сочинениях дает полное описание внешних обстоятельств, характеризующих движение планет, но при этом он остается в области лишь кинематических понятий и хотя местами близко подходит к динамическим вопросам, но истолковать свои законы с точки зрения динамики ему не удалось. Это было сделано Н ь ю т о н о м после того, как труды Г а л и л е я и Г ю й г е н с а создали почву для развития динамики.

¹ Для эллипса и гиперболы эксцентриситет равен отношению расстояния между фокусами к большой или действительной оси; для параболы он равен единице, для окружности — нулю.

§ 42. Закон тяготения Ньютона

В своем сочинении «Математические начала натуральной философии» (1687 г.) Н ь ю т о н, установив принципы динамики, приложил их к изучению системы мира; опираясь на законы К е п л е р а, он, как их следствие, вывел закон тяготения. Проследим его рассуждения.

Законы К е п л е р а дают кинематическое описание движений планет; каков же должен быть характер той силы, которая обуславливает движение именно по этим законам? На этот вопрос Н ь ю т о н дает следующий ответ.

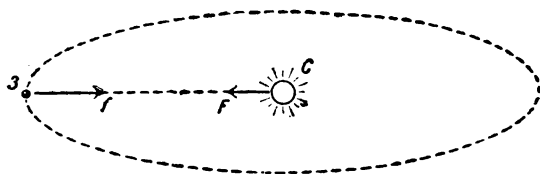


Рис. 149

Примем орбиты планет за окружности и выразим центростремительную силу, действующую на планету во время ее обращения около Солнца (рис. 149).

$$f = \frac{mv^2}{R} = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}; \quad (1)$$

здесь m — масса планеты, R — радиус орбиты, T — период полного обращения.

На основании третьего закона К е п л е р а эту силу можно выразить иначе; для каких-либо двух планет, например, Земли и Марса, III закон К е п л е р а дает соотношение

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{R^3}{R_1^3}; \quad \frac{T^2}{R^3} = \frac{T_1^2}{R_1^3}.$$

Если возьмем еще третью планету, например, Юпитер, то также напишем:

$$\frac{T^2}{T_2^2} = \frac{R^3}{R_2^3}; \quad \frac{T^2}{R^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}.$$

Отсюда:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \dots = \text{const.}$$

Это значит, что для данной системы тел отношение квадрата времени обращения к кубу среднего расстояния есть величина постоянная; обозначим ее ζ

$$\frac{T^2}{R^3} = \zeta; \quad T^2 = \zeta R^3. \quad (2)$$

Подставив T^2 в выражение (1) для действующей силы, находим

$$f = \frac{4\pi^2}{\xi} \cdot \frac{m}{R^2}. \quad (3)$$

Так как $\frac{4\pi^2}{\xi}$ — число постоянное, то сила, действующая на планету со стороны Солнца во время ее движения, прямо пропорциональна массе планеты и обратно пропорциональна квадрату ее расстояния до Солнца.

Обозначим постоянный коэффициент, входящий в формулу (3), через ξ

$$\frac{4\pi^2}{\xi} = \xi$$

и выясним физический смысл этой величины.

Силы f, f_1, f_2, f_3, \dots , которые действуют со стороны Солнца на планеты: Меркурий, Венеру, Землю и т. д., выразятся по формуле (3) так

$$f = \frac{\xi m}{R^2}; \quad f_1 = \frac{\xi m_1}{R_1^2}; \quad f_2 = \frac{\xi m_2}{R_2^2}; \quad \dots \quad (4)$$

По III закону Н ь ю т о н а на Солнце со стороны этих планет действуют равные по величине, но обратные по направлению силы; обозначив массу Солнца через M , находим значение сил, действующих на Солнце в сторону планет,

$$f = \frac{\psi M}{R^2}; \quad f_1 = \frac{\psi_1 M}{R_1^2}; \quad f_2 = \frac{\psi_2 M}{R_2^2}; \quad \dots,$$

где ψ, ψ_1, ψ_2 — некоторые коэффициенты.

Из последних двух формул находим

$$\frac{\xi m}{R^2} = \frac{\psi M}{R^2}; \quad \frac{\xi m_1}{R_1^2} = \frac{\psi_1 M}{R_1^2}; \quad \frac{\xi m_2}{R_2^2} = \frac{\psi_2 M}{R_2^2}; \quad \dots$$

$$\xi m = \psi M; \quad \xi m_1 = \psi_1 M; \quad \xi m_2 = \psi_2 M; \quad \dots$$

$$\frac{\xi}{M} = \frac{\psi}{m} = \frac{\psi_1}{m_1} = \frac{\psi_2}{m_2} = \dots = G.$$

Итак,

$$\xi = GM.$$

Мы видим, что значение коэффициента ξ зависит от массы Солнца M . Подставив его значение в формулу (4), находим общее выражение для силы взаимодействия между Солнцем и планетой

$$f = G \frac{Mm}{R^2}. \quad (5)$$

Этим заканчивается вывод на основе законов К е п л е р а закона тяготения Н ь ю т о н а. В результате выяснен характер той силы взаимодействия между Солнцем и планетами, которая обуслов-

ливает движение планет по законам Кеплера; сила эта должна быть прямо пропорциональна произведению взаимодействующих масс и обратно пропорциональна квадрату их расстояния.

К такому же заключению можно прийти, если будем рассматривать эллиптическое движение планет; только при этом придется ввести в дело более сложный математический аппарат.

Когда теоретически было выяснено, какова должна быть сила, действующая на планеты, чтобы движение их происходило согласно законам Кеплера, Ньютон показал, что такая сила взаимодействия действительно существует между небесными телами и что результат теоретического исследования соответствует действительному ходу явлений природы.

Представим себе, что из некоторого пункта Q , находящегося на высоте $BQ=h$ над земной поверхностью (рис. 150) метают снаряд горизонтально, по направлению QN . Отклоненный от касательной QN действием силы тяготения, он упадет в точку B_1 или B_2 в зависимости от начальной скорости, с которой его выбросили из точки Q . При дальнейшем увеличении начальной скорости кривизна траектории снаряда может оказаться равной кривизне поверхности земного шара; это значит, что при этой начальной скорости v_0 снаряд не будет ни приближаться к Земле, ни удаляться от нее. Если пренебречь сопротивлением воздуха и другими препятствиями, снаряд, находясь во время движения на одной и той же высоте h над земной поверхностью, будет сохранять свою скорость v_0 и, обойдя Землю, придет в точку Q с той же скоростью, с какой он ее покинул, и потому вновь начнет свой оборот около Земли, т. е. станет спутником Земли.

Можно вычислить необходимую для этого начальную скорость v_0 . Центробежная сила при этом движении

$$f = \frac{mv_0^2}{R+h}$$

есть сила тяжести, действующая на снаряд, т. е. его вес $P=mg$. Если отбросить небольшую по сравнению с радиусом Земли $R=6371$ км высоту h , то получим для определения v_0 простое уравнение

$$mg = \frac{mv_0^2}{R}; \quad v_0 = \sqrt{gR}.$$

Вычисление дает $v_0=7900$ м/сек. Снаряд, брошенный с такой горизонтальной скоростью, не вернется на Землю, он сделается ее спутником, подобно Луне. Скорость $v_0=8$ км/сек называют первой космической скоростью. Конечно, при дальнейшем увеличении начальной

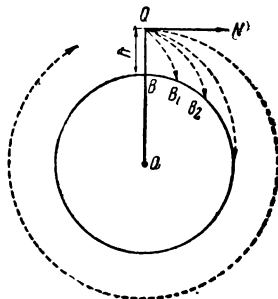


Рис. 150

скорости можно добиться полного отрыва снаряда от Земли, когда он преодолеет силу притяжения Земли. Но для этого пришлось сообщить ракете вторую космическую скорость около 12 км/сек.

Известно, что эти задачи решены советскими учеными: 4 октября 1957 г. при помощи реактивной ракеты снаряд был вынесен на высоту $h=900$ км и там получил скорость, которая обусловила его движение как первого искусственного спутника Земли.

Какие же силы действуют на снаряд, когда он сделался спутником Земли? Это сила тяжести, направленная к центру O , которая превращает движение по инерции в направлении QN в криволиней-

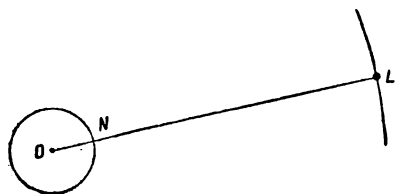


Рис. 151

ное движение снаряда по траектории вокруг Земли. Ньютон поставил вопрос, не та же ли сила управляет движением Луны около Земли, а также Земли и других планет около Солнца?

Ньютон прежде всего обращается к ближайшему к Земле телу — Луне — и доказывает, что, находясь под действием силы, ха-

рактеризуемой законом (5), «Луна тяготеет к Земле». Это значит, что Луна есть тело, до которого распространяется действие ослабленной расстоянием силы тяжести; инерциальное движение по касательной и нормальное под действием силы тяжести, слагаясь, дают криволинейное движение Луны по ее орбите вокруг Земли (рис. 151).

Ознакомимся с этим знаменитым доказательством.

1. Центростремительное ускорение Луны при ее движении может быть определено из астрономических наблюдений, независимо от каких-либо теорий этого движения. В самом деле, по общей формуле ускорения имеем

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2};$$

здесь R — радиус лунной орбиты, которую принимаем за окружность вследствие малости ее эксцентриситета ($e=0,05490$); R равно 60,2745 радиуса земного экватора; приближенно полагаем $R=60 \cdot 6378 \cdot 10^5$ см; T есть время полного обращения Луны около Земли (сидерический месяц): $T=27$ сут 7 час 43 мин = 2 360 580 сек.

Подставив эти числа в формулу ускорения, находим

$$a = \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6378 \cdot 10^5}{(2\,360\,580)^2} = 0,27 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

Таково значение ускорения движения Луны, полученное из наблюдений над ее действительным движением.

2. Это же ускорение, с другой стороны, вычислим, исходя из гипотезы, что Луна тяготеет к Земле и что на нее со стороны Земли действует сила f по закону

$$f = G \frac{Mm}{R^2},$$

где M и m — массы Земли и Луны.

Из выражения силы, действующей на Луну,

$$f = m \frac{GM}{R^2} = mg_1,$$

усматриваем, что ускорение Луны на ее орбите g_1 на основании принятой гипотезы, имеет вид

$$g_1 = \frac{GM}{R^2}. \quad (6)$$

Но если на Луну действует сила притяжения к Земле, то это ускорение g_1 есть ускорение силы тяжести на расстоянии $R = OL$ (рис. 151); если же Луна находилась бы в точке N на поверхности Земли, то на нее действовала бы сила тяжести с ускорением g , как на всякое тело на Земле. Поэтому ускорение g можно выразить по формуле (6), т. е. на основании сделанной гипотезы, так

$$g = \frac{GM}{r^2}, \quad (7)$$

где $r = ON$ есть радиус Земли.

Сопоставив формулы (6) и (7) и помня, что приближенно $R = 60r$, находим

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{g} &= \frac{r^2}{R^2} = \frac{r^2}{60^2 r^2} = \frac{1}{3600}; \\ g_1 &= \frac{g}{3600} = \frac{981}{3600} = 0,27 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}. \end{aligned}$$

Таково значение ускорения Луны на ее орбите, вычисленное из предположения, что между Землей и Луной существует взаимодействие по закону, выраженному формулой (5).

Итак, установлено, что $g_1 = a = 0,27 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}$.

Совпадение значений ускорения Луны, из которых первое получено из непосредственных наблюдений, а второе вычислено на основании теоретической гипотезы о взаимодействии между Луной и Землей по закону

$$f = G \frac{Mm}{R^2},$$

представляет собою торжество теории Н ь ю т о н а о тяготении Луны к Земле по указанному закону.

Заключения, которые вытекают из факта $g_1 = a$ выразим так:

1. Луна тяготеет к Земле; на Луну действует сила тяжести, ослабленная в отношении квадрата расстояния от центра Земли до Луны.

2. Сила тяжести действует по закону

$$f = G \frac{Mm}{R^2}.$$

3. Сила тяжести есть частный случай проявления силы, действующей между небесными телами, называемой *силой тяготения*.

Сам Н ь ю т о н и его последователи, из которых особенно надо отметить К л е р о, Э й л е р а, Л а п л а с а, Л е в е р ь е, Л я п у н о в а и многих других, распространили теорию тяготения на все тела Солнечной системы, планеты и кометы, а затем и на область неподвижных звезд. Так был установлен закон *всемирного тяготения* как основание и фундамент теоретической астрономии и небесной механики.

Всякие две массы тяготеют друг к другу силой, пропорциональной произведению этих масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними

$$f = G \frac{Mm}{R^2}. \quad (8)$$

Всеобщая приложимость этого закона удостоверена бесчисленным подтверждением вычисленных на его основании движений небесных тел, определяющих их положения как в моменты прошлого, так и в эпохи будущего времени. Обширные ежегодные таблицы, как «*Nautical Almanach*» (английский), «*Connaissance de Temps*» (французский), «*Astronomisches Jahrbuch*» (немецкий) и советский «Астрономический ежегодник», дают на много лет вперед положения небесных тел для любого момента и места, а также предсказывают разные небесные явления, как, например, затмения. Самое название английского справочника указывает на значение его в морском деле для определения положения кораблей в открытом море и для прокладки взятого курса.

Для понимания всеобщности решаемых подобными астрономическими вычислениями задач нужно обратить внимание на основную идею закона Н ь ю т о н а: *тяготение имеет всеобщий характер, тяготеют друг к другу всякие две массы*. Следовательно, Луна тяготеет к Земле и к Солнцу; Земля тяготеет к Луне, Солнцу, Юпитеру и т. д., ко всем телам. Теория тяготения, таким образом, весьма усложняется, это задача не о тяготении двух тел друг к другу, а о взаимном тяготении многих тел.

Небесная механика расчлняет этот вопрос и решает две задачи:

1. *Задача о двух телах*, о взаимодействии центрального тела и спутника, например, Солнца и Земли. Это — разрешимая задача о движении по законам К е п л е р а, так как сила тяготения по за-

кону Ньютона обуславливает движение по законам Кеплера.

2. *Задача о трех телах* — центрального (Солнца), второго (например, Земли) и третьего (например, Юпитера). Эта задача имеет лишь приближенное решение, с точностью, вполне достаточной для требований науки и мореплавания.

Основной прием решения этой задачи заключается в том, что изучается задача о двух телах — Солнце и планете (например, Земле), а третье тело рассматривается лишь как возмущающее тело, которое несколько искажает кеплеровскую орбиту второго тела. Такой метод решения задачи о трех телах возможен в Солнечной системе потому, что масса центрального тела в ней, Солнца, в 750 раз больше суммы масс всех планет, входящих в нашу систему. Этим обуславливается господствующее значение Солнца при определении орбиты и всех обстоятельств движения планет; влияние других тел лишь несколько изменяет орбиту, в главных чертах определенную Солнцем. Поясним это приме-

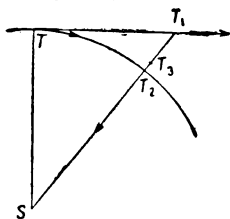


Рис. 152

ром. Движение по инерции переместило бы Землю в течение часа по касательной из положения T в T_1 (рис. 152); но притяжение Солнца в течение этого часа оттянет Землю от касательной на ее криволинейную орбиту в T_2 , это расстояние приблизительно равно $T_1 T_2 = 38$ км; таково влияние Солнца. Положим, что самая массивная планета Юпитер (масса в 310 раз больше массы Земли) находится на самом близком расстоянии от Земли; в этом наиболее благоприятном положении влияние Юпитера скажется в том, что он в течение часа оттянет Землю лишь на $T_2 T_3 = 2,1$ м от положения ее на эллипсе, определяемом влиянием Солнца.

Поэтому в задаче о трех и многих телах в применении к Солнечной системе речь идет лишь о возмущениях эллиптического движения планет, о тех незначительных поправках к положению и движению планет по законам Кеплера, которые обусловлены влиянием других планет, ничтожным сравнительно с влиянием Солнца.

Однако необходимо сделать существенную оговорку о значении этих как будто бы «ничтожных» влияний. При изучении движения планет впервые в истории науки возникает идея об эволюции (XVIII в.). Изменения, вносимые в движение планеты, определяемое Солнцем, другими планетами, исчезающе малы. Но в бесконечности времен эти очень малые изменения, слагаясь, могут дать значительные результаты. Например, представим себе, что возмущающие влияния так складываются, что в течение веков непрерывно увеличивается большая ось орбиты какой-нибудь планеты, это значит — увеличивается ее расстояние от Солнца, планета как бы уходит от Солнца; при противоположном влиянии планета приближается к Солнцу и может, в конце концов, упасть на него. Так

возникает вопрос об устойчивости движения планет и вообще об устойчивости всей Солнечной системы.

Исследования возмущенного движения планет привлекли к себе выдающихся математиков XVIII и XIX вв.; результаты их работ сложились в отрасль астрономии, называемую «Небесной механикой», которая является наиболее точно изученной областью во всем естествознании. Методика «Небесной механики» потребовала новых средств математического исследования, и можно сказать, что на решении задач «Небесной механики» трудами великих математиков вырос и развился анализ бесконечно-малых (дифференциальное и интегральное исчисление), который сделал возможным всестороннее применение математики к изучению окружающего мира.

В процессе решения задач «Небесной механики» устанавливаются шесть величин, так называемые «элементы орбит», которые определяют положение орбиты планеты в пространстве и положение самой планеты на орбите, значения этих элементов определяют по трем наблюдениям положения планеты. Зная элементы планетного движения, можно вычислить ее координаты для данного момента; таблицы таких координат, дающие положения планеты (или какого-либо другого тела, например, Луны) через известные промежутки времени (через сутки, через 10 суток и т. д.), называются эфемеридами планеты и составляют главное содержание астрономических календарей. Результаты решения астрономических проблем обычно получают в «Небесной механике» в виде бесконечных рядов, дающих приближенное значение искомых величин, поэтому точность этого приближенного решения может быть весьма высокой.

Величайшим торжеством закона всемирного тяготения является предсказание на основании этого закона существования новых планет, которых еще никто не видал и не наблюдал.

Шесть планет солнечной системы — Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер и Сатурн — были известны со времен глубокой древности; седьмая — Уран была открыта английским астрономом В. Гершелем в 1781 г. при помощи прямых наблюдений в сильный телескоп; по теории, разработанной Лапласом на основании закона тяготения, для Урана были составлены эфемериды, которые должны были с величайшей точностью до $1-2''$ дуги определять движение и положения в пространстве и времени этой новой планеты. И вот к 20-м годам XIX столетия оказалось, что в наблюдениях Урана есть расхождения с теорией, доходящие до $20''$. На основе анализа этих расхождений теории и наблюдений французский астроном Леверье и английский Адамс, независимо друг от друга, высказали предположение, что неправильности в движении Урана зависят от влияния неизвестной планеты, более удаленной от Солнца; они теоретически вычислили массу и место этого никем еще не виданного тела. По указанию Леверье астроном Галле в Берлине нашел в 1846 г. эту планету прямым наблюдением в телескоп; новая планета была названа Нептун, она удалена от Солнца примерно в 30 раз дальше, чем Земля.

Точно так же по возмущениям в движении Нептуна американский астроном Л о в е л л предсказал в 1914 г. существование еще более удаленной планеты; лишь в 1930 г. эта планета была найдена при помощи наблюдений и стала называться Плутоном; она примерно в 40 раз дальше от Солнца, чем Земля.

§ 43. Гравитационная постоянная и определение массы Солнца и планет

Когда был установлен закон тяготения в общей его форме в области астрономических явлений, естественно явился вопрос, какие явления на Земле, кроме падения тел, могли бы обнаружить

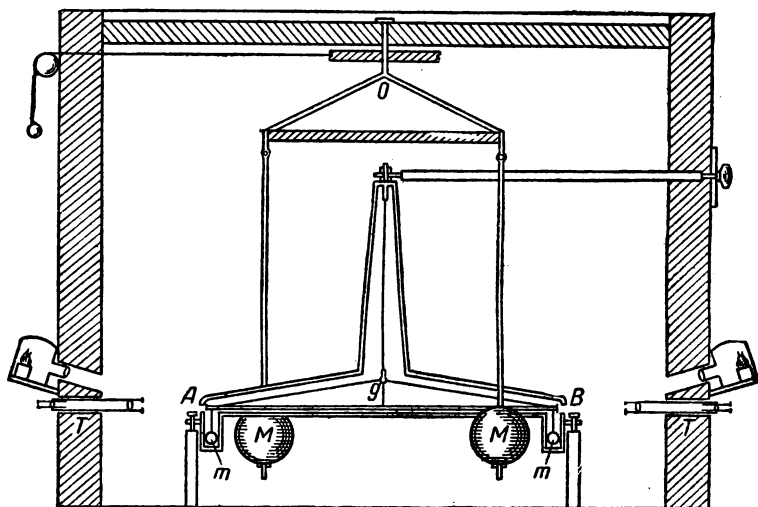


Рис. 153

действие тяготения масс. Н ь ю т о н указал прежде всего на морские приливы; он подробно разобрал это явление, дал его теорию и показал, как именно приливы у берегов океанов зависят от совместного действия Солнца и Луны.

Возможность непосредственного наблюдения притяжения между земными телами показал впервые английский физик К а в е н д и ш в 1798 г., при этом он пользовался методом так называемых *крутильных весов* (рис. 153). Два легких свинцовых шарика m и m (в опытах К а в е н д и ш а по 730—520 г) подвешивались в ящике на легком деревянном стержне при помощи серебряной проволоки (в дальнейших опытах — на кварцевой нити). К ним подводились при помощи вращения системы AB два массивных свинцовых шара M и M (по 155—158 кг). В одном из опытов при сближении шаров на $R = 20,32$ см замечался при наблюдении в микроскоп T и T выход

из положения равновесия маленьких шариков на $s=1,946$ см (рис. 154).

По закону тяготения величина силы, действующей на каждый из шаров m

$$f = G \frac{Mm}{R^2};$$

вращающий момент этой силы при плече $l=Om$ выразится так

$$M = fl = Gl \frac{Mm}{R^2}.$$

При равновесии шаров этот момент равен моменту закручивания данной проволоки (или нити), который может быть заранее определен. Итак, в уравнении

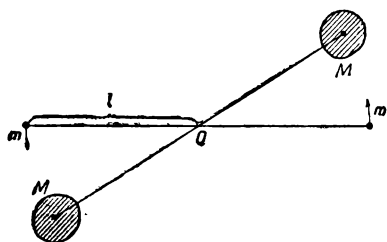


Рис. 154

$$M = Gl \frac{Mm}{R^2}$$

все величины, кроме G , могут быть или заранее измерены (l , M , m), или определены из опыта (M и R). Поэтому опыт Кавендиша

дает возможность определить коэффициент G , называемый *гравитационной постоянной*

$$G = \frac{MR^2}{lMm}. \quad (9)$$

Многочисленными опытами самого Кавендиша и других экспериментаторов было весьма точно найдено значение G ; в настоящее время принимают

$$G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ (дн см}^2 \text{ г}^{-2}\text{)}.$$

Размерность G такова,

$$[G] = \left[\frac{fR^2}{Mm} \right] = L^3 M^{-1} T^{-2}.$$

Физический смысл G выясним, если в формуле закона тяготения положим $R=1$ см, $M=m=1$ г; тогда $f=G$. Следовательно, G *измеряется той силой, с которой притягивают друг друга две массы по 1 г на расстоянии 1 см*; сила эта, конечно, очень мала: именно, масса в 1 г притягивает другую массу в 1 г, находящуюся от нее на расстоянии 1 см, с силой $6,67 \cdot 10^{-8} \text{ дн} \approx \frac{1}{15\,000\,000} \text{ дн}$.

Опыт Кавендиша позволил установить способ определения *средней плотности Земли* Δ . Приравняв силу тяжести $P=mg$ силе тяготения, по закону Ньютона, получим

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где M — масса Земли, R — ее средний радиус. Приняв форму Земли за сферу с радиусом R , находим ее массу

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \Delta,$$

отсюда

$$g = G \frac{4}{3} \pi R \Delta; \quad \Delta = \frac{3g}{4\pi GR}. \quad (10)$$

Наиболее точные определения дают для средней плотности Земли $\Delta = 5,5 \text{ г/см}^3$. Так как плотность частей земной коры не превосходит $2,5 \text{ г/см}^3$, то нужно заключить о большой плотности недр Земли.

Наиболее точные данные о внутренности Земли получаются при изучении распространения волн, возникающих при землетрясениях, так называемых *сейсмических волн*. Теорию и аппаратуру для изучения этих явлений разработал акад. Б. Б. Г о л и ц ы н в начале XX столетия. Скорость, с которой распространяются эти волны от очага землетрясения по поверхности Земли и через ее ядро, зависит от упругости и плотности передающей среды подобно тому, как скорость звука в разных средах зависит от их плотности и упругости. Оценивая, таким образом, упругость сред, передающих сейсмические волны, а также оценивая другие данные, например, магнитные свойства этих сред, приходят к заключению, что внутренность Земли, по-видимому, состоит из вещества, находящегося под громадным давлением при температуре до 2000° . По современным воззрениям мы представляем себе Землю, состоящую из трех слоев: 1) земная кора из осадочных пород гранита и базальта; 2) мантия на глубину 2900 км, обладающая свойствами твердого тела; 3) ядро Земли, которое во внешней части ведет себя как жидкость, а с глубины 5000 км обладает свойствами твердого тела.

Зная среднюю плотность Земли Δ и вычислив ее объем (как объем эллипсоида), находим *массу Земли*

$$M = V\Delta = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ г.}$$

Масса Солнца и всякого другого тела Солнечной системы определяется при помощи сравнения ускорений. Обозначим массу Солнца через θ ; тогда ускорение, сообщаемое им планете, совершающей свой оборот в течение времени T на среднем расстоянии R от Солнца, может быть выражено двояко

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}; \quad a = G \frac{\theta}{R^2};$$

поэтому

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = G \frac{\theta}{R^2}; \quad \theta = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}; \quad (11)$$

здесь $G = 6,67 \cdot 10^{-8}$, R и T определяются из астрономических наблюдений, и притом

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{1}{\zeta}$$

есть число постоянное, согласно III закону К е п л е р а; для Солнечной системы $\frac{1}{\xi} = 3,29 \cdot 10^{24}$.

Таким образом, можно вычислить массу Солнца

$$\theta = 1,985 \cdot 10^{33} \text{ г.}$$

Сравнивая массу Солнца с массой Земли, находим $\frac{\theta}{M} \approx 333\,000$ (более точно 329 390).

Также могут быть сравниваемы массы любых двух планет, имеющих спутников, или массы планет и Солнца.

Пусть масса планеты m , среднее расстояние ее от спутника r , время его обращения t ; m_1 , r_1 , t_1 — те же величины для другой планеты; тогда из формулы (11) получим

$$m = \frac{4\pi^2 r^3}{G t^2}; \quad m_1 = \frac{4\pi^2 r_1^3}{G t_1^2};$$

$$\frac{m}{m_1} = \frac{r^3 t_1^2}{r_1^3 t^2}. \quad (12)$$

Пример: для Земли и Луны имеем: $r_1 = 385\,080$ км; $t_1 = 27$ сут 7 час 43 мин 11,5 сек; для Юпитера и его третьего спутника $r = 1\,067\,000$ км, $t = 7$ сут 3 час 42 мин 35 сек; подставив в формулу (12), находим

$$\frac{m}{m_1} = 310;$$

это значит; что масса Юпитера в 310 раз больше массы Земли.

В законе тяготения Н ь ю т о н вводит массы M и m , которые тяготеют друг к другу; это значит, что *каждая масса образует вокруг себя поле тяготения*, в котором действуют силы притяжения на другие массы по закону тяготения

$$f = G \frac{Mm}{r^2}.$$

По этим их действиям мы можем измерять самые тяготеющие или *гравитационные массы*, как это только что было показано.

II закон динамики вводит понятие об *инертной массе*

$$f = m\ddot{a},$$

определяемой, как мера инертности при действии на нее любых тел.

Возникает вопрос: при измерении массы какого-нибудь тела сначала по закону тяготения, а затем по II закону Н ь ю т о н а, получим мы одно и то же число, или нет? Иначе говоря — равна ли гравитационная масса тела его инертной массе?

Обозначим инертную массу какого-либо тела через m , гравитационную массу через m' .

Положим, что на это тело действует сила по закону тяготения f и равная ей сила по II закону Ньютона

$$f = G \frac{Mm'}{r^2}; \quad f = ma,$$

где M — гравитационная масса тела, в поле которого находится масса m' . Тогда общее выражение ускорения a можем написать так

$$G \frac{Mm'}{r^2} = ma; \quad a = \frac{GM}{r^2} \cdot \frac{m'}{m}.$$

В этом самом общем выражении ускорение a зависит от отношения $\frac{m'}{m}$.

Возьмем частный случай; пусть M — гравитационная масса Земли; тогда ускорение $a = g$ ускорению силы тяжести на данной точке земной поверхности

$$g = \frac{GM}{r^2} \cdot \frac{m'}{m}.$$

Начиная с Галилея и Ньютона многие исследователи с величайшей точностью экспериментально установили постоянство g в данной точке земной поверхности для всех тел, независимо от их природы и состояния. Поэтому отношение

$$\frac{m'}{m} = \frac{gr^2}{GM}$$

постоянно для какого угодно тела:

$$\frac{m'}{m} = C.$$

Это значит, что *гравитационная масса тела пропорциональна его инертной массе*.

Если же взять за единицу гравитационной массы массу такого тела, инертная масса которого равна 1 г, то экспериментально установлено с огромной точностью, что $m' = m$; для всякого тела масса тяготеющая равна массе инертной.

Это утверждение вытекает из теории относительности и экспериментально подтверждено с величайшей степенью точности.

§ 44. Вращение Земли

За основную систему отсчетов мы обычно принимаем Землю и с ней связываем неподвижное начало координат. Но Земля имеет двойное движение:

1. *Годовое* — по эллиптической орбите вокруг Солнца со скоростью около 30 км/сек и с небольшим радиальным ускорением (около 0,6 см/сек²); при огромном расстоянии Земли от Солнца (149,5 · 10⁶ км) это движение за небольшой отрезок времени можно счи-

тать равномерным и прямолинейным; в час Земля описывает дугу лишь в 2'.

2. *Суточное вращение* Земли вокруг оси с угловой скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1};$$

принимая Землю за сферу с радиусом $R=6371 \text{ км}$, найдем линейную скорость на широте 55° ; $v=265 \text{ м/сек}$, а на экваторе $v=463 \text{ м/сек}$.

Первое движение не мешает нам считать Землю инерциальной системой отсчетов, но вращательное движение должно отразиться на ряде явлений, которые ясно показывают *относительность* наших предположений о неподвижности Земли; вращение ее сказывается на течении явлений, как мы наблюдаем их, находясь на вращающейся Земле.

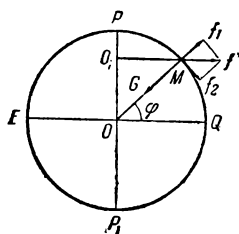


Рис. 155

Первые точные наблюдения, показывающие, что мы находимся на вращающейся Земле, были сделаны французским астрономом Р и ш е (1672 г.). Он был послан из Парижа (широта $\varphi=48^\circ 50''$) для астрономических наблюдений на остров Кайену ($\varphi=4^\circ 55''$);

по возвращении в Париж он установил, что секундный маятник, которым он пользовался в Кайене, на $1\frac{1}{4}$ линии¹ короче секундного маятника в Париже.

Из наблюдений Р и ш е прямо следовало, что в Кайене ускорение силы тяжести меньше, чем в Париже. После Р и ш е в XVII и XVIII столетиях были произведены разными учеными в различных частях света подобные наблюдения, которые установили, что ускорение силы тяжести и вес тел изменяются при перемещении по земной поверхности. Эти наблюдения с возрастающей точностью продолжают до наших дней, и они обнаруживают, что все тела на Земле подвержены действию силы, происхождение которой мы, находящиеся на неинерциальной системе отсчета, должны приписать действию *центробежной силы инерции*.

Рассмотрим некоторые проявления этого действия, которые являются механическими доказательствами вращения Земли, так как проявления центробежной силы могут иметь место только на вращающейся Земле.

1. *Изменение ускорения силы тяжести.* На широте φ находится в точке M (рис. 155) тело, вес которого на неподвижной Земле был бы $P=mg$; но раз Земля вращается, то появляется *центробежная сила* $f=m\omega^2 R$, направленная по радиусу круга суточного вращения $r=OM$; выясним, как она будет влиять на ускорение тяжести на этой широте. Землю принимаем за шар с радиусом $R=6371 \text{ км}$.

¹ 1 линия=2,11 мм.

Разложим силу f на две — по направлению радиуса OM и по направлению касательной к меридиану PQP_1 ; сила f_2 компенсируется трением на земной поверхности; составляющая f_1 направлена против силы тяжести и, следовательно, уменьшает вес тела M , который мы обозначили через P . Обозначим вес тела M на широте φ через P_φ ; тогда

$$P_\varphi = P - f_1; \quad f_1 = f \cos \varphi; \\ P_\varphi = P - f \cos \varphi.$$

Обозначив ускорение силы тяжести на широте φ через g_φ , выполним дальнейшие преобразования

$$P_\varphi = mg_\varphi; \quad mg_\varphi = mg - f \cos \varphi; \\ mg_\varphi = mg - m\omega^2 r \cos \varphi; \quad r = R \cos \varphi; \\ g_\varphi = g - \omega^2 R \cos^2 \varphi; \\ g_\varphi = g - \omega^2 R + \omega^2 R \sin^2 \varphi.$$

На широте $\varphi=0$, т. е. на экваторе EQ центробежная сила $f_0 = m\omega^2 R$; поэтому $g - \omega^2 R = g_0$ есть ускорение силы тяжести на экваторе; для ускорения на широте φ имеем формулу

$$g_\varphi = g_0 + \omega^2 R \sin^2 \varphi; \\ g_\varphi = g_0 \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g_0} \sin^2 \varphi \right).$$

Измеряя на экваторе g_0 и вычисляя

$$\omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 3,39 \frac{см}{сек^2},$$

можно определить их отношение

$$\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{1}{289}.$$

Подставив это отношение в полученное равенство, находим формулу Клеро, названную по имени французского астронома, который ее вывел в 1743 г.

$$g_\varphi = g_0 \left(1 + \frac{1}{289} \sin^2 \varphi \right). \quad (1)$$

По этой формуле можно вычислять ускорение силы тяжести для любой широты φ и затем сравнивать эти вычисленные значения с результатами наблюдений на той же широте.

Из этой формулы следует:

а) На экваторе ($\varphi=0^\circ$) ускорение g_φ наименьшее; вес тела на экваторе меньше, чем на других точках Земли.

б) На полюсах ($\varphi=90^\circ$) ускорение g_φ и вес тела имеет наибольшее значение.

Однако более точные результаты могут быть получены только

тогда, если мы примем во внимание, что Земля не шар, а эллипсоид вращения (рис. 156), у которого большая полуось $a=6377,397$ км, малая $b=6356,079$ км (по Бесселю) и сжатие

$$\varepsilon = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{283,3}$$

(Гельмерт). В настоящее время принята следующая формула зависимости ускорения силы тяжести от широты места

$$g_{\varphi} = 978,049 (1 + 0,005288 \sin^2 \varphi - 0,000006 \sin^2 2\varphi). \quad (2)$$

Совпадение вычисленных результатов определения g_{φ} с наблюдениями есть одно из доказательств вращения Земли около оси.

2. Вращение Земли отражается также и на направлении силы тяжести.

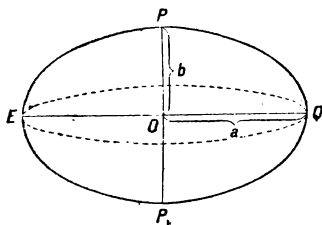


Рис. 156

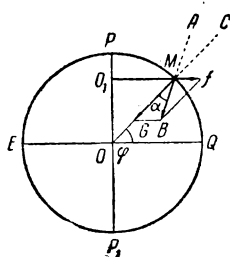


Рис. 157

Пусть M (рис. 157) есть груз отвеса; на невращающейся Земле продолжение отвеса CM пройдет через центр Земли O по направлению радиуса OM . Но при вращении Земли возникает центробежная сила f и равнодействующая MB силы G и силы f составит с радиусом угол α ; отвес примет положение AM по направлению равнодействующей MB ; таким образом, направление силы тяжести уже не проходит через центр Земли. Правда, угол α очень мал; как было установлено, отношение ускорения центробежной силы к ускорения g_{φ} равно лишь $\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{1}{289}$, почему в первом приближении можно считать, что сила тяжести направлена по радиусу Земли (рис. 155).

Однако как бы ни был мал угол α , равнодействующая MB уже не нормальна к поверхности Земли в точке M ; поэтому ее можно разложить (рис. 158) по радиусу и по касательной. Эта тангенциальная сила F в настоящее время уравнивается трением в твердой коре Земли; но когда Земля была в расплавленном состоянии, эта сила F играла очень важную роль; под ее действием вещество перемещалось к экватору Земли, почему постепенно Земля и приняла форму, близкую к эллипсоиду вращения (рис. 156).

3. Среди явлений, обусловленных вращением Земли, отметим еще отклонение свободно падающих тел от вертикального направ-

ления к востоку. Если с значительной высоты 30—40 м (с башни, рис. 159) падает тело, то оно последовательно переходит из областей больших линейных скоростей вращения Земли в области меньших скоростей. Сохраняя по инерции свою относительно большую первоначальную скорость v_1 , падающее тело перегоняет тела на поверхности Земли, которые имеют меньшие скорости v_2 (рис.

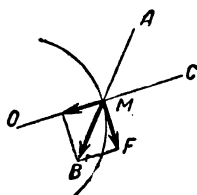


Рис. 158

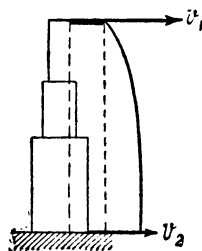


Рис. 159

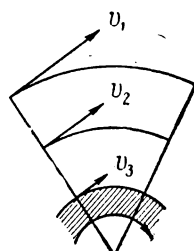


Рис. 160

160) и падает впереди их к востоку, двигаясь не по вертикали, а по параболе. Это явление много раз было наблюдаемо при падении тел с больших высот и в шахтах (отклонение составляло всего несколько миллиметров).

4. *Опыт Фуко.* а) Укрепим на центробежной машине дугу (рис. 161) и в точке ее А подвесим маятник АМ так, чтобы нить

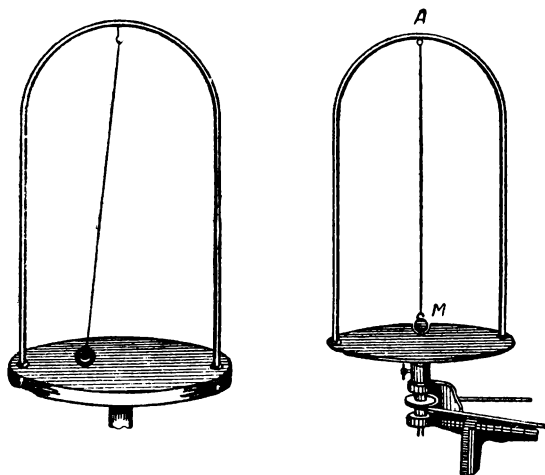


Рис. 161

АМ шла по оси вращения. Пустив маятник качаться в плоскости дуги, повернем на некоторый угол весь прибор; видим, что плоскость качания выйдет из плоскости дуги, оставаясь неизменной относительно стен комнаты; в частном случае, если угол поворота 90° , то маятник качается в плоскости, перпендикулярной к плоскости дуги. Это значит, что маятник сохраняет плоскость своего

качания, так как нет сил, которые заставили бы его выйти из этой плоскости; на него действуют силы тяжести и натяжение нити, обе лежат в плоскости его первоначального колебания.

б) Представим себе этот опыт на полюсе Земли P (рис. 162): пусть ML — плоскость качания маятника первоначально совпадает с каким-нибудь меридианом; вследствие вращения Земли через некоторое время этот меридиан займет положение M_1L_1 , повернувшись по вращению Земли на угол α против стрелки часов, а маятник будет качаться в первоначальной плоскости ML . Но мы, наблюдатели, связанные с Землей, не замечаем ее вращения; поэтому нам покажется, что плоскость качания маятника повернулась на угол α по стрелке часов, отступая от своего первоначального положения, т. е. *против вращения Земли*. В течение суток это вращение плоскости качания маятника равно 360° , за 1 час угол

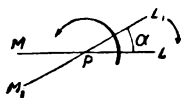


Рис. 162

$$\alpha = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ,$$

за 1 минуту $\alpha = 15'$, за 1 секунду $\alpha = 15''$.

в) Если этот опыт произвести не на полюсе, а в месте M на широте φ , то мы также заметим отклонение, но на меньший угол для данного промежутка времени. Для небольшого промежутка времени ($\Delta t \approx 5$ мин) можно произвести следующий приближенный расчет.

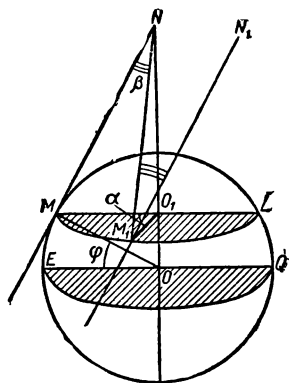


Рис. 163

Положим, что в пункте M (рис. 163) на широте φ пущен качаться маятник в плоскости меридиана MNO , где MN — направление полуденной линии. В течение небольшого промежутка времени Δt , вследствие вращения Земли, плоскость меридиана MNO повернется около земной оси NO на некоторый угол α и займет положение M_1NO_1 , а точка подвеса маятника перейдет из M в M_1 .

Но плоскость качания маятника останется неизменной, и при новом положении точки подвеса M_1 , маятник будет качаться уже не в плоскости нового положения меридиана M_1NO_1 , а в плоскости, проходящей через M_1N_1 , параллельно плоскости MNO первоначального качания.

Мы не замечаем вращения Земли, поэтому мы будем наблюдать вращение плоскости качания маятника на угол

$$\beta = N_1M_1N = M_1NM.$$

Углы α и β малы вследствие того, что мало время наблюдения (несколько минут); поэтому можно написать следующие соотношения:

1. Угловое перемещение $MM_1=S$ выразим через углы α и β

$$S=\alpha r; \quad S=\beta R;$$

здесь $r=O_1M$, $R=MN$, следовательно, при малом угле β допустим, что дуга S основания конуса равна дуге окружности радиуса R .

2. Из треугольника O_1MN имеем

$$r=R \sin \varphi.$$

3. Отсюда следует

$$\alpha r=\beta R; \quad \alpha R \sin \varphi=\beta R;$$

$$\beta=\alpha \sin \varphi.$$

Таково отклонение плоскости качания маятника на широте φ от меридиана, в плоскости которого начались качания.

На полюсе $\alpha=\beta$; в других местах отклонения β будут меньше; так для Москвы $\varphi=55^\circ 45'$; $\sin \varphi=0,82$; $\beta=\alpha \cdot 0,82$; в минуту $\beta=15' \cdot 0,82=12'$; в час $\beta=12^\circ$.

Впервые этот опыт был осуществлен французским физиком Фуко в Парижской обсерватории (1850 г.) и затем в большем масштабе в Пантеоне; шар маятника весил 28 кг и был подвешен в куполе Пантеона на проволоке 67 м длиной. Острие шара записывало свой след на песке. Уже через несколько минут обнаружилось отклонение плоскости качания маятника по стрелке часов.

В настоящее время проволоку подвеса маятника проектируют на экран; очень скоро, через 1—2 мин, мы замечаем смещение тени (проекции) проволоки от ее начального положения.

Опыт Фуко, повторяемый многократно, позволяет заметить и характеризовать суточное вращение Земли, не выходя из аудитории или лаборатории. Без всякого отношения этого вращения к другим явлениям, например, к вращению небесного свода, мы прямо наблюдаем вращение стен лаборатории, участвующих в суточном вращении Земли.

Знаменитый опыт Фуко есть одно из ярких и убедительных доказательств суточного вращении Земли, которое мы, наблюдатели, связанные с Землей, не замечаем, сами в нем участвуя. Вместе с тем этот опыт и другие явления, обзор которых сделан в этом параграфе, позволяют утверждать, что двойное движение Земли весьма мало влияет на ход механических явлений на ее поверхности. Поэтому, отвлекаясь от вращения Земли, можно считать Землю практически за такую систему, которая имеет движение по инерции. Как уже было условлено, системы, в которых соблюдается I закон Ньютона, называют инерциальными системами. В течение небольшого промежутка времени и Землю можно считать инерциальной системой. Но при более длительных явлениях приходится рассматривать движение на Земле, как происходящее в системе отсчета, обладающей ускорением. Вместе с этим появляются силы инерции (§ 29).

§ 45. Вращающаяся Земля как система отсчета. Силы Кориолиса

При ознакомлении с центробежной силой (§ 30) мы уже выяснили, что это — сила инерции, возникающая при круговом движении материальной точки. Теперь мы рассмотрим во вращающейся системе отсчета равномерное движение материальной точки.

Пусть имеется покоящаяся система отсчета XU и вращающаяся вокруг точки O с постоянной угловой скоростью

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

система отсчета $X'Y'$ (рис. 164). Рассмотрим прямолинейное и равномерное движение материальной точки с массой m , например,

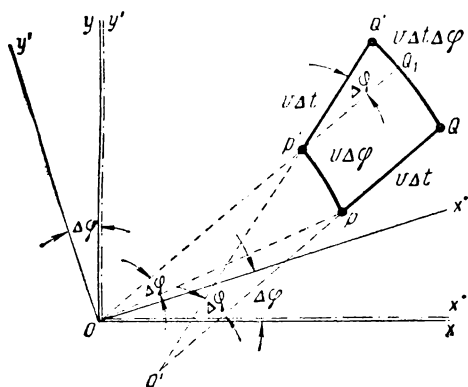


Рис. 164

центра шара, пущенного со скоростью v в момент времени $t=0$ из положения P в положение Q и установим, как воспримет это движение наблюдатель, который вращается вместе с системой отсчета $X'Y'$, но не знает об этом. Пусть это не свободное движение, а прямолинейное и равномерное движение, скажем, шарика вдоль трубки PQ , которая в системе O' поворачивается в положение $P'Q'$. Будем рассуждать

сначала с точки зрения неподвижного наблюдателя. Из равномерного движения шарика в радиальном направлении он заключает, что радиальная сила, направленная к центру, тормозит ускоренное движение шарика от центра. Отсюда он заключает о существовании центростремительной силы по направлению к O

$$f = m r \omega^2. \quad (1)$$

Пусть за время Δt материальная точка m прошла расстояние $PQ = v \Delta t$. Так как трубка за это время повернулась, точка m окажется в Q' . Из треугольника $P'Q_1Q'$ следует, что $Q'Q_1 = v \Delta t \Delta\varphi$ и движение точки m из P в Q' возможно только в том случае, если точка m получила от трубки тангенциальный импульс

$$\Delta S_1 = m v \Delta t \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = m v \omega \Delta t. \quad (2)$$

Из треугольника POP' видно, что уже в начале движения точка m имела импульс $S_0 = m r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. При движении вдоль трубки

этот импульс возрастает, так как изменяется расстояние от оси. Возрастание импульса вследствие вращения трубки равно

$$S_0 + \Delta S_0 = m(r + v \Delta t) \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Итак, материальная точка m получает за время Δt второй дополнительный импульс перпендикулярно к v

$$\Delta S_2 = S_0 + \Delta S_0 - S_0 = mv \Delta t \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = m v \omega \Delta t. \quad (3)$$

Если движение продолжается прямолинейно, этот импульс должен повторяться через каждые Δt секунд. Отсюда общий импульс

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2mv\omega \Delta t. \quad (4)$$

Этому повторяющемуся каждые Δt секунд импульсу соответствует непрерывно действующая сила

$$C = \frac{\Delta S}{\Delta t} = 2mv\omega. \quad (5)$$

Движущемуся вместе с вращающейся системой наблюдателю представляются те же импульсы и силы, когда точка m скользит равномерно вдоль трубки, но он придает им иное значение. В то время как для покоящегося наблюдателя трубка производила отклоняющую силу, вращающийся вместе с системой наблюдатель предполагает существование центробежной силы $F = mr\omega^2$ и тангенциальной силы, направленной противоположно отклоняющей силе $C = 2mv\omega$.

Только так и может двигаться равномерно и прямолинейно материальная точка во вращающейся системе координат в согласии с законом инерции.

Если теперь убрать трубку и рассматривать свободное движение точки m в направлении PQ , то для движущегося наблюдателя отсутствуют силы противодействия; материальная точка m для него не может двигаться прямолинейно (рис. 165) и спустя промежуток времени Δt не оказывается в Q' . В результате мы приходим к выводу:

Материальная точка m , которая свободно движется со скоростью v во вращающейся системе координат, перпендикулярно к оси вращения, испытывает с точки зрения вращающегося вместе с системой наблюдателя на расстоянии r от оси действие двух сил инерции:

- а) центробежной силы $F = mr\omega^2$, направленной от центра;
- б) силы Кориолиса $C = 2mv\omega$ перпендикулярно к v ¹.

¹ Названа по имени французского ученого К о р и о л и с а (1792—1843 гг.), впервые вычислившего величину этой силы инерции во вращающейся системе координат.

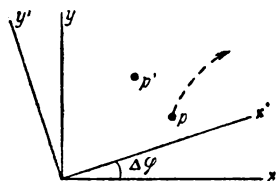


Рис. 165

Три вектора: угловой скорости ω , линейной скорости v и силы Кориолиса C в рассмотренном нами случае расположены взаимно перпендикулярно (рис. 166).

В то время как в *инерциальных системах*, т. е. в системах, которые движутся по отношению друг к другу равномерно и прямолинейно, Ньютонова динамика не усматривает действия сил между системами, во *вращающихся системах* появляются две силы инерции — центробежная и Кориолисова, наличие которых доказывает вращательное движение системы отсчета.

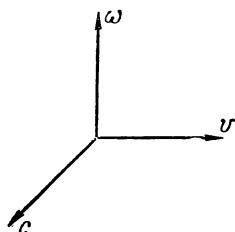


Рис. 166

Наблюдатель, вращающийся вместе с Землей, принимаемой им за систему отсчета, при всех свободных движениях тел должен различать действие сил инерции — центробежной и кориолисовой. Центробежное ускорение на экваторе, где оно прямо противоположно ускорению силы тяжести, составляет всего три с половиной тысячных долей g . На ши-

роте 45° оно составляет в направлении земного радиуса всего $1,7 \text{ см/сек}^2$ и столько же в горизонтальном направлении.

Кориолисово ускорение на полюсе при горизонтальной скорости 10 м/сек составило бы $0,146 \text{ см/сек}^2$, а для скорости снаряда 1000 м/сек уже 15 см/сек^2 . На широте 45° его горизонтальная составляющая была бы $0,1 \text{ см/сек}^2$ в первом случае и 10 см/сек^2 во втором для горизонтальных скоростей.

Только на полюсе горизонтальная плоскость перпендикулярна к вектору угловой скорости вращения Земли.

В точке A земной поверхности (рис. 167) на широте φ плоскость горизонта H наклонена к вектору угловой скорости ω . Разложим этот вектор ω на два вектора: ω_n — перпендикулярный к горизонту и ω_p — параллельный горизонту. Тогда для отклонения горизонтальных движений вектор $\omega_n = \omega \sin \varphi$, а сила Кориолиса для горизонтальных отклонений (горизонтального движения) на широте φ составит

$$C = 2mv\omega \sin \varphi.$$

Для вертикальных движений горизонтальные отклонения производятся силой

$$C = 2mv\omega \cos \varphi.$$

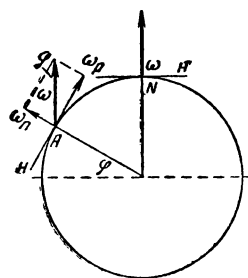


Рис. 167

Водные и воздушные массы на Земле обладают известной подвижностью по отношению к твердой оболочке вращающейся Земли.

Распределение теплоты на земной поверхности обуславливает морские и воздушные течения (ветры). Под влиянием силы Кориолиса ветры испытывают в северном полушарии отклонение вправо, в южном полушарии — влево. В этом причина воз-

никновения *пассатных ветров* между 10 и 30° широты, юго-западного муссона в Азии и т. д.

Морское течение *Гольфстрим* отклоняется вправо от северного направления. Движение ветра при барометрических максимумах и минимумах (в антициклонах и циклонах) также отклоняется кориолисовыми силами.

Влияние сил К о р и о л и с а на массы текущей в реках воды в северном полушарии приводит к перемещению рек вправо, пока они не достигнут возвышенностей. Этим объясняется часто наблюдаемое явление: правый берег реки в северном полушарии выше, чем левый.

§ 46. Скалярное и векторное произведения двух векторов

Если сопоставить размерности величин работы и момента силы, то нетрудно установить, что их размерности одинаковы и равны ML^2T^{-2} ; поэтому и единицы измерения работы и момента силы в одной и той же системе единиц одни и те же: эрг в CGS, джоуль в MKS, килограммометр — в технической системе единиц. Между тем очевидно, что работа и момент силы совершенно разные физические величины. В чем же заключается их различие?

Работа представляет собою произведение силы на расстояние, пройденное по направлению этой силы, т. е. произведение двух векторов; но сама работа не является вектором; это — скалярная величина. *Умножение двух векторов, в результате которого получается скаляр, называется скалярным.* Работа представляет собою скалярное произведение вектора силы на вектор пути. Мы запишем это произведение так: $W=(fs)=fs \cos \alpha$, где α — угол между вектором силы и вектором пути.

Момент силы, получающийся в результате умножения вектора силы на вектор расстояния силы от оси вращения (плечо силы), характеризуется и числовой величиной и направлением: он может вращать тело либо по часовой стрелке, либо против часовой стрелки. В этом случае *в результате умножения одного вектора на другой получается новый вектор, представляющий собою произведение.* Запишем это следующим образом

$$\overline{M}=[\overline{f}s];$$

численно

$$M=fs \sin \alpha.$$

Кориолисова сила C представляет собою векторное произведение двух векторов: линейной скорости \overline{v} и угловой скорости $\overline{\omega}$. Записывается это векторное произведение следующим образом

$$\overline{C}=2m\overline{v}\overline{\omega}=2m[\overline{v}\overline{\omega}];$$

численно, как мы уже знаем,

$$C=2mv\omega \sin \alpha.$$

§ 47. Гравитационное поле, его напряженность

Тело массой M притягивает к себе массу m на расстоянии r силой тяготения

$$f = G \frac{Mm}{r^2}. \quad (1)$$

Действие это простирается бесконечно далеко и передается равномерно во все стороны. *Область, в которой распространяется обусловленное массой M силовое действие, называется гравитационным полем массы M .* Линии, определяющие направление силы тяготения в точках поля, называются *линиями поля, или силовыми линиями*. Гравитационное поле Солнца отличается от гравитационного поля Земли тем, что на расстоянии r от их центров сила тяготения, действующая на 1 г массы, много больше в поле Солнца, чем в поле Земли.

Силу E , с которой в данной точке поля центральной массы M действует поле на массу в 1 г, называют *напряженностью поля* в этой точке. Она направлена соответственно положительному направлению r . Итак по величине

$$E = G \frac{M}{r^2},$$

но по направлению вектор \vec{E} направлен обратно вектору \vec{r} , так как из-за притяжения он всегда обращен в сторону убывающих \vec{r} .

Нетрудно вывести, что величина напряженности гравитационного поля E имеет размерность ускорения. В самом деле, из формулы (1) мы имеем

$$[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}; \quad [E] = \left[\frac{GM}{r^2} \right] = L T^{-2} = [g];$$

здесь g — ускорение свободного падения. В радиальном гравитационном поле Земли, если не учитывать действия центробежной силы, сила тяжести или вес тела совпадает с силой тяготения

$$P = mg_0 = G \frac{Mm}{r^2},$$

откуда

$$g_0 = G \frac{M}{r^2}.$$

Следовательно, на высоте h над поверхностью Земли

$$g_h = G \frac{M}{(r+h)^2}.$$

Отсюда нетрудно вычислить *убыль ускорения свободного падения с высотой*. На расстоянии двух земных радиусов от центра Земли, т. е. на высоте 6370 км, $g_h = 245 \text{ см/с}^2$. На высоте 2000 м g_h на 0,6 см/сек² меньше, чем на уровне моря.

Так как плотность земного ядра значительно больше плотности земной коры, то g с глубиной сначала растет, достигая наибольшего значения на глубине 600—1200 км, затем убывает до прежнего значения 981 см/сек² на глубине 2000 км; затем падает до нуля в центре Земли.

Ускорение свободного падения на Луне вычисляется по формуле

$$g_{\text{Л}} = G \frac{M_{\text{Л}}}{r_{\text{Л}}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-8} \cdot 7,4 \cdot 10^{25}}{(1735 \cdot 10^3)^2} = 164 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

Ускорение свободного падения на Солнце таково

$$g_{\odot} = G \frac{M_{\odot}}{r_{\odot}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{33}}{(7 \cdot 10^{10})^2} = 27\,200 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

Соответственно тело, имеющее массу в 1 кг весит на Луне всего 167 Г; на Солнце — 27,7 кг. Усилие для прыжка человека на Земле на высоту 10 см поднимает его на Луне на полметра.

§ 48. Потенциал поля

Всякая масса, находящаяся в гравитационном поле другой массы, обладает известной *потенциальной энергией* по отношению к массе — источнику поля. Это непосредственно очевидно хотя бы из того, что потенциальная энергия поднятого над поверхностью Земли тела тем больше, чем выше оно поднято; эта потенциальная энергия поднятого тела при его падении переходит в кинетическую, за счет которой может быть произведена работа.

Поэтому потенциальная энергия тела m в гравитационном поле массы M зависит от M и m , от расстояний r_1 и r_2 ; между которыми оно движется под действием силы тяготения. Гравитационная сила увеличивается, когда масса m приближается к M . Гравитационное поле простирается бесконечно далеко. Чем, ближе обе массы друг к другу, тем больше силы притяжения между ними, но тем менее становится потенциальная энергия, которой обладает одна масса по отношению к другой массе.

При описании гравитационного поля берут массу в 1 г, находящуюся на расстоянии r от возбуждающей поле массы M . Если для нее потенциальная энергия известна, то энергия массы m в данном месте поля будет в m раз больше, чем у 1 г. Можно каждой точке поля приписать таким образом значение энергии, которая на бесконечности будет всего больше, а при приближении к центру убывает, относя ее к массе в 1 г. Определяемая таким способом характеристика гравитационного поля, показывающая *потенциальную энергию единицы массы в каждой точке поля*, носит название *потенциала*, точнее — *гравитационного потенциала*. Потенциал V в точке гравитационного поля P , созданного массой M ,

измеряется работой, которая будет совершена, если массу в 1 г удалить из точки P против силы тяготения на бесконечность.

Сила тяготения на расстоянии r по отношению к массе 1 г равна напряженности поля в данной точке

$$E = G \frac{M}{r^2}.$$

Если масса 1 г удаляется на бесконечность, то совершается работа

$$W = \int_r^{\infty} E \, dr = \int_r^{\infty} G \frac{M}{r^2} \, dr = \int_r^{\infty} -\frac{GM}{r} = \frac{GM}{r}.$$

Эту работу и принимают за меру потенциала в рассматриваемой точке P . Следует, однако, помнить, что направление вектора E обратно направлению возрастающих r . Поэтому работа W совершается против сил тяготения; ее целесообразно считать отрицательной, и соответственно скалярная величина гравитационного потенциала в данной точке будет иметь знак минус.

Под гравитационным потенциалом V в точке, находящейся на расстоянии r от возбуждающей поле массы M , понимают значение энергии единицы массы в этой точке, которая измеряется работой, совершаемой при удалении единицы массы из данной точки на бесконечность,

$$V = -G \frac{M}{r}.$$

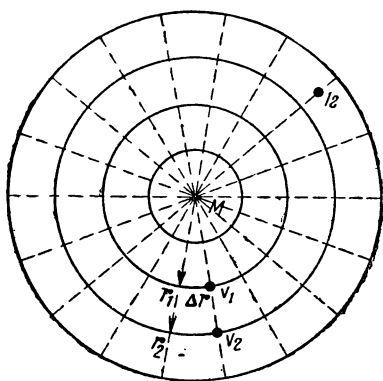


Рис. 167, а

Если гравитационное поле возбуждено одной единственной массой M , то все точки сферы, описанной радиусом вокруг M , имеют одинаковый потенциал. Поверхности одинакового потенциала называются эквипотенциальными поверхностями. Картина радиальных силовых линий и концентрических эквипотенциальных поверхностей точечного поля изображена на рисунке 167, а.

Потенциал возрастает в направлении радиуса наружу: $V_2 > V_1$. Пусть эквипотенциальные поверхности этих потенциалов находятся на расстоянии $\Delta r = r_2 - r_1$ одна от другой. Тогда падение потенциала по направлению линий поля на этом отрезке равно

$$\Delta V = G \frac{M}{r_1} - G \frac{M}{r_2} = G \frac{M (r_2 - r_1)}{r_1 r_2} = G \frac{M}{r_1 r_2} \Delta r.$$

Напишем частное $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ и перейдем к пределу при $\Delta r \rightarrow 0$. Тогда можно положить $r_1 = r_2 = r$. Получим

$$\frac{dV}{dr} = G \frac{M}{r^2} = -E^1.$$

Производная от потенциала в направлении линий поля для определенной точки поля, находящейся на расстоянии r от массы M , равна по величине напряженности гравитационного поля в данной точке; ее называют градиентом потенциала и обозначают так

$$E = \text{grad} V.$$

Подобно тому как потенциальная энергия материальной точки, находящейся на вершине наклонной плоскости, не зависит от угла наклона этой плоскости, и работа, совершаемая между двумя точками поля при переносе единицы массы из одной точки в другую, зависит только от разности потенциалов, но не зависит от пути перемещения единицы массы из одной точки в другую.

Силы гравитационного поля Земли, при симметричном расположении масс внутри шара, должны быть направлены нормально к поверхности Земли (рис. 168, штриховые линии).

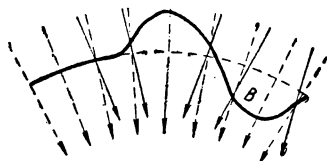


Рис. 168

Горы и разница в плотности обуславливают отклонения от правильного расположения силовых линий. Вследствие этого линии гравитационного поля *вблизи гор идут иначе*, чем в нормальном поле. Отклонение составляет самое большее несколько угловых секунд, но всегда заметно. Подобным же образом дело обстоит и в тех местах, где соприкасаются вблизи земной поверхности массы, очень различные по плотности. По этим отклонениям делают вывод о положении *рудных месторождений и нефтяных пластов*. Экспериментальные гравиметрические измерения производятся приборами, по идее соответствующим крутильным весам Э т в е ш а.

§ 49. Потенциальные кривые. Принцип эквивалентности

Если материальная точка движется прямолинейно в поле, имеющем потенциал, то в общем случае ее движение определяется тремя координатами, но в наиболее простом случае потребуется всего одна координата. Такое движение частицы называют *одномерным*, так как оно зависит только от одной координаты. Примем эту ось координат за ось x (рис. 169).

¹ Знак минус перед E означает: с увеличением r ($dr > 0$) потенциал увеличивается, а напряженность уменьшается.

По оси ординат отложим величину потенциальной энергии шарика, катящегося по кривой. В случае силы тяжести величина потенциальной энергии $\Pi = mgy$, где y — высота шарика. Потенциал силы тяжести $V = gy$.

Как мы видели, для небольших высот g можно считать постоянным. Кривая $ABCD$ представляет собою наиболее простой пример потенциальной кривой. Если пустим шарик катиться в яму I из точки B , то потенциальная энергия превращается в кинетическую на пути BI , а на пути вверх IC происходит обратное превращение энергии кинетической в потенциальную. Но выше C шарик не может пойти (по закону сохранения энергии). Фактически же вследствие трения и сопротивления воздуха шарик будет взбираться на все меньшую высоту, до тех пор пока не остановится в устойчивом равновесии на дне потенциальной ямы. Мы уже отмечали, что устойчивое равновесие характеризуется минимумом потенциальной энергии.

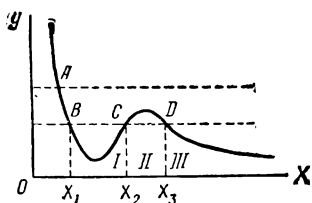


Рис. 169

Выступ CD непроходим для шарика, пущенного из точки B . Такой горб потенциальной кривой носит название *потенциального барьера*. Чтобы шарик прошел через потенциальный барьер CD , его нужно пустить не с уровня B , а с более высокого уровня A .

Мы рассмотрели наиболее простой случай, когда потенциальная кривая отличается от траектории постоянным множителем mg . В более общем случае прямолинейного движения частицы в поле, имеющем потенциал (потенциальное поле), дело обстоит сложнее. Пусть движение частицы будет одномерным (прямолинейную траекторию частицы принимаем за ось x). По закону сохранения энергии полная энергия системы E складывается из кинетической энергии $\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ и потенциальной энергии $\Pi(x)$. Имеем

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \Pi(x) = E.$$

Отсюда

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m} (E - \Pi)};$$

$$t = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} (E - \Pi)}} + t_0,$$

где t_0 — произвольная постоянная, а t — время. Если известно явное выражение потенциальной энергии Π от координаты x , то, вычислив интеграл, мы найдем зависимость координаты x от

времени t , т. е. закон движения. Но общий характер движения можно определить и без этого, построив потенциальные кривые для $\Pi(x)$.

На таких более сложных потенциальных кривых могут оказаться и потенциальные ямы и потенциальные барьеры. В этом случае потенциальная яма определяется как область состояний *материальной системы*, в которых система обладает пониженной потенциальной энергией, а *потенциальный барьер характеризует области с повышенной потенциальной энергией*. Оставаясь в пределах классической физики, нельзя ставить вопроса о преодолении системой потенциального барьера, если система находится в яме и не получает энергии извне. В квантовой физике, вследствие корпускулярно-волновых особенностей микросистем, кинетическая энергия квантовой системы в потенциальной яме не может равняться нулю, и система в наинизшем энергетическом состоянии способна совершать так называемые *нулевые колебания*. Поэтому микросистема может уйти из потенциальной ямы, даже при значении потенциальной энергии, меньшем высоты потенциального барьера (*туннельный эффект*).

Ранее уже было указано на экспериментально установленный венгерским физиком Этвешем факт совпадения массы тела, определяющей создаваемое им гравитационное поле (тяжелой массы), с массой, определяющей ускорение, приобретаемое телом под действием приложенной силы (инертной массы). Отсюда вытекает равенство:

$(\text{инертная масса}) \times (\text{ускорение}) = (\text{тяжелая масса}) \times (\text{напряженность гравитационного поля}).$

Тождественные массы — инертная и тяжелая — сокращаются и следует вывод: *все тела, вне зависимости от их массы, движутся в заданном гравитационном поле одинаковым образом, если одинаковы начальные условия движения*.

В *инерциальной системе* отсчета свободное движение всех тел является *равномерным и прямолинейным*. Если же рассматривать свободное движение в заданной *неинерциальной системе отсчета*, то они аналогичны движениям в инерциальной системе при наличии гравитационного поля. Таким образом, *движение тела по отношению к неинерциальной системе отсчета эквивалентно движению в некотором гравитационном поле*. Так, например, равномерно ускоренная система отсчета эквивалентна постоянному однородному внешнему полю.

В этом заключается *принцип эквивалентности сил инерции и гравитационных сил*. Однако эта эквивалентность не является полным тождеством: на бесконечном расстоянии от создающего поле тела напряженность поля равна нулю, а поля, которым эквивалентны неинерциальные системы, к нулю не стремятся и даже могут неограниченно возрастать, например, центробежные силы во вращающейся системе.

§ 50. Физические основы внешней баллистики

Баллистика — наука о движении брошенного тяжелого тела в поле земного тяготения. Различают внешнюю и внутреннюю баллистику. Основная задача *внешней баллистики* в узком смысле слова заключается в том, чтобы рассчитать по начальным данным или графически определить различные элементы траектории снаряда. *Внутренняя же баллистика* рассматривает поведение снаряда, орудия и заряда с момента воспламенения заряда до прекращения действия на снаряд пороховых газов.

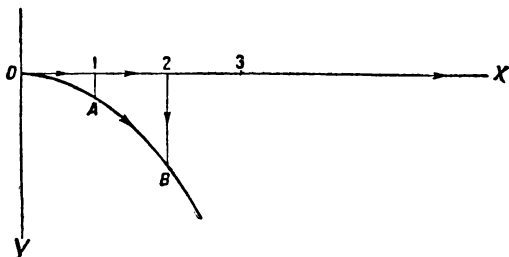


Рис. 170

К числу специальных задач внешней баллистики относится исследование движения реактивного снаряда, на который, кроме обычных сил, действующих на прочие снаряды, в течение некоторого промежутка времени действует реактивная сила, связанная с истечением пороховых газов из сопла реактивной камеры снаряда и изучаемая во внутренней баллистике.

Рассмотрим сначала движения брошенных тел, не принимая в расчет сопротивления воздуха, вращения снаряда и связанного с ним прецессионного движения.

Движение горизонтально брошенного тела (рис. 170) по направлению OX с начальной скоростью v_0 . Рассмотрим движение материальной точки, например, центра тяжести тела. Сложное движение будет составлено из горизонтального равномерного движения с начальной скоростью v_0 и из вертикального равномерно-ускоренного падения с ускорением g :

уравнение I движения: $x = v_0 t$;

уравнение II движения: $y = \frac{gt^2}{2}$.

Из этих двух уравнений исключим время t , чтобы найти соотношение между x и y , годное для всякого момента времени; это соотношение и будет *уравнением траектории сложного движения*

$$y = \frac{gx^2}{2v_0^2} \quad \text{или} \quad x^2 = \frac{2v_0^2}{g} y.$$

Это уравнение параболы OAB с параметром

$$p = \frac{v_0^2}{g}; \quad x^2 = 2py.$$

Движение тела, брошенного под углом α к горизонту OX с начальной скоростью v_0 (рис. 171). Эту скорость v_0 можно разложить на две: 1) v_1 — по горизонтальному направлению OX ; 2) v_2 — по вертикальному направлению OY . Проекции движения на оси координат таковы:

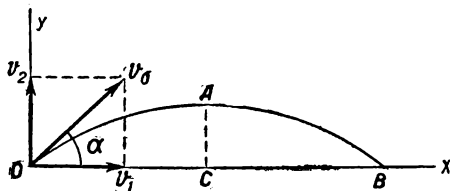


Рис. 171

1. Движение по OX без ускорения с постоянной скоростью

$$v_1 = v_0 \cos \alpha.$$

2. Движение по OY замедленное с начальной скоростью

$$v_2 = v_0 \sin \alpha.$$

Поэтому уравнения движения по OX и по OY для данного момента t напомним так

$$x = v_0 t \cos \alpha; \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.$$

Исключив из этих уравнений t , найдем соотношение между x и y для всякого момента движения

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (a)$$

Исследование этого уравнения показывает, что это есть *уравнение параболы*. Итак, траектория тела, брошенного наклонно к горизонту, есть парабола OAB .

Решим некоторые частные вопросы.

а) *Дальность полета* $x_0 = OB$ найдем, положив в уравнении (a) $y=0$,

$$0 = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}; \quad x_0 = OB = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (б)$$

Ясно, что при $\alpha = 45^\circ$ дальность полета x_0 будет иметь наибольшее значение

$$x_{\max} = \frac{v_0^2}{g}.$$

Но этот результат справедлив лишь при том условии, если не будем принимать во внимание сопротивления воздуха; если же учесть влияние этого сопротивления, то траектория не будет симметрична относительно оси CA , ветвь AB будет круче и OB будет меньше, чем в идеальном случае. На рисунке 172 изображена траектория винтовочной пули в воздухе (b) и в отсутствии воздуха (a). Как видно из чертежа, сопротивление воздуха сокращает наибольшую дальность полета пули.

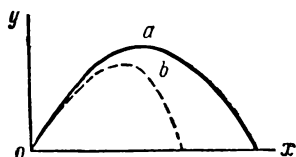


Рис. 172

б) Максимальную высоту подъема $CA = y_{\max}$ определим, положив

$$x = OC = \frac{x_0}{2};$$

$$x = OC = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha;$$

подставив это значение x в уравнение (а) и произведя надлежащие упрощения, находим

$$y_{\max} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}. \quad (\text{в})$$

в) Наконец, время t , в течение которого происходит полет OAB на расстояние $x_0 = OB$, определим из условия

$$v_0 t \cos \alpha = x_0; \quad v_0 t \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha; \quad t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (\text{г})$$

Одна и та же дальность может быть достигнута как при угле α , так и при движении под углом $(90^\circ - \alpha)$, т. е. под углом меньше 45° (настильная стрельба), и под углом больше 45° (навесная стрельба).

Как видно из рисунка 172, реальное движение пули и снарядов резко отличается от приведенного выше упрощенного расчета.

§ 51. Космические скорости

СССР прочно занял ведущее положение в запуске искусственных спутников Земли и космических ракет. Рассмотрим, какие начальные скорости являются наименьшими для их движения. Приведем сначала расчет скорости для спутника, вращающегося вокруг Земли по круговой орбите на расстоянии r от центра Земли с окружной (линейной) скоростью $v_{кр}$. Обозначим массу спутника m , радиус земного шара r_0 , ускорение силы тяжести g на высоте $h = r - r_0$, на поверхности Земли g_0 . Для того чтобы спутник удержался на своей орбите — окружности радиуса r , — необходимо, чтобы сила тяжести или вес спутника была равна центростремительной силе, т. е.

$$mg = \frac{mv_{кр}^2}{r}.$$

Отсюда

$$v_{кр} = \sqrt{gr}.$$

Так как

$$mg = G \frac{mM}{r^2} \text{ и } mg_0 = G \frac{mM}{r_0^2},$$

то

$$gr^2 = g_0 r_0^2.$$

Следовательно,

$$g = g_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2$$

$$v_{кр} = \sqrt{g_0 \frac{r_0^2}{r}} = v_1 \sqrt{\frac{r_0}{r}}.$$

Если бы спутник двигался вокруг Земли по ее поверхности, то его скорость должна бы быть не менее

$$v_1 = \sqrt{g_0 r_0} = \sqrt{981 \cdot 6,378 \cdot 10^6} = 7912 \left(\frac{м}{сек} \right).$$

Скорость v_1 носит название *первой космической скорости*. Если бы не было воздуха, спутник, получив скорость v_1 , стал бы обращаться вокруг Земли у ее поверхности. Но наличие атмосферы приведет к тому, что такой спутник вблизи поверхности Земли немедленно потеряет скорость вследствие трения о воздух.

Если орбитой спутника является не окружность, а эллипс, скорость его в любой точке траектории определяется формулой

$$v_{эл} = \sqrt{g_0 \frac{r_0^2}{r} \left(2 - \frac{r}{a} \right)} = v_{кр} \sqrt{2 - \frac{r}{a}}.$$

Здесь a — большая полуось эллипса. Хотя плотность воздуха быстро уменьшается с высотой, однако, даже на высоте 200 км, спутник быстро теряет свою скорость вследствие сопротивления воздуха и может продержаться не более 2,5 суток; затем спутник снижается в более плотные слои атмосферы, и, быстро теряя скорость, сгорает или падает на Землю.

Вторая космическая скорость v_2 определяется работой, которую нужно затратить, чтобы оторвать тело (космическую ракету) от притяжения Земли, за счет сообщенной ему кинетической энергии

$$\int_r^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = \frac{mv_2^2}{2}.$$

Сократив на m и вычислив интеграл, получим

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-2} \cdot 598 \cdot 10^{25}}{6371 \cdot 10^3}} = 1,119 \cdot 10^8 \frac{см}{сек} = 11\,190 \left(\frac{м}{сек} \right).$$

Скорость v_2 носит название *второй космической скорости*.

Получив такую скорость у поверхности Земли, тело способно удалиться от Земли сколь угодно далеко.

Характеристическая скорость космической ракеты

$$v = 11\,190 \sqrt{1 - \frac{r_0}{2r}}.$$

При $r=r_0$, $v=7912$ м/сек, т. е. первой космической скорости.

При $r \rightarrow \infty$, $v=11\,190$ м/сек, т. е. второй космической скорости.

Нетрудно подсчитать и скорость, необходимую для удаления тела совсем из пределов Солнечной системы.

Скорость полета ракеты в отсутствии гравитационного поля определяется формулой Циолковского

$$v_z = u \ln Z,$$

где v_z — скорость ракеты, u — скорость отброса частиц топлива из ракеты («эффективная скорость» истечения), величина Z под знаком натурального логарифма есть отношение начальной массы ракеты к ее конечному значению, называемое обычно «числом Циолковского».

Зависимость между скоростью полета ракеты v_z в километрах в секунду и числом Циолковского изображена на рисунке 173. Кривые на этом чертеже изображают ход изменения удельной тяги $P_{уд}$ ракеты, величина которой определяется экспериментально как отношение силы тяги ракетного двигателя к расходу топлива ракеты в килограммах в секунду. Как видно из чертежа,

скорость *одноступенчатой ракеты* при удельной тяге даже 350 не превышает 6 км/сек.

Современные ракетные двигатели обеспечивают удельную тягу не выше 250. Поэтому, чтобы превысить первую космическую скорость, необходимо обеспечить число Циолковского $Z \approx 40$, а для этого потребуется многоступенчатая ракета. Формула Циолковского в этом случае (рис. 173) выражается так

$$v_z = 9,81 P_{уд} \ln Z,$$

где удельная тяга $P_{уд}$ выражается в

$$\frac{\text{кг сек}}{\text{кг}}; v_z \text{ в } \frac{\text{км}}{\text{сек}}.$$

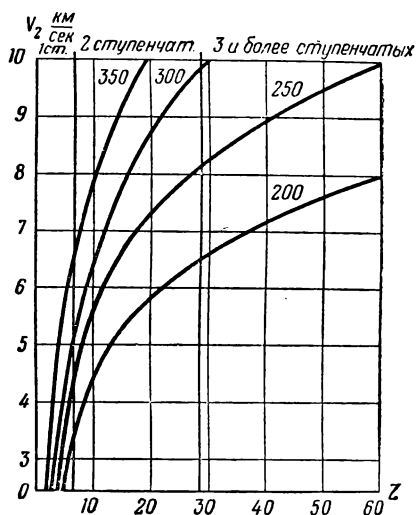


Рис. 173

Третий советский искусственный спутник Земли сделал свыше

10 000 оборотов, вошел в плотные слои атмосферы и сгорел. Сейчас в пространстве Солнечной системы движется советская искусственная планета. Неизбежно встает вопрос о перспективах кос-

мических полетов. Несомненно, будут продолжаться исследования пространства между Землей и Луной. Уже сейчас внесены существенные изменения в наши представления о верхних слоях ионосферы. Открыты внешний и внутренний пояса радиации вокруг Земли, отсутствие магнитного поля у Луны. Однако требуется много усилий для освоения этого околоземного пространства.

Видимо, следующими объектами космических полетов станут планеты Марс и Венера. Венера приближается к Земле на расстояние 44,6 млн. км, а удаляется от Земли на 257. Ее атмосфера очень густая и закрыта облаками. Средняя температура 47°C ; влажность в 6 раз больше, чем на Земле. Расстояние Марса от Земли меняется между 55,5 и 400 млн. км. Атмосфера Марса разреженная. Средняя температура поверхности около -37°C ; лишь на экваторе она достигает $+8^{\circ}\text{C}$.

19 августа 1960 г. второй Советский космический корабль весом 4,6 Т был запущен на орбиту спутника Земли, с апогеем 339 км и перигеем 306 км (первый космический корабль был запущен 15 мая 1960 г.). Период обращения корабля составлял 90,7 мин. На корабле вместе с аппаратурой находились животные, в том числе две собаки. На 18-м обороте была подана команда с Земли на спуск корабля-спутника с расчетом на приземление в заданном районе. Уменьшение первой космической скорости осуществлялось с помощью тормозной двигательной установки. Спустившись до 7000 м, кабина пролетела еще 11 000 км. На высоте 7—8 км, по команде был произведен выброс контейнера с животными из кабины корабля. Контейнер приземлился со скоростью 6—8 м/сек, кабина корабля — 10 м/сек. Все животные оказались живы и здоровы. Таким образом, осуществлена возможность благополучного приземления корабля с живыми существами.

Глава VII

УПРУГИЕ И НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЕЛ И ЧАСТИЦ

§ 52. Виды столкновений

При столкновениях тел и частиц процесс их механического взаимодействия продолжается в течение очень малого промежутка времени. За это время силы взаимодействия изменяются от нуля до наибольшего значения и затем убывают от максимума до нуля. Уловить закон изменения сил взаимодействия тел и частиц при их соударениях очень трудно в виду краткости промежутка времени. Хотя силы взаимодействия и могут достигать на мгновение очень больших значений, в виду практической мгновенности столкновения импульс силы является конечным. Так как направление силы взаимодействия в процессе столкновения не меняется, мы можем измерять импульс мгновенной силы изменением количества движения соударяющихся тел или частиц.

Явление удара разделяется на две стадии: в течение *первой*

стадии, вследствие взаимной деформации, происходит сближение центров масс обоих тел, в течение *второй стадии* центры масс снова удаляются друг от друга. Если вторая стадия отсутствует, то удар называется *неупругим*; если в течение второй стадии деформация полностью исчезает, причем нет перехода механической энергии в теплоту, то удар называется *абсолютно упругим*. В действительности наблюдаются промежуточные случаи *полуупругого удара*. Большую роль играет при ударе то, являются ли поверхности соприкосновения гладкими или шероховатыми. В последнем случае скольжение тел к концу соударения исчезает. Удар называется *центральный*, если прямая, соединяющая центры масс, совпадает с общей нормалью к поверхностям обоих тел в точках их соприкосновения; в противном случае — *удар нецентральный*. Если тела до удара совсем не вращаются и движутся друг относительно друга только в направлении общей нормали, то удар называется *прямым*; в противном случае удар будет *косым*. В случае прямого удара трение не играет роли.

В современной физике огромную роль играют столкновения частиц: атомные, к которым относят столкновения без участия ядерных сил, и ядерные столкновения элементарных частиц (протонов, нейтронов, мезонов) и атомных ядер. При соударениях частиц происходит их *возбуждение*, т. е. превращение энергии одного вида в другой вид энергии, и излучение. Соударения между частицами, в результате которых энергия возбуждения одной частицы передается другой частице без излучения, носит название ударов второго рода. При этом передаваемая энергия может пойти либо на возбуждение другой частицы и отчасти на увеличение ее кинетической энергии, либо превратиться полностью в кинетическую энергию другой частицы. Удары второго рода впервые наблюдались при столкновениях электронов с возбужденными атомами.

Исторически изучение явления удара было начато еще до работ Ньютона; вследствие технической важности этого явления в изучении его приняли участие выдающиеся физики своего времени: Галлеи, Гюйгенс, Валлис и многие другие; их работы подготовили обоснование закона сохранения количества движения. Мы ограничимся рассмотрением двух крайних случаев неупругого и упругого удара шаров.

§ 53. Удар абсолютно неупругих шаров

Два шара с массами m_1 и m_2 (рис. 174) движутся по одному направлению со скоростями v_1 и v_2 . Когда произойдет удар, оба эти тела уже не отходят друг от друга и движутся с общей скоростью v . Применим к этой системе закон сохранения количества движения

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v; \quad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

С л е д с т в и я: 1. Скорости шаров m_1 и m_2 изменились на $(v-v_1)$ и $(v-v_2)$.

2. Если $m_1=m_2$ и $v_1=-v_2$ (шары идут навстречу друг другу), то $v=0$.

3. Если удар направлен в неподвижное тело ($v_2=0$) с громадной массой (стена, $m_2=\infty$), то

$$v = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \left[\frac{v_1 \frac{m_1}{m_2} + v_2}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \right] = v_2 \rightarrow 0.$$

Как изменяется кинетическая энергия при неупругом ударе? Перед столкновением энергия равна

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2};$$

после столкновения

$$T_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot \left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2.$$

Убыль кинетической энергии за время столкновения

$$T_1 - T_2 = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (2)$$

Итак, кинетическая энергия при неупругом столкновении сохраняется лишь в том случае, когда $v_1=v_2$, т. е. когда шары движутся вместе, не сталкиваясь между собою. Но если v_1 и v_2 различны, то кинетическая энергия убывает, производя при этом работу деформации и превращаясь в теплоту.

Рассмотрим условия деформации при ударе (ковка, чеканка, штамповка металла, раздробление тел). Пусть движется только второе тело массой m_2 со скоростью v_2 , а первое тело неподвижно,

т. е. $v_1=0$. Кинетическая энергия до удара будет $T_1 = \frac{m_2 v_2^2}{2}$. Работа деформации равна убыли кинетической энергии по формуле (2)

$$T = \frac{m_1 m_2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)} = T_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = T_1 \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}}.$$

Работа перемещения тел за счет оставшейся кинетической энергии после удара будет составлять

$$T_1 - T = T_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = T_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2} = T_1 \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}.$$

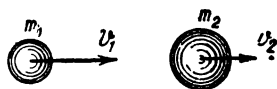


Рис. 174

Чем больше m_2 по сравнению с m_1 , тем больше знаменатель в формуле для T , тем меньше станет работа деформации, но тем больше работа перемещения тел $T_1 - T$. Поэтому масса молотка должна быть значительно больше массы гвоздя, масса копровой бабы — больше массы сваи. Наоборот, работа деформации будет тем больше, чем меньше масса движущегося тела по сравнению с массой покоящегося тела, например, масса наковальни много больше массы молота.

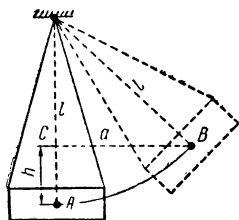


Рис. 175

Неупругий удар используется для измерения скорости пули. Ящик с песком А (рис. 175) подвешен на веревках так, что может колебаться (баллистический маятник). В ящик стреляют, и пуля застревает в песке, отдавая свою кинетическую энергию маятнику. Ящик покачивается, поднявшись на высоту h . Его скорость, как известно, определяется по формуле $v = \sqrt{2gh}$. Зная эту скорость v , по формуле (1) можно вычислить скорость пули.

Если например, ящик с песком имел массу 50 кг, пуля — 10 г, общая скорость оказалась 16,2 см/сек, то скорость пули равна 36 000 см/сек.

§ 54. Удар абсолютно упругих шаров

В этом случае после I стадии явления, которая протекает, как и в предыдущем случае, в результате чего скорости тела m_1 и тела m_2 становятся одинаковыми v , наступает II стадия явления, при которой происходит вторично такое же изменение скоростей, как и в I стадии.

Если I тело m_1 , в течение стадии изменило скорость на $v - v_1$, да еще настолько же при второй стадии, то полное изменение скорости I тела за обе стадии удара будет $2(v - v_1)$; изменение скорости II тела m_2 будет $2(v - v_2)$.

Отсюда находим скорости u_1 и u_2 I и II тела после удара

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 + 2(v - v_1) = 2v - v_1; \\ u_2 &= v_2 + 2(v - v_2) = 2v - v_2. \end{aligned}$$

Скорость v , которую оба тела получили в конце I стадии, определится по формуле (1); подставив ее значение в предыдущие формулы, находим скорости u_1 и u_2 , которые тела имеют после удара,

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{2m_2 v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}; \\ u_2 &= \frac{2m_1 v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

С л е д с т в и я. 1. Если массы тел равны $m_1 = m_2$, то $u_1 = v_2$ и $u_2 = v_1$, — тела обменялись скоростями.

2. Если при этом $v_2=0$, то $u_2=v_1$; $u_1=0$; неподвижное тело получает скорость движущегося, которое останавливается. Это просто обнаружить на опыте (рис. 176). Ряд стальных шариков подвешен наподобие маятников. Если отвести левый шар и отпустить его, то удар о соседний шар передается через весь ряд шаров и лишь крайний шар справа отскакивает вправо.

3. Если $m_1 > m_2$, $v_1=0$, то из формулы (3) имеем

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \quad u_2 = -v_2 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -v_2 \frac{1 - \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}.$$

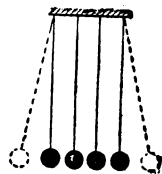


Рис. 176

Если при этом неподвижная масса огромна $m_1 \rightarrow \infty$ (стена), то $u_1=0$, $u_2=-v_2$; второе тело отскочит от первого со своей первоначальной скоростью v_2 (рис. 177) по обратному направлению.

Импульс тела m_2 при таком ударе о стенку определится так:

$$i = m_2(-v_2) - m_2 v_2 = -2m_2 v_2.$$

Обратно, импульс, полученный стенкой,

$$-i = 2m_2 v_2.$$

Замечателен случай *косого удара о стенку* m_1 (рис. 178), скорость v_2 тела m_2 составляет с нормалью ON угол α . Разложив вектор v_2

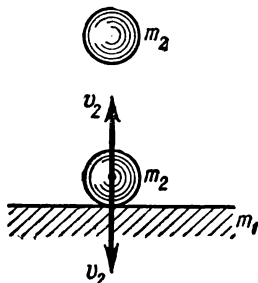


Рис. 177

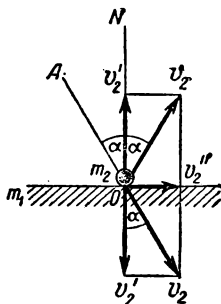


Рис. 178

на два: v_2' и v_2'' , видим, что при ударе только вектор v_2' изменяется на $-v_2'$ и, слагаясь с вектором v_2'' , дает вновь вектор v_2 , так что тело m_2 , падающее под углом α на m_1 , отскакивает от него с той же скоростью v_2 , направление которой определяется правилом: *угол падения равен углу отражения*.

Импульс, полученный стенкой при таком косом ударе, меньше, чем при прямом.

Точно также и в более сложных случаях, пользуясь формулами (3), дающими конечные скорости тел после удара, и уравнением

количеств движения (1), можно вычислять импульсы, которые получают тела при взаимодействии в виде удара.

В реальной действительности относительная скорость после удара двух тел не достигает величины относительной скорости до удара. Отношение этих двух скоростей носит название *коэффициента восстановления* ϵ . При $\epsilon=0$ сталкивающиеся тела абсолютно неупруги, при $\epsilon=1$ они абсолютно упруги.

Чтобы экспериментально определить коэффициент восстановления для какого-либо вещества, пускают с высоты h отвесно шарик на горизонтальную пластинку из того же материала. Шарик отскочит на высоту $h_1 < h$. Тогда

$$\epsilon = \frac{v_1}{v} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h_1}{h}}.$$

Если ввести в формулу законов сохранения коэффициент восстановления ϵ , получатся формулы удара для не вполне упругих тел.

§ 55. Столкновения и рассеяние частиц

В современной физике очень большое место занимают исследования столкновений частиц. Когда поток частиц, часто заряженных, попадает на пластинку или слой какого-нибудь вещества, происходит *взаимодействие* между падающими частицами и атомами вещества. Это взаимодействие значительно сложнее, так как взаимодействующие частицы чаще всего несут определенные электрические заряды и между частицами действуют *центральные силы* притяжения и отталкивания. Различаются следующие *виды атомных столкновений*:

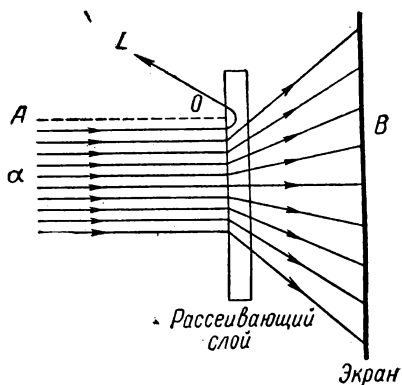


Рис. 179

1. Упругие столкновения, при которых внутреннее состояние частиц не меняется; изменяется лишь направление движения.

2. Неупругие столкновения, при которых меняется внутренняя энергия частиц и происходит излучение.

3. Столкновения, сопровождающиеся изменением структуры частиц, например, ионизация атомов, перезарядка ионов и т. д. Но все возможные изменения величины и направления скоростей частиц при столкновении определяются законами сохранения энергии и импульса.

Исторически наиболее ранние наблюдения таких явлений были осуществлены с 1906 г. под руководством Резерфорда над

прохождением α -частиц через вещество. Схема этого процесса дана на рисунке 179.

Мы замечаем, что α -частицы не только проходят сквозь рассеивающий слой, но некоторые из них возвращаются в обратную сторону. Происходит это вследствие столкновения положительно заряженной α -частицы с положительно же заряженным ядром атома. Большинство частиц огибают ядра и рассеиваются, причем поперечное сечение пучка α -частиц после прохождения значительно больше, чем сечение пучка до столкновения с рассеивающим слоем. Но если α -частица попадет слишком близко к ядру, ей даже приходится под действием сил отталкивания между двумя положительными зарядами частицы и ядра атома повернуть в обратную сторону.

При подобном взаимодействии важную роль играет величина, которую называют «прицельным расстоянием», или *параметром удара*.

Если, например, происходит столкновение частицы B с частицей A (рис. 180), то расстояние p от частицы A до прямой S , вдоль которой движется частица B до столкновения (при отсутствии взаимодействия между частицами) и называется *прицельным расстоянием*. Если частица B есть α -частица, а частица A — ядро атома, то при сближении B и A между ними действуют возрастающие силы отталкивания, и траектория частицы B отклоняется от прямой S . Пройдя мимо частицы A , частица B удаляется от частицы A уже по прямой S_1 , образующей с прежним направлением движения частицы S угол θ . Чем меньше прицельное расстояние, тем больше угол рассеяния θ . При $p=0$ (центральный удар) угол $\theta=180^\circ$.

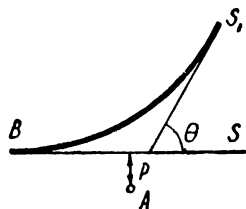


Рис. 180

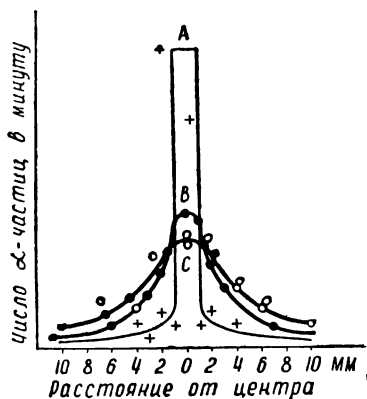


Рис. 181

На рисунке 181 графически изображено распределение α -частиц после прохождения через пустоту (вакуум) A , через один золотой листочек B и через два листочка C . Мы видим, что по мере возрастания расстояния от центра число отклоненных α частиц быстро падает.

Представим себе, что каждый неподвижный рассеивающий центр заменен кружком радиуса σ , выбранным таким образом, что каждая частица, которая пройдет внутри этого кружка, испытает отклонение (соударение). Площадь этого кружка $\pi\sigma^2$ называется «эффективным сечением» для рассеяния. Если в единице объема, занятого рассеивающим веществом, находится число

рассеивающих центров, равное ν , то сумма эффективных сечений в единице объема рассеивающего вещества составляет

$$a = \nu \sigma^2.$$

В теоретической физике выведено соотношение между числом частиц N_0 , падающих на переднюю поверхность слоя, и числом частиц N , после прохождения рассеивающего слоя толщиной x

$$N = N_0 e^{-ax} = N_0 e^{-\nu \sigma^2 x},$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Глава VIII

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

§ 56. Механические свойства жидкостей

При переходе к изучению механических свойств жидкостей, прежде всего надо отметить два наиболее характерных свойства:

1. Типические жидкости (вода, бензин, спирт и т. п.) не имеют трения покоя, частицы их удобоподвижны; это значит, что малейшее усилие обуславливает сдвиг частиц жидкости. Правда, в реальных жидкостях мы наблюдаем в большей или меньшей степени *вязкость*, или внутреннее трение, которое ограничивает удобоподвижность частиц жидкости (вар, масло, мед и т. п.) в той или другой степени, но это ограничение касается времени действия сил; при продолжительном действии силы частицы вязкой жидкости тоже обнаруживают свою удобоподвижность; например, вар в воронке вытекает из нее, если сила тяжести долго на него действует. Иначе это свойство удобоподвижности частиц можно характеризовать так, что *жидкости не имеют упругости формы, для них модуль сдвига $n=0$* .

2. Практически все жидкости следует считать несжимаемыми; это значит, что они обладают *огромной упругостью объема* и для них *коэффициенты сжатия*

$$k = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

имеют очень малые значения.

Для изучения сжатия жидкостей были предприняты многочисленные работы еще со времен Э р с т е д а (начало XIX в.); А м а г а в ряде замечательных работ (1879—1893 гг.) создал аппаратуру и методику сжатия жидкостей и газов до давлений в 3000 атм. Исключительное значение имеют труды американского физика Б р и д ж м е н а, который с 1909 г. и до наших дней неустанно работает над усовершенствованием техники высоких давлений. Изобретенные им сложного устройства аппараты — *пвезометры и компрессоры* позволили исследовать вещества при

давлениях до $200\,000\text{ кг/см}^2$ и выше. Все эти исследования установили очень слабую сжимаемость жидкостей. Так, для воды при 15°C можно принять $k=0,00005$ для давлений не выше 100 атм ; при более высоких давлениях k уменьшается, и для интервала $2500—3000\text{ атм}$ $k=2,64 \cdot 10^{-6}$. На рисунке 182 мы видим, что ртуть обнаруживает очень малую сжимаемость, $k=9,8 \cdot 10^{-6}$; при 6500 атм кривая сжимаемости ртути обрывается — ртуть действием давления обратилась в твердое состояние. Вода сжимается сравнительно с ртутью сильнее (рис. 183); при $11\,000\text{ атм}$, вода замерзла, хотя она была взята при 95°C , полученный при $11\,000\text{ атм}$ лед имеет температуру $+95^\circ\text{C}$. На этом же чертеже видно, что при низком давлении коэффициент k сильнее изменяется, чем при высоком;

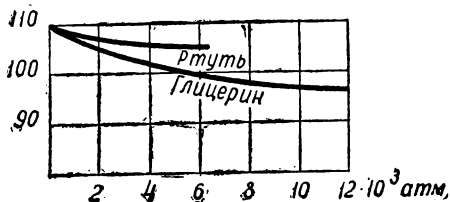


Рис. 182

объяснение этому явлению можно видеть в том, что при больших давлениях начинает играть роль уже не изменение расстояний между молекулами, а сжатие самих молекул.

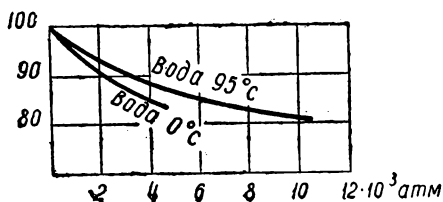


Рис. 183

Итак, в первом приближении, при обычных давлениях, можно считать все жидкости невязкими и несжимаемыми; такие жидкости называют идеальными. В технических расчетах этими свойствами идеальной жидкости часто наделяют реальные жидкости.

§ 57. Давление в неподвижных жидкостях

Паскаль¹, опираясь на свои опыты с водой и на экспериментальные исследования Архимеда (III в. до н. э.), Стивина (XVI в.), Галилея и других, обобщил их, высказав общее условие равновесия жидкостей: «Примем за несомненную истину, что, если в сосуде, наполненном водою, имеются отверстия, к которым приложены силы, пропорциональные их площадям, то силы эти находятся в равновесии».

Это положение, называемое *законом Паскаля*, обычно выражается так: *давление на жидкость передается ею равномерно во все стороны*.

¹ Блез Паскаль (1623—1662 гг.) — француз, знаменитый мыслитель; труды его были поразительно разносторонними: по математике, физике, философии, богословию и по общественным вопросам,

Если взять элемент поверхности внутри жидкости dS (рис. 184), то на него тоже передается давление p , как бы площадка dS ни была расположена, и притом давление при равновесии всегда нормально к этой площадке: если бы давление p составило угол неравный 90° с площадкой, то появилась бы тангенциальная составляющая, и равновесия не было бы; жидкость перемещалась бы вдоль элемента.

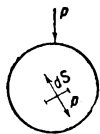


Рис. 184

До сих пор мы не принимали во внимание действия силы тяжести, представляя себе жидкость невесомой. Действие силы тяжести устанавливает разность давлений в горизонтальных слоях жидкости; именно, разность давлений в слоях AB и CD (рис. 185), разделенных расстоянием h , равна весу вертикального столба жидкости с основанием 1 см^2 и высотой h . В частности, если обозначим давление на свободной поверхности p_0 (рис. 186), то в каждом из горизонтальных слоев A, B, \dots давление будет постоянно и будет зависеть от глубины слоя h

$$p = p_0 + \rho hg,$$

где ρ — плотность жидкости, g — ускорение силы тяжести. Сила P , обусловленная действием жидкости на площадку S в этом слое (рис. 187), равна весу столба жидкости такой же высоты, но имеющего основание S

$$P = Sh\rho g.$$

Эти формулы являются основными при всевозможных расчетах давлений в гидро- и аэростатике, так как закон Паскаля лежит в основании этих отделов науки.

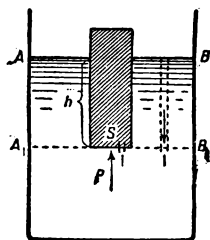


Рис. 187

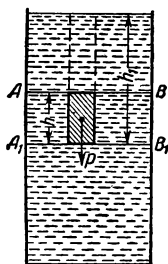


Рис. 188

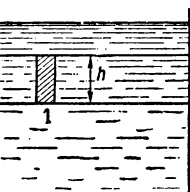


Рис. 185

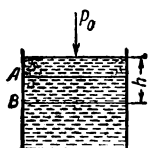


Рис. 186

Закон Архимеда является следствием закона Паскаля.

Вес погруженного в жидкость тела (параллелепипед) обозначим через P (рис. 188); сила давления на нижнюю площадку в слое A_1B_1

$$P_1 = Sh_1\rho g;$$

сила давления сверху на верхнюю площадку в слое AB

$$P_2 = S(h_1 - h)\rho g.$$

Равнодействующая этих сил, направленная вниз, равна

$$Q = P + S(h_1 - h)\rho g - Sh_1\rho g = P - Sh\rho g; \quad Q = P - f;$$

здесь $f = Sh\rho g$ есть вес жидкости в объеме погруженного тела. Как известно, выведенная формула выражает закон А р х и м е д а, который формулируется так: *на погруженное в жидкость тело действует вверх выталкивающая сила f , равная весу жидкости в объеме тела.*

Хотя мы брали правильное тело — параллелепипед, — но вывод имеет общее значение для тела любой формы, так как всякое тело неправильной формы можно вертикальными сечениями (рис. 189) разделить на произвольное число узких параллелепипедов со сколь угодно малыми основаниями и повторить по отношению каждого из них предыдущее рассуждение.

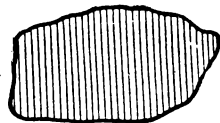


Рис. 189

§ 58. Давление в газах

Мы видим, что в жидкостях давление возрастает прямо пропорционально глубине. При этом величина плотности жидкости с глубиной почти не меняется. Происходит это потому, что силы межмолекулярного сцепления в жидкости очень велики. Когда 1 г воды испаряется при 100°C , то объем образовавшегося водяного пара в 1673 раза больше объема воды. Соответственно увеличиваются промежутки между молекулами и перестают действовать межмолекулярные силы на столь больших расстояниях.

Каждый находящийся на Земле газ подвергается двум влияниям с противоположными тенденциями. Вследствие молекулярного движения газ стремится к равномерному распределению молекул во всем предоставленном ему пространстве. Этому противодействует сила тяжести, которая тянет молекулы вниз. Под взаимным действием обеих этих причин давление и плотность воздуха в атмосфере кверху убывают, а книзу растут. *Изменение плотности газа с высотой представляет собою существенное отличие аэростатики от гидростатики.*

На законе А р х и м е д а основаны все расчеты аэронавтики — учения о воздухоплавании аэростатов и дирижаблей. Подъемная сила аэростата обусловлена тем, что он наполнен газом легче воздуха (водород, гелий, светильный газ).

Найдем подъемную силу аэростата q . Обозначим: 1) объем оболочки аэростата на земной поверхности через V ; 2) плотность наполняющего этот объем газа при данной температуре и давлении через ρ ; 3) плотность воздуха при тех же условиях через ρ_1 ; 4) вес оболочки и снаряжения через Q . Тогда по закону А р х и м е д а имеем

$$-q = P - P_1 = V\rho g + Q - V\rho_1 g;$$

$$q = V(\rho_1 - \rho)g - Q.$$

При подъеме уменьшаются ρ_1 и ρ , уменьшается их разность, поэтому падает подъемная сила. Для сохранения ее величины приходится уменьшать Q , т. е. выбрасывать балласт.

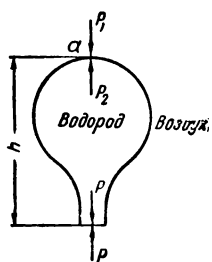


Рис. 190

Рассмотрим, как распределяется давление внутри оболочки шара, наполненного водородом (рис. 190).

Аэростат открыт снизу; в этом отверстии между воздухом и наполняющим шар газом на границе нет разности давления. Напротив, в верхней части шара давление газа на внутреннюю поверхность оболочки больше, чем давление воздуха на внешнюю ее поверхность. Здесь в точке a и находится выпускной ventиль. Дымовые трубы содержат внутри теплый воздух с меньшей плотностью, чем окружающий трубу воздух. Чем выше труба, тем больше разность давлений на верхнем отверстии трубы, тем лучше «тяги».

§ 59. Давление в текущей жидкости. Уравнение Бернулли

Изучение движения жидкостей весьма усложняется тем, что при этом мы имеем дело с деформируемой системой, способной изменять свою форму, а отчасти и объем при действии внешних сил, вызывающих ее движение. Поэтому *гидродинамика — учение о движении жидкостей* — есть один из очень сложных отделов механики. Основные уравнения гидродинамики были выведены впервые Эйлером и Лагранжем, а в наиболее общем виде Навье, Стоксом и Громекой.

При движении идеальной жидкости — несжимаемой и невязкой — можно представить себе такое состояние, при котором направление и величина скорости в каждом сечении потока жидкости остаются постоянными. Такое движение жидкости называется *установившимся или стационарным*. При стационарном течении через всякое поперечное сечение S_1, S_2, S_3, \dots (рис. 191) проходит в единицу времени один и тот же объем жидкости V

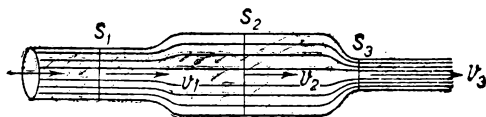


Рис. 191

$$V = S_1 \frac{dl_1}{dt} = S_2 \frac{dl_2}{dt} = S_3 \frac{dl_3}{dt} = \dots$$

$$V = S_1 v_1 = S_2 v_2 = S_3 v_3 = \dots \quad (1)$$

Здесь V — объем протекающей жидкости в единицу времени,

$$v_1 = \frac{dl_1}{dt}, \quad v_2 = \frac{dl_2}{dt}, \quad \dots$$

— скорости жидкости в сечениях S_1, S_2, S_3, \dots . Соотношение (1) представляет собою *уравнение неразрывности для несжимаемой*

жидкости; только при этом условии (несмотря на различие скоростей в узких и широких сечениях) жидкость нигде не будет разрываться и нигде не будет накапливаться при движении.

В наиболее общем виде уравнение неразрывности движения для жидкости с постоянной плотностью во всех точках имеет вид

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,$$

где u, v, w — компоненты скорости движения, являющиеся в общем случае функциями координат точки и времени.

Стационарное течение жидкости на данном участке потока можно представить в виде движения отдельных струй, графически в виде параллельных линий, *густота которых*, точнее — число линий N на единицу поверхности S (рис. 192), нормальной к потоку, определяла бы скорость v на этом участке потока

$$\frac{\Phi}{S} = N = v.$$

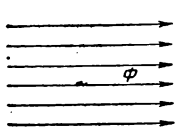


Рис. 192

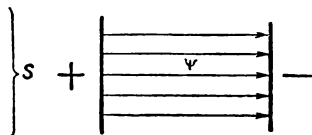


Рис. 193

Это графическое построение аналогично изобра-

жению потенциального электрического поля между двумя заряженными параллельными пластинками (рис. 193)

$$\frac{\psi}{S} = E.$$

Напряженность поля E определяется потоком силовых линий ψ на единицу площади поверхности S .

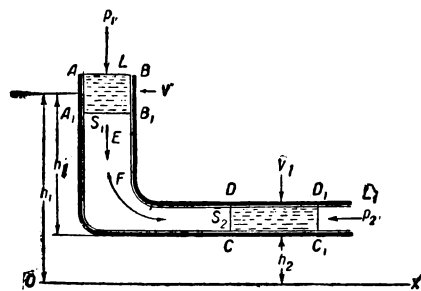


Рис. 194

На основании этой аналогии свободное течение жидкости, в котором нет вращения ее частиц, называется *потенциальным течением*.

Для выяснения общих положений, на основе которых можно развить решение вопроса о движении жидкости, вопроса, имеющего огромное техническое значение при сооружении водопроводов, нефтепроводов, вообще при канализации жидкостей и

газов, рассмотрим установившееся движение жидкости в трубе LL_1 (рис. 194), предполагая, что жидкость идеальна — несжимаемая и невязкая.

Масса жидкости $ABCD$ переместилась по LL_1 и через промежуток времени dt заняла положение $A_1B_1C_1D_1$. Применим к этому движению уравнение кинетической энергии (§ 15); для этого

следует вычислить изменение кинетической энергии при этом перемещении и работу внешних сил.

1. Слой AB в течение времени dt переместился в бесконечно близкое положение A_1B_1 со скоростью v_1 ; слой CD переместился в положение C_1D_1 ; все слои между A_1B_1 и CD тоже переместились со своими скоростями, но кинетическая энергия каждого из этих слоев осталась неизменной, так как при стационарном движении скорости в каждой точке (например, E, F, \dots) остаются постоянными. Поэтому все явление сводится как бы к тому, что масса жидкости m в объеме $V=ABA_1B_1$, имеющая скорость v_1 , переместилась в положение CDC_1D_1 , заняв объем $V_1=CDC_1D_1$, скорость ее стала v_2 ; по определению стационарного движения, имеем

$$V=S_1v_1dt; V_1=S_2v_2dt; V=V_1;$$

масса перемещающейся жидкости по ее плотности ρ определится так

$$m=V\rho.$$

Находим изменение кинетической энергии при этом движении

$$T=\frac{mv_1^2}{2}-\frac{mv_2^2}{2}; T=\frac{V\rho}{2}(v_1^2-v_2^2). \quad (a)$$

2. Кинетическая энергия T численно равна работе внешних сил

$$W=W_1+W_2;$$

здесь W_1 есть *работа силы тяжести* при перемещении массы m на расстояние $h=h_1-h_2$ (рис. 194), причем h_1 и h_2 отсчитываем от произвольного горизонтального уровня OX ; W_2 — *работа сил внешнего давления* p_1 и p_2 .

Обозначив вес перемещающейся жидкости через P , имеем

$$W_1=P(h_1-h_2)=V\rho g(h_1-h_2)=V\rho gh. \quad (б)$$

Обозначив давление на слой AB через p_1 , на C_1D_1 — через p_2 имеем

$$W_2=p_1S_1dl_1-p_2S_2dl_2=p_1S_1v_1dt-p_2S_2v_2dt,$$

где $dl_1=v_1dt$ и $dl_2=v_2dt$ — линейные перемещения слоев за время dt под действием сил p_1S_1 и p_2S_2 . По определению (1)

$$S_1v_1dt=S_2v_2dt=V;$$

отсюда

$$W_2=V(p_1-p_2)=-V(p_2-p_1). \quad (в)$$

3. Сопоставив найденные выражения *изменения кинетической энергии* (а) и *работы внешних сил* (б) и (в), находим

$$\frac{1}{2}V\rho(v_2^2-v_1^2)=V\rho g(h_1-h_2)+V(p_1-p_2);$$

алгебраические преобразования дают

$$\frac{1}{2} V \rho v_2^2 + V \rho g h_2 + V p_2 = \frac{1}{2} V \rho v_1^2 + V \rho g h_1 + V p_1.$$

Ясно, что при движении жидкости сумма этих трех величин остается постоянной для всякого сечения жидкости

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = C. \quad (2)$$

В таком виде это уравнение гидродинамики было получено швейцарским математиком Д а н и и л о м Б е р н у л л и¹ (1738 г.) и носит его имя. Напомним физическое значение входящих в формулу (2) величин.

1. $\frac{1}{2} V \rho v^2$ — это кинетическая энергия жидкости в единице объема, двигающейся со скоростью v .

2. $V \rho g h$ — это потенциальная энергия жидкости в единице объема, поднятой на высоту h .

3. $V p$ — это потенциальная энергия жидкости, измеряемая работой, которую произвела бы жидкость под действием давления p , перейдя из положения A в положение B (рис. 195), отодвинув стенку CD в положение $C_1 D_1$.

Следовательно, уравнение Б е р н у л л и устанавливает, что при стационарном движении жидкости сумма кинетической энергии, потенциальной энергии тяжести и потенциальной энергии давления есть величина постоянная для всякого сечения.

Разделив все члены уравнения Б е р н у л л и на величину ρg , можно дать ему иное толкование

$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} = C_1. \quad (3)$$

1. Скорость падения тела с высоты H равна $v = \sqrt{2gH}$; следовательно, $H = \frac{v^2}{2g}$ есть та высота, с которой падает жидкость, чтобы получить в данном сечении (например, AB , рис. 194) скорость v ; эту высоту называют *скоростной высотой*.

2. Высота h есть *действительная высота* данного сечения (например, AB) над некоторым нулевым уровнем OX .

$$3. p = \rho g H_1; H_1 = \frac{p}{\rho g}.$$

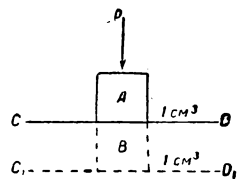


Рис. 195

¹ Д а н и и л Б е р н у л л и (1700—1782 гг.) — профессор в Базеле, один из семьи математиков XVIII в., которые приложили анализ бесконечно-малых к исследованию явлений природы. Д. Бернулли был членом Петербургской Академии наук. Тратат по гидродинамике (1738 г.) был им написан в Петербурге. Из других членов этой семьи математиков следует назвать прежде всего Я к о в а Б е р н у л л и, основоположника теории вероятностей.

H , есть высота того столба жидкости, который при равновесии производит давление p ; объем этого столба — $l \cdot H$, вес — $l \cdot H \cdot \rho g$; эту высоту называют *пьезометрической высотой*.

Итак, формула Б е р н у л л и в форме (3) показывает, что при движении жидкости для всякого ее сечения сумма трех высот (скоростной, действительной и пьезометрической) постоянна. Так как мы постоянно измеряем высотами столбов жидкости производимые ими давления, то выражение (2) формулы Б е р н у л л и можно сформулировать иначе: при движении жидкости для всякого сечения постоянна сумма давлений скоростного $\frac{\rho v^2}{2}$ и $\rho gh + p$ — гидростатического. Скоростное давление Б е р н у л л и назвал гидродинамическим; введя это понятие, он указал на тот важный факт, что существующее при равновесии статическое давление жидкости $p + \rho gh$ изменяется при ее движении на величину $\frac{\rho v^2}{2}$, причем, смотря по знаку входящих в эти выражения величин, это изменение может быть и увеличением и уменьшением существующего при равновесии давления.

При выводе уравнения Б е р н у л л и мы рассматриваем произвольные сечения в потоке трубки; но так как полагаем поток *потенциальным*, то это уравнение справедливо и для любых двух точек, взятых в разных местах стационарного потока.

§ 60. Следствия из уравнения Бернулли

Рассмотрим некоторые следствия из уравнения Б е р н у л л и.

1. Если h постоянно, т. е. если труба горизонтальна, то уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const.}$$

В этом случае постоянна сумма гидродинамического и пьезометрического давлений. Так как при движении по трубам разного диаметра (рис. 196) скорость имеет разное значение, то там, где она велика — в узких местах — пьезометрическое давление мало; где скорость мала — в широких местах — пьезометрическое давление велико. Это можно видеть по подъему столбов жидкостей в вертикальных трубках (рис. 196).

Для измерения гидравлического давления $\frac{\rho v^2}{2} + p$ вводят в текущую жидкость изогнутую трубку с открытым отверстием против течения (рис. 197, трубка П и т о). Если в одном и том же сечении поставим две трубки M и N , то разность давлений в них LM определит величину гидродинамического давления $\frac{\rho v^2}{2}$; зная высоту $H = LM$, можно определить скорость течения жидкости

$$v = \sqrt{2gH}.$$

2. На понижении давления в узких местах труб основаны многочисленные физические и технические приборы — водоструйные насосы, ртутные насосы, инжекторы, пульверизаторы и т. п.

В водоструйном насосе вода из водопровода попадает в трубку, которая в конце сужена (рис. 198); в этом месте вода приобретает

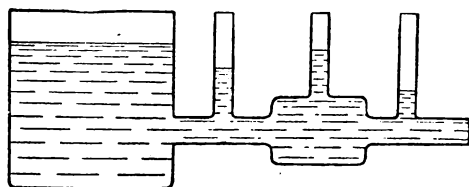


Рис. 196

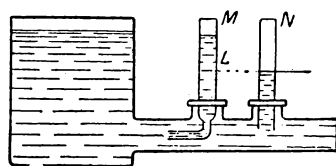


Рис. 197

большую скорость, а давление сильно падает; сюда засасывается воздух (вообще газ) из трубки, соединенной с резервуаром, откуда откачивают воздух (газ). Вода, разбитая на капли, стекает вместе с воздухом.

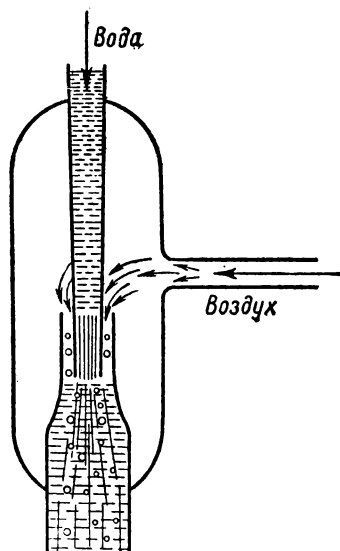


Рис. 198

3. Жидкость вытекает из отверстия O (рис. 199) в сосуде M , причем высота уровня в нем h_0 остается постоянной; это условие реализуем тем, что сосуд M широк, или тем, что извне добавляем жидкость, чтобы при истечении уровень не понижался. Жидкость находится под

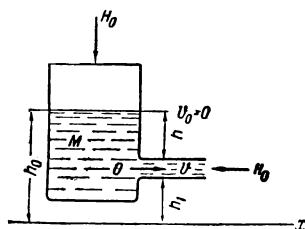


Рис. 199

постоянным давлением, например, атмосферным H_0 . Напишем уравнение Бернулли для уровней 0_0 и 0

$$\frac{v_0^2}{2g} + h_0 + \frac{H_0}{\rho g} = \frac{v^2}{2g} + h_1 + \frac{H_0}{\rho g}.$$

Так как мы предполагаем уровень неподвижным, то $v_0 = 0$; поэтому

$$\frac{v^2}{2g} = h_0 - h_1; \quad \frac{v^2}{2g} = h; \quad v = \sqrt{2gh}. \quad (4)$$

Это — закон истечения Торичелли (1643 г.): *скорость истечения жидкости из отверстия (бокового или донного) равна скорости тела при свободном падении его с высоты уровня жидкости.* Как видно из формулы (4), эта скорость не зависит ни от плотности жидкости, ни от давления.

Если отверстие O заканчивается трубкой, загнутой вертикально вверх, то из формулы (4) видно, что струя должна подняться до уровня жидкости, т. е. на высоту h . Однако трение уменьшит высоту подъема, и струя не достигнет уровня жидкости.

4. Замечателен тот случай истечения жидкости, когда с резервуаром соединена длинная трубка (рис. 200) с краном K . Кран закрыт, и трубка L пустая; откроем быстро кран; мы видим, что

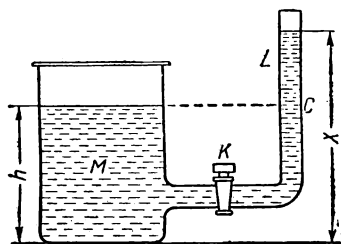


Рис. 200

жидкость в трубке поднимается на высоту $2h$, затем упадет, затем опять поднимется и т. д., установится колебательное движение. Конечно, вследствие вязкости жидкости или внутреннего трения колебания эти постепенно будут затухать.

На этом явлении подъема жидкости основано устройство *гидравлического тарана*.

Падая обратно с этой высоты и обладая энергией тяготения, жидкость из трубки перетекает в резервуар, производя работу, причем жидкость в резервуаре получает тот запас энергии, который был затрачен на подъем жидкости в трубке. Этот запас вновь переходит в кинетическую энергию движения жидкости в трубке и т. д.; устанавливается колебательный процесс, затухающий вследствие трения.

5. Приложим уравнение Бернулли к явлениям истечения газов.

Напишем уравнение для какого-нибудь слоя внутри массы газа (рис. 199), где $v_0=0$, и для отверстия O , где скорость истечения v ; давления соответственно внутри газа p_0 и внешнее у отверстия p . Тогда уравнение Бернулли (формула 2) напишется так

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \rho gh_0 + p_0.$$

Но можно положить $\rho gh=0$ и $\rho gh_0=0$, так как значения этих членов в случае газов очень малы по сравнению с другими членами уравнения. Поэтому находим

$$\frac{\rho v^2}{2} = p_0 - p; \quad v = \sqrt{2 \cdot \frac{p_0 - p}{\rho}}. \quad (5)$$

Следовательно, *скорость истечения газа* прямо пропорциональна корню квадратному из разности внутреннего и внешнего (у отверстия) давлений и обратно пропорциональна корню квадратному из его плотности (закон истечения Бунзена).

Таким образом, скорость истечения газа зависит от его плотности; заметим, что скорости истечения жидкостей не зависят от их плотностей (формула 4).

По формуле (5) можно определить плотность газа ρ , наблюдая скорость его истечения при определенной разности давлений $(p_0 - p)$. Бунзен¹ этим методом (1857 г.) определял плотности газов при данных условиях по отношению к воздуху

$$v_1^2 = 2 \frac{p_0 - p}{\rho_1}; \quad v_2^2 = 2 \frac{p_0 - p}{\rho_2};$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}.$$

Если v_2 и ρ_2 соответственно скорость истечения и плотность воздуха при данных условиях, то, определив v_1 при тех же условиях для другого газа, например для гремучего газа, находим для этого газа относительную плотность; так, для гремучего газа плотность по отношению к воздуху составит 0,413.

6. Если движение жидкости происходит по изогнутой трубе (рис. 201), то вектор количества движения в разных местах трубы имеет разные значения.

Масса жидкости, протекающая за время Δt через сечение трубы, имеет значение

$$m = S v \Delta t \rho.$$

Пусть K_1 — количество движения этой массы при движении через сечение A . Оно выразится вектором

$$\bar{K}_1 = m \bar{v}_1 = S_1 v_1 \Delta t \bar{v}_1;$$

та же величина при движении через сечение B

$$\bar{K}_2 = S_2 v_2 \Delta t \bar{v}_2.$$

Изменение количества движения $\Delta \bar{K}$ определит импульс силы, которая действует на поток жидкости со стороны стенки трубы, изменяя его направление. Запишем

$$\bar{i} = \bar{f} \Delta t = \bar{K}_2 - \bar{K}_1; \quad \bar{f} \Delta t = S v_2 (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) \Delta t;$$

$$\bar{f} = S v_2 (\bar{v}_2 - \bar{v}_1).$$

Эта сила действует на массу текущей жидкости. Но по III закону Ньютона с такой же силой $-\bar{f}$ текущая жидкость

¹ Роберт Бунзен (1811—1899 гг.) — неустойчивый химик, разработал методы газового анализа и спектрального анализа.

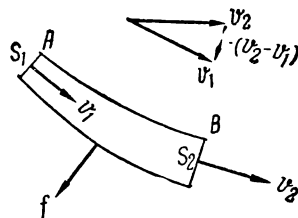


Рис. 201

действует на вогнутую стенку трубы; направления импульсов i и $-i$ определяют направления разностей векторов $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ и $-(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$.

Если стенка трубы имеет возможное перемещение по направлению силы реакции $-f$, то она получает ускорение и перемещается в этом направлении. В этом заключается *принцип действия водяных турбин*: струя воды, попадая в искривленные трубы колеса турбины (рис. 202), вызывает силы реакции на стенках труб и создает вращающий момент всего колеса.

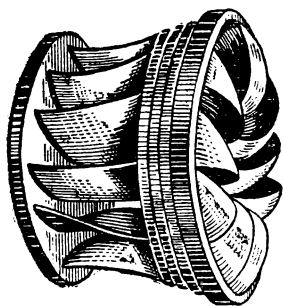


Рис. 202

Известно, какое значение водяные турбины имеют в жизни страны; турбины, установленные на огромных плотинах Днепрогэса, Волжских станций и других, имеют на своих валах роторы генераторов электроэнергии. Такая комбинация аппаратов, называемая *турбогенератором* (рис. 203), есть важный преобразователь энергии для электрификации страны.

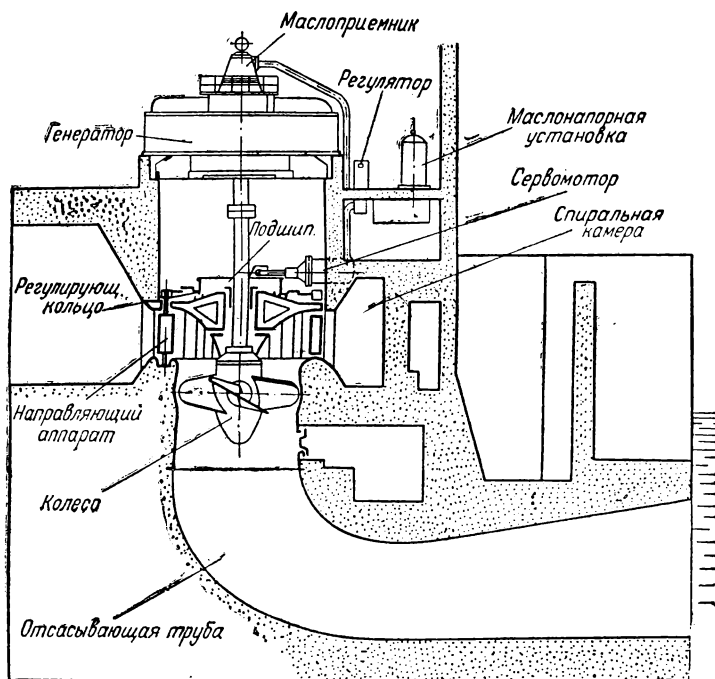


Рис. 203

§ 61. Вязкость жидкости и газа

До сих пор при изучении движения жидкостей не были приняты во внимание те свойства их, которые характеризуют деформируемую систему. Вязкость, или внутреннее трение, вносит существенные изменения в течение рассмотренных процессов. Пока кран K_2 закрыт (рис. 204), жидкость в сосуде M и в соединенных с ним трубках стоит на одном уровне h , везде имеется только гидростати-

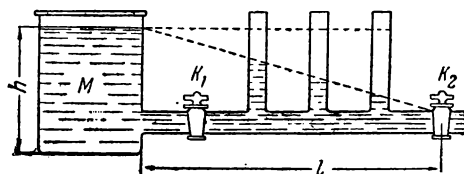


Рис. 204

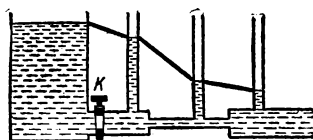


Рис. 205

ческое давление. Как только откроем кран, начинается истечение жидкости из горизонтальной трубки и возникает гидродинамическое давление; давление стало во всех трубках различно: наблюдаем падение давления, притом в трубке с одинаковым внутренним сечением падение равномерное, пропорциональное длине трубки.

Если сечение трубы изменяется по ее длине (рис. 205), то в узких участках наблюдается наибольшее падение давления. Это явление при течении жидкости по трубам, известное под названием *потери напора*, обнаруживает, что в реальной жидкости есть не учтенная нами сила, противодействующая движению жидкости и потому подобная трению.

Жидкость в трубе, по которой она течет (вода и железо, вода и стекло), обволакивает внутреннюю стенку трубы, прилипает к ней и остается неподвижной, так что токи жидкости идут внутри цилиндра

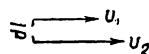
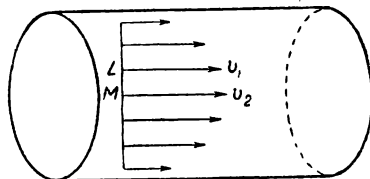


Рис. 206

из той же жидкости с разными скоростями (рис. 206), изменяющимися приблизительно по параболическому закону.

Следовательно, жидкость при движении по трубе испытывает разное сопротивление, наибольшее у стенок. Трение при этом движении жидкости называется *внутренним*, или *вязкостью* жидкости. Энергия, затраченная на преодоление внутреннего трения, обращается в теплоту, как и при всяком трении, и может быть учтена, если мы введем нужные поправки в уравнение Бернулли (2), представив его в дифференциальном виде, т. е. для бесконечно малого участка пути dl

$$V\rho v dv + V\rho g dh + V dp + q dl = 0;$$

здесь q — сила трения, dl — расстояние, на котором эта сила преодолевается. Так как труба горизонтальна и одинакового сечения, то

$$dv=0; dh=0;$$

поэтому

$$-Vdp=qdl; \quad -V \int_{p_1}^{p_2} dp = q \int_0^l dl;$$

$$V \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} = q. \quad (6)$$

Падение давления на единицу длины называется градиентом давления $\frac{p_1 - p_2}{l}$; он пропорционален силе вязкости или внутреннего трения и таким образом может оценивать потерю механической энергии единицы массы жидкости при ее перемещении на расстояние l .

Исследования показали, что разность давлений $(p_1 - p_2)$ пропорциональна скорости движения жидкости, если эта скорость меньше некоторого определенного для каждой жидкости значения, которое английский ученый Р е й н о л ь д с назвал *критической скоростью*. Если же скорость превышает критическое значение, то разность давлений, а значит и сопротивление движению, делается пропорциональным некоторой степени, в частности квадрату скорости

$$p_1 - p_2 = K v^2; \quad q = K v^2.$$

О. Р е й н о л ь д с (1883—1895 гг.) выяснил причину изменения закона. Он пропускал воду через трубу (рис. 207), причем, регулируя приток воды в резервуар М, изменял скорость течения. При помощи трубки NГ вводилась в трубу тонкая струя окрашенной жидкости.

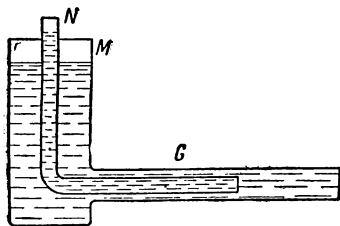


Рис. 207

Пока скорость течения воды была меньше критической (для воды в опытах Р е й н о л ь д с а критическая скорость была 44,3 см/сек), окрашенная струя сохраняла свое строение и, не смешиваясь с водой, шла в виде тонкой нити до отверстия. Как

только скорость превышала критическую, окрашенная струя разбивалась и окрашивала всю воду в трубе. Р е й н о л ь д с наблюдал это явление при стробоскопическом освещении и видел при этом образование в воде вихрей; вода уже не двигалась правильными струями, а заворачивалась к стенкам, образуя местные водовороты или вихри. Образование вихрей и есть причина изменения закона: появляется при движении жидкости местное, новое сопротивление.

Движение, при котором наблюдается правильное перемещение слоев жидкости приблизительно параллельными струями, без перемешивания называется ламинарным¹ движением.

Отметим: потенциальное движение — такое, при котором мы не принимаем во внимание трения; ламинарное — движение с трением, сохраняющее слоистость. При скоростях выше критической слои, близкие к стенкам, заметно отстают вследствие трения от средних, возникают значительные разности скоростей, что влечет за собой образование вихрей (рис. 208). Движение возмущается во всей массе жидкости; такое движение называется турбулентным².

Скорости жидкостей при обычных условиях в стоках, реках и т. д. выше критической, почему движение жидкости в них почти всегда турбулентное с образованием вихрей.

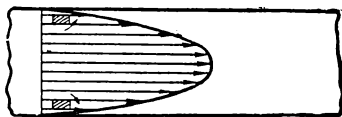


Рис. 208

Итак, вязкость, или внутреннее трение в жидкостях, обуславливает не только потери энергии на трение, но еще и новые образования — вихри.

Рассмотрим физическую сущность процесса внутреннего трения с тем, чтобы понять образование вихрей и выяснить понятие о критической скорости.

Когда слои жидкости или газа движутся относительно друг друга с разными скоростями (рис. 206), то частицы, переходя из одного слоя в другой, переносят в них свои количества движения. Таким образом, в слое M появляются молекулы с большими скоростями, а в слое L — с меньшими скоростями; взаимодействие этих переходящих молекул с основными молекулами, движущимися в слоях L и M , порождает в них изменение количества движения или импульс

$$m(v_2 - v_1) = m\Delta v = f\Delta t.$$

Но вследствие инерции частиц в этих слоях появляются силы, противодействующие происходящим в них изменениям движения, а это и есть то, что мы называем трением. Это есть внутреннее трение, ибо оно происходит между слоями жидкости или газа; опыт показывает, что слой у стенки прилипает к ней.

Итак, внутреннее трение сводится к изменению количества движения объема жидкости с массой m

$$f dt = m dv;$$

входящая в это уравнение сила f обуславливает изменение количества движения в данном слое и вызывает силу трения $q = -f$.

¹ «Ламина» (лат.) — полоса, лист. Ламинарное движение — слоистое движение.

² «Турбулентус» (лат.) — беспокойный, бурный.

Действие этой силы вызывает деформацию сдвига (скоса) в жидкости, поскольку она вязкая; прямой параллелепипед $ABCD$ обращается в косой A_1BCD_1 (рис. 209), движение частиц, перемещающихся из слоя L в слой M , заворачивается по диагонали BD_1 , а попавших из слоя M в слой L — по диагонали DB_1 .

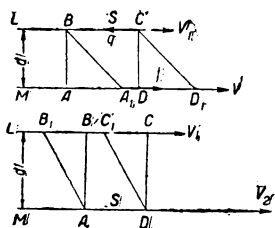


Рис. 209

Так как это представление прилагается к сколь угодно близким слоям и к сколь угодно малым элементам массы, то все эти завороты движения (рис. 208) отдельных частиц слагаются в спиральное, *вихревое движение*, при котором часть жидкости охватывается вращательным движением.

Сила трения q всегда направлена против происходящих изменений скорости.

§ 62. Коэффициент вязкости и методы его измерения

Ньюто́н установил, что сила вязкости, или внутреннего трения, f должна быть пропорциональна градиенту скорости dv/dl (рис. 209) и площади S , на которой обнаруживается действие этой силы (площадь $AD=S$, где мы наблюдаем сдвиг); dv — изменение скорости при переходе из слоя L в слой M (или обратно), dl — расстояние по нормали между этими слоями. Таким образом, мы приходим к формуле Ньютона

$$f = \eta \frac{dv}{dl} \cdot S; \quad (7)$$

здесь η — коэффициент вязкости, или внутреннего трения, постоянное число, характеризующее данную жидкость или газ; для каждой жидкости η имеет свое значение.

Чтобы выяснить физический смысл η , положим в формуле (7)

$$\frac{dv}{dl} = 1 \text{ сек}^{-1}, \quad S = 1 \text{ см}^2;$$

тогда численно $\eta = f$; следовательно, коэффициент вязкости равен силе трения, которая возникает в жидкости между двумя площадками в 1 см^2 , если между ними градиент скорости равен единице. Размерность этой величины

$$[\eta] = [f] : \left[\frac{dv}{dl} \cdot S \right] = \frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}} = M L^{-1} T^{-1}$$

Если при указанных условиях $f = 1 \text{ дн}$, то

$$\eta = 1 \text{ дн} : (1 \text{ сек}^{-1} \cdot 1 \text{ см}^2) = 1 \text{ дн} \cdot 1 \text{ сек} \cdot 1 \text{ см}^{-2} = 1 \text{ пуаз};$$

эта единица вязкости называется *пуаз* по имени французского ученого Пуазейля, который один из первых (1842 г.) начал точные исследования вязкости при течении жидкостей в тонких трубках.

Было предложено много способов, которые позволяют определить η . Отметим некоторые из них.

1. Прямой способ — наблюдение времени t вытекания определенного объема жидкости V через трубку, диаметр которой $2r$, длина l , под давлением p ; Пуазейль, наблюдая движение жидкостей в капиллярных трубках, вывел закон, по которому

$$\eta = \frac{\pi p r^4}{8 V l} \cdot t;$$

все величины правой части в законе Пуазейля можно определить из опыта.

Приборы для измерения коэффициента вязкости или внутреннего трения весьма разнообразны, они называются *вискозиметрами*; в промышленности, особенно в нефтяной, принят вискозиметр Пинкевича (рис. 210). Испытуемой жидкостью заполняют капилляр ABC до метки A, а в сосуде D устанавливают определенное давление p , измеряемое манометром M. Открыв кран C, наблюдают время t , в течение которого вытекает объем жидкости V до метки B. Все величины, нужные для вычисления η , определены.

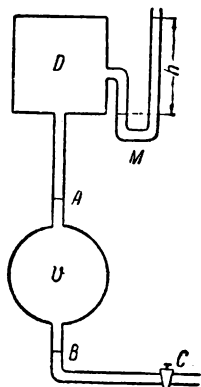


Рис. 210. Вискозиметр Пинкевича

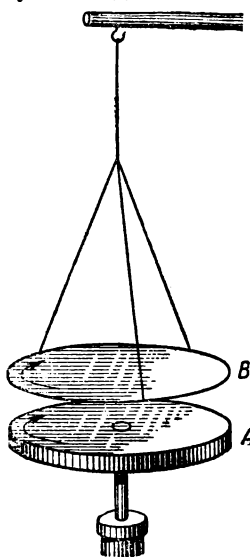


Рис. 211

2. Помещают в жидкость или газ 2 цилиндра, которые могут вращаться вокруг общей оси, или два диска друг над другом (A и B) (рис. 211). Вращая внешний цилиндр (или нижний диск), наблюдают передачу трением движения внутреннему, подвешенному в жидкости цилиндру (или верхнему подвешенному диску).

3. Стокс вывел закон (1850 г.), который позволяет определить скорость падения шарика в вязкой среде (вода, глицерин и т. д.)

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{g r}{\eta} (\rho - \Delta);$$

здесь r — радиус шарика, ρ — плотность вещества шарика, Δ — плотность жидкости; из этой формулы по наблюдаемой скорости падения шарика можно определить вязкость жидкости η .

Установлено, что при повышении температуры вязкость всех жидкостей быстро уменьшается; для некоторых жидкостей можно считать

$$\eta T^3 = \text{const.}$$

Эта формула была предложена профессором Московского университета А. И. Б а ч и н с к и м в 1901 г. Им же была предложена впоследствии более точная формула.

Вот некоторые результаты опытных определений η для разных жидкостей при разных температурах в паузах:

Температура	0° C	10° C	20° C	50° C
Вода	0,01793	0,01311	0,01006	0,00550
Глицерин	46,0	21,0	8,5	—
Спирт метиловый	0,00813	0,00686	0,00591	0,00396
Эфир	0,00286	0,00258	0,00234	—
Воздух	0,00017	—	0,00018	—

§ 63. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Числа Рейнольдса

Установив понятие о коэффициенте вязкости и возможности его измерения, обратимся к вопросу о переходе ламинарного течения в турбулентное. С точки зрения причины возникновения деформаций, происходящих в вязкой жидкости, о которой было сказано выше, образование вихрей должно быть и при ламинарном течении, однако благодаря небольшим градиентам скоростей они не нарушают общей упорядоченности движения. Но при некоторой критической скорости вихри распространяются во всей жидкости, общий характер движения становится неустойчивым, оно приобретает черты турбулентного течения.

В результате своих исследований Р е й н о л ь д с пришел к заключению, что критерием, характеризующим движение жидкостей и газов, могут служить числа, определяемые безразмерной совокупностью величин, относящихся к данной жидкости и данному ее движению. Состав этих отвлеченных чисел, называемых *числами Рейнольдса*, таков:

$$Re = \frac{l\rho v}{\eta},$$

где l — линейный размер (диаметр) трубы, ρ — плотность жидкости, η — ее коэффициент вязкости и v — скорость; легко показать по размерностям этих величин, что Re — *безразмерное, отвлеченное число*. Оказалось, что именно такая совокупность величин, определяющих состояние жидкости или газа, служит надежной характеристикой их движения. Часто находят более удобным числа Re изображать иначе:

$$Re = \frac{lv}{\gamma};$$

где $\gamma = \frac{\eta}{\rho}$ есть так называемая *кинематическая вязкость*; приведем некоторые ее значения:

Воздух при 0°C и 1 атм $\gamma = 0,133$.

Вода при 0°C $\gamma = 0,0178$.

Глицерин при 20°C $\gamma = 6,8$.

Итак, вычисляя числа Р е й н о л ь д с а для разных жидкостей и газов, нашли, что переход от ламинарного к турбулентному движению происходит для всех них при определенном значении числа Р е й н о л ь д с а, именно, если $Re < 1160$ (или ≈ 1000), то *ламинарное* движение устойчиво; если $Re > 1160$, то ламинарное движение может стать неустойчивым и легко переходит в *турбулентное* (рис. 212 и 213).



Рис. 212

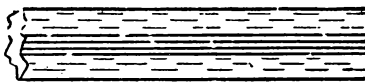


Рис. 213

Конечно, это условие имеет смысл только тогда, когда обеспечено с самого начала спокойное течение; если же оно механически (например, при падении жидкости из резервуара в трубу) уже возмущено, то к изучению его предыдущая теория неприменима.

Наоборот, если принять искусственные меры (гладкая труба, медленное течение и т. п.), то ламинарное течение может сохраниться и при высоких числах Р е й н о л ь д с а (до 20 000 и выше).

В виде примера вычислим число Р е й н о л ь д с а для трубки с диаметром $l = 0,1 \text{ см}$ при скорости течения воды $v = 1 \text{ см/сек}$. Примем $\rho = 1 \text{ г/см}^3$,

$$\eta = 0,01 \text{ (дн сек см}^{-2}\text{)}$$

$$Re = \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 1}{0,01} = 10.$$

Следовательно, обеспечено ламинарное движение.

Для воды в водопроводных трубах можно считать

$$1200 < Re < 2000.$$

Весьма важное значение имеют числа Р е й н о л ь д с а в аэродинамике, в частности при изучении движения самолетов.

§ 64. Движение тел в жидкостях и газах

Если в потенциальном потоке *идеальной жидкости* оказывается твердое тело (рис. 214) — цилиндр или шар, — то частицы жидкости обтекают его, причем частицы, близко проходящие около поверхности тела, проходят большие пути с большей скоростью

(линии сгущаются), чем частицы, удаленные от тела. За телом вновь восстанавливается ламинарное течение.

Иная картина возникает при тех же обстоятельствах в *вязкой жидкости*. Наблюдения и опыты показывают, что если в ламинарный поток поместить твердое тело (рис. 215), то за телом возникают вихри; это тело является причиной преобразования движения в жидкости. Конечно, то же будет, если, наоборот, твердое тело движется в жидкости (рис. 216).

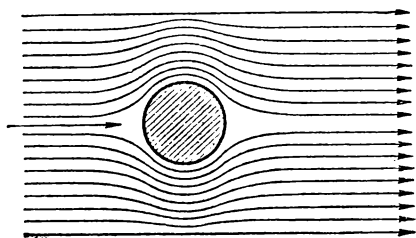


Рис. 214

При этом видно, как вихри, возникнув у самого тела, отходят от него в глубину жидкости (рис. 217), сообщая всему движению характер турбулентности; оторвавшиеся от тела вихри образуют позади тела *вихревую полосу*.

Итак, вязкость, или внутреннее трение, в жидкости вызывает образование в ней вихрей.

Рассмотрим происхождение вихрей вследствие внутреннего трения при обтекании жидкостью твердого тела, например, шара или цилиндра.

Частица жидкости в пограничном слое (рис. 218) при близком обходе тела на пути от K до N переходит в области больших ско-

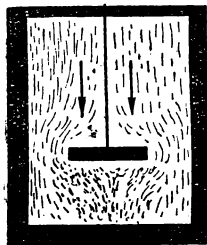


Рис. 215

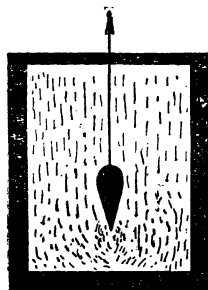


Рис. 216

ростей (сгущение линий) и, согласно уравнению Б е р н у л л и, меньших давлений. Следовательно, на этом пути увеличивается ее кинетическая энергия, и к N она придет с таким запасом кинетической энергии, который мог бы обеспечить ее дальнейший переход в область высоких давлений до M . В отсутствии трения так оно и будет, подобно тому, как маятник (рис. 219), переходя из K в N , затем за счет накопленной кинетической энергии поднимается в отсутствии трения на ту же высоту до M . Но если принять во внимание трение, то маятник не дойдет до M , остановится на подъеме где-нибудь в M_1 и пойдет обратно к N .

Слой жидкости, прилегающий к твердому телу, можно считать неподвижным, так как жидкость обволакивает тело и прилипает к нему; поэтому в области, граничащей с твердым телом, особенно велик *градиент скорости* и значит особенно велико *трение*.

Поэтому частица жидкости, вышедшая из N с запасом кинетической энергии, не дойдет до M (рис. 220), часть ее энергии пойдет на работу против трения. Пусть весь запас кинетической

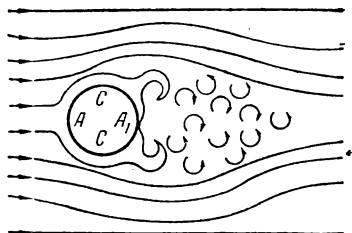


Рис. 217

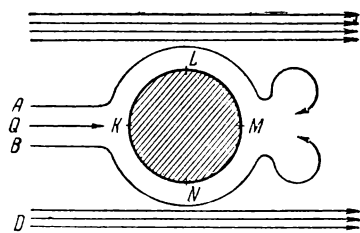


Рис. 218

энергии исчерпан, когда частица дошла до M_1 , здесь она останавливается и начинает движение обратное в область низкого давления к N против общего течения других частиц в более удаленных слоях, например в слое D , под действием которого эта частица отрывается от пограничного слоя (рис. 220). Эти оторвавшиеся от пограничного слоя частицы оказываются в соседстве с частицами (например, слоя D), имеющими иные скорости, а это и есть причина возникновения внутреннего трения на обратном пути от M_1 к N , против движения в соседних слоях D . Происходит сдвиг, который порождает вращательное движение в этой части жидкости; это значит *возник вихрь*. Вращение в этом вихре против стрелки часов; симметрично возникает вихрь с другой стороны тела с вращением по стрелке часов.

Течением жидкости эти вихри уносятся от тела, образуя позади тела область низкого давления; вместо унесенных вихрей непрерывно образуются другие. Трение в жидкости постепенно гасит унесенные вихри, они распадаются, энергия, затраченная на их образование, обращается в теплоту, рассеивается. Рассуждение, приведенное нами для цилиндра и шара, применимо с соответственными изменениями к телам иной формы (пластинка, крыло и т. д.).

Теорию образования вихрей разработал немецкий ученый Прандтль (1904 г., Геттинген) в связи с развитой им теорией пограничного слоя.

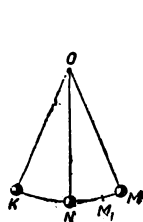


Рис. 219

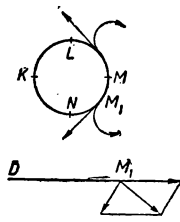


Рис. 220

§ 65. Лобовое сопротивление

На основании теории вихрей знаменитый ученый Н. Е. Жуковский¹ выяснил вопрос о происхождении и величине подъемной силы самолета (1906 г.) и в ряде статей создал полную теорию полета в воздухе.

Хотя вихри, образовавшиеся позади движущегося в жидкости или газе тела, очень скоро исчезают, но в момент своего образования они успевают внести существеннейшее преобразование состояния среды около тела в жидкости или газе: давление на фронт движущегося тела — *лобовое давление* — не уравновешено, так как сзади тела вихри уходят.

В дальнейшем мы будем говорить прямо о движении самолета, причем предполагаем известным его устройство, почему на чертежах будем давать только силуэт.

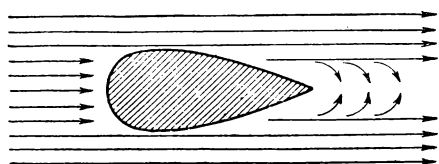


Рис. 221

Конечно, все, что говорится о самолете, принципиально применимо с соответствующими изменениями и к другим телам, движущимся в жидкости (газе) или находящимся в текущей жидкости (газе).

Пропеллер создает тягу, приводящую в движение самолет; эта тяга есть результат отбрасывания масс воз-

духа назад при вращении пропеллера, как всякого винта (вентилятор, винт парохода и т. д.); при этом пропеллер сообщает массе воздуха в течение каждой секунды определенное количество движения; по закону сохранения количества движения равное количество движения получает самолет, чем и обусловлено появление силы тяги, действующей на самолет вперед. При действии этой тяги начинается поступательное движение самолета. *Образование вихрей* влечет за собой появление: 1) лобового сопротивления, 2) подъемной силы самолета.

Лобовое сопротивление, возникающее при движении самолета вследствие неуравновешенности давлений на фронт и тыл самолета, обязано своим происхождением вихрям, образующимся за движущимся в воздухе телом (рис. 221). О величине его, приблизительно, можно рассуждать так:

1. При движении самолет сообщает каждую секунду воздуху на его пути количество движения mv , где m — масса вытесненного самолетом воздуха, а v — его скорость.

¹ Николай Егорович Жуковский (1847—1921 гг.) — профессор Московского университета и Московского высшего технического училища; его статья «О присоединенных вихрях» — основа всех расчетов в аэродинамике самолета и его строении. Кроме того, у него есть ряд замечательных работ по судостроению, по баллистике, водопроводной технике и т. д. В. И. Ленин назвал Н. Е. Жуковского «отцом русской авиации».

2. Вытесненная за секунду масса $m=V\rho=Sv\rho$, где ρ — плотность воздуха, S — площадь сечения тела, перпендикулярная скорости.

3. Поэтому количество движения, сообщенное воздуху, будет пропорционально ρSv^2 .

4. По III закону Ньютона сила противодействия со стороны воздуха F будет тоже пропорциональна ρSv^2 ;

$$F=C\rho Sv^2. \quad (1)$$

Следовательно, лобовое сопротивление вообще пропорционально квадрату скорости самолета. Главное затруднение — это определение коэффициента C ; было установлено, что C есть сложная функция чисел Рейнольдса

$$C=f(Re),$$

характер которой изменяется в зависимости от формы обтекаемого тела, в самолете, главным образом, от формы крыла. Жуковский и Прандтль дали теоретические формулы вычисле-



Рис. 222

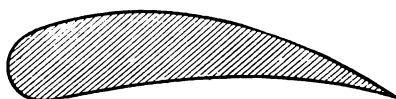


Рис. 223

ния C для крыльев различной формы. Наряду с этим были произведены обширные лабораторные исследования над подобными моделями крыльев в аэродинамических трубах многих лабораторий.

Все эти исследования имели целью изыскать такую форму крыла и самолета в целом, при которой образование вихрей свелось бы к минимуму, а значит и лобовое сопротивление, возрастающее пропорционально квадрату скорости, тоже было бы при данных условиях движения самолета минимальным.

В результате этих исследований были найдены обтекаемые формы, всем известные удлиненные, каплеобразные или сигарообразные формы (рис. 222), которые придают теперь быстро движущимся телам — самолетам, автомобилям и т. д.; таковы же в природе формы рыб, птиц и т. п.

На поверхностях таких тел градиенты скоростей незначительны, а потому и условия образования вихрей ослаблены; наоборот, при обтекании острых углов (например, пластинка поперек течения) появляются большие градиенты скоростей, а следовательно, обильное образование вихрей; возникает сильное лобовое сопротивление.

Для крыла самолета найдена наилучшая по обтекаемости форма, так называемый *профиль Жуковского*, который и принимается при постройке самолетов (рис. 223).

При числах Рейнольдса порядка 10^5 коэффициент C имеет примерно следующие значения:

Пластина, поперечная потоку	0,64
Шар	0,25
Наилучше обтекаемое тело	0,013

Многолетняя борьба против лобового сопротивления привела к таким формам тел, которые позволили сильно ослабить вихреобразование, уменьшить лобовое сопротивление и тем увеличить полезную работу тяги пропеллера, что повело к достижению огромных скоростей современных самолетов.

§ 66. Подъемная сила крыла самолета

Указанные выше средства уменьшают образование вихрей и ослабляют лобовое сопротивление, но совершенно их уничтожить нельзя, поскольку движения происходят в вязкой среде, в которой

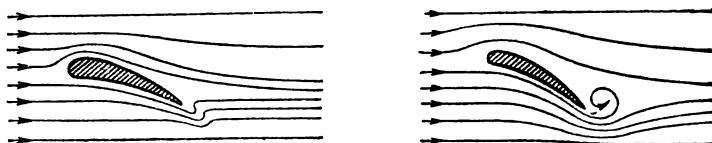


Рис. 224

развиваются силы внутреннего трения, непосредственно влекущие за собой образование вихрей. Обтекаемые поверхности, например крылья самолета, строятся так, чтобы свести к минимуму вихреобразование, но при самом разрешении этого вопроса о форме крыльев нашли такую категорию вихрей, которые не только нельзя уничтожить, но образование которых совершенно необходимо для устойчивого положения самолета во время полета.

Обтекаемое крыло с профилем Жуковского (рис. 224) так построено, что, рассекая воздух, образует у своего острого конца пониженное давление; следовательно, скорость обтекания крыла у острия достигает максимума при громадном градиенте скорости.



Рис. 225

Поэтому на задней кромке острия возникает один мощный вихрь (рис. 225), у нас — против стрелки часов; этот первый вихрь, образовавшийся при начале движения, обычно называется «разгонный вихрь». Как и другие вихри, он срывается с кромки и уходит в глубь воздуха, на его месте возникает другой и т. д. На задней кромке при полете самолета устанавливается постоянное явление срыва струй, обтекающих крыло.

Каждый такой вихрь имеет свой момент количества движения, в нашем случае — против стрелки часов. Рассматривая изолированную систему (вихрь — воздух), мы должны утверждать, что в воздухе необходимо существует противоположный момент количества движения по стрелке часов. Это значит, что в воздухе около крыла возникает *круговое течение* — *циркуляция* M воздушных масс, в нашем случае — по стрелке часов (рис. 226); момент циркуляции равен моменту разгонного вихря.

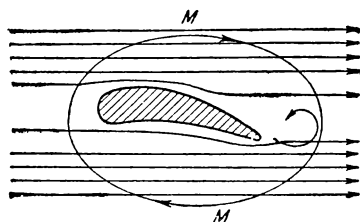


Рис. 226

Прямым следствием циркуляции является возникновение *подъемной силы крыла*.

Циркуляция над крылом идет по направлению потока воздуха около крыла; скорости потока и циркуляции складываются. Циркуляция под крылом направлена против потока, их скорости вычитаются. Следовательно, скорость воздуха над крылом больше, чем под крылом, а значит давление больше под крылом, чем над крылом (рис. 227).

Разность давлений и создает подъемную силу крыла.

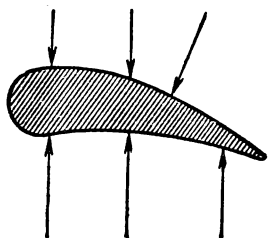


Рис. 227

Эти идеи Н. Е. Жуковский облек в математическую форму. Общее выражение подъемной силы f можно записать так:

$$f = C_0 \rho S v^2; \quad (2)$$

вообще f , как и лобовое сопротивление F , пропорциональна квадрату скорости самолета; коэффициенты C и C_0 теоретически определены Жуковским, Прандтлем,¹ Чаплыгиным² и другими для многих разнообразных видов крыльев и тел. Эти вычисления, выполненные на основе теории, в общем подтверждаются опытной проверкой в аэродинамических лабораториях, и на них базируется техника самолетостроения.

Итак, движение самолета и его устойчивость определяются сложным сочетанием сил тяги, лобового сопротивления и подъемной силы. Замечательно, что две последние силы порождаются при самом движении самолета силами вязкости и инерции, обуславливающими образование вихрей.

¹ Людвиг Прандтль (1875—1953 гг.) — немецкий ученый в области гидроаэромеханики.

² Сергей Алексеевич Чаплыгин (1869—1942 гг.) — академик, Герой Социалистического Труда, основатель газовой динамики.

ЧАСТЬ II

Молекулярная физика и термодинамика

§ 67. Молекулярно-кинетический метод

Все вопросы, которые рассмотрены в I части курса, имеют одну общую черту: все они касаются явлений, наблюдаемых нами или непосредственно при помощи наших чувств, или при помощи инструментов; признаки и величины, характеризующие эти явления, могут быть определены и измерены, таковы скорость тела, его объем, давление газа и т. д.; за изменениями их мы можем следить при помощи приборов и инструментов.

Все эти физические признаки, доступные нашим чувствам, наблюдению и измерению, естественно назвать макроскопическими величинами¹, а явления, ими характеризуемые, — *макроскопическими явлениями*. Механика охватывает огромный круг этих явлений, и ее принципы служат для их изучения и обобщения.

Однако познание не останавливается на этих важных макроскопических результатах исследования; воображение идет дальше показаний чувств и за их пределами ищет идеи и строит модели, которые позволили бы понять и объяснить наблюдаемые явления. В результате ученый-физик все более проникает в законы *микромира*; основные черты микромира фиксируются в виде *гипотез*, служащих основой *теории*, выводы которой *сопоставляются* затем с действительностью, чем и удостоверяется *реальность микромира*.

Из глубины времен появляется представление об атомном строении вещества. У греческих мыслителей, живших около 2½ тысяч лет до нашего времени, Л е в к и п п а (VI—V вв. до н. э.), Д е м о к р и т а (IV в. до н. э.) и Э п и к у р а (III в. до н. э.) это представление развито в рациональную систему. У последнего философа представление об атомном строении вещества служит базисом материалистического мировоззрения, которое популярно изложено римским поэтом Л у к р е ц и е м К а р о м в его поэме «О природе вещей».

¹ «Макрос» (греч.) — большой; «микрос» (греч.) — малый.

Сущность этого учения кратко выражена в известном афоризме Демокрита: «Ничего не существует, кроме атомов и пустого пространства; все прочее есть мнение».

Прошел длинный ряд веков, прежде чем научное исследование природы сумело опереться на эти древние представления. В XVII в. французский философ Гассенди и английский физик Бойль, рассуждая об известных тогда химических явлениях и стараясь установить возможно точнее понятие об элементе, вводят атомные воззрения в химию, и с тех пор они уже не исчезают из науки. В XVIII в. Д. Бернулли и М. В. Ломоносов свои научные воззрения тесно связывают с молекулярным строением вещества; так, Ломоносов пишет¹: «В телах имеются мельчайшие нечувствительные частицы, физически разделяемые». Лавуазье в своем знаменитом «Трактате химии» (1789 г.) оперирует с понятием о молекулах. Твердую почву для дальнейшего развития молекулярная теория получила в трудах Дальтона; установив закон кратных отношений и объяснив изменения состояния тел, он показал, что атомистическое учение соответствует действительным отношениям вещей и высоко полезно для их познания. Нужно считать, что Дальтон², опираясь на опыт и наблюдение, последовательно обосновал и развил в 1808 г. атомистическую и молекулярную гипотезу.

Сделаем краткий обзор того экспериментального материала, обобщение и индуктивная обработка которого лежит в основе молекулярной теории.

1. Химический закон кратных отношений гласит: *если одно и то же весовое количество простого вещества А вступает в соединение с разными количествами другого простого вещества В, то эти количества вещества В находятся между собою в простых, кратных отношениях*. Простейший пример: с одним и тем же весовым количеством азота вступают в соединение такие количества кислорода, массы которых относятся между собой, как 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Дальтон вводит предположение, что сложные вещества состоят из одинаковых молекул, построенных из атомов, например из атомов простых веществ А и В. Тогда в состав молекулы сложного вещества на данное число атомов А может приходиться лишь один или два и т. д. атома В. Заключение, справедливое относительно одной молекулы, справедливо и по отношению к любому числу молекул, так как все они одинаковы; это заключение и приводит к выражению закона кратных отношений.

На основании изучения структуры молекул химия сумела объяснить множество (сотни тысяч) сложнейших образований, особенно в области органической химии. Каждое такое толкование

¹ Собрание сочинений, т. I, стр. 291.

² Джон Дальтон (1766—1844 гг.) — англичанин, ввел в физику и химию и научно развил молекулярно-атомистическую гипотезу; кроме того, известен своими исследованиями свойств газов. Всю жизнь занимал скромное место преподавателя колледжа в Манчестере.

служит подтверждением молекулярных воззрений, лежащих в его основании.

2. Все тела в той или другой мере изменяют свою форму и объем при упругих деформациях, при изменении теплового состояния и т. д. Естественно представить себе, что все эти деформации происходят от изменения расстояний между неизменными частицами.

3. Все тела при известных условиях изменяют свои агрегатные состояния; плавление, парообразование и обратные им процессы можно себе представить как процессы, при которых изменяется характер связей между молекулами; при одних процессах силы взаимодействия между молекулами более или менее ослабляются, при других, наоборот, возрастают. Так как при всех этих процессах важнейшую роль играет тепловое состояние тел и его изменения, то возникает представление, что молекулы в телах находятся в непрерывном хаотическом движении, которое мы воспринимаем как тепловое движение. Интенсивностью молекулярного движения определяется температура тела. Сообразно с характером связи между молекулами мы предполагаем это движение либо колебательным (в твердом состоянии), либо поступательным (в газах).

4. Смесь 50 см³ воды и 50 см³ спирта имеет объем 97 см³; это значит, что молекулы спирта и воды уменьшили промежутки между частицами, распределились плотнее. Поставим друг над другом два стеклянных цилиндра, опрокинув их открытыми концами; в верхнем находится водород, в нижнем — углекислый газ; при действии только силы тяжести такое расположение должно было бы сохраниться, так как СО₂ имеет большую плотность, чем Н₂. Однако углекислый газ довольно быстро проникает в водород, и с течением времени происходит полное смешение газов. Такое движение молекул СО₂ против силы тяжести, очевидно, происходит под действием внутренних, молекулярных сил, действующих между движущимися молекулами водорода и углекислого газа.

Самые разнообразные вещества способны проникать друг в друга. Это явление, называемое диффузией¹, легко истолковывается с точки зрения молекулярной гипотезы в том смысле, что частицы одного тела, находясь в постоянном движении, распределяются между частицами другого. Диффундируют не только газы (например, воздух и водород) и жидкости (вода и спирт, вода и раствор CuSO₄ и т. д.), но при достаточном нагревании и давлении даже и твердые тела; таковы результаты замечательных опытов бельгийца С п р и н г а, а позднее, американского физика Б р и д ж м е н а, при которых давление доходило до 200 000 атм. Диффузия свинца и золота возможна даже при обыкновенной температуре.

Во многих случаях явление диффузии можно непосредственно наблюдать и измерять ее скорость; так, положив на дно высокого цилиндра кристаллы медного купороса и осторожно налив в него воды, будем видеть, как голубая окраска, густая у самых кристал-

¹ «Диффундо» (лат.) — разливаю, распространяю.

лов, постепенно поднимается, пока весь раствор не будет однородно окрашен; если цилиндр имеет высоту 30—40 см и стоит совершенно спокойно, то на этот процесс потребуется 10—12 суток.

Особенно важно заметить, что *диффузия может происходить без внешних воздействий*, почему мы должны предполагать, что *эти явления осуществляются под влиянием внутренних сил, действующих между молекулами*.

5. Явления смачивания, поверхностного натяжения, капиллярности, образования капель, пленок и тому подобные явления — все они хорошо объясняются с точки зрения молекулярных взаимодействий в тех случаях, когда небольшие части вещества поставлены в особые условия, при которых молекулярные силы могут проявиться.

6. Английский ботаник Броун¹ заметил (1827 г.) беспорядочные движения микроскопических частиц в эмульсии растительных препаратов в поле зрения микроскопа (рис. 228), это были движения неправильные и беспорядочные. Дальнейшие исследования показали, что такие же движения совершают и другие достаточно малые частицы (например, частицы туши), взвешенные в жидкости. Сперва полагали, что причины этих движений — какие-либо внешние движения, вроде сотрясений жидкости, конвекционных токов в ней и т. д.; но тщательные эксперименты Гуи (1888 г.) исключили возможность этих предположений. Постепенно получила большую вероятность гипотеза, что *броуновское движение вызвано движениями молекул жидкости*.

Французский физик Перрен, трудам которого молекулярно-кинетическая гипотеза обязана наиболее прочным своим обоснованием говорит: «При наших обычных наблюдениях все части жидкости, находящейся в равновесии, нам кажутся неподвижными. Если в эту жидкость поместить какое-нибудь тело более плотное, то оно падает совершенно вертикально (буде оно сферично), и уже само по себе никогда не может подняться. Наоборот, если наблюдать в микроскоп за маленькими частичками, расположенными в воде, то видно, как каждая из них, вместо того, чтобы падать, одушевлена совершенно беспорядочным движением. Она кружится, поднимается, опускается, нисколько не стремясь к покою. Это и есть броуновское движение».

Если в жидкости находится сравнительно большое тело, то оно получает со всех сторон от окружающих его молекул множество толчков, которые при беспорядочности молекулярного движения будут иметь всевозможные направления; в среднем все эти импульсы

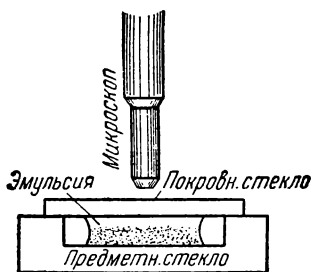


Рис. 228

¹ Роберт Броун (1773—1858 гг.) сделал много открытий в морфологии, систематике и эмбриологии растений.

уравновешиваются. Если же тело очень мало, как это и есть в случае броуновского движения, то число толчков, приходящихся на микроскопическую поверхность этого тела, будет незначительно, и в данный момент времени имеет значение толчок одного направления, в следующий — другого и т. д.; частица, последовательно получающая импульсы, движется по их направлениям (рис. 229). Таким

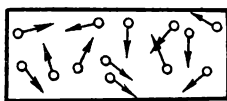
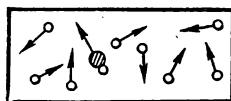


Рис. 229

образом, из хаотического ненаблюдаемого движения молекул возникает наблюдаемое движение более крупных, чем молекулы, но все еще микроскопически малых частиц.

На рисунке 230 изображена запись картины броуновского движения частиц гуммигута (краски) в воде, как его наблюдал в поле сильного микроскопа П е р р е н, отмечая положения частиц в этой эмульсии через $\frac{1}{2}$ мин. Повышение температуры или уменьшение

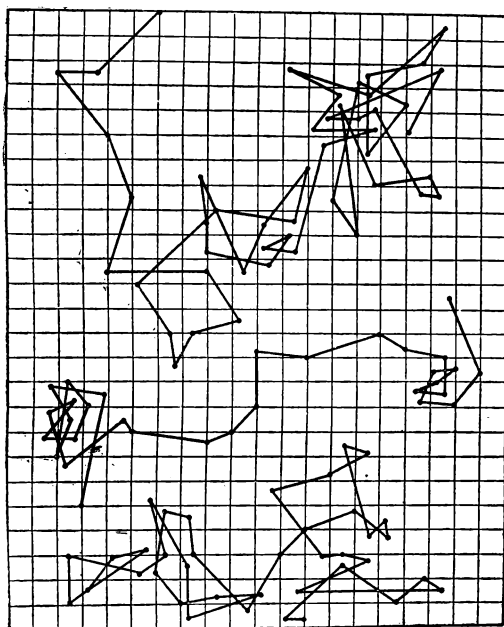


Рис. 230

размеров частиц, согласно гипотезе, должны были влиять на скорость перемещения частиц; это подтверждается опытами П е р р е н а. «Таким образом,— говорит он,— здесь проявляется основное, вечное свойство того, что мы называем жидкостью в состоянии равновесия. Такое равновесие существует только как нечто среднее

и лишь для больших масс; это равновесие статистическое. В действительности вся жидкость непрерывно и вполне беспорядочно возмущается движениями тем более интенсивными, чем меньше те частицы, которые захватываются этими движениями».

Итак, совокупность тех экспериментальных фактов, обзор которых нами только что сделан, и многих других позволил установить основы молекулярно-кинетической теории. При помощи наших органов чувств и инструментов мы наблюдаем различные явления и характеризующие их величины — изменение давления, уменьшение температуры и т. д.; эти явления доступны оценке наших органов чувств, особенно вооруженных приборами. Молекулярная теория утверждает, что *наблюдаемые макроскопические явления суть результат, средний итог бесчисленного множества явлений микроскопических, нашим чувствам недоступных*. Основные гипотезы, на которых строится молекулярно-кинетический метод, можно выразить в следующих трех положениях:

1. Вещество состоит из мельчайших частиц — *атомов*; в некоторых телах они образуют группы, называемые *молекулами*, которые остаются неизменными, пока сохраняется индивидуальность данного вещества. Группировка атомов в молекулах изменяется, когда наступают глубокие изменения вещества при химических явлениях.

Теория дает основание полагать, что числа, выражающие геометрические *размеры* атомов и молекул, имеют порядок 10^{-8} см; это число¹ полезно сопоставить с пределом зрения при помощи лучших микроскопов 10^{-5} см.

При всех явлениях микромира мы имеем дело с огромным числом молекул; установлено, что в 1 см^3 газа при нормальных условиях находится $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул. Для пояснения этого числа советский ученый О. Д. Хвольсон говорил: «Если расположить рядом молекулы, содержащиеся в одном кубическом сантиметре воздуха, то получилась бы нить, длина которой в 375 раз превысила бы длину земного экватора».

2. Между атомами и молекулами действуют силы, величина которых изменяется при изменении агрегатного состояния вещества; вообще эти силы значительны в твердых и жидких телах и имеют наименьшее значение в газах.

3. Молекулы и атомы находятся в непрерывном хаотическом *движении*, которое нами воспринимается как *тепловое*; интенсивность этого движения в теле, иначе, средняя кинетическая энергия частиц, обуславливает его температуру.

На основании этих положений в XIX в. была построена *молекулярно-кинетическая теория вещества*, которая в своих выводах соответствует действительности, позволяя при помощи одного метода рассматривать и количественно оценивать огромный круг явлений.

¹ Микроскопическая единица длины, равная 10^{-8} см, называется *Ангстрем* и обозначается *А*.

В ХХ в. новые физические воззрения привели к более глубокому развитию основных положений молекулярной теории.

Если бы мы захотели отметить появление фактов, которые легли в основу современного развития молекулярной теории, то надо указать на следующие открытия огромной важности.

1. В 1869 г. Д. И. Менделеев¹ установил свой знаменитый периодический закон: «Если все элементы расположить в порядке, по величине атомного веса, то получится периодическое повторение свойств. Это выражается законом периодичности: свойства простых тел, также формы и свойства соединений элементов, находятся в периодической зависимости от величины атомных весов элементов».

Периодическая система элементов включает в себе, с одной стороны, утверждение обособленности и индивидуальности атомов химических элементов, с другой стороны, в ней содержится мысль о родстве атомов элементов, о какой-то зависимости их от общей и тогда еще неизвестной причины, олицетворяемой в их атомном весе.

2. В 1895 г. Рентген² открыл лучи, носящие его имя. Рентгеновские лучи вследствие своей высокой проникаемости дали в руки исследователей средство для тончайшего анализа строения вещества, а изучение спектров позволило выяснить физическое значение порядкового или атомного номера в таблице Менделеева.

3. В 1896 г. Беккерель³ открыл явления радиоактивности. Это великое открытие привело к установлению превращаемости элементов и преобразования атомов.

4. В 1900 г. Дж. Дж. Томсон⁴ окончательно установил реальность электрона и определил его массу.

5. В 1911 г. Резерфорд⁵ создал ядерную гипотезу строения атомов, по которой заряд ядра и число электронов в атоме определяют положение атома в таблице Менделеева. Эта гипотеза была развита Бормом⁶ и другими на основе квантовой теории.

6. В 1919 г. Резерфорд установил, что возможно искусственное превращение атомов. Эти исследования получили в руках современных ученых-атомщиков огромный размах и значение. Созданы новые разделы современной науки: атомная физика и ядерная физика.

¹ Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907 гг.) — великий русский ученый. Открытый им периодический закон стал одним из основных начал современной химии и физики.

² Вильгельм Конрад Рентген (1845—1923 гг.) — немецкий физик, по образованию инженер. Открытие Рентгена имело большое общеизвестное научное и практическое значение.

³ Антуан Анри Беккерель (1852—1908 гг.) — французский физик, работал по проблемам физической химии.

⁴ Джозеф Джон Томсон (1856—1940 гг.) — английский физик, один из основоположников электронной теории.

⁵ Эрнест Резерфорд (1871—1937 гг.) — английский физик; его открытия заложили основу современной теории строения атома.

⁶ Нильс Бор (рожд. 1885 г.) — датский физик, один из создателей квантовой физики.

§ 68. Статистический метод

Законы механики — три закона Н ь ю т о н а, закон сохранения массы, количества движения, момента количества движения и энергии — определяют движение макроскопических систем, если можно составить на основании этих законов соответствующие уравнения движения и решить их при известных начальных условиях движения (например, координат и скорости в начальный момент).

Однако наблюдение и изучение законов макропроцессов в макросистемах (например, 100 л газа) приводят к представлению о существовании в них микросистем, в которых происходят непосредственно ненаблюдаемые микропроцессы. Основатели молекулярной теории рассматривали макросистему, как состоящую из огромного числа молекул, движущихся по законам механики.

В истории развития наших знаний следует отметить важный момент: в половине XIX в. возник вопрос о взаимосвязи между процессами макроскопическими и микроскопическими, при представлении, что вторые являются скрытым базисом первых. Сущность этого вопроса можно свести к задаче обоснования и предсказания макроскопических законов, исходя из молекулярной модели строения вещества.

Решение этой задачи потребовало развития нового метода исследования — *статистического*.

Для выяснения особенностей статистического метода обобщим и дополним основные положения молекулярной теории.

1. Всякая выделенная часть вещества (в частности, газ в данном объеме) заключает в себе огромное число однородных, дискретных¹ элементов (в частности, атомов, молекул и т. д.).

2. Если бы для нас было возможно наблюдение над молекулами данной микросистемы (как оно возможно, например, над планетами), то для характеристики ее состояния достаточно было бы знать для каждой молекулы (атома) в данный момент три ее пространственные координаты и три компонента ее скорости, всего шесть данных. Для каждой молекулы при ее хаотическом движении это — переменные величины, могущие принимать с течением времени различные значения (например, скорости, разные по величине и направлению). Такое воззрение приводит к идее о нестройности или «элементарном беспорядке», который господствует в микромире.

3. При действительных, макроскопических наблюдениях, когда мы наблюдаем и оцениваем величины, характеризующие состояние какой-нибудь макросистемы (например, плотность или удельный объем газа, его давление, температуру), мы имеем дело лишь со средними результатами бесчисленного множества микроскопических индивидуальных явлений. Одному и тому же макроскопическому состоянию, характеризуемому данными значениями p , V и T , могут соответствовать разнообразные комбинации микроскопических состояний.

¹ «Д и с к р е т у с» (лат.) — разделенный, прерывистый.

4. Определяя измерительными приборами величины, характеризующие данное состояние, мы, в сущности говоря, имеем дело с результатами некоторой статистики, с некоторыми *средними статистическими* числами, которые появляются, как средние результаты, статистически оценивающие расположение и взаимодействие множества микрообъектов, недоступных непосредственному наблюдению.

Возникает вопрос, какие же есть способы предусмотреть появление определенных средних результатов и, в частности, тех, которые обусловят *равновесие системы*. Для решения этих проблем естественно обратиться к математическому методу изучения случайных явлений, т. е. таких, причины которых нам не ясны или смутно нами подозреваемы, именно — к *теории вероятностей*.

Если мы представим себе какую-либо механическую систему (например, шар на наклонной плоскости), то, будучи предоставлена сама себе, она переходит от менее устойчивых к более устойчивым состояниям, пока не достигнет *состояния, в котором потенциальная энергия ее станет минимальной*; тогда мы имеем *равновесие механической системы*.

Возьмем сложную систему, состоящую из множества элементов, например газ; если она изолирована и предоставлена самой себе, то естественно ожидать, что эта система тоже будет переходить от менее устойчивых к более устойчивым состояниям. Макроскопическое наблюдение показывает, что устойчивое равновесие газа, по-видимому, достигается тогда, когда во всем занятом им объеме можно констатировать повсюду равенство давлений, температур и плотностей. Но наблюдатель, которому доступно познание микроскопических явлений в мире молекул, знает, что p и T есть лишь *средние* величины, характеризующие количество движения молекул и их кинетическую энергию. С этой точки зрения устойчивое равновесие наступит только тогда, когда молекулы будут равномерно распределены по всему объему, скорости вполне беспорядочно направлены во все стороны; тогда совокупность этих микроскопических состояний создает понятие о макроскопической системе, которая будет характеризоваться такими средними величинами, что мы признаем это состояние газа как состояние устойчивого равновесия.

Теперь предстоит установить величину, изменения которой так же чувствительно и точно, как изменения потенциальной энергии для механической системы, свидетельствовали бы о переходе молекулярной системы от менее устойчивых к более устойчивым состояниям и о приближении ее к состоянию равновесия.

Пусть камера LM разделена перегородкой AB (рис. 231) на две части равного объема, I и II ; перегородка (или заслонка) может подниматься и опускаться.

Представим себе, что в левой части (I) этой камеры находятся только две молекулы a и b , которые там всячески двигаются, сталкиваются, ударяются о перегородку и о стенки; в правой части (II)

камеры — пустота. Поднимаем перегородку; обе молекулы станут носиться по всей камере LM ; можно сказать, произошло расширение газа в пустоту. Однако через небольшой промежуток времени обе молекулы случайно вновь могут оказаться в объеме I левой части; если мы в этот момент опустим перегородку AB , то восстановится первоначальное состояние; произошел так называемый *обратимый процесс*. Примем во внимание, что все механические процессы в консервативной, недиссипативной системе обратимы.

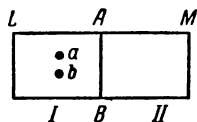


Рис. 231

Если число молекул в I объеме увеличим, то придется больше времени ждать, чтобы после поднятия перегородки все молекулы вновь случайно оказались в I объеме (в левой части камеры).

Возьмем четыре молекулы a, b, c, d ; возможны следующие пять типов распределений этих молекул по I и II объемам камеры:

Распреде- ления	Объем камеры	Комплексы молекул						Число комплексов
I	$\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}$	$\begin{matrix} abcd \\ 0 \end{matrix}$						$C_4^1 = 1$
II	$\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ d \end{matrix}$	$\begin{matrix} abd \\ c \end{matrix}$	$\begin{matrix} acd \\ b \end{matrix}$	$\begin{matrix} bcd \\ a \end{matrix}$	$C_4^3 = 4$		
III	$\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}$	$\begin{matrix} ab \\ cd \end{matrix}$	$\begin{matrix} ac \\ bd \end{matrix}$	$\begin{matrix} ad \\ bc \end{matrix}$	$\begin{matrix} bc \\ ad \end{matrix}$	$\begin{matrix} bd \\ ac \end{matrix}$	$\begin{matrix} cd \\ ab \end{matrix}$	$C_4^2 = 6$
IV	$\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}$	$\begin{matrix} d \\ abc \end{matrix}$	$\begin{matrix} c \\ abd \end{matrix}$	$\begin{matrix} b \\ acd \end{matrix}$	$\begin{matrix} a \\ bcd \end{matrix}$	$C_4^1 = 4$		
V	$\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ abcd \end{matrix}$						$C_4^4 = 1$

Число равновозможных комбинаций, или комплексов молекул, в каждом распределении равно числу сочетаний из четырех элементов по одному, по два, по три и т. д.; вообще это число для каждого мыслимого распределения при общем числе молекул n выразится формулой:

$$C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Из рассмотрения вышеприведенных распределений вытекает, что при условии элементарного беспорядка молекулярных движений чаще других будет осуществляться III распределение, т. е. равномерное; иначе сказать, это распределение будет вероятнее других.

Вероятность состояния системы оценивается отношением числа обстоятельств, благоприятствующих этому состоянию, к общему числу обстоятельств, могущих сопровождать данное сочетание событий.

В нашем случае из взятых четырех молекул всего возможных комплексов, или комбинаций молекул, будет $2^4=16$; поэтому вероятность I и V распределений равна $\frac{1}{16}$, вероятность II и IV равна $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, а вероятность III распределения равна $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$; последняя вероятность наибольшая.

Усложним рассуждение; пусть имеем 12 молекул; тогда возможные распределения их в I и II объемах камер будут таковы:

Распределения	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
I объем	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
II объем	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$C_n^k=$	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

Общее число всех возможных комплексов молекул в этом случае $2^{12}=4096$; из этого числа вообще возможных комбинаций наибольшее число падает на те распределения, при которых молекулы распределены по обоим объемам приблизительно поровну; так, на VI, VII и VIII распределения падает 2508 комбинаций, т. е. 61% всех возможных. Вероятность каждого типа распределений выразится так

$$\frac{1}{4096}, \frac{12}{4096}, \frac{66}{4096} \dots \frac{792}{4096}, \frac{924}{4096}, \frac{792}{4096} \dots \frac{66}{4096}, \frac{12}{4096}, \frac{1}{4096}.$$

Очевидно, наибольшая вероятность осуществления относится к приблизительно равномерному распределению молекул.

То же самое рассуждение можно мысленно представить по отношению к молекулам воздуха, заключенным в 1 см^3 при нормальных условиях; тогда по I и II объемам, на которые делим нашу камеру, придется распределять $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул; конечно, в этом случае составить таблицу по данному образцу невозможно. Легко понять, что вероятность равномерного распределения в этом случае будет очень велика, а вероятность неравномерного распределения невообразимо мала; ведь нужно помнить, что знаменатель у всех дробей, выражающих вероятность разных распределений, в рассматриваемом случае будет число порядка: $2^{2,7 \cdot 10^{19}}$.

Исходя из разбора приведенных положений, мы приходим к следующим заключениям:

1. Устойчивость данного макроскопического состояния характеризуется частотой повторений обуславливающих его микроско-

пических явлений или возможностью их частых (многочисленных) осуществлений.

2. *Вероятность состояния* характеризует устойчивость состояния и переход от менее устойчивых к более устойчивым формам; она возрастает при таком переходе.

3. *Устойчивость макроскопического состояния*, при которой можно говорить о характеризующих это состояние постоянных величинах (параметрах состояния) *определяется вероятностью соответствующего микроскопического распределения.*

§ 69. Термодинамический метод

Из предыдущего изложения вытекает, что различные события в микромире: изменения скорости движения отдельных частиц во времени, распределение частиц в пространстве, распределение их скоростей и т. д. случайны, но в огромных скоплениях частиц, составляющих тела, эти случайности выравниваются, и из «хаоса» событий в микромире выявляются на основе закона больших чисел математической теории вероятностей физические закономерности макромира. Изучение событий, происходящих в микромире, с помощью механики и теории вероятности представляет собою предмет статистической физики.

*Термодинамика*¹ *изучает физические процессы, которые представляют собою закономерный результат событий, происходящих в микромире.* Исходя из обобщения огромного количества фактов, установлены основные законы термодинамики, а из этих законов дедуктивно выводятся следствия относительно хода физических процессов. Как уже говорилось, статистически закономерные результаты могут иметь место лишь при условии, если количество частиц, участвующих в физическом процессе, достаточно для выравнивания случайных событий микромира. Поэтому в термодинамике изучаются процессы, происходящие с телами, состоящими из огромного числа частиц. При этом условии устанавливаются термодинамические понятия и законы, качественно отличающиеся от понятий и законов механики. Основное качественное различие статистической физики и термодинамики заключается в том, что термодинамика указывает направление процесса как совершенно обязательное, в то время как статистическая механика оценивает такое направление лишь как наиболее вероятное, но при этом допускается и возможность обратного направления процесса, хотя и очень маловероятная. Таким образом, статистическая механика менее ограничена в своих построениях, чем термодинамика. В то же время специфически термодинамические понятия не могут быть применены к отдельным объектам микромира, например, нельзя говорить о температуре одной молекулы, а приходится говорить об ее скорости и кинетической энергии, нельзя говорить о давлении

¹ Греч. «термос» — теплый, горячий; «дьюнамис» — сила.

одной молекулы на стенку, а о передаче ею импульса при ударе о стенку и т. д.

Все учение о преобразованиях энергии основано на двух положениях, которые называются *первым* и *вторым началами термодинамики*.

Оба эти положения мы должны рассматривать как результат обобщения тех бесчисленных заключений, к которым приводит исследователей многовековой опыт при тщательном изучении свойств мира, в котором мы живем.

Из этих двух начал *дедуктивно* развиваются неисчислимы ряды следствий, которые позволяют исследовать превращения энергии в самых разнообразных случаях. В частности, *теплотехника* (котлы, тепловые двигатели, силовые установки и т. д.) всецело основана на положениях термодинамики. Исторически появление и развитие термодинамики было вызвано неотложной потребностью техники; именно, в начале XIX в. необходимо было дать теорию паровой машины, которая в то время стала основным промышленным двигателем; термодинамика создала теорию паровой машины и других тепловых двигателей (внутреннего сгорания, турбин). Дальнейшее развитие термодинамики необычайно раздвинуло ее пределы, включив в них преобразования энергии в молекулярных и атомных процессах и в явлениях излучения.

Совокупность свойств тела, например газа или смеси газов, определяет его состояние в данный момент времени. Для характеристики состояния газа следует выбрать такие величины, которые допускают экспериментальное определение и измерение, за изменением которых, следовательно, можно было бы следить при помощи физических приборов. Масса тела, совершающего термодинамический процесс, остается неизменной. Поэтому, хотя она и учитывается при расчетах, масса не является параметром состояния. Массу, как известно, измеряют в граммах, килограммах, тоннах, технических единицах массы и, наконец, в молях. Если тело имеет массу M , а молекулярный вес его вещества равен μ , то число молей ν равно

$$\nu = \frac{M}{\mu}.$$

Среди величин, именуемых макроскопическими *параметрами*¹ *состояния*, особое значение для характеристики состояния газа и газовых процессов имеют: 1) объем V , 2) давление p , 3) температура t .

1. Различают *объем* данной массы газа V и *удельный объем* газа v . *Удельный объем* v есть частное от деления объема тела V на его массу m , т. е. объем единицы массы

$$v = \frac{V}{m};$$

¹ Греч. «параметрон» — отмеривающий.

это величина, обратная плотности

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad v = \frac{1}{\rho}.$$

Из этого определения следует, что удельный объем находится при помощи взвешивания тела и измерения его объема.

Вместо удельного объема часто берут *мольный объем*. Один моль вещества содержит столько граммов этого вещества, каков его молекулярный вес. Например, моль жидкой воды имеет массу 18 г, а следовательно, его мольный объем приблизительно равен 18 см³/моль.

2. Давление p измеряется силой, приложенной к единице площади нормально к поверхности

$$p = \frac{f}{S}.$$

Давление положительно, когда силы сжимают тело; давление отрицательно, если сила растягивает тело.

Единица давления в системе CGS

$$p = \frac{1}{1 \text{ см}^2} = 1 \text{ бария}.$$

$$10^6 \text{ барий} = 1 \text{ бар};$$

$$0,001 \text{ бара} = 1 \text{ миллибар} = 1 \text{ мб}.$$

Миллибар употребляется в картах погоды.

Часто давление газа приходится выражать в атмосферах. Физическая атмосфера равна давлению столба ртути высотой в 760 мм. Нетрудно подсчитать, что $1 \text{ атм} = 1033 \frac{\Gamma}{\text{см}^2} = 1013 \text{ мб}$.

Такое давление называется *нормальным атмосферным давлением*.

Техническая атмосфера

$$1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2} = 1000 \frac{\Gamma}{\text{см}^2} = 10\,000 \frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2} = 0,98066 \cdot 10^6 \frac{\text{дн}}{\text{см}^2} = \text{давлению столба ртути в } 736 \text{ мм}; 1 \text{ мм рт. ст.} = 1,333 \text{ мб}; 1 \text{ мб} = 0,75 \text{ мм рт. ст.}$$

Для измерения давления газов употребляются *манометры*: а) ртутные (рис. 232); давление в сосуде А измеряется по разности уровней в трубках М и N, отсчитываемых по шкале; вместо ртути употребляют и другие жидкости; б) металлические (рис. 233 и 234); латунная трубка ABC соединена с резервуаром (котлом); запаянный конец ее соединен со стрелкой М, которая перемещается по шкале по мере того, как трубка изгибается под влиянием изменяющегося давления. Для измерения атмосферного давления служат

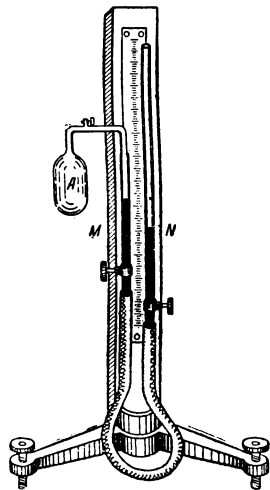


Рис. 232

также ртутные *барометры*, отсчет давления в которых производится по высоте столба ртути H (рис. 235) от поверхности ртути до уровня ее в чашке M ; известно, что в запаянном конце трубки над ртутью — «торичеселлиева пустота», в которой находится насыщенный пар ртути.

3. Третий параметр — *разность температур* двух тел, особая величина, которая оценивает, насколько эти тела далеки от теплового равновесия, т. е. от такого состояния, при котором между ними нет обмена энергией в форме теплоты (нет теплообмена).

Эмпирическая температура данного тела есть величина, оценивающая отклонение этого тела от теплового равновесия с другим телом, тепловое состояние которого считается постоянным и определяется постоянной точкой на температурной шкале. По международному соглашению 1933 г., намечены несколько таких точек. Из них две наиболее известны и важны:

а) температура равновесия между льдом и насыщенной воздухом водой при нормальном атмосферном давлении (точка плавления льда); обозначается $0^{\circ},000$;

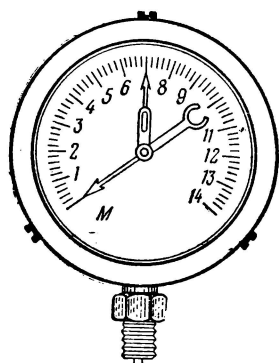


Рис. 233

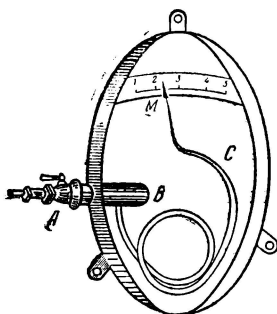


Рис. 234

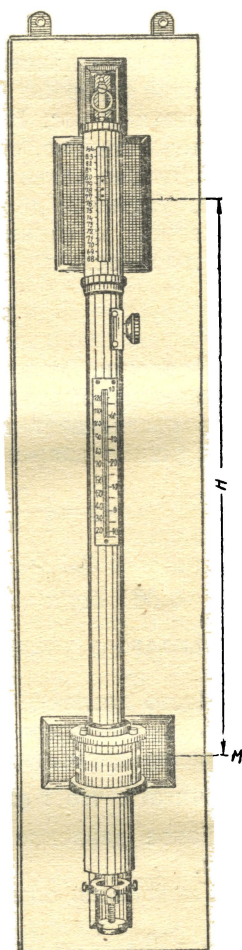


Рис. 235

б) температура равновесия между жидкой водой и ее паром при нормальном атмосферном давлении (точка кипения воды); обозначается $+100^{\circ},000$.

Таким образом, установлена шкала *Цельсия*¹, имеющая столь широкое распространение.

¹ Андерс Цельсий (1701—1744 гг.) — шведский ученый (Упсала).

Как термометр Цельсия, так и большинство иных термометрических приборов основаны на хорошо известном явлении — на расширении тел при нагревании.

а) Пусть объем тела при 0°С равен V_0 , а при t° равен V ; тогда $V = V_0 + V_0 \alpha t$; $V = V_0(1 + \alpha t)$, где

$$\alpha = \frac{V - V_0}{V_0 t} = \frac{\Delta V}{V_0 t}$$

есть коэффициент объемного расширения вещества.

б) Пусть проволока или стержень имеет длину l_0 при 0°С и l при t° ; тогда $l = l_0(1 + \beta t)$, где

$$\beta = \frac{l - l_0}{l_0 t}$$

есть коэффициент линейного расширения вещества.

Положив $l_0 = 1 \text{ см}$ и $V_0 = 1 \text{ см}^3$, легко показать, что $\alpha = 3\beta$.

Вот некоторые значения β и α :

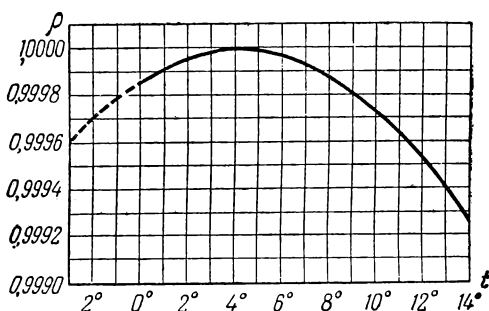


Рис. 236

Вещество	β	Вещество	α
Железо	$12 \cdot 10^{-6}$	Керосин	$96 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$18 \cdot 10^{-6}$	Ртуть	$18,2 \cdot 10^{-5}$
Свинец	$29 \cdot 10^{-6}$	Спирт	$110 \cdot 10^{-5}$
Стекло	$10 \cdot 10^{-6}$	Эфир	$161 \cdot 10^{-5}$
Платина	$9 \cdot 10^{-6}$	Серная кислота	$56 \cdot 10^{-5}$

Из опытов установлено, что жидкости расширяются значительно сильнее, чем твердые тела.

Известна аномалия воды: при 4°С вода имеет наименьший объем и наибольшую плотность, принимаемую за единицу (рис. 236).

Тщательные исследования показали, что коэффициенты расширения всех тел зависят от температуры, изменяясь для разных интервалов температур. Так, известный своими трудами по исследованию свойств жидкостей и газов французский ученый А м а г а (1893 г.) дает для нижеприведенных интервалов температуры следующие значения α для воды:

t°	$0 - 10^\circ \text{С}$	$10 - 20^\circ \text{С}$	$20 - 30^\circ \text{С}$	$30 - 40^\circ \text{С}$	$40 - 50^\circ \text{С}$
α	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$14,7 \cdot 10^{-5}$	$25,5 \cdot 10^{-5}$	$33,7 \cdot 10^{-5}$	$42,1 \cdot 10^{-5}$

Тщательное определение коэффициентов расширения веществ, особенно газов, позволяет очень точно определять температуры и следить за их изменениями.

Точнейшие способы измерения температур дает применение электрических измерений — термопары, болометра и т. п.

Международным соглашением эмпирическая температура t определяется пропорционально приращению давления водорода, объем которого поддерживается неизменным (рис. 232, в баллоне А находится водород). Кроме эмпирической температуры t , в термодинамике употребляется абсолютная температура T , которая отсчитывается от так называемого «абсолютного нуля», причем с точностью до сотых долей градуса. Между обеими температурами существует соотношение

$$T = t + 273,16^\circ.$$

Градусы абсолютной температуры носят название «градусов Кельвина». К определению абсолютной температуры мы еще вернемся.

Глава IX

СВОЙСТВА ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

§ 70. Понятие идеального газа. Изопродессы в газах

Учение о газах развилось более 200 лет тому назад; из газов до того времени был известен только воздух. Исследования Б о й л я, М а р и о т т а, Л о м о н о с о в а касались свойств этого единственного газа. Правда, алхимики употребляли слово «газ» для наименования продуктов горения, брожения, испарения и т. п., но те газы, которые играют роль в современной физике, химии, технике и технологии и некоторые являются простыми химическими телами, были открыты лишь в конце XVIII в.: Б л э к¹ открыл углекислый газ (1755 г.), К а в е н д и ш² — водород (1781 г.), П р и с т л и — кислород (1774 г.), Р у т е р ф о р д³ — азот (1772 г.) Значение всех этих открытий выяснил Л а в у а зье⁴, на их основании он построил систему химии.

Столь близкие по своей текучести к жидкостям газы резко отличаются от них: 1) огромной сжимаемостью; 2) произвольным расширением, при котором они занимают весь доступный им объем; иначе говоря, газы не имеют свободной поверхности, как жидкости; 3) малой вязкостью.

¹ Джозеф Блэк (1728—1799 гг.) — английский химик, разработал калориметрический метод.

² Генри Кавендиш (1731—1810 гг.) — английский физик и химик.

³ Даниель Рутерфорд (1749—1819 гг.) — шотландский химик.

⁴ Антуан Лавуазье (1743—1794 гг.) — французский химик.

Состояние идеального газа соответствует следующей молекулярной картине: 1) средние расстояния между молекулами идеального газа несравненно больше размеров его молекул; 2) силы молекулярного взаимодействия исчезающе малы; 3) в промежутках между столкновениями молекул их беспорядочное тепловое движение является прямолинейным и равномерным.

Состояние идеального газа достигается для всякого вещества при достаточно больших объемах V , малых давлениях p и при достаточно высоких температурах t .

Три величины — p , V , t — характеризуют данное состояние газа. Когда в системе происходит какой-либо процесс изменения состояния, то мы наблюдаем изменение этих величин; изменяется одна из них или две, или все три.

Опыт показывает, что изменения p , V , t зависимы друг от друга.

Для систематического изучения процессов в газах их надлежит классифицировать, для чего мы будем последовательно считать один из параметров состояния за постоянную величину.

1. Пусть процесс с данным количеством газа протекает при постоянной температуре ($t = \text{const}$). Такой процесс называется *изотермическим*. Пусть в течение этого процесса газ переходит из одного состояния в другое, которые характеризуются следующими величинами

$$\begin{aligned} V_0, p_0, t^\circ; \\ V, p, t^\circ. \end{aligned}$$

Температура остается постоянной, объем и давление изменяются. Опыт показал, что в этом случае связь между объемом и давлением выражается законом Бойля¹ — Мариотта²

$$\frac{V_0}{V} = \frac{p}{p_0}; \quad V_0 p_0 = V p;$$

вообще, при постоянной температуре для идеального газа

$$Vp = \text{const}, \quad (1)$$

где const есть величина постоянная. Это — *уравнение равнобочной гиперболы*, которую можно построить по точкам (рис. 237),

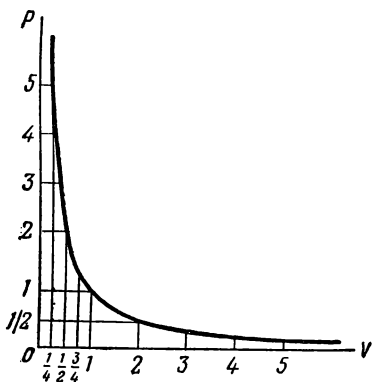


Рис. 237

¹ Роберт Бойль (1627—1691 гг.) — английский химик и физик; открыл закон вместе с Тоунлеем в 1662 г.

² Эдм Мариотт (1620—1684 гг.) — французский физик; открыл закон в 1676 г. независимо от Бойля.

по оси абсцисс отложим объемы, по оси ординат — соответствующие давления. Если наблюдаем связь между p и V при нескольких постоянных температурах t_1, t_2, t_3, \dots , то получим ряд гипербол 1, 2, 3, ... (рис. 238), соответствующих разным температурам; эти кривые называются *изотермами*.

Б о й л ь установил закон обратной пропорциональности объема и давления при помощи манометрических опытов, измеряя давления столбом ртути (рис. 232). М а р и о т т пришел к тому же закону, тщательно наблюдая изменения давления атмосферы на разных уровнях над поверхностью Земли.

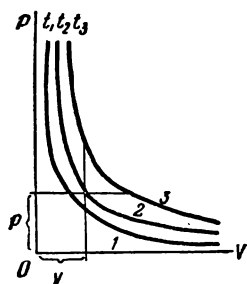


Рис. 238

Имея в виду, что для данной массы газа $m = V_0 \rho_0 = V \rho$, где ρ_0 и ρ — *плотности газа*, находим иное выражение для изотермического закона

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

2. Процесс при постоянном давлении ($p = \text{const}$); такой процесс называется *изобарическим*. Два состояния газа характеризуются следующими параметрами:

$$\begin{array}{lll} V_0, & p_0, & 0^\circ; \\ V, & p_0, & t^\circ. \end{array}$$

Из опыта установлено, что в этом случае связь между переменными V и t выражается законом Г е й - Л ю с с а к а

$$V = V_0(1 + \alpha t); \quad (2)$$

α — *коэффициент объемного расширения при постоянном давлении*. Опыты А м о н т о н а¹ (1703 г.) и затем обширные исследования расширения газов при изменении температуры Г е й - Л ю с с а к а² (1802 г.) позволили установить, что α постоянно для всех газов,

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0,00366.$$

Из выражения закона Г е й - Л ю с с а к а находим

$$V - V_0 = V_0 \alpha t; \quad \Delta V = V_0 \alpha t;$$

через ΔV обозначаем приращение объема газа V_0 при повышении температуры на t° ; следовательно, закон Г е й - Л ю с с а к а заклю-

¹ Г и л ь о м А м о н т о н (1663—1705 гг.) — французский физик и метеоролог — конструктор приборов.

² Г е й - Л ю с с а к (1778—1850 гг.) — французский физик и химик; кроме исследований свойств газов, сделал ряд важных открытий в химии. Сам Г е й - Л ю с с а к утверждал, что этот закон ранее был известен Ш а р л ю, но не был им выражен количественно, Ш а р л ь — построил аэростат с водородом (1783 г.).

чается в том, что приращение объема газа пропорционально температуре,

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \alpha t.$$

Откладывая по оси абсцисс температуры, по оси ординат — объемы, изобразим закон Гей-Люссака графически (рис. 239); при 0° объем V_0 , при t° объем $V = V_0 + \Delta V$; $\Delta V = \Delta V = V_0 \alpha t$. Ход изменения объема изображается прямой $O_1 B$.

Помня, что для данной массы газа

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\varrho_0}{\varrho},$$

закон Гей-Люссака (2) можно выразить иначе

$$1 + \alpha t = \frac{\varrho_0}{\varrho}; \quad \varrho = \frac{\varrho_0}{1 + \alpha t}. \quad (2')$$

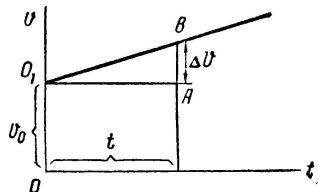


Рис. 239

3. Процесс при постоянном объеме или изохорический ($V = \text{const}$).

Два состояния газа в этом случае изобразятся так

$$\begin{aligned} V_0, p_0, 0^\circ, \\ V_0, p, t^\circ. \end{aligned}$$

Опыт показал, что связь между переменными p и t выражается законом, аналогичным закону Гей-Люссака¹;

$$p = p_0(1 + \gamma t). \quad (3)$$

Докажем, что для идеальных газов, точно следующих законам Бойля — Мариотта и Гей-Люссака, $\alpha = \gamma$.

Пусть имеем два процесса изменения состояния одного и того же количества газа

I процесс:

$$\left. \begin{matrix} V_0 & p_0 & 0^\circ \\ V & p & t^\circ \end{matrix} \right\} V = V_0 (1 + \alpha t)$$

II процесс:

$$\left. \begin{matrix} V_0 & p_0 & 0^\circ \\ V & p & t^\circ \end{matrix} \right\} p = p_0 (1 + \gamma t).$$

Если в двух конечных состояниях температуры равны (изотерма одна и та же), то к этим состояниям можно применить закон Бойля — Мариотта

$$V_0 p = V p_0; \text{ или } V_0 p_0 (1 + \alpha t) = V_0 p_0 (1 + \gamma t).$$

$$1 + \alpha t = 1 + \gamma t; \quad \alpha = \gamma = \frac{1}{273}.$$

¹ Закон, выраженный формулой (3), иногда называют законом Шарля, но без достаточных оснований к этому; раньше всех экспериментально подтвердил этот закон Амонта, но часто его называют законом Гей-Люссака.

Итак, вместо γ для идеальных газов можем написать тоже α

$$p = p_0(1 + \alpha t); \quad p - p_0 = p_0 \alpha t; \quad \Delta p = p_0 \alpha t. \quad (3')$$

Отложим по оси абсцисс температуры, по оси ординат — давления; тогда изменение давления при изохорическом процессе графически представится прямой O_1B (рис. 240); $AB = \Delta p$.

А м о н т о н первый указал (1703 г.), что, зная α , по изменениям объема и давления газа можно измерять температуру. Так, если сосуд A (рис. 232) наполнен воздухом или водородом, то, измеряя

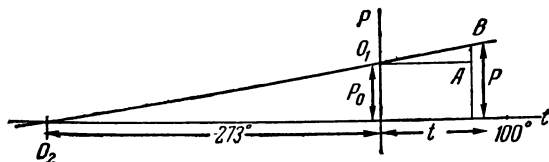


Рис. 240

ΔV или Δp , находим t ; этот манометр служит как *воздушный или водородный термометр*. Применяя процесс при постоянном объеме (формула 3) для двух разных температур t_1 и t_2 , имеем

$$p_1 = p_0(1 + \alpha t_1); \quad p_2 = p_0(1 + \alpha t_2); \\ p_2 - p_1 = p_0 \alpha (t_2 - t_1); \quad t_2 - t_1 = \frac{p_2 - p_1}{p_0 \alpha}.$$

Зная $1/p_0 \alpha$ — постоянное число для данного прибора, определяем разность температур по наблюдаемым давлениям.

Если прямую O_1B продолжим до пересечения с осью абсцисс в точке O_2 , то для определения значения абсциссы этой точки O_2 в уравнении

$$p = p_0(1 + \alpha t)$$

положим $p = 0$; находим

$$0 = p_0 \left(1 + \frac{1}{273} t \right); \quad \text{отсюда } t = -273^\circ \text{C}.$$

Таким образом, при температуре $t = -273^\circ \text{C}$, а более точно при $t = -273,16^\circ \text{C}$ давление газа становится равным нулю; с точки зрения молекулярно-кинетической теории *при этой температуре прекращается поступательное движение молекул газа. Эта точка $-273,16^\circ \text{C}$ и носит название — абсолютный нуль температуры.*

Многочисленные исследования в области низких температур английского физика Дьюара¹ и голландского Камерлинг-Оннеса², Кеезом³ и других позволили весьма близко подойти

¹ Джемс Дьюар (1842—1923 гг.) — английский физик и химик.

² Гейке Камерлинг-Оннес (1853—1926 гг.) — нидерландский физик, лауреат Нобелевской премии 1913 г. за исследования свойств вещества при низких температурах, в частности, за получение жидкого гелия.

³ Виллем Кеезом (1876—1956 гг.) — нидерландский физик.

к абсолютному нулю; низшая из достигнутых температур получена в 1935 г. Д е -Г а з о м всего на $0,0044^{\circ}$ выше абсолютного нуля. При понижении температуры газы можно обратить в жидкое состояние. Гелий представлял наибольшие трудности для сжижения; он был обращен в жидкость К а м е р л и н г-О н н е с о м лишь в 1910 г. Впоследствии (в 1927 г.) жидкий гелий был обращен в твердое состояние.

Температура, отсчитываемая от абсолютного нуля, называется абсолютной температурой; обозначив абсолютную температуру через T , находим связь ее с показаниями термометра Ц е л ь - с и я t

$$T = t + 273^{\circ}.$$

При числе градусов по абсолютной шкале ставят букву K , например: $T = 300^{\circ} K$, в честь английского физика К е л ь в и н а (У и л ь я м Т о м с о н¹).

Введя абсолютную температуру, можем иначе изобразить оба закона Г е й-Л ю с с а к а (формулы 2 и 3). Обозначим объем данной массы газа при $0^{\circ} C$ через V_0 и при $t^{\circ} C$ через V_1 , соответственно давления через p_0 и p_1 ; тогда имеем:

1. *Изобарический процесс* (формула 2)

$$V_1 = V_0 (1 + \alpha t_1) = V_0 \left(1 + \frac{1}{273} t_1 \right) = \frac{V_0}{273} (273 + t_1) = \frac{V_0}{273} T_1;$$

для другой температуры t_2

$$V_2 = \frac{V_0}{273} T_2.$$

Отсюда

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Это значит, что при изобарическом процессе изменения состояния данной массы газа *объемы при последовательных стадиях процесса прямо пропорциональны абсолютным температурам*.

2. *Изохорический процесс* (формула 3)

$$p_1 = \frac{p_0}{273} T_1; \quad p_2 = \frac{p_0}{273} T_2;$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

В случае изохорического изменения данной массы газа *давления последовательных состояний прямо пропорциональны абсолютным температурам*.

¹ У и л ь я м Т о м с о н (лорд Кельвин, 1824—1907 гг.) — английский физик, теоретик и экспериментатор.

§ 71. Уравнение состояния идеального газа

Положим, что при каком-нибудь процессе все три параметра состояния газа — переменные величины. Для установления связи между p , V , t в этом случае рассмотрим три последовательные состояния данной массы газа, в которые он переходит в течение процессов:

1. V_0 p_0 0° ;
2. V_0 p_2 t° ;
3. V p t° .

Переход от первого состояния (1) ко второму (2) осуществляется *путем изохорического процесса*. По закону Гей-Люссака

$$p_2 = p_0(1 + \alpha t).$$

Переход от второго состояния (2) к третьему (3) протекает *путем изотермического процесса*. По закону Бойля — Мариотта

$$V_0 p_2 = V p.$$

Подставив значение p_2 во второе уравнение, находим

$$V_0 p_0(1 + \alpha t) = V p,$$

или

$$\frac{V p}{1 + \alpha t} = V_0 p_0. \quad (4)$$

Если бы процессы закончились при иных параметрах состояния V_1 , p_1 , t_1 , то уравнение (4) пришлось бы записать так

$$\frac{V_1 p_1}{1 + \alpha t_1} = V_0 p_0. \quad (4')$$

Подобных соотношений можно написать сколько угодно. Следовательно,

$$\frac{V p}{1 + \alpha t} = \frac{V_1 p_1}{1 + \alpha t_1} = \dots = \frac{V_n p_n}{1 + \alpha t_n}.$$

Это значит, что написанная дробь есть величина постоянная, обозначим ее через B .

$$\frac{V p}{1 + \alpha t} = B; \quad V p = B(1 + \alpha t). \quad (5)$$

Это уравнение связывает все три величины, характеризующие состояние газа, и потому его называют *характеристическим уравнением состояния газов или просто уравнением состояния газов*.

Очевидно, что уравнение (5) приложимо лишь к тем газам, которые строго следуют законам Бойля — Мариотта и Гей-Люссака; такие газы являются идеальными. Уравнение (5) есть *уравнение состояния идеального газа*.

Все реальные газы более или менее отклоняются от законов Бойля — Мариотта и Гей-Люссака, наиболее близки по своим свойствам к идеальным газам водород и гелий; при умень-

шении плотности (при низких давлениях) все газы и пары приближаются к идеальным газам. Вообще понятие об идеальном газе является предельным, оно в высокой степени полезно для изучения свойств реальных газов; газы и пары в общем следуют названным законам, и потому к ним применимы уравнения для идеальных газов с надлежащими поправками. Понятие идеального газа приблизительно правильно отражает свойства реальных газов.

В уравнение (5) введем абсолютную температуру

$$Vp = B \left(1 + \frac{t}{273} \right); \quad Vp = \frac{B}{273} T.$$

Обозначив постоянное число $\frac{B}{273}$ через R , получим ту форму уравнения состояния идеальных газов, которая называется *уравнением Клапейрона* (1834 г.),

$$Vp = RT. \quad (6)$$

§ 72. Универсальная газовая постоянная

Плотность газа обычно относят к воздуху; в этом случае плотностью газа называют отношение массы этого газа в данном объеме к массе воздуха в том же объеме при одинаковых условиях температуры и давления.

Поэтому знание плотности воздуха приобретает фундаментальное значение.

Разработаны в высшей степени точные лабораторные приемы для определения плотности воздуха. Сущность этих приемов вообще заключается в том, что взвешивают некоторый сосуд A (рис. 241) с воздухом и затем без воздуха, эвакуировав его до возможной степени, находят массу воздуха m в объеме сосуда V и плотность его

$$\rho_{\text{воздуха}} = \frac{m}{V} \quad (7)$$

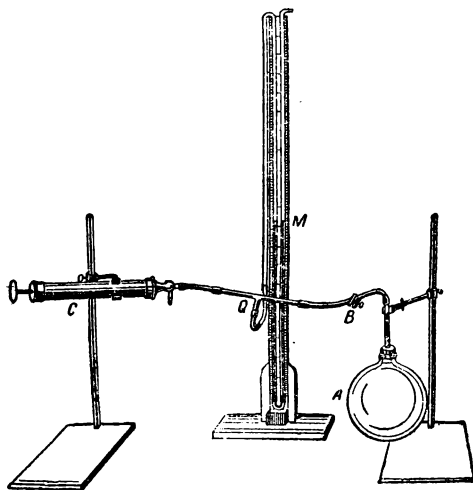


Рис. 241

при данной температуре t° и давлении h . Для перехода к нормальной плотности ρ_0 воздуха при 0° С и 760 мм рт. ст. давления рассуждаем так:

Плотность воздуха при 0°C и 760 мм рт. ст. ϱ_0

» при 0°C и 1 » » $\frac{\varrho_0}{760}$

» при 0°C и h » » $\frac{\varrho_0 h}{760}$

» при $t^{\circ}\text{C}$ и h » » $\frac{\varrho_0 h}{760(1+\alpha t)}$

Итак, плотность воздуха ϱ при температуре $t^{\circ}\text{C}$ и давлении h выразится так

$$\varrho = \frac{\varrho_0 h}{760(1+\alpha t)};$$

отсюда находим

$$\varrho_0 = \frac{\varrho \cdot 760 (1+\alpha t)}{h}. \quad (8)$$

Это рассуждение, конечно, применимо ко всякому иному газу.

В высшей степени точными экспериментами установлено численное значение нормальной плотности воздуха ϱ_0 ,

$$\varrho_0 = 0,001293 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Перейдем к изучению уравнения состояния идеальных газов в форме, данной К л а п е й р о н о м¹ в 1834 г.,

$$Vp = RT.$$

Следовательно, *произведение объема данной массы газа на его давление пропорционально абсолютной температуре*. Выясним, каков физический смысл постоянной R в уравнении К л а п е й р о н а.

Возьмем 1 кг газа, пусть $V = \frac{1}{\varrho}$ его удельный объем; не изменяя давления (изобарически), повысим температуру этого газа от T° до $(T+1)^{\circ}$; тогда уравнение К л а п е й р о н а по отношению к этим двум состояниям газа напишется так

$$Vp = RT; \quad V_1 p = R(T+1);$$

вычтя из второго первое уравнение, находим

$$p(V_1 - V) = R; \quad p\Delta V = R. \quad (9)$$

Обсудим полученный результат.

Чтобы выяснить, какую величину определяет произведение $p\Delta V$, представим себе 1 кг газа под поршнем в цилиндре при одном и том же давлении p (рис. 242); площадь поршня S . При повыше-

¹ Б е н у а К л а п е й р о н (1799—1864 гг.) — французский физик и инженер; долгое время жил в Петербурге, где состоял профессором Института путей сообщения (1820—1830 гг.); один из основателей термодинамики.

нии температуры газ расширяется и совершает работу, поднимая поршень на высоту h ; произведенная газом работа выразится так

$$W = fh; f = pS; W = pSh;$$

но $Sh = \Delta V$ — приращение первоначального объема при подъеме поршня на высоту h ; поэтому

$$W = p\Delta V. \quad (10)$$

Таким образом, произведение давления газа на приращение его объема измеряет произведенную газом работу изобарического расширения при повышении температуры.

Мы видим, что постоянная в уравнении Клапейрона R численно равна работе 1 кг данного газа (плотность ϱ), которую он совершает при повышении его температуры на 1°C при постоянном давлении.

Рассмотрим, как определить численное значение R для разных газов объемом V .

$$Vp = RT; R = \frac{Vp}{T} = \frac{p}{\varrho T};$$

здесь $V = mv$, где v — удельный объем и $m = 1 \text{ кг}$.

1. Для воздуха имеем $\varrho = 1,293 \text{ кг/м}^3$; $V = 0,773 \text{ м}^3/\text{кг}$; $T = 273^\circ \text{K} = 0^\circ \text{C}$; давление равно 1 атм ; $p = 1 \text{ атм} = 10336 \text{ кг/м}^2$. Так как число R для данного газа постоянно, то, вычислив его для воздуха при указанных частных условиях, найдем общее значение R для этого газа

$$R = \frac{Vp}{T} = \frac{0,773 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} \cdot 10336 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}}{273^\circ} = 29,28 \frac{\text{кгм}}{\text{кг} \cdot \text{град}}. \quad (11)$$

2. Если взять не воздух, а какой-нибудь другой газ, плотность которого по отношению к воздуху обозначим через Δ_0 , то для него постоянная R выразится так

$$R = \frac{p}{\Delta_0 \varrho_0 T} = \Delta_0^{-1} \frac{p}{\varrho_0 T} = \Delta_0^{-1} \cdot 29,28 \frac{\text{кгм}}{\text{кг} \cdot \text{град}}.$$

Таким образом, уравнение Клапейрона для 1 кг любого газа, плотность которого по отношению к воздуху Δ_0 , напишется так

$$Vp = \Delta_0^{-1} \cdot 29,28 T.$$

3. Если же берем вообще некоторый объем газа V , то масса этого газа m в объеме V при данных условиях выразится так

$$m = V\varrho\Delta;$$

поэтому

$$\frac{V}{m} p = \Delta^{-1} \cdot 29,28 T; Vp = m\Delta^{-1} \cdot 29,28 T. \quad (12)$$

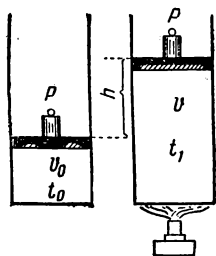


Рис. 242

Это уравнение К л а п е й р о н а для всех газов при любой массе m ; оно связывает три характеристики газа, а потому может служить для решения всех вопросов о состоянии газа.

Постоянная К л а п е й р о н а для любой массы m газа, как видно из последнего уравнения, изобразится так: $R = m\Delta^{-1} \cdot 29,28$.

Д. И. Менделеев придал уравнению К л а п е й р о н а более общий и практически удобный для физико-химических вычислений вид, введя в него значение R_0 для грамм-молекулы¹.

Грамм-молекула (короче «моль») данного вещества есть число граммов, равное его молекулярному весу; обозначив молекулярный вес вещества через μ , получим его грамм-молекулу, равную μ граммов.

Весьма точные измерения установили следующее важное положение:

1 л водорода при 0°C и 760 мм рт. ст. весит 0,08987 Г и его молекулярный вес 2,016, следовательно, его моль $\mu = 2,016$ г; можем найти объем его грамм-молекулы при нормальных условиях

$$\frac{2,016}{0,08987} = 22,421 \text{ л} = 22\,421 \text{ см}^3.$$

На основе химического закона А в о г а д р о грамм-молекула всякого газа или пара при нормальных условиях (0°C и 760 мм рт. ст.) занимает один и тот же объем, именно $V_0 = 22,421 \text{ л} = 22\,421 \text{ см}^3$.

Напишем уравнение К л а п е й р о н а для нормального состояния грамм-молекулы какого-либо газа

$$p_0 V_0 = R_0 T_0;$$

здесь $p_0 = 1 \text{ атм} = 10336 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$; $V_0 = 0,022\,421 \text{ м}^3$; $T_0 = 273^\circ \text{C}$; можем определить R_0 .

По отношению к грамм-молекуле R_0 имеет постоянное значение для всех газов, не зависящее от их индивидуальных свойств; по современным данным

$$\begin{aligned} R_0 &= 0,848 \frac{\text{кгм}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = 8,31696 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = 8,317 \frac{\text{дж}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = \\ &= 1,986 \frac{\text{кал}}{\text{моль} \cdot \text{град}}. \end{aligned}$$

Это значит, что при изобарическом повышении температуры на 1°C грамм-молекула какого угодно газа совершает работу, эквивалентную приблизительно 2 кал.

Если при вычислении R_0 положить $p = 1 \text{ атм}$, $V_0 = 22,421 \text{ л}$, то находим

$$R_0 = \frac{1 \text{ атм} \cdot 22,421 \text{ л}}{273} = 0,082 \frac{\text{л атм}}{\text{моль} \cdot \text{град}}.$$

¹ Д. И. Менделеев, Основы химии, стр. 131, 522 (8 изд.).

Единица работы — *литр-атмосфера* — часто употребляется в технических расчетах; размерность ее, конечно, равна размерности работы.

Соотношение с другими единицами работы:

$$1 \text{ литр-атмосфера} = 1000 \text{ см}^3 \cdot 1,013 \cdot 10^6 \frac{\text{дн}}{\text{см}^2} = 1013 \cdot 10^6 \text{ эрг} = 101,3 \text{ дж} = 24,2 \text{ кал.}$$

Если имеем 1 грамм-молекулу любого газа при любых условиях p, V, T , то для этого состояния уравнение напомним так

$$pV = R_0 T.$$

Если же перейти от грамм-молекулы к m граммам газа, то для любого количества газа при условиях p, V, T уравнение получает наиболее общий вид

$$pV = \frac{m}{\mu} R_0 T. \quad (13)$$

Это формула Менделеева (1874 г.), о которой он говорит: «Считаю эту формулу, мною данную, существенно важной в физико-химическом смысле».

При помощи формулы Менделеева можно вычислять параметры, характеризующие состояние любых газов в любых количествах. Например, из уравнения Менделеева получаем формулу для вычисления плотности любого газа при любых условиях температуры и давления

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{R_0 T}. \quad (a)$$

Напишем эту формулу для водорода при тех же условиях

$$\rho_{H_2} = \frac{p \cdot 2}{R_0 T}. \quad (б)$$

Взяв отношение ρ к ρ_{H_2} , находим D плотность данного газа по отношению к водороду

$$D = \frac{\rho}{\rho_{H_2}} = \frac{\mu}{2}; \quad \mu = 2D.$$

Молекулярный вес любого газа равен удвоенной плотности его по отношению к водороду; это одно из важных положений химии.

Заметим, в заключение, что в практике часто бывает удобнее пользоваться уравнением состояния идеальных газов совсем без газовой постоянной. Пусть в условиях задачи даны все три параметра одного состояния: p_1, V_1, T_1 — и два параметра другого состояния, например, p_2 и V_2 . Требуется найти третий параметр T_2 . Определяя R_0 из двух уравнений для каждого из двух состояний и приравнявая правые части уравнений, получим

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

При употреблении этой формулы нет надобности заботиться о том, чему равна масса газа. Но если приходится брать формулу с газовой постоянной, то следует всегда позаботиться об определении массы газа. Если она не приведена явно, то можно определить число молей ν из формулы Менделеева

$$\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{pV}{R_0 T},$$

откуда, если нужно, определяется M по параметрам состояния и молекулярному весу. Нужно, конечно, следить за тем, чтобы p , V и R_0 были выражены в одной и той же системе единиц.

§ 73. Смеси газов

Если смешиваются несколько газов в разных количествах с разными значениями параметров состояния, то можно определить состояние смеси этих газов, если учесть, что масса смеси равна сумме масс ее компонентов, а энергия смеси равна сумме энергий компонентов.

Для каждого i -го компонента

$$\frac{M_i}{\mu_i} = \frac{p_i V_i}{R_0 T_i}.$$

Для всей смеси

$$\frac{M}{\mu} = \frac{pV}{R_0 T}.$$

При этом $M = \sum m_i$, а число молей смеси равно сумме молей смешиваемых газов (компонентов смеси)

$$\nu = \sum \nu_i,$$

или

$$\frac{M}{\mu} = \sum \frac{M_i}{\mu_i}.$$

Отсюда

$$\frac{pV}{T} = \sum \frac{p_i V_i}{T_i}.$$

Для температуры смеси получим

$$T = \frac{pV}{\sum \frac{p_i V_i}{T_i}}.$$

В дальнейшем (стр. 240) будет доказано, что внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{3}{2} pV.$$

Так как для смеси $U = \sum U_i$, то, очевидно,

$$pV = \sum p_i V_i.$$

Но при смешении все компоненты смеси распределяются равномерно в объеме всей смеси, т. е. после смешения $V_i = V$. Сокращая равные объемы, получим формулу закона Дальтона для смеси газов

$$p = \sum p_i,$$

т. е. давление смеси газов равно сумме давлений газов, составляющих смесь. Давления отдельных компонентов смеси называются *парциальными*. Отсюда следует, что барометрическое давление представляет собой сумму парциальных давлений азота, кислорода, углекислого газа, водяного пара, аргона и т. д.

Барометрическое давление влажного воздуха p' складывается из давления сухого воздуха p и водяного пара e , т. е. $p' = p + e$.

Глава X

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

§ 74. Основное уравнение кинетической теории газов

Кинетическая теория материи вводит в физику *статистический метод*, который имеет дело с изучением средних и наиболее вероятных результатов множества отдельных процессов, беспорядочно протекающих в среде, заключающей в себе огромное число однородных элементов. Физический закон в этой области надо понимать как средний вывод из бесчисленного множества соотношений, возникающих во времени и в пространстве, которое мы представляем себе заполненным изучаемой средой, например газом.

Основная задача кинетической теории газов заключается в том, чтобы выяснить связь, которая с точки зрения принятой гипотезы должна существовать между макроскопически наблюдаемыми средними значениями объема (плотности), давления и температуры газа и теми величинами, которые характеризуют недоступные нашим органам чувств микроскопические явления, протекающие в молекулярной среде.

Мы будем предполагать, что в идеальном газе молекулы не связаны между собой какими-либо силами взаимодействия, они свободны и от столкновения до столкновения движутся по прямым линиям, а столкновения происходят по законам удара упругих шаров.

Опишем около молекулы O (рис. 243) сферу радиусом приблизительно 10^{-7} см; все молекулы O_1, O_2, \dots на расстояниях больших этого радиуса не взаимодействуют с молекулой O ; эта сфера называется «сферой заметного действия». Если молекулы реального газа раздвинуты друг от друга на расстояния большие, чем 10^{-7} см,

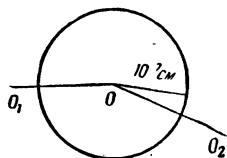


Рис. 243

что возможно в разреженном состоянии при низких давлениях и малых плотностях, то при этих условиях и реальные газы по своим свойствам приближаются к идеальным.

Именно на основе таких представлений в пятидесятых годах XIX в. была постепенно создана кинетическая теория газов трудами ряда исследователей, из которых следует особенно выделить М а к с в е л л а¹, К л а у з и у с а² и Д ж о у л я³; их предшественниками (в XVIII в.) надо считать Д а н и и л а Б е р н у л л и и М . В . Л о м о н о с о в а⁴, которые наметили основы теории.



Рис. 244

Представление о хаотически движущихся в данном объеме молекулах влечет за собой необходимость их столкновений между

собою и со стенками, причем скорости их постоянно меняются по величине и направлению (рис. 244). Хотя позднейшие исследования установили явления *адсорбции*, т. е. сгущение газов на стенках, и другие явления, усложняющие законы столкновения молекул со стенками, однако первоначальная теория идеального газа, рассматривающая молекулы, как упругие шары, позволяет вывести *основное уравнение* теории, которое связывает макроскопические и микроскопические величины и допускает опытную проверку выводов из гипотетически установленных соотношений; как увидим, оно включает в себя все экспериментальные законы газового состояния и весьма расширяет наше понимание основ молекулярной теории.

Выделим в занимаемом газом объеме V (рис. 245) куб с ребром в 1 см (рис. 246); в нем находится огромное число молекул в хаотическом движении, причем скорости их имеют самые различные направления и разные значения по величине.

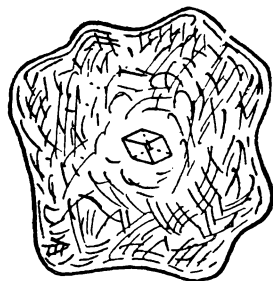


Рис. 245

Возьмем в выделенном кубе одну молекулу *O* с массой *m*, и пусть она имеет в данный момент скорость *u*; разложим эту скорость по направлениям осей, перпендикулярных к граням куба; тогда

$$u^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2,$$

где \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} суть слагающие скорости *u* по осям координат.

¹ Д ж е м с К л е р к М а к с в е л л (1831—1879 гг.) — английский физик, создатель теории электромагнитного поля и электромагнитной теории света, один из основателей кинетической теории газов.

² Р у д о л ф К л а у з и у с (1822—1888 гг.) — немецкий физик, работал в области молекулярной физики и термодинамики.

³ Д ж е м с П р е с к о т т Д ж о у л ь (1818—1889 гг.) — английский физик-экспериментатор.

⁴ М . В . Л о м о н о с о в . «Размышления о причине теплоты и холода»; «Опыт теории упругости силы воздуха»; полное собрание сочинений, т. 2.

При столкновении этой молекулы с правой гранью куба изменится слагающая \dot{x} , обратившись в $-\dot{x}$. Если даже удар был не направлен нормально к стенке AB (рис. 247), то, разложив скорость в момент удара на две — нормальную к стенке $u_1 = \dot{x}$ и параллельную стенке u_2 , — мы видим, что после удара изменится лишь нормальная слагающая, меняя свой знак. Поэтому количество движения, полученное стенкой в момент удара, выразится так

$$m\dot{x} - (-m\dot{x}) = 2m\dot{x}.$$

После этого удара молекула вообще отразится от правой стенки под некоторым углом, но рассматриваемая слагающая ($-\dot{x}$) может вновь измениться лишь при ударе о левую стенку, затем опять при ударе о правую и т. д. Время t между двумя последовательными ударами о правую стенку равно $t = \frac{2}{x}$ (ребро куба равно единице); поэтому в течение одной секунды правая стенка испыты-

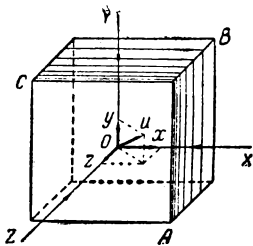


Рис. 246

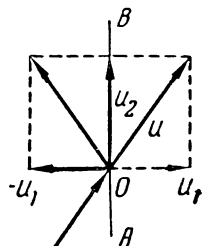


Рис. 247

вает от этой молекулы всего

$$1:t = 1:\frac{2}{x} = \frac{\dot{x}}{2}$$

ударов, и общий импульс за одну секунду выразится так

$$2m\dot{x} \cdot \frac{\dot{x}}{2} = m\dot{x}^2.$$

По II закону Ньютона имеем импульс за 1 сек

$$f_1 \cdot 1 = m\dot{x}^2; f_1 = m\dot{x}^2.$$

Также выразятся силы f_2 и f_3 , действующие на стенки BC и AC

$$f_2 = m\dot{y}^2; f_3 = m\dot{z}^2.$$

Мы рассматриваем действие одной молекулы; если в кубе (1 см^3) заключается n_0 молекул с массами m_1, m_2, m_3, \dots , а скорости их соответственно равны u_1, u_2, u_3, \dots , то, прилагая к каждой из них предыдущее рассуждение и суммируя силы, действующие на стенки AB, BC, CA при ударах всех молекул, мы определяем силу, приходящуюся на 1 см^2 каждой стенки, т. е. давления p_1, p_2, p_3, \dots , которые газ на них оказывает

$$\begin{aligned} p_1 &= m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_3 \dot{x}_3^2 + \dots + m_n \dot{x}_n^2; \\ p_2 &= m_1 \dot{y}_1^2 + m_2 \dot{y}_2^2 + m_3 \dot{y}_3^2 + \dots + m_n \dot{y}_n^2; \\ p_3 &= m_1 \dot{z}_1^2 + m_2 \dot{z}_2^2 + m_3 \dot{z}_3^2 + \dots + m_n \dot{z}_n^2. \end{aligned}$$

Так как движение молекул вполне хаотично, равномерно беспорядочно, то в среднем ни одно направление не имеет преимуществ перед другими, а потому *в среднем давления на все стенки равны*

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 = p_3 = p; \\ 3p &= m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) + m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2) + \\ &+ m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2 + \dot{z}_3^2) + \dots + m_n (\dot{x}_n^2 + \dot{y}_n^2 + \dot{z}_n^2). \\ 3p &= m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 + m_3 u_3^2 + \dots + m_n u_n^2; \\ p &= \frac{1}{3} (m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 + m_3 u_3^2 + \dots + m_n u_n^2). \end{aligned} \quad (1)$$

Если все молекулы газа имеют одинаковую массу

$$m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n = m,$$

то

$$p = \frac{1}{3} m (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2).$$

Введем новую величину u , называемую *средней квадратичной скоростью*, положив

$$u^2 = \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2}{n_0};$$

тогда давление в объеме 1 см^3 выразится так

$$p = \frac{1}{3} m n_0 u^2. \quad (1')$$

Перейдем от объема 1 см^3 к произвольному объему V ; число n частиц в этом объеме будет равно

$$n = n_0 V.$$

Следовательно,

$$n_0 = \frac{n}{V}; \quad p = \frac{1}{3} \frac{n}{V} m u^2; \quad pV = \frac{1}{3} n m u^2. \quad (1'')$$

Эту формулу изобразим так

$$pV = \frac{2}{3} n \frac{m u^2}{2}. \quad (2)$$

Полученное соотношение есть *основное уравнение кинетической теории газов*; в нем связаны измеряемые (*макроскопические*) величины p и V с величинами n , m , u , характеризующими *микроскопические* явления в мире молекул согласно нашему гипотетическому представлению о газе.

Так как в идеальных газах вся внутренняя энергия U есть не что иное, как сумма кинетических энергий молекул этого газа, то из равенства (2) следует

$$U = \frac{3}{2} pV.$$

Отметим статистический характер вывода; давление

$$p = \frac{2}{3} \frac{n}{V} \frac{mu^2}{2} \quad (2')$$

зависит от средних значений величин n и u , и потому вычисленное p тоже дает среднее значение давления; на данный 1 см^2 стенки (рис. 247) давление может быть и больше, и меньше p , но в среднем оно будет иметь значение, определяемое формулой (2').

Величина $\frac{n}{V} = n_0$ статистически определяет число молекул в единице объема газа, поэтому

$$p = \frac{2}{3} \frac{n_0 mu^2}{2}. \quad (2'')$$

Давление газа пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул в единице объема газа.

§ 75. Число Авогадро

Для дальнейшего развития теории уравнение (2) следует отнести к *грамм-молекуле* данного газа.

Обозначим через N *число молекул в грамм-молекуле* какого-либо газа, а объем грамм-молекулы — через V , тогда уравнение (2) примет вид

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{mu^2}{2}.$$

Это основное уравнение (2), отнесенное к грамм-молекуле некоторого газа.

Число молекул в грамм-молекуле N называется *числом Авогадро*; оно является одной из важнейших основных постоянных современного естествознания.

Рассмотрим, как обнаруживается постоянство N для всех веществ.

А в о г а д р о¹, опираясь, главным образом, на исследования Гей-Люссака, высказал следующую гипотезу: «*Два каких-либо газа, взятых в одинаковых условиях давления и температуры, содержат в равных объемах одно и то же число молекул*». Это положение, играющее основную роль в химии, является одним из следствий кинетической теории. Проследим рассуждение, которое приводит к этому положению.

1. Пусть имеем два равных объема $V_1 = V_2$ двух газов при одинаковых давлениях $p_1 = p_2$. На основании формулы (2) имеем

$$p_1 = \frac{2}{3} \frac{n_1}{V_1} \frac{m_1 u_1^2}{2}; \quad p_2 = \frac{2}{3} \frac{n_2}{V_2} \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (a)$$

¹ Амедео Авогадро (1776—1856 гг.) — итальянский ученый; его гипотеза (1811 г.) была всесторонне развита и обоснована французскими учеными Ампером и Жераром (1856 г.).

Смешаем эти газы без затраты внешней энергии, без изменения температуры и давления. Тогда взаимные столкновения молекул поведут к тому, что, при стремлении газа или смеси газов к устойчивому состоянию, все молекулы данной массы газа будут обмениваться энергией до тех пор, пока средняя кинетическая энергия поступательного движения всех молекул не станет одинакова, т. е. пока энергия равномерно не распределится между всеми возможными видами существующих движений.

В рассматриваемом случае это положение о *равном распределении энергии* приводит к тому, что средняя кинетическая энергия молекул станет одинакова

$$m_1 u_1^2 = m_2 u_2^2. \quad (б)$$

Сопоставив выражения (а), (б), находим

$$n_1 = n_2.$$

Мы пришли к гипотезе, или, как чаще говорят, к *закону Авогадро*: «Два равных объема каких угодно газов при одинаковых давлениях и температурах содержат одно и то же число молекул».

2. Только что установлено, что в равных объемах газов находится равное число молекул: $n_1 = n_2$; с другой стороны, установлено, что две грамм-молекулы любых двух газов при 0° и 760 мм рт. ст. имеют один и тот же объем 22 421 см³; поэтому закон А в о г а д р о получает следующее выражение: *грамм-молекулы любых газов содержат одно и то же число молекул*.

Постоянное число N молекул в грамм-молекуле называется *числом Авогадро*.

3. Ввиду того, что число А в о г а д р о N для всей современной физики является одной из важнейших констант, лучшие экспериментаторы предложили свыше 12 независимых друг от друга способов для его определения; все эти способы дают числа одного и того же порядка; как наиболее вероятное значение, в настоящее время принято

$$N = (6,02486 \pm 0,00016) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Таково число молекул в грамм-молекуле или число атомов в грамм-атоме любого вещества.

Зная число N и объем грамм-молекулы при 0° С и 760 мм рт. ст. ($V = 22\,420,7 \text{ см}^3$), определяем n — число молекул газа в 1 см³ при 0° С и 760 мм рт. ст.

$$L = \frac{N}{22\,421} = (2,68719 \pm 0,00010) \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

Это так называемое *число Лошмидта* (1865 г.).

Зная атомный вес элемента A , находим массу его атома

$$m = \frac{A}{N}$$

Так находим основное число — массу атома водорода

$$m_{H_2} = \frac{A_{H_2}}{N} = \frac{1,008}{6,024 \cdot 10^{23}} = 1,673 \cdot 10^{-24} \text{ (г)}.$$

§ 76. Выводы из основного уравнения кинетической теории газов

Напишем основное уравнение кинетической теории газов для грамм-молекулы (или моля), вводя в уравнение (2) число A в о-г а д р о N и объем моля V при данных условиях

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{mu^2}{2}. \quad (3)$$

Уравнение (3) связывает наблюдаемые и подлежащие измерению величины p и V с величинами N , m , u , которые введены молекулярной гипотезой; эта связь установлена на основе гипотетического воззрения на газ, как на собрание хаотически движущихся молекул; теперь надлежит сделать возможные выводы из этого уравнения и рассмотреть, соответствуют ли они действительности, не противоречат ли они эксперименту. Такое исследование выводов из уравнения, построенного на основе гипотезы, послужит ее проверкой.

1. Сопоставим основное уравнение (3) с уравнением К л а п е й р о н а

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{mu^2}{2}; \quad pV = R_0 T; \quad R_0 = 8,317 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{моль} \cdot \text{град}};$$

$$R_0 T = \frac{2}{3} N \frac{mu^2}{2}; \quad T = \frac{2}{3} \frac{N}{R_0} \frac{mu^2}{2}, \quad (4)$$

где N и R_0 постоянные числа; поэтому приходим к важному заключению: *абсолютная температура газа пропорциональна средней кинетической энергии $\left(\frac{mu^2}{2}\right)$ поступательного движения молекул.*

Этот вывод следует отметить, как связь между макроскопической величиной T — температурой — и микроскопической средней кинетической энергией молекулярного движения.

2. Из уравнения (4) имеем

$$\frac{2}{3} \frac{mu^2}{2} = \frac{R_0}{N} T = kT.$$

Здесь $k = \frac{R_0}{N}$ есть универсальная газовая постоянная, отнесенная к одной молекуле; зная R_0 и N , можем вычислить k

$$k = \frac{R_0}{N} = (1,38044 \pm 0,00007) \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{град}^{-1}.$$

Как видим, это число k также постоянно для всех газов, его называют *постоянная Больцмана*¹. Так как R_0 оценивает приращение энергии одного моля при повышении температуры на 1° , то ясен физический смысл и величины k ; она оценивает изменение энергии одной молекулы при повышении температуры газа на 1°C .

Из предыдущей формулы находим зависимость средней кинетической энергии молекул газа от абсолютной температуры

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (5)$$

Это важное соотношение имеет большое значение в молекулярно-кинетической теории.

3. Если T постоянно (процесс изотермический), то и $\frac{mu^2}{2}$ постоянно, и из основного уравнения (3) имеем

$$pV = \text{const};$$

это и есть закон Б о й л я — М а р и о т т а; нам известно, что он ранее, еще в XVII в., был установлен опытным путем, теперь мы получили его как следствие основного уравнения кинетической теории газов.

4. Пусть объем газа V_0 соответствует температуре T_0 ; затем температура изменяется до T_1 при постоянном давлении p , соответствующий объем пусть равен V_1 . Для каждой из этих стадий напомним основное уравнение

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \frac{mu_0^2}{2}; \quad V_0 = \frac{2}{3} \frac{N}{p} \frac{mu_0^2}{2};$$

$$pV_1 = \frac{2}{3} N \frac{mu_1^2}{2}; \quad V_1 = \frac{2}{3} \frac{N}{p} \frac{mu_1^2}{2};$$

вычитая из второго выражения первое, находим

$$V_1 - V_0 = \Delta V = \frac{2}{3} \frac{N}{p} \left(\frac{mu_1^2}{2} - \frac{mu_0^2}{2} \right).$$

Уравнение (5) дает

$$\frac{mu_1^2}{2} = \frac{3}{2} kT_1; \quad \frac{mu_0^2}{2} = \frac{3}{2} kT_0;$$

поэтому

$$\Delta V = \frac{Nk}{p} (T_1 - T_0) = \frac{R_0}{p} (T_1 - T_0).$$

¹ Л ю д в и г Б о л ь ц м а н (1844—1906 гг.) — немецкий физик, работы которого относятся к области молекулярной теории, термодинамики и теории излучения.

Мы получили закон Гей-Люссака как следствие основного уравнения кинетической теории газов: *приращение объема газа при постоянном давлении пропорционально изменению температуры.*

Развитие следствий из основного уравнения кинетической теории газов привело нас к законам, ранее установленным эмпирически; все газовые законы могут быть рассматриваемы как следствия из кинетической теории газов.

5. Произведение Nm определяет массу грамм-молекулы данного газа; обозначим ее через μ ; тогда

$$pV = \frac{2}{3} \frac{\mu u^2}{2};$$

подставляя сюда

$$pV = R_0 T,$$

находим

$$\frac{\mu u^2}{2} = \frac{3}{2} R_0 T. \quad (6)$$

Так как в идеальном газе не предполагается никаких сил молекулярных взаимодействий, то вся внутренняя энергия идеального газа U определяется кинетической энергией его молекул. Поэтому внутренняя энергия одного моля идеального газа определится формулой

$$U = \frac{\mu u^2}{2}; \quad U = \frac{3}{2} R_0 T. \quad (7)$$

Следовательно, *внутренняя энергия идеального газа не зависит от его объема и давления и есть функция лишь его температуры.*

К этому же выводу относительно внутренней энергии идеального газа пришел Джоуль на основании своих опытов (1841 г.). Два баллона, соединенные трубкой с краном (рис. 248), помещались в калориметр; в одном из них газ был сжат (примерно до 22 атм), в другом образовывался возможно совершенный вакуум. Когда открыли кран K , произошло расширение; объем и давление газа изменились, но, как показали отсчеты термометров, температура осталась неизменной; следовательно, кинетическая энергия молекул в среднем осталась прежняя; это значит, что *внутренняя энергия газа не изменилась при изменении его объема и давления.*

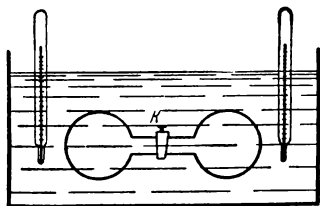


Рис. 248

6. Два уравнения кинетической теории

$$pV = \frac{3}{2} n \frac{mu^2}{2};$$

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

позволяют определить число молекул n в любом объеме газа V при данных p и T .

$$pV = nkT; \quad n = \frac{pV}{kT}. \quad (8)$$

§ 77. Скорости молекул идеального газа

Из уравнения (6) можно вычислить *среднюю квадратичную скорость* молекул газа при данном его состоянии

$$u^2 = \frac{3R_0T}{\mu}; \quad u = \sqrt{\frac{3R_0T}{\mu}}. \quad (9)$$

Применим эту формулу к воздуху, полагая 1) $t = 0^\circ \text{С}$ или $T = 273^\circ \text{К}$; 2) $\mu = 29$,

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 273 \text{ см}^2}{29 \text{ сек}^2}} = 48500 \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 485 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Точно так же:

Для водорода	$\mu = 2,016;$	} $T = 273^\circ$	$u = 1840$	$\frac{\text{м}}{\text{сек}}$
» кислорода	$\mu = 32;$		$u = 460$	»
» азота	$\mu = 28;$		$u = 490$	»
» H_2O (водяного пара)	$\mu = 18,016$		$u = 615$	»
» H_2O (водяного пара)	$\mu = 18,016$	$T = 373^\circ$	$u = 719$	»

Из формулы (8) видно, что *при повышении температуры скорости молекул возрастают*. Но и при 0°С скорости эти громадны, они сравнимы лишь со скоростью артиллерийских снарядов и скоростью распространения звука.

Надо помнить, что здесь идет речь о средней квадратичной скорости молекул; как было уже указано, вследствие столкновений скорости молекул постоянно меняются и, вообще говоря, разные молекулы данной массы газа имеют в определенный момент весьма различные скорости; кроме того, всякая молекула находится в поле тяжести и имеет ускорение по вертикальному направлению, вследствие чего существует избыточное давление на нижнюю стенку сосуда, в котором находится газ, этот избыток давления определяет вес газа и барометрическое давление.

Максвелл (1860 г.) вывел закон, который показывает, как распределяются в данный момент скорости между n молекулами, входящими в состав данной массы газа. Этот статистический закон устанавливает, что существует такая скорость, по близости к которой находятся скорости большинства молекул; это *наиболее вероятная скорость молекул* при данном состоянии газа; скорости, сильно отличающиеся от наиболее вероятной, встречаются редко, т. е. мало молекул, скорости которых будут или очень велики, или очень малы по сравнению с наиболее вероятной скоростью.

Закон Максвелловского распределения молекул по скоростям

выражается формулой

$$dn = 4N \sqrt{\frac{h^3 m^3}{\pi}} e^{-hmu^2} u^2 du;$$

здесь dn есть число молекул, скорости которых заключены в пределах u и $u+du$; h определяется из условия

$$h = \frac{1}{u_1^2 m},$$

где u_1 есть наиболее вероятная скорость, т. е. скорость, к которой близки скорости большинства молекул.

Формула закона Максвелла аналогична закону Лапласа — Гаусса (1809 г.), по которому распределяются погрешности наблюдений при очень большом числе их или вероятности сложных событий при их многократном повторении. Графическое построение этого закона дает кривую (рис. 249), вид которой показывает, что скорости большинства молекул мало отличаются от u_1 ; это значит, что среди N молекул мало таких, скорости которых или очень велики, или очень малы по сравнению с u_1 .

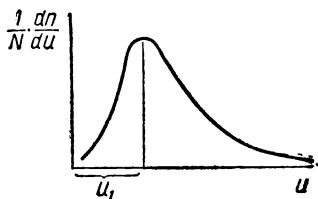


Рис. 249

Приведем пример. Если по закону Максвелла вычислить скорости молекул кислорода при 0°C , то получим следующее распределение молекул (в процентах к общему числу молекул), имеющих скорости в указанных пределах.

Пределы скоростей	Число молекул в %
Меньше $100 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	1,4
От 100 до $200 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	8,1
» 200 » $300 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	16,7
» 300 » $400 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	21,5
» 400 » $500 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	20,3
» 500 » $600 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	15,1
» 600 » $700 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	9,2
Больше 700	7,7

Половина всех молекул имеет скорости в пределах от 300 до $500 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$; наиболее вероятная скорость в этом случае $u_1 = 376,6 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$.

Перрен¹ прямыми наблюдениями обнаружил, что закон Максвелла имеет место при распределении скоростей частиц в броуновском движении; Ричардсон², измеряя скорости электронов,

¹ Жан Батист Перрен (1870—1942 гг.) — французский физик, лауреат Нобелевской премии 1926 г.

² Оуэн Уильямс Ричардсон (род. в 1879 г.) — английский физик, лауреат Нобелевской премии 1929 г.

выделяющихся из поверхностей раскаленных тел, и Штерн¹, измеряя скорости молекул паров серебра, установили распределение этих скоростей по закону Максвелла.

Таким образом, этот замечательный закон, теоретически выведенный Максвеллом, был подтвержден экспериментально. Максвелл установил связь между средней скоростью молекул v_1 и наиболее вероятной u_1

$$v_1 = \frac{2u_1}{\sqrt{\pi}} = 1,13u_1,$$

а также между средней v_1 и средней квадратичной u

$$v_1 = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \cdot u; \quad v_1 \approx \frac{12}{13} u;$$

так, для воздуха при 0° С имеем $v_1 = 447,68$ м/сек.

§ 78. Опыт Штерна

В 1920 г. удалось экспериментально определить скорости молекул, когда был выделен узкий молекулярный пучок.

Два небольших цилиндра (радиус большого 5—6 см) смонтированы на одной оси OO_1 (рис. 250), около которой они могут быть приведены в быстрое вращение; воздух из цилиндров выкачан (до 0,0001 мм рт. ст.). По оси OO_1 натянута платиновая проволока, покрытая слоем серебра Ag; она может быть накалиена током.

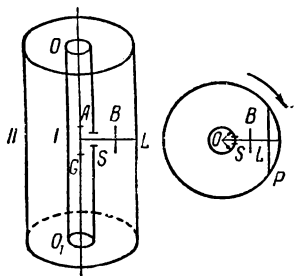


Рис. 250

При определенной температуре накала серебро испарялось, и молекулы его разлетались во все стороны; часть их пролетала через узкую щель S в стенке I цилиндра, прорезанную параллельно оси OO_1 . Затем эти молекулы проходили диафрагму B и, образовав узкий молекулярный пучок, попадали на стеклянную пластинку P во II цилиндре,

на которой получался видимый налет в виде узкой черной полосы (рис. 251); пусть ее положение при неподвижных цилиндрах оказалось в L (рис. 252). Но как только прибор приводился во вращение, эта полоска смещалась в L_1 или L_2 — сторону, противоположную вращению.

Сделаем расчет. Расстояние $SL = l$ молекулы проходят в течение

$$t = \frac{l}{u},$$

¹ Отто Штерн (род. в 1888 г.) — немецкий физик, с 1933 г. работает в США, лауреат Нобелевской премии 1944 г.

где u — средняя квадратичная скорость молекул при температуре накала T . За это время положение полоски налета L переместится на расстояние $LL_1=d$

$$d = \omega l t = 2\pi \nu l t; \quad t = \frac{l}{u};$$

принимаям приближенно $SL = OL$.
Отсюда

$$d = \frac{2\pi \nu l^2}{u}; \quad u = \frac{2\pi \nu l^2}{d};$$

зная ν и l и наблюдая смещение $d = LL_1$, можно по этой формуле вычислить среднюю квадратичную скорость молекул серебра при температуре накала T .

Меняя направление вращения, наблюдаем смещение в другую сторону L_2 ; так как d — малая величина, удобнее наблюдать смещение $L_1L_2=2d$ и взять его половину.

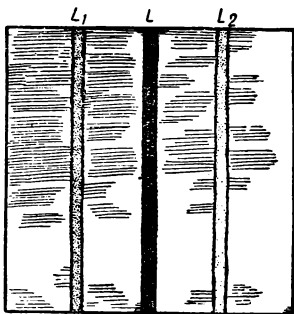


Рис. 251

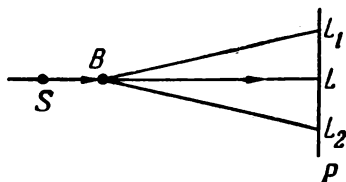


Рис. 252

В одном из опытов Штерна при $T=1473^\circ \text{ К}$ (1200° С) и при $\nu = 2700 \text{ об/мин}$ было получено $u=675 \text{ м/сек}$. Вычисление по формуле кинетической теории газов

$$u = \sqrt{\frac{3R_0 T}{\mu}}$$

при $\mu=107,88$ и $T=1473^\circ \text{ К}$ дает $u=672 \text{ м/сек}$; совпадение результатов теории и опыта очень хорошее.

Замечательно, что налет L_1 имеет на краях размытый вид (рис. 251) вследствие того, что отдельные молекулы имеют разные скорости, вообще отличные от средней. Тщательное изучение этой размытости обнаружило, что скорости молекул распределены по закону Максвелла.

§ 79. Барометрическая формула

Если имеется столб однородной жидкости, например воды, то давление с глубиной равномерно нарастает пропорционально расстоянию от свободной поверхности N (рис. 253); так, если высота столба воды равна $h=10,3 \text{ м}$, то разность давлений на N и на дно равна 1 атм .

Не то будет, если возьмем столб газа, в частности воздуха. Вследствие сжимаемости газов плотность возрастает с глубиной, и весь столб будет неоднороден по плотности (рис. 254). Поэтому линейный закон распределения давления в жидкости в зависимости от глубины h не может быть применен к газам.

Выделим столб атмосферы (рис. 255) с высотой h и обозначим нормальное давление на поверхности Земли через $p_0 = 1,033 \text{ кг/см}^2 =$

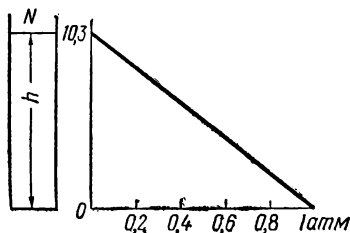


Рис. 253

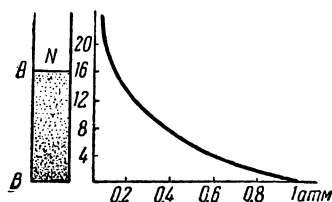


Рис. 254

$= 10\,330 \text{ кг/м}^2$; при этом давлении плотность воздуха (при 0°C) $\rho_0 = 1,293 \text{ кг/м}^3$. На высоте h те же величины имеют значения p , и ρ . При увеличении высоты на dh давление уменьшается на dp , что можно записать так

$$-dp = \rho g dh.$$

Допуская, что температура в столбе заметно не изменяется, находим по закону Бойля—Мариотта

$$\frac{p_h}{p_0} = \frac{V_0}{V_h} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \rho = \frac{p_h}{p_0} \rho_0,$$

подставим это значение плотности в предыдущую формулу

$$dp = -\frac{p_h}{p_0} \rho_0 g dh; \quad \frac{dp}{p_h} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dh.$$

Это уравнение интегрируем в пределах от 0 до p_h и от 0 до h

$$\int_0^{p_h} \frac{dp}{p_h} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} \int_0^h dh; \quad \ln \frac{p_h}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} h;$$

отсюда

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h}. \quad (a)$$

Эта так называемая *барометрическая формула* позволяет вычислить давление атмосферы на высоте h .

Так как постоянный коэффициент в показателе можно вычислить, то формула получает вид

$$p_h = p_0 e^{-0,127h}.$$

Таким образом, найдена связь между барометрическим давлением и высотой. Впервые этим вопросом занимались Г а л и л е й и М а р и о т т; позже дал общее решение Л а п л а с¹.

Обратно, при помощи барометрической формулы по падению давления можно определить высоту подъема h или разность высот. Для этой цели строятся приборы *альтиметры*, которые играют большую роль в авиации.

Барометрическая формула выведена в предположении, что температура воздуха с высотой не меняется. Но это не так; на самом деле изменение давления отчасти зависит и от падения температуры при переходе в высшие слои атмосферы. Поэтому формула (а) осложняется поправками на изменение температуры.

В среднем можно считать для разных слоев атмосферы довольно точными следующие соотношения.

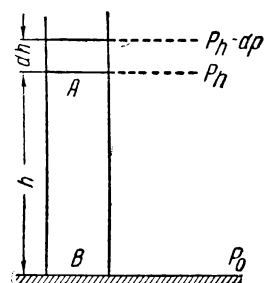


Рис. 255

Высота (в метрах)	Давление $\frac{p}{p_0}$	Плотность $\frac{\rho}{\rho_0}$	Температура $t^\circ \text{C}$
0	1	1	15
1000	0,887	0,907	8,5
2000	0,784	0,822	2
5000	0,533	0,601	-17,5
10 000	0,261	0,337	-50

Состав атмосферы в нижних ее слоях хорошо известен; атмосфера есть смесь многих газов, из которых основными являются *азот* (по весу $\sim 77\%$) и *кислород* ($\sim 23\%$) (по объему, 78,3% и 20,99%), затем *аргон*, *углекислый газ*, *водород*, *неон*, *гелий*, *криптон*, *ксенон* — все вместе меньше 1%. Такое содержание приблизительно сохраняется, несмотря на постоянное перемешивание газов в *тропосфере*, границу которой полагают около 10 км. В высшем слое атмосферы — в *стратосфере* — постепенно изменяется состав ее; на высоте 20—30 км появляется *слой озона*, выше нарастает количество диссоциированного атомарного кислорода (≈ 130 км): $\text{O}_2 \rightarrow \text{O} + \text{O}$ и азота (≈ 180 км). На высоте 80 км стратосфера переходит в *ионосферу*.

Под действием интенсивного излучения Солнца и космических лучей в *ионосфере* располагаются ионизированные слои газов; слой *E* на высоте около 100 км и слой *F* на высоте 200—300 км.

¹ Пьер Симон Лаплас (1749—1827 гг.) — французский астроном, математик и физик. Развил небесную механику, был одним из создателей математической теории вероятностей; автор космогонической гипотезы.

Температура в *тропосфере*, вообще говоря, падает с высотой, хотя встречаются и слои *инверсии* — повышения температуры с высотой. В среднем падение температуры по высоте в тропосфере составляет $0,5—0,6^\circ \text{С}$ на 100 м . Граница тропосферы и стратосферы носит название *тропопаузы*. Температура тропопаузы в полярных областях $—45—55^\circ \text{С}$, над экватором $—70—80^\circ \text{С}$. С $30—35 \text{ км}$ начинается повышение температуры. В ионосфере на высоте 200 км температура достигает $600—700^\circ \text{С}$, а на 1100 км доходит до 4000°С .

Большой вклад в исследования верхних слоев атмосферы был внесен в последние годы благодаря запуску *искусственных спутников Земли и к осмических ракет*. Выдающимся научным достижением 1958—1959 гг. является обнаружение *двух поясов заряженных частиц*, окружающих Землю на расстояниях, равных нескольким земным радиусам. *Первая зона* проходит над экватором, содержит *протоны* больших энергий и простирается до высоты в несколько тысяч километров. *Вторая зона* простирается на расстоянии около 50 тыс. км от Земли и содержит *электроны* относительно небольших энергий. Как видно из этих новых данных, земная атмосфера простирается на значительно большие высоты, чем это предполагалось ранее.

§ 80. Больцмановское распределение частиц в потенциальном поле

Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

дает возможность определить распределение плотности по высоте атмосферы. По закону Б о й л я — М а р и о т т а плотности идеальных газов при постоянной температуре изменяются прямо пропорционально давлению

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{n}{n_0},$$

где n и n_0 — числа молекул в единице объема воздуха на высоте h и у поверхности Земли.

Следовательно,

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}; \quad n = n_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}.$$

Преобразуем показатель степени по формуле М е н д е л е е в а

$$pV = \frac{M}{\mu} R_0 T,$$

взяв массу газа 1 г ,

$$\frac{\rho_0}{p_0} = \frac{1}{\rho_0 V_0} = \frac{\mu}{R_0 T}.$$

Разделим числитель и знаменатель на число А в о г а д р о

$$\frac{\mu}{N} = m; \quad \frac{R_0}{N} = k,$$

где m — масса молекулы, k — постоянная Б о л ь ц м а н а. Получается формула

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}.$$

Но $mgh = \Delta\Pi$ есть приращение потенциальной энергии тяжести молекулы m при поднятии с уровня Земли на высоту h .

Получается теорема, которую Б о л ь ц м а н обобщил на идеальный газ в потенциальном поле

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta\Pi}{kT}}.$$

Словами теорема Б о л ь ц м а н а выражается так: для всех термически равновесных процессов отношение числа молекул в единице объема, энергии которых в некотором потенциальном поле различаются на величину ΔW равно

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{\Delta W}{kT}}.$$

Для максвелловского распределения скоростей ΔW обозначает кинетическую энергию молекулы. Но применимость приведенной формулы Б о л ь ц м а н а выходит далеко за пределы кинетической теории газов. В химии она определяет зависимость равновесия химической реакции от концентраций участвующих в реакции веществ (закон действующих масс). Тогда ΔW обозначает тепловой эффект реакции, отнесенный к одной молекуле.

При испускании электронов раскаленным телом ΔW обозначает работу выхода электрона. Наконец, при спектральном распределении энергии излучения черного тела ΔW обозначает энергию кванта света. В общем случае, если обозначим через $N(W)$ число частиц с энергией W , то теорема Б о л ь ц м а н а для равновесного состояния дает

$$\frac{N(W_1)}{N(W_2)} = e^{-\frac{W_1 - W_2}{kT}}.$$

§ 81. Определение числа Авогадро

Наиболее точное определение значения числа А в о г а д р о, т. е. числа молекул в моле идеального газа, связано с определением заряда электрона и было выполнено с большой точностью американским физиком М и л л и к е н о м¹ (1917 г.).

¹ Роберт Милликен (1868—1953 гг.) работал в Пасадене (в Калифорнии); приведенный результат измерения найден им в 1917 г. Лауреат Нобелевской премии 1923 г.

Однако вследствие некритического отношения М и л л и к е н а к новому определению коэффициента внутреннего трения воздуха, выполненному в США, он получил $N=6,06 \cdot 10^{23}$. Это число и было принято в течение долгого времени. Сейчас, после проверочных точных измерений¹, оказалось

$$N=(6,02486 \pm 0,00016) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Из многих способов определения N рассмотрим еще один принадлежащий французскому физику П е р р е н у. Исследуя броуновское движение, П е р р е н установил, что комплексы молекул — зерна эмульсии, которые он наблюдал в поле зрения микроскопа взвешенными в жидкости и которые осуществляют броуновское движение, — ведут себя так, что на них могут быть распространены газовые законы так же, как эти законы приложимы к растворам.

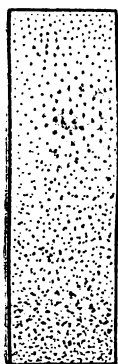


Рис. 256

П е р р е н пользовался особо приготовленными эмульсиями краски гуммигут или мастики. При помощи очень сложных приемов обработки (многократное растворение, центрифугирование и т. д.) он добился того, что получал эмульсию, зерна которой были одного диаметра в разных опытах (примерно 0,46 μ , 0,212 μ) и одной плотности (примерно 0,207 для зерен гуммигута и 0,063 для мастики), причем здесь разумеется кажущаяся плотность, т. е. разность между плотностью зерен и жидкости, в которой они взвешены (закон А р х и м е д а).

Поместив препарат — каплю эмульсии — между предметным и покровным стеклом (рис. 228), причем высота препарата не превышала 0,1 мм, П е р р е н, при помощи очень сильного микроскопа, наблюдал любой горизонтальный слой препарата, так как объектив такого микроскопа дает очень малую глубину и малейшее его перемещение вводит в область ясного зрения последовательные горизонтальные слои на высотах 0—0,1 мм.

Тогда при помощи прямого счета зерен в каждом отдельном слое можно определить, как изменяется концентрация зерен в зависимости от высоты. Наблюдения П е р р е н а над 13 000 зерен дали, что на высотах

$$0,05, 0,35, 0,65, 0,95 \text{ мм}$$

числа зерен относятся между собой, как

$$100 : 47 : 22,6 : 12. \quad \text{е} \quad (\text{а})$$

¹ Новые значения мировых констант были приведены в докладе на Туринском международном конгрессе по мировым константам в 1956 г. См. «Успехи физических наук», т. LXV, 1958, стр. 727.

Это значит, что концентрация возрастает с глубиной, подобно тому как плотность и давление атмосферы возрастает с уменьшением высоты; при установившемся состоянии эмульсии наибольшее число зерен — у самого предметного стекла, в более высоких слоях число их уменьшается (рис. 256). Аналогия с измерением давления атмосферы над земной поверхностью приводит к установлению закона изменения концентраций с высотой, иначе, чисел молекул при переходе от слоя к слою эмульсии.

К этой равновесной системе можно приложить теорему Б о л ь ц м а н а (§ 80). Имеем

$$\ln \frac{n_0}{n_h} = \frac{Mg}{R_0 T} \cdot h,$$

где n_0 и n_h — числа броуновских частиц в единице объема в двух слоях, отстоящих один от другого на высоте h .

Обозначив массу каждого зерна в эмульсии через ε , имеем

$$M = N\varepsilon,$$

где N — число А в о г а д р о. Очевидно, что масса зерна $\varepsilon = V_0 \Delta$; здесь V_0 — объем каждого зерна (предполагается, что они после обработки П е р р е н а сферичны и одинаковы по объему); Δ — плотность зерна; вместо Δ вводим по закону А р х и м е д а кажущуюся плотность зерна в жидкости ($\Delta - \varrho$), где ϱ — плотность жидкости, в которой зерна взвешены. Подставим

$$M = NV_0(\Delta - \varrho); \quad \ln \frac{n_0}{n_h} = \frac{NV_0(\Delta - \varrho)g}{R_0 T} \cdot h;$$

$$R_0 T \ln \frac{n_0}{n_h} = NV_0(\Delta - \varrho)gh. \quad (6)$$

В этом уравнении все величины, кроме N , заранее известны или могут быть определены экспериментально.

1. Объектив микроскопа с большим увеличением, но с очень малой глубиной, позволяет видеть при данной установке лишь один горизонтальный слой препарата (рис. 228); изменением перемещения тубуса микроскопа находится h и определяется отношение $\frac{n_0}{n_h}$ путем непосредственного счета зерен в поле зрения, которое чрезвычайно сужено диафрагмой с отверстием, сделанным тончайшей иглой.

2. Плотность Δ определяется при помощи высушивания эмульсии, а ϱ — плотность жидкости — одним из обычных способов.

3. Объем V_0 находится по радиусу зерна r

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3;$$

r вычисляем по закону С т о к с а, дающего u — скорость равномерного падения шара в среде, вязкость которой η (для воды $\eta=0,0113$ при 15°)

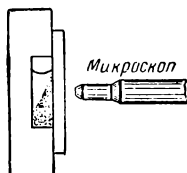


Рис. 257

$$u = \frac{2}{9} \frac{gr^2}{\eta} (\Delta - \rho); \quad (в)$$

скорость падения зерен u можно определить, наблюдая в микроскоп их падение в капиллярной трубке (рис. 257), где их движение можно хорошо проследить, следовательно, из уравнения (в) вычислим r , а значит, найдем и V_0 .

Таким образом, из уравнения (б) нашли число А в о г а д р о N . Сам Перрен получил этим способом $N=7,05 \cdot 10^{23}$; как видим, порядок величины N он получил верный.

§ 82. Молекулярные величины

Нетрудно получить некоторое понятие о том, каков объем, который приходится на одну молекулу. Представим себе 1 моль воды (масса 18 г). Приблизительно его объем 18 см³, а число молекул $6,02 \cdot 10^{23}$. На одну молекулу приходится кубик 18 см³: $:6,02 \cdot 10^{23} = 29,7 \cdot 10^{-24}$ см³.

Извлекая кубический корень из этого объема, получим сторону кубика, приходящегося на одну молекулу воды $3 \cdot 10^{-8}$ см = 3 Å (ангстрема). В действительности молекула Н₂О образует треугольник с длиной между ядрами атомов Н—О всего 0,97 Å и с углом НОН, равным 104°.

Молекулы разных веществ образуют различные фигуры в пространстве, но в теории газов, как мы видим, принято принимать их просто за упругие шарики.

Советский ученый Б. В. Дерягин построил весьма сложные «молекулярные весы», при помощи которых удалось измерять расстояние межмолекулярного притяжения. На рисунке 258 изображена зависимость сил молекулярного притяжения от расстояния между кварцевой пластинкой и кварцевыми сферами. Мы видим, что с уменьшением расстояния силы быстро возрастают.

Радиусом молекулярного действия называют наибольшее расстояние, на котором две молекулы могут еще заметно взаимодействовать.

Газ в данном объеме, предоставленный самому себе, постепенно достигает устойчивого состояния, которое макроскопически

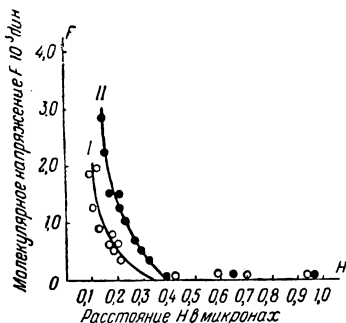


Рис. 258. Зависимость молекулярного притяжения от расстояния;

I — сфера радиусом 10 см; II — сфера радиусом 26 см

характеризуется равенством температур, давлений и плотностей во всех его частях, а с молекулярной точки зрения это значит, что скорости молекул распределены по закону *Максвелла*, т. е. *наивероятнейшим образом*, и молекулы равномерно распределены по всему объему, т. е. тоже наиболее вероятно, если иметь в виду хаотическое их движение.

Конечно, в отдельных микроскопических объемах газа, при хаотичности молекулярного движения, может нарушаться равномерное распределение частиц, могут возникать временные отклонения от среднего значения плотности. Такие *отклонения от средних статистических значений величин называются «флуктуациями»*¹. Это очень важное явление в микромире, и нам еще не раз придется с ним иметь дело; могут быть флуктуации плотности, флуктуации скоростей и т. д.

Флуктуации не нарушают статистических законов больших чисел, определяющих свойства и состояния огромных совокупностей (или ансамблей) молекул;

ведь даже при совершеннейшем *вакууме*, достигаемом современной техникой, в 1 см^3 газа еще остается приблизительно 10^8 молекул; хотя скорости отдельных молекул различны и различно направлены, однако поведение этих совокупностей миллиардов молекул в среднем характеризуется статистическими законами.

Огромные скорости молекул находятся, по-видимому, в противоречии с *медленной диффузией газов*, которую мы постоянно наблюдаем; распространение газа в газе при небольшой разности давлений происходит очень медленно; достаточно вспомнить распространение запаха в воздухе, обусловленного, например, парами эфира. С кинетической точки зрения это противоречие разрешается тем, что каждой молекуле при ее движении приходится испытывать множество столкновений; путь ее становится зигзагообразным, причем расстояние между двумя последовательными столкновениями, иначе, *средняя длина свободного пробега молекул* $\bar{\lambda}$ очень мала (порядка 10^{-6} см), а число столкновений в секунду F очень велико (порядка 10^9).

Для определений *числа столкновений* в 1 сек F представим себе молекулу M (рис. 259) в виде шара с диаметром σ , средняя квадратичная скорость ее движения u . Тогда в 1 сек молекула M пройдет путь u и опишет цилиндр, объем которого

$$V_1 = \frac{1}{4} \pi \sigma^2 u,$$

¹ «Флуктуацио» (лат.) — колебание, волнение.

и столкнется со всеми молекулами M_1 , центры которых находятся от оси цилиндра LL на расстояниях, равных и меньших σ , т. е. со всеми молекулами в объеме $V = \pi\sigma^2 u$. Если число молекул в 1 см^3 обозначим через n , то в объеме V их будет nV ; поэтому число столкновений F определится так

$$F = n\pi\sigma^2 u.$$

Более точная теория, принимая во внимание движение самих встречных молекул, дает для F большее число

$$F = \frac{4}{3} n\pi\sigma^2 u. \quad (10)$$

В секунду молекула проходит путь u и на этом пути происходит F столкновений; следовательно, путь между столкновениями, иначе, *среднее значение длины свободного пробега* $\bar{\lambda}$, выразится формулой

$$\bar{\lambda} = \frac{u}{F} = \frac{3}{4n\pi\sigma^2}. \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) показывают, что средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$ обратно пропорциональна числу молекул n в 1 см^3 , а так как n для данного газа пропорционально его давлению, то $\bar{\lambda}$ обратно пропорциональна давлению газа

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1}.$$

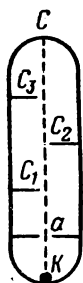


Рис. 260.

Опыт

Борна:

K — кусочек
испаряюще-
гося металла

Между тремя величинами σ , F , $\bar{\lambda}$ установлены два соотношения (10) и (11). Для вычисления этих величин надо одну из них определить экспериментально, при помощи опыта. Оказывается, что $\bar{\lambda}$ может быть опытно определена при помощи изучения явлений в газах: теплопроводности, диффузии и внутреннего трения.

Б о р н¹ предложил способ экспериментального определения длины свободного пробега молекул. Из отверстия a (рис. 260) выходит молекулярный пучок и при крайнем разрежении внутри баллона падает на стенку C без соударений с молекулами внутри сосуда. Такое состояние разрежения газа носит название «вакуум», что значит «пустота». Следовательно, вакуум есть такое состояние разрежения газа, при котором молекулы летят без столкновений внутри сосуда, иначе говоря, длина свободного пробега молекулы равна или превышает длину сосуда. Теперь добавляют немного газа. Средняя длина свободного пробега укорачивается и вследствие ударов молекулы пучка оседают на боковой пластинке C_1 .

¹ Макс Борн (род. в 1882 г.) — немецкий физик, с 1933 г. — в Англии. За выдающиеся заслуги в развитии квантовой механики получил Нобелевскую премию 1954 г.

Чем больше газа пущено в баллон, тем короче длина свободного пробега, и пучок оседает на пластинках C_2 , а потом и C_1 . Опыт Б о р н а позволяет установить зависимость между давлением газа и средней длиной свободного пробега молекул. Из теории этого опыта выводится формула зависимости между числом молекул, пролетевших в единицу времени на расстоянии x от a , и числом их n_0 в точке a

$$n_x = n_0 e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}},$$

где $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекулы.

Глава XI

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ГАЗАХ

Беспорядочное тепловое движение молекул или атомов обуславливает перенос массы (диффузия), или перенос количества движения (внутреннее трение), или, наконец, перенос энергии в форме теплоты (теплопроводность). В газах явления переноса поддаются объяснению наиболее просто. В основе этого объяснения лежит представление о том, что при стационарных процессах среднее значение величин, характеризующих движение молекул (масса, импульс, кинетическая энергия), имеет разное значение в разных местах газа. В результате получается *поток* той или иной величины, характеризующий ее изменением по длине пути потока (*градиент* данной величины). Ясно, что расстояние, на которое молекула переносит без изменения значение величины, определяется длиной свободного пробега молекулы. Поэтому длина свободного пробега входит в уравнения переноса.

§ 83. Теплопроводность

Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекулы больше, чем в другой, то с течением времени, вследствие постоянных столкновений молекул, происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул, т. е. происходит *выравнивание температур*; в этом заключается процесс теплопроводности в твердых, жидких и газообразных телах, рассматриваемых микроскопически.

По существу *теплопроводность есть процесс передачи энергии от молекулы к молекуле*.

Через слой вещества LM (рис. 261) (проще всего себе представить — через стенку LM) идет поток энергии в форме теплоты по направлению от L к M , и через сечение S в dt проходит количество

теплоты dQ . Тогда число калорий, проходящих в секунду через сечение S ,

$$q = \frac{dQ}{dt}$$

пропорционально *градиенту температуры* $\frac{\Delta T}{\Delta l}$ между этими слоями и площади сечения S

$$q = K \frac{\Delta T}{\Delta l} \cdot S. \quad (1)$$

Эта формула *теплопроводности* установлена французским ученым Ф у р ь е (1822 г.). В формуле Ф у р ь е ΔT — разность темпера-

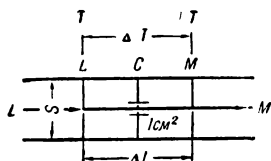


Рис. 261

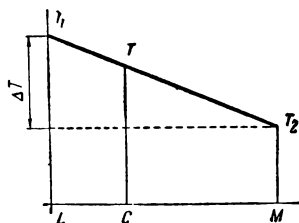


Рис. 262

тур слоев L и M , Δl — расстояние между ними, K — коэффициент теплопроводности, физический смысл которого выясняется из условий: если

$$\frac{\Delta T}{\Delta l} = 1 \frac{\text{град}}{\text{см}} \text{ и } S = 1 \text{ см}^2, \text{ то } q = K.$$

Итак, K — это количество теплоты, протекающее в 1 сек, через 1 см^2 поверхности по нормальному к ней направлению, если градиент температуры по этому направлению равен 1°C на 1 см .

При выводе этих соотношений предполагалось, что процесс теплопроводности стационарен, т. е. что скорость потока теплоты установилась и остается постоянной по величине и направлению (рис. 262). Если же это условие не выполняется, если направление изменения температур разнообразно, а самое падение неравномерно, то приведенный закон имеет значение лишь для бесконечно малых элементов, входящих в формулу (1) величин.

$$dQ = K \frac{dT}{dl} dS dt. \quad (1')$$

Как для газов, так и для твердых тел и для жидкостей, K может быть определен экспериментально. Это вообще затруднительно и требует

¹ Жан Батист Ф у р ь е (1768—1830 гг.) — французский математик, разработал теорию тригонометрических рядов, названных в его честь «рядами Фурье». Главный труд «Аналитическая теория тепла».

учета многих приводящих обстоятельств, главным образом, учета отдачи теплоты через внешнюю боковую поверхность, а в случае жидкостей и газов — еще и учета конвекции.

Из многих способов *опытного определения* K для газов рассмотрим один, приводящий к очень хорошим результатам.

Два медных закрытых цилиндра помещаются один в другой, расстояние между их боковыми поверхностями точно измерено. Объем между этими цилиндрами наполняется испытуемым газом. Внутренний цилиндр соединен с манометром и служит *воздушным термометром*, а внешний окружен *ледяной водой*, так что температура его стенок постоянна 0°C .

Обозначив расстояние между поверхностями цилиндров через r , массу внутреннего цилиндра через M , теплоемкость его через c и изменение его температуры в течение времени dt через dT , найдем количество теплоты, отнятое от внутреннего цилиндра в течение времени dt ,

$$dQ = -McdT;$$

с другой стороны, по закону (1) имеем

$$q = \frac{dQ}{dt} = K \frac{T}{r} S; \quad dQ = K \frac{T}{r} S dt;$$

поэтому

$$-McdT = K \frac{T}{r} S dt;$$

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = -\frac{KS}{Mcr} \int_0^t dt; \quad \ln \frac{T}{T_0} = -\frac{KS}{Mcr} t.$$

Окончательно

$$T = T_0 e^{-\alpha t},$$

где

$$\alpha = \frac{KS}{Mcr}$$

и T_0 — начальная температура, показываемая воздушным термометром, т. е. температура внутреннего цилиндра в начале опыта.

Из ряда наблюдений, дающих для различных промежутков времени t соответствующие изменения температуры T , определяется α и по известным M , c , e и r вычисляется K . Для исключения влияния лучеиспускания изменяли r , отчего лучеиспускание не должно изменяться. Погружая внешний цилиндр в кипящую воду, наблюдали обратный процесс и выполняли те же измерения.

Многочисленные измерения коэффициентов теплопроводности дают следующие результаты.

Вещество	Ag	Cu	Al	Hg	H ₂ O	H ₂ O
Температура	0° C	18° C	18° C	0° C	20° C	100° C
$K \frac{\text{кал}}{\text{см сек град}}$	1,096	0,916	0,50	0,015	0,00143	$55 \cdot 10^{-6}$
Вещество	N	H	O	He	Воздух	
Температура	0° C	0° C	0° C	0° C	—191,1° C 0° C 100° C	
$K \frac{\text{кал}}{\text{см сек град}}$	$57 \cdot 10^{-6}$	$396 \cdot 10^{-6}$	$57 \cdot 10^{-6}$	$334 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$	$55 \cdot 10^{-6}$ $72 \cdot 10^{-6}$

Отметим, что наилучшие проводники теплоты — металлы, и среди них серебро и медь, — являются и наилучшими проводниками электричества. Оба эти процесса по существу обусловлены движением электронов, которые и являются носителями передаваемой атомам кинетической энергии.

§ 84. Молекулярно-кинетическая теория теплопроводности в газах

Закон теплопроводности, выражаемый формулой (1), связывает макроскопически измеряемые величины, и определение K может быть выполнено при помощи измерения температур, поверхностей, масс и других макроскопических величин.

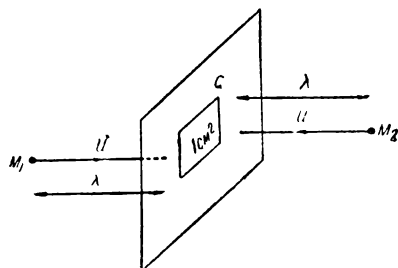


Рис. 263

Теперь рассмотрим, как выражается K через величины микроскопические, характеризующие молекулярно-кинетические процессы, обуславливающие макроскопическое явление теплопроводности. Между L и M (рис. 261) возьмем какое-нибудь промежуточное сечение C (рис. 263). Молекулы, подходящие

к нему слева M_1 и справа M_2 , вообще обладают разными кинетическими энергиями; можно сказать, что каждая из них приносит с собой к сечению C тот запас энергии, который образовался у нее

при последнем столкновении, в среднем на *расстоянии свободного пробега* (свободного пути) $\bar{\lambda}$ от слоя C . Градиент температуры между L и M на каждый сантиметр равен $\frac{dT}{dl}$; тогда падение температуры слева направо от C на расстоянии $\bar{\lambda}$ равно

$$\bar{\lambda} \frac{dT}{dl},$$

а возрастание температуры справа налево от C на том же расстоянии $\bar{\lambda}$ равно

$$-\bar{\lambda} \frac{dT}{dl}.$$

Обозначив температуру в сечении C через T , кинетическую энергию W_1 молекулы M_1 , подходящей к C слева, выразим так (в калориях)

$$W_1 = mc_V \left(T + \bar{\lambda} \frac{dT}{dl} \right),$$

где c_V — теплоемкость газа при постоянном объеме; кинетическая энергия W_2 молекулы M_2 , подходящей к C справа

$$W_2 = mc_V \left(T - \bar{\lambda} \frac{dT}{dl} \right).$$

Разность $W_1 - W_2 = \Delta W$ покажет, насколько больше энергии пронесет через сечение C молекула M_1 (слева), чем молекула M_2 (справа); следовательно, величина ΔW равна

$$\Delta W = W_1 - W_2 = 2mc_V \frac{dT}{dl} \bar{\lambda}$$

и определит участие молекул M_1 и M_2 в переносе энергии через сечение C , т. е. их участие в процессе теплопроводности.

Если число молекул в 1 см^3 обозначим через n , то, при хаотическом движении молекул, по направлению к 1 см^2 сечения C , как к одной из шести граней куба 1 см^3 , будет двигаться $\frac{n}{6}$ молекул, а в 1 сек через 1 см^2 этого сечения пройдет в одном направлении $\frac{nu}{6}$ молекул, где u — средняя квадратичная скорость (рис. 263).

Поэтому весь поток кинетической энергии за 1 сек через 1 см^2 сечения C представится следующей формулой

$$\Delta W_0 = \frac{nu}{6} (W_1 - W_2); \quad \Delta W_0 = \frac{2nu}{6} mc_V \frac{dT}{dl} \bar{\lambda}. \quad (2)$$

Этот поток энергии, переносимый молекулами через 1 см^2 сечения C за 1 сек и определит макроскопически тот поток энергии в форме

теплоты q , который характеризует теплопроводность этого сечения. По формуле (1) при $S=1 \text{ см}^2$, имеем

$$q = \Delta W_0 = K \frac{dT}{dl};$$

$$\frac{nu}{3} mc_V \frac{dT}{dl} \bar{\lambda} = K \frac{dT}{dl};$$

отсюда

$$K = \frac{1}{3} n m c_V \bar{\lambda}. \quad (3)$$

Таким образом, коэффициент теплопроводности K выражен через микроскопические величины: n , m , $\bar{\lambda}$.

Из формулы (3) можем определить среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$

$$\bar{\lambda} = \frac{3K}{n m c_V}.$$

Полагая, что газ взят при нормальных условиях, можем n считать числом Л о ш м и д т а; тогда $nm = \rho$ плотность газа; вводим ρ в предыдущую формулу

$$\bar{\lambda} = \frac{3K}{\rho c_V}. \quad (4)$$

K , ρ , c_V — макроскопически измеряемые величины, u — вычисляемая величина; поэтому по предыдущей формуле находим для данного газа $\bar{\lambda}$ — среднее значение длины свободного пробега молекул газа при данных условиях.

Как видно из формулы (4), с уменьшением плотности ρ возрастает $\bar{\lambda}$, в разреженном газе пробег молекул от столкновения до столкновения становится больше. Конечно, надо помнить, что при полной беспорядочности молекулярного движения $\bar{\lambda}$ может иметь весьма различные значения; формула (4) дает средние значения длины свободного пробега, например, для воздуха при нормальных условиях $\bar{\lambda} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ см}$.

Зная $\bar{\lambda}$ по формулам кинетической теории

$$\bar{\lambda} = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n}; \quad F = \frac{4}{3} \pi n \sigma^2 u,$$

можем вычислить $r = \frac{\sigma}{2}$ — радиус молекул данного газа и F — число столкновений в секунду.

Таким образом, можем найти значение всех введенных величин (m , n , u , $\bar{\lambda}$, σ , T), характеризующих микроскопические процессы в молекулярном мире.

При вычислении $\bar{\lambda}$, σ , F мы опирались на опытно определяемый коэффициент теплопроводности. Те же величины могут быть вычислены, если мы будем знать коэффициенты диффузии или внутреннего трения.

§ 85. Диффузия и внутреннее трение

Явление диффузии газов и жидкостей заключается в том, что два газа взаимно проникают друг в друга, пока парциальные давления и плотности не станут одинаковы по всей смеси. Это значит, что диффузия сводится к обмену масс частиц газа (dm); она возникает и продолжается, если существует градиент плотности $d\rho$ на некотором отрезке пути dl или $\Delta l = LM$ (рис. 261).

Явление внутреннего трения в газах и в жидкостях имеет место в том случае, если есть движение двух слоев газа относительно друг друга; тогда молекулы при их беспорядочном движении будут переходить из слоя в слой и переносить туда свое количество движения. Следовательно, внутреннее трение сводится к изменению импульса $f dt = m dv$, и условием его возникновения и существования является разность скоростей (dv) движущихся слоев.

Применяя к этим явлениям те же рассуждения, какие были развиты по вопросу о теплопроводности, придем к законам, имеющим те же выражения, как и закон теплопроводности, только вместо переноса энергии в форме теплоты $dQ = q dt$, в случае диффузии будем иметь перемещение массы газа dm в случае внутреннего трения — изменение количества движения $m dv = f dt$.

Аналогично выражению (1'), имеем

$$dm = D \frac{d\rho}{dl} dS dt; \quad f dt = \eta \frac{dv}{dl} dS dt; \quad (5)$$

здесь D — коэффициент диффузии, η — коэффициент внутреннего трения; их физический смысл нетрудно установить, как и для коэффициентов теплопроводности K , $\frac{d\rho}{dl}$ — градиент плотности, $\frac{dv}{dl}$ — градиент скорости, dS — элемент площади, dt — промежуток времени.

Было уже выяснено, что сила f — это сила трения. Поэтому формулу (5) можно изобразить иначе, в такой форме, с которой мы уже знакомы,

$$f = -\eta \frac{dv}{dl} dS.$$

Повторяя с соответствующими изменениями рассуждения, которые были произведены относительно теплопроводности (т. е. о перемещении энергии), придем к формулам, аналогичным формуле (3),

$$D = \frac{1}{3} u \bar{\lambda}; \quad \eta = \frac{1}{3} n m u \bar{\lambda}. \quad (6)$$

Это — выражения макроскопических коэффициентов D и η через микроскопические величины молекулярного мира.

¹ Формула Ф и к а.

² Формула Н ь ю т о н а.

Коэффициенты D и η могут быть определены опытным путем. Вот некоторые результаты¹:

Диффузия	H ₂ —воздух	O ₂ —воздух	O ₂ —N ₂	Пары воды—воздух
D	0,64	0,178	0,179	0,203
Внутреннее трение	Воздух	H ₂	O ₂	H ₂ O
η	$17,33 \cdot 10^{-6}$	$8,57 \cdot 10^{-6}$	$19,26 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$

Формулы (3) и (6)

$$K = \frac{1}{3} n m v \bar{\lambda}; \quad \eta = \frac{1}{3} n m i \bar{\lambda}$$

позволяют сделать ряд заключений, подтверждаемых опытом.

1. Коэффициенты K и η должны возрастать с увеличением температуры, так как при этом увеличиваются n и $\bar{\lambda}$. Так, для воздуха опыт дает

$$\begin{aligned} \text{при } 0^\circ \text{ C: } K &= 52 \cdot 10^{-6}; \quad \eta = 17 \cdot 10^{-6}; \\ \text{при } 100^\circ \text{ C: } K &= 67 \cdot 10^{-6}; \quad \eta = 22 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

2. K и η не должны вообще зависеть от плотности $\rho = nm$ и от давления, так как при уменьшении плотности уменьшается число частиц в единице объема и во столько же раз увеличивается $\bar{\lambda}$ — длина свободного пробега.

3. При очень больших разрежениях K и η уменьшаются: именно при наиболее совершенном вакууме (примерно 10^{-9} мм рт. ст. или 10^{-12} атм), средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$ становится больше размеров сосуда, где находится газ; большая часть молекул при этом движется без столкновений от стенки до стенки; при этом уменьшается число случаев, когда происходит перенос энергии или количества движения от молекулы к молекуле, т. е. замирают процессы теплопроводности и внутреннего трения.

4. Обратно, при очень больших плотностях учащаются столкновения молекул и возрастают K и η , что и отмечается опытом.

Теплопроводность, диффузия, внутреннее трение — макроскопические процессы, течение которых мы исследуем, измеряя температуры, плотности, скорости. Известно, что в основе этих макроявлений лежат микропроцессы, происходящие по статистическим законам молекулярной модели строения вещества. Общая картина этих макроявлений представляется нам как выравнивание энергий, плотностей, скоростей молекул, вовлеченных в эти процессы.

¹ Таблица составлена для условий: $t = 0^\circ \text{C}$ и нормального давления воздуха в процессе диффузии.

В очень малых объемах, взятых в газе, имеют место флуктуации, т. е. отклонения от средних значений энергии, плотности, скорости молекул; но с возрастанием взятого объема происходит естественный процесс выравнивания значений этих величин при взаимодействиях молекул, переход от маловероятных распределений к более вероятным.

§ 86. Характеристики молекулярного мира

Опытные определения коэффициентов K , D , η , теоретические формулы связи макроскопических величин p , ρ , T с микроскопическими u , $\bar{\lambda}$, n и сопоставление результатов этой теории с экспериментальными исследованиями позволяют *статистически установить средние значения всех величин*, которые являются важнейшими характеристиками микроскопических явлений молекулярного мира газов. Сведем некоторые результаты этих исследований в одной таблице.

Газы при 0°C и 760 мм рт. ст.	μ	$\rho \frac{г}{см^3}$	$v \frac{см}{сек}$	$\bar{\lambda} \text{ см}$	$\sigma \text{ см}$	F
Гелий . . .	4	$0,1783 \cdot 10^{-3}$	$12,02 \cdot 10^4$	$25,10 \cdot 10^{-6}$	$1,92 \cdot 10^{-8}$	—
Водород . .	2,016	$0,09004 \cdot 10^{-3}$	$16,92 \cdot 10^4$	$16,30 \cdot 10^{-6}$	$2,38 \cdot 10^{-8}$	$11,7 \cdot 10^9$
Кислород . .	32	$1,429 \cdot 10^{-3}$	$4,25 \cdot 10^4$	$9,06 \cdot 10^{-6}$	$3,19 \cdot 10^{-8}$	—
Воздух . .	28,98	$1,293 \cdot 10^{-3}$	$4,47 \cdot 10^4$	$8,53 \cdot 10^{-6}$	$3,29 \cdot 10^{-8}$	$6,7 \cdot 10^9$
Вода (пар) .	18,02	0,8040	$5,70 \cdot 10^4$	$5,7 \cdot 10^{-6}$	$4,0 \cdot 10^{-8}$	—

1. Массу всякой молекулы m_1 и массу всякого атома m_0 , а также *постоянную Больцмана* k определяем из соотношений

$$m_1 = \frac{M}{N}; \quad m_0 = \frac{A}{N}; \quad k = \frac{R_0}{N},$$

где μ — молекулярный вес, A — атомный вес какого-либо вещества (например, для грамм-атома серебра $A_{Ag} = 107,88$ г);

$$N = 6,024 \cdot 10^{23}; \quad R_0 = 8,317 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{моль град}}.$$

2. Массу атома всякого элемента можно приблизительно выразить по массе атома водорода

$$m_0 = m_{H_2} A,$$

где A — атомный вес данного элемента; основную же величину — массу атома водорода — находим по вышеуказанной формуле

$$m_{H_2} = \frac{A_{H_2}}{N} = \frac{1,008}{6,024 \cdot 10^{23}} = 1,673 \cdot 10^{-24} \text{ (г)}.$$

3. Опираясь на два уравнения кинетической теории,

$$pV = \frac{2}{3} n \frac{mu^2}{2}; \quad \frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

вычисляем число молекул n в объеме V при данных условиях

$$pV = nkT; \quad n = \frac{pV}{kT}.$$

Мы видим, что теория, развитая на основе молекулярно-кинетической гипотезы, позволила глубоко проникнуть в область микроявлений, недоступных нашим чувствам, и не только создать качественные образы этих явлений, но и определить их количественные характеристики.

§ 87. Свойства газов при весьма малых давлениях. Вакуумные насосы и манометры

Состояние разрежения газа, заключенного в баллон, носит название «вакуум» (пустота). При *низком вакууме* (давление до 1 мм рт. ст.) длина свободного пробега молекул значительно меньше

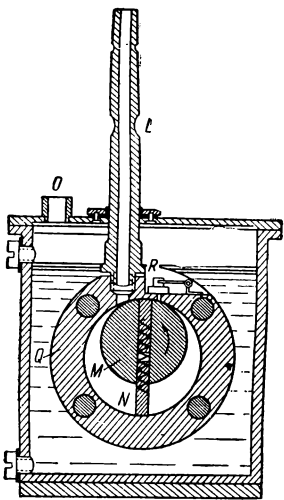


Рис. 264

размеров сосуда. В этом случае применимы все закономерности переноса, выведенные выше. *Средний вакуум (форвакуум)* наступает тогда, когда длина свободного пробега молекул сравнима с размерами баллона; давление при этом падает от 1 до 10^{-4} мм рт. ст. Высокий вакуум соответствует разрежениям, при которых длина свободного пробега молекул значительно превышает размеры баллона; давление при этом понижается от 10^{-4} до 10^{-9} — 10^{-10} мм рт. ст. Но даже и при этом наивысшем разрежении в 1 см³ сохраняется еще около 10^7 молекул.

Физические свойства *высокого вакуума* определяются тем, что столкновения молекул друг с другом крайне редки и не играют существенной роли. Существенны лишь соударения молекул со стенками баллона. Поэтому газ не обладает внутренним трением; *остается*

лишь внешнее трение, т. е. обмен количеством движения между молекулами и стенкой. Отсутствует также конвекция. Меняется и механизм теплопроводности в высоком вакууме. Если в обычном газе или при низком вакууме соединить два баллона с газом узкой трубкой, то, несмотря на разные температуры T_1 и T_2 газа в обоих баллонах, давления в них выравниваются:

$$p_1 = p_2.$$

В случае высокого вакуума имеет место формула Кнудсена

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

Низкий вакуум можно получить при помощи водоструйного насоса (рис. 198). Средний вакуум (форвакуум) получают при помощи насосов разного типа, например масляного ротационного насоса Геде (рис. 264). В железном барабане Q вращается массивный цилиндр M , расположенный эксцентрично с осью барабана Q ; внутри его находятся задвижки N , плотно прилифованные к внутренней поверхности барабана и распираемые сильной пружиной, так что они всегда плотно прижаты к барабану Q . Газ (воздух), попавший

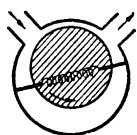
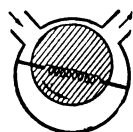
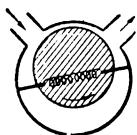


Рис. 265. Схема действия насоса Геде

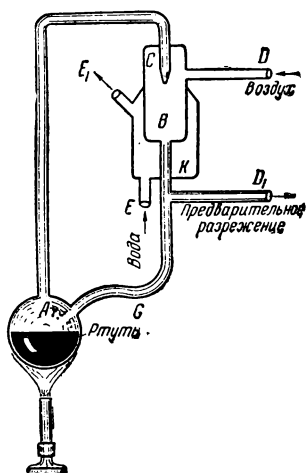


Рис. 266. Вакуумный насос

из трубы L в левую часть барабана, при вращении цилиндра M гонится задвижкой N вправо и через ventиль R выталкивается в отверстие O и в атмосферу. Положения задвижки N в течение цикла видны на схеме (рис. 265). Масло, наполняющее сосуд, в котором находится барабан, автоматически подается на ось. Насос быстро дает разрежение до 0,02—0,01 мм рт. ст.

Среди разнообразных насосов, дающих высокий вакуум, особенно ценны диффузионные насосы Ленгмюра. Принцип их устройства был одновременно (1920 г.) объявлен Л е н г м ю р о м¹ в США,

¹ Ирвинг Ленгмюр (1881—1957 гг.) — американский физик и химик, за открытия в области химии поверхностных явлений получил Нобелевскую премию 1932 г.

Геде в Германии, С. А. Боровиком в 1915 г. в России.

Схема действия диффузионного насоса (его иногда называют *конденсационным*) такова: в колбе *A* (рис. 266) подогревается ртуть; пары ее поднимаются до отверстия *C*, открытого в камеру *B*, из которой через отверстие *D*, высасывается воздух вспомогательным насосом, устанавливающим в *B* предварительное разрежение (около 0,02 мм. рт. ст.) Пары ртути, расширяясь у *C*, захватывают молекулы газа, диффундирующие из отверстия *D*, соединенного с сосудом, где нужно установить высокий вакуум (например, с бал-

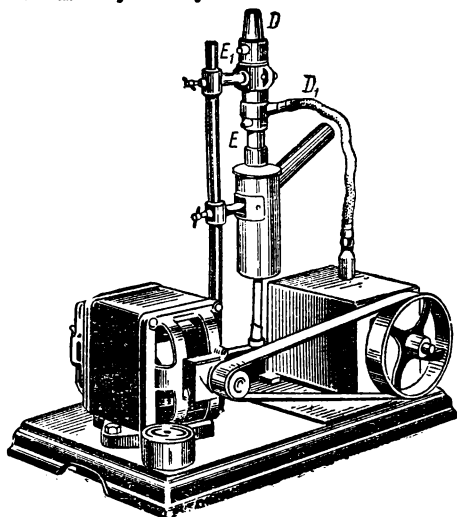


Рис. 267

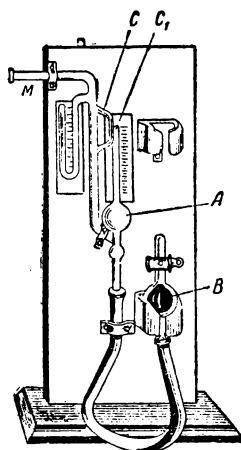


Рис. 268. Манометр Мак-Леода

лоном электронной лампы); этот газ далее попадает через *K* и *D*, в насос предварительного разрежения, а пары ртути конденсируются в трубке *K*, обтекаемой холодной водой через *E* и *E*₁, и затем стекают через *G* в виде жидкой ртути опять в *A*.

В настоящее время техника построения *вакуумных насосов* достигла больших успехов. Часто соединяются в одном насосе несколько (4—5) последовательно действующих насосов *Ленгмюра*; в этом каскаде каждый следующий насос служит как предварительный для предыдущего. Удалось также ртуть заменить специально подобранными сортами масла.

На рисунке 267 изображена вся вакуумная установка соединенных насосов; на лево — электромотор. Такое соединение дает вакуум до 10^{-9} мм рт. ст., 10^{-12} атм.

Для измерения столь малых давлений употребляются специальные манометры; опишем один из них, называемый манометром *Мак-Леода*. Труба *M* (рис. 268) соединена с резервуаром, в котором хотим измерить давление; тонкие калиброванные трубки *C* и *C*₁,

насколько возможно сближены. Наполненный ртутью сосуд B опущен, в сосуде A и трубках C и C_1 давление такое же, как в сосуде, соединенном с M , т. е. очень малое. Поднимая сосуд B , мы отделим газ в C_1 от M и C и сожмем его в C_1 , так что уровни в трубках C и C_1 будут различны. Пусть разница уровней h , а объем сжатого в трубке C_1 газа — V ; объем шара A и трубки C обозначим через V_0 ; этому объему соответствует искомое давление p . Тогда, полагая, что при столь больших разрежениях все газы подчиняются закону Бойля — Мариотта, имеем

$$pV_0 = (p+h)V;$$

отсюда вычисляем давление p по определенным величинам V и h и по известному объему V_0 .

Очень чувствительным измерителем давления в вакууме является манометр *Пирани*. Сосуд Q (рис. 269) соединен отростком C с вакуумом, давление в котором надо измерить; нить AB нагревается постоянным током и введена в одно из плеч мостика $У$ и $т$ $с$ $о$ $н$ $а$, что позволяет следить за ее сопротивлением. При уменьшении давления уменьшается теплопроводность газа, нить AB меньше теряет теплоты и нагревается, ее температура повышается, а поэтому увеличивается сопротивление, что и регистрируется мостиком $У$ и $т$ $с$ $о$ $н$ $а$. Градуировка этого манометра годится только для определенного газа, так как теплопроводности газов различны.

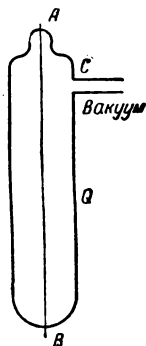


Рис. 269

§ 88. Радиометрический эффект

Отдача при отражении газовых молекул от препятствий в вакууме является причиной *радиометрического эффекта*. Пусть внутри стеклянного баллона (рис. 270) создан вакуум. На пружинку F насажен алюминиевый или слюдяной листочек, одна сторона которого покрыта сажей. При освещении листочка возникает разность температур между зачерненной и гладкой поверхностями листочка. По формуле Кнудсена разным будет и давление, т. е. от поверхности, покрытой сажей, молекулы газа будут отталкиваться с большей силой, чем от противоположной поверхности листочка.

В результате на листочек будет действовать сила K в направлении убывающей температуры и листочек отклонится. Это явление и называется *радиометрическим эффектом*. Зависимость между силой K , давлением p и температурами покрытой сажей поверхности T_2 и гладкой T_1 выражается формулой

$$K = \frac{1}{2} p \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right).$$

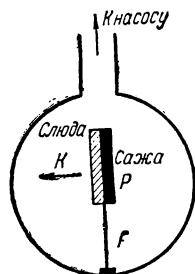


Рис. 270. Схема установки для радиометрического эффекта

На применении этой формулы основано определение давления p при помощи *радиометрического манометра* в пределах от 10^{-2} до 10^{-7} мм рт. ст. (рис. 271). Английский ученый Крукс¹ в 1874 г.

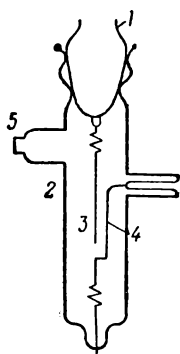


Рис. 271. Схема радиометрического манометра:

1 — пробка; 2 — колба; 3 — алюминиевая пластинка, зачерненная с одной стороны; 4 — нагревательная лента с током; 5 — трубка к установке, измеряющей давление. Отклонение алюминиевой пластинки измеряется микроскопом

построил *радиометр* (рис. 272). В нем крестообразно соединены четыре слюдяных листочка, покрытых с одной стороны сажей. Листочки прикреплены к шляпке, посаженной на острие. Эта «*световая мельница*» помещается в стеклянном баллоне с давлением от 0,1 до 0,01 мм рт. ст. При солнечном освещении или при падении на нее инфракрасных лучей «световая мельница» приходит в движение в направлении стрелки.

В настоящее время широкое развитие получила *вакуумная техника*. Началось ее создание с производства электрических *пустотных ламп*, но теперь наиболее важное применение вакуума направлено на производство приборов, работа которых основана на полете мельчайших частиц, например, электронов, без столкновений на их пути с молекулами газа. *Пароструйный насос Боровика* предвосхитил все основные черты насоса Лэнгмюра, но широкое применение вакуума в нашей стране началось лишь после Великой Октябрьской социалистической революции. Первый электровакуумный завод «Светлана» был создан в Ленинграде. Вакуумная техника применяется для изготовления рентгеновских и электронно-лучевых трубок, фотоэлементов, приборов

для телевидения, счетчиков ядерных частиц, ускорителей ионов и т. д.

В металлургии применяется плавка металлов под вакуумом, причем из металлов удаляются вредные для их свойств газы (*дегазация*), а также при восстановлении металлов из руд и химических соединений, *рафинировании* (очистке) металлов возгонкой (ртути, цинка, магния, бериллия и др.), при спекании прессованных заготовок в порошковой металлургии (изделия из тантала и ниобия) и т. д.

Вакуум используется при сушке, получении бетона высокого качества, формовке керамических изделий и т. п.

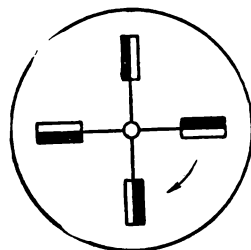


Рис. 272. Горизонтальное сечение радиометра Крукса

¹ Уильям Крукс (1832—1919 гг.) — английский физик и химик, открыл радиометрический эффект, исследовал спектры и разряды в газах,

Глава XII

ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 89. Эквивалентность теплоты и работы

До половины XIX в. господствовало воззрение на теплоту как на особого вида жидкость — *теплород*. Приток этой жидкости от тела к телу, ее прибыль и убыль в телах якобы обуславливали их тепловое состояние. Явления передачи теплоты, в особенности через теплопроводность, как будто бы подтверждали этот взгляд. В самом деле, если взять два стакана — один с горячей водой, а другой с холодной — и опустить в них концы металлической дуги, то теплота начнет перетекать по металлу от горячего конца к холодному, подобно перемещению жидкости в сообщающихся сосудах от высокого уровня к более низкому. Лишь немногие ученые смотрели на теплоту как на форму движения частиц материи; так, знаменитый английский философ Бэкон (XVI в.) говорил: «Теплота есть движение, расширяющее, задерживаемое и сообщенное малейшим частицам тел», такие же мысли высказывали Бойль, Гук, Ньютон (XVII в.), Д. Бернулли, М. В. Ломоносов (XVIII в.). В своем сочинении «Размышления о причине теплоты и холода» (1744 г.) Ломоносов пишет: «*Теплота тел состоит во внутреннем движении их материи*». Но еще сто лет после Ломоносова господствовала теория теплорода, принятая большинством выдающихся ученых того времени. Главным основанием такой упорной веры в теплород был «баланс» теплоты в калориметрических уравнениях; казалось, что теплота в течение процессов количественно постоянна так же, как неизменно количество вещества. Особенно твердо держались за теплород химики; они рассматривали соединения теплорода с телами, как будто дело шло о химических реакциях между веществами.

Решающие доводы против этой теории явились при обсуждении явлений *перехода работы в теплоту*; при сверлении пушек (Румфорд¹, 1798 г.), при трении двух кусков льда (Дэви², 1799 г.) и при других подобных явлениях возникает теплота и, притом, в каком угодно количестве, если при этом совершается работа. «Мы не должны забывать, — говорит Румфорд, — что этот источник теплоты, трение в наших опытах является неистощимым. Едва ли надо прибавлять, что то, что в отдельном изолированном теле или в системе подобных тел может развиваться беспредельно, не может быть материей».

¹ Бенджамин Томсон (1753—1814 гг.) — английский физик, родился в США; на военной службе в Баварии получил титул графа Румфорда; с 1799 г. жил в Лондоне.

² Гемфри Дэви (1778—1829 гг.) — английский физик и химик, сделал много открытий в физике и химии.

На основе этих идей постепенно, в первой половине XIX в. получила развитие *«механическая теория теплоты»*, как тогда ее называли, рассматривающая теплоту, как форму движения материи. Из этого воззрения в дальнейшем развилась термодинамика.

Уже в начале XIX в. появление в технике паровой машины и рост ее применения как основного промышленного двигателя остро поставили вопрос о количественных соотношениях при превращении теплоты в работу и обратном.

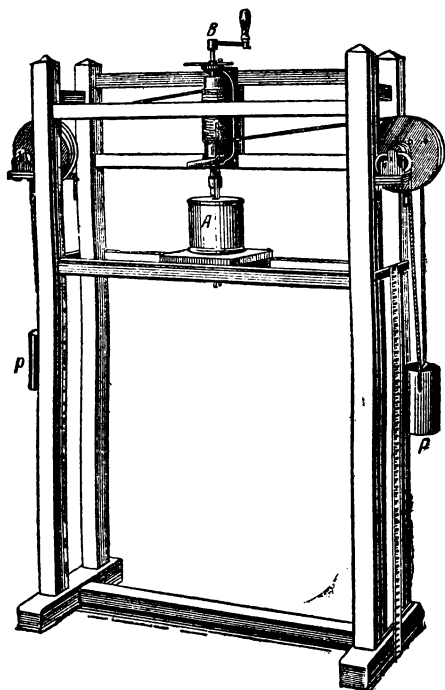


Рис. 273

Калория есть единица для измерения количества теплоты; как известно, она определялась как количество теплоты, необходимое для нагревания 1 г воды на 1° С. При изучении явлений преобразования теплоты в механическую работу стало необходимо установить соотношение между единицами количества теплоты и единицами работы. Решение этой задачи привело к определению числового значения *механического эквивалента теплоты*, что нужно считать одним из важнейших моментов в развитии взглядов на природу в XIX в.; впервые столь различно воспринимаемые нами, с одной стороны, процессы передачи теплоты, а с другой стороны,

механической работы оказались сопоставленными друг с другом.

Механическим эквивалентом теплоты Э называется та работа, которую нужно совершить, чтобы возникла единица количества теплоты.

В трудах Роберта Майера¹ (1842 г.) и Джемса Джоуля² (1843 г.) впервые установлено понятие механического эквивалента теплоты и определено его числовое значение.

¹ Роберт Майер (1814—1878 гг.) — немецкий врач, один из первых обратил внимание на процессы перехода работы в теплоту и обратно; как врач подробно изучал эти преобразования в живых организмах. Идеи Майера не были поняты современниками, и лишь постепенно их глубокий смысл был раскрыт Джоулем, Гельмгольцем, Тиндалем; последний в 1860 г. издал книгу «Теплота, рассматриваемая как род движения» — классический труд, сильно содействовавший распространению новых взглядов на теплоту.

² Джемс Джоуль (1818—1889 гг.) — англичанин, происходил из богатой семьи и получил прекрасное образование. Исследования его, которые он

Для определения \mathcal{E} существует много тщательно разработанных методов; из них прежде всего вспомним классический способ Джоуля. Он превращал работу при падении грузов P и P (рис. 273) в теплоту при помощи вращающихся на оси B в жидкости лопаток M и N (рис. 274) в калориметре A ; движение в нем жидкости поддерживается при помощи перегородок F, G .

Работа падения двух грузов $\tilde{W}=2Ph$, где P — вес каждого груза (рис. 273), h — высота падения.

Обозначим через m массу жидкости в калориметре, через c — ее теплоемкость, через m_1 — массу калориметра и через c_1 — его теплоемкость; тогда $mc+m_1c_1=M$ есть *водяной эквивалент калориметра с жидкостью*. Если температура жидкости и калориметра возросла к концу опыта на $t^\circ\text{C}$, то все полученное количество теплоты выразится так

$$Q=Mt.$$

Таким образом, находим \mathcal{E}

$$\mathcal{E}=\frac{2Ph}{Mt}.$$

Однако для сколько-нибудь точного определения \mathcal{E} в этот расчет приходится ввести существенные поправки:

а) грузы достигают конца своего пути (пола), обладая некоторым запасом кинетической энергии, именно в момент удара они имеют скорость v . Эта кинетическая энергия W_1 в момент удара обращается в теплоту, но вне калориметра; значение W_1 определится так

$$W_1=\frac{2Pv^2}{2g}=\frac{Pv^2}{g};$$

б) часть работы падения идет на трение нитей и в осях, т. е. тоже вне калориметра; обозначим эту потерю через W_2 ;

в) с введением этих поправок простой баланс энергии

$$2Ph=\mathcal{E}Mt$$

получает более сложный вид

$$2Ph-\left(\frac{Pv^2}{g}+W_2\right)=\mathcal{E}Mt.$$

При дальнейших исследованиях сам Джоуль и другие ученые (особенно надо отметить опыты американского физика Рунда, 1878 г.) усовершенствовали этот способ.

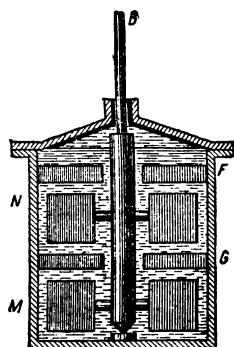


Рис. 274

вел в собственной лаборатории, касаются, главным образом, связи тепла с другими видами энергии; ему принадлежит первое точное определение механического эквивалента теплоты,

Как результат тщательной выработки всех полученных до этого значений механического эквивалента теплоты при помощи указанных и других методов международной конференцией по парам приняты следующие величины

$$\mathcal{E} = 4,187 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{кал}} = 4,187 \frac{\text{дж}}{\text{кал}} = 426,99 \frac{\text{кгм}}{\text{ккал}}.$$

Обратная величина $A = \frac{1}{\mathcal{E}}$ носит название *термический эквивалент работы*

$$A = 0,00234 \frac{\text{ккал}}{\text{кгм}} = 0,2388 \frac{\text{кал}}{\text{дж}}.$$

Введение механического эквивалента теплоты позволяет выражать теплоту не только в калориях, но и в механических единицах — эргах, джоулях, килограммометрах, а работу — в калориях.

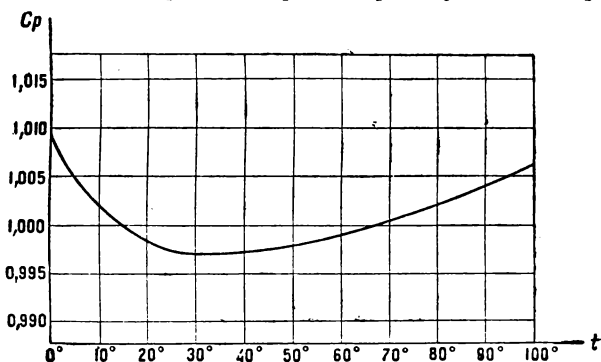


Рис. 275

Таким образом, калория стала одной из многих употребительных единиц энергии. В зависимости от условий опыта и удобных приемов для вычислений используются следующие единицы энергии, а следовательно, и работы и количества теплоты:

Килокалория эквивалентна 427 килограммометрам = 4187 джоулям = 4,187 килоджоулям.

1 калория эквивалентна 0,427 килограммометрам = 4,187 джоулям.

1 джоуль эквивалентен 0,24 калории.

1 килограммометр эквивалентен 0,00234 килокалории.

1 ватт-час эквивалентен 860 калориям.

1 киловатт-час эквивалентен 860 килокалориям.

1 литр-атмосфера = 1 л-атм = $1013 \cdot 10^6 \text{эрг} = 101,3 \text{дж} = 24,3 \text{калории}.$

При первоначальном определении калории крайне неудачно была избрана вода. Оказалось, что теплоемкость воды меняется и проходит через минимум при 37° С (рис. 275). Ввиду этого появи-

лись *пятнадцатиградусная* (от 14,5 до 15,5° С), *двадцатиградусная* (от 19,5 до 20,5° С) калории и даже *стоградусная* (средняя от 0 до 100° С). Так как механический эквивалент теплоты и термический эквивалент работы были определены чрезвычайно точно, то на основании этих соотношений Международная конференция по парам 1934 г. приняла такое определение килокалории

$$1 \text{ ккал} = \frac{1}{860} \text{ международного ватт-ч,}$$

следовательно, величина килокалории теперь связана с точно определенными значениями международного ампера и вольта, так как

$$1 \text{ ватт} = 1 \text{ вольт} \times 1 \text{ ампер.}$$

Долгое время в формулах термодинамики и теплотехники по инерции выражали количество теплоты в калориях, а работу в килограмметрах и во всех формулах ставили для перевода в одни и те же единицы термический эквивалент работы A в качестве множителя в каждом члене, выражающем работу. Теперь достаточно условиться, что *во всех формулах термодинамики мы будем выражать и количество теплоты и работу в одинаковых единицах энергии: калориях или килоджоулях или других, но обязательно в одних и тех же единицах.* При этом условии нет никаких оснований вводить умножение на A или деление на \mathcal{E} членов равенств, выражающих работу. Поэтому в дальнейшем предполагается, что и количество теплоты Q и работа W выражаются в одинаковых единицах.

§ 90. Физический смысл понятий: теплота, количество теплоты и работа

Учение о теплоте как *особый* раздел физики представляет собою учение об особой физической форме движения материи. *Тепловая форма движения материи* характеризуется беспорядочным, хаотическим движением мельчайших частиц, из которых состоит вещество всех тел, и взаимодействием этих частиц. Другая отличительная черта тепловой формы движения — ее массовость. Число *А в о г а д р о* $N = (6,02486 \pm 0,00016) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, т. е. число молекул в 1 моле газа, а также число *Л о ш м и д т а* $L = N/V = (2,68719 \pm \pm 0,00010) \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, т. е. число молекул в 1 см^3 газа при нормальных условиях, дают понятие о порядке колоссальной величины числа частиц в телах макромра. Таким образом, «*теплота*» как *особый раздел физики представляет собою учение о тепловой форме движения материи*, отличающейся от механической формы движения хаотическим и массовым движением частиц, что вызывает необходимость ее изучения с применением теории вероятностей, статистическим методом.

Чтобы понять *различие между работой и теплотой* по их физическому смыслу, хотя и измеряются они в одинаковых единицах энергии,

следует отметить двоякий смысл термина «работа»: этим названием обозначается и процесс работы и количественная мера этого процесса. В чем же заключается *процесс работы*? Когда тело совершает работу, то оно воздействует на другое тело какой-либо силой, заставляя это тело изменять свое положение. Таким образом, *в процессе работы энергия передается от одного тела к другому путем механического взаимодействия тел*.

Соответственно указанному процессу работы, при передаче энергии в механике, в разделе теплоты рассматривается переход энергии от одного тела к другому в процессе теплопередачи. *При теплопередаче взаимодействуют мельчайшие частицы, из которых состоят эти тела*. Это уже было показано при знакомстве с *теплопроводностью* (§ 83 и 84).

Другим способом теплопередачи является *тепловая конвекция* — перенос энергии в форме теплоты, обусловленный перемещением масс жидкости или газа, под влиянием различия температур в разных частях жидкости или газа. *Вынужденная конвекция* имеет место при перемешивании жидкости в калориметре. Естественная или *свободная конвекция* обусловлена разной плотностью жидкости или газа в разных местах, например, движение воздуха в комнате, конвекционные потоки в паровом котле.

При количественной оценке явления *тепловой конвекции* используют формулу Ньютона

$$Q = CS(T_1 - T_2)t,$$

где Q — количество перенесенной теплоты в калориях, S — площадь поперечного сечения потока жидкости в квадратных метрах, t — время в часах, T_1 — температура поверхности тела, соприкасающегося с жидкостью (стенки котла), T_2 — температура жидкой среды, C — *коэффициент теплоотдачи* в калориях на квадратный метр, час и градус Цельсия. Этот коэффициент является сложной функцией физических свойств жидкости или газа.

С *третьим видом теплопередачи* — *через излучение* — мы познакомимся подробно в разделе «оптика».

Мерой передачи энергии в форме теплоты является физическая величина, названная «количеством теплоты». Таким образом, теплота и работа не являются запасами энергии в теле, а разными способами ее передачи от одного тела к другому. Можно обозначить их как микрофизический (теплота) и макрофизический (работа) способы передачи энергии. Поэтому и количество теплоты и величину работы можно измерять в любых единицах энергии. Однако из того, что количество теплоты оказалось не количеством некоей гипотетической жидкости — теплорода, — а получило более глубокий энергетический смысл, отнюдь не вытекает его ненужность. Как увидим далее, эта величина — количество теплоты — имеет и в современной науке чрезвычайно важное значение, входя в оба начала термодинамики. Здесь, как и в ряде других фактов исторического развития физики, имеет место раскрытие более глубокого физиче-

ского смысла понятия теплоты, чем это было во времена Б л э к а. Однако его экспериментальные калориметрические методы сохранили свое значение в науке, хотя он и считал теплоту особым веществом — теплородом. Здесь мы видим пример часто встречающегося в истории науки факта: с развитием науки физический смысл тех или иных величин и закономерностей изменяется и углубляется, причем одна теория заменяется другой теорией, но физические закономерности, полученные из опыта, остаются, поскольку они имеют объективный характер, хотя истолковываются они уже более глубоким и более близким к объективной реальности способом.

§ 91. Калориметрия. Теплоемкость

Как известно из самых элементарных наблюдений, для нагревания 1 кг свинца, железа, воздуха, воды и т. д. на одно и то же число градусов Δt° надо подвести разные количества теплоты. Отсюда возникает понятие о *теплоемкости* веществ, которое было впервые введено трудами английского физика Б л э к а¹.

Теплоемкостью данного тела называется количество теплоты, которое необходимо сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1°C . Далее — удельная теплоемкость вещества есть количество теплоты, которое необходимо сообщить 1 г вещества, чтобы повысить его температуру на 1°C .

Количество теплоты Q , сообщенное телу или отнятое у него в течение процесса, может быть изображено так

$$Q = mc(t - t_0), \quad (1)$$

где m — масса тела, c — его удельная теплоемкость и $t - t_0 = \Delta t^\circ$ — разность температур в конце и начале процесса.

Как видим, для вычисления Q надо знать c .

Из формулы (1) находим уравнение для определения теплоемкости

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t^\circ}.$$

Хорошо разработанные калориметрические методы позволяют весьма точно определить теплоемкость для всякого вещества.

Из них наиболее часто употребляется *способ смешения*, метод которого был разработан Петербургским акад. Г. В. Р и х м а н о м², другом М. В. Л о м о н о с о в а. Сущность метода заключается в том, что испытуемое тело, взятое в определенном количестве m , получает в нагревателе высокую температуру t° (обычно температуру паров кипящей воды, определяемую по показанию термометра); затем это тело быстро переносится в калориметр, где находится

¹ Д ж о з е ф Б л э к (1728—1799 гг.) — английский химик; открыл углекислый газ, разработал калориметрию.

² Погиб в 1753 г. от удара молнии во время опытов над атмосферным электричеством.

некоторая масса воды при температуре t_1 . Постоянно перемешивая воду в калориметре, видим, как поднимается ее температура; высшую температуру θ° замечаем. Тогда имеем следующие количества теплоты.

Испытуемое тело, охладившись в калориметре от t° до θ° , теряет количество теплоты

$$Q = mc(t - \theta).$$

Калориметр с водой и принадлежностями нагрелся от t_1° до θ° ; при этом для нагревания на 1° С потребовалось количество теплоты, которое называют *водяным эквивалентом калориметра*. Поэтому можем написать, что при нагревании от t_1° до θ° весь калориметр с водой и принадлежностями получит количество теплоты

$$Q_1 = M(\theta - t_1).$$

Если не принимать во внимание потерь на теплопроводность и лучеиспускание во время самого опыта, то $Q = Q_1$; отсюда получаем *калориметрическое уравнение*

$$mc(t - \theta) = M(\theta - t_1).$$

Чтобы воспользоваться этим теоретическим уравнением для определения c или других входящих в него величин, необходимо ввести многочисленные поправки, при помощи которых учитываются явления лучеиспускания, теплопроводности, погрешности при отсчете температуры и т. д.

Обычный способ смешения, который со времени опытов Реньо¹ (1840 г.) является важнейшим калориметрическим методом, в последнее время подвергся усовершенствованию.

Нернст² (1910 г.) заменил в калориметре воду медью; теплопроводность меди очень высока. Если в массивный медный сосуд поместить испытуемое нагретое тело, то происходит процесс, совершенно аналогичный смешению. Измерение температур производится при помощи *термопар*, одни спаи которых находятся в этом медном сосуде, а другие в медной пластинке, поддерживаемой при постоянной температуре и отделенной от медного сосуда непроводником; тогда по показаниям гальванометра судим о разности температур спаев.

Общий вид калориметра Нернста изображен на рисунке 276: K — медный сосуд, C — медная пластинка, между ними термоэлемент T , D — дьюаровский сосуд.

¹ Анри Реньо (1810—1879 г.) — французский физик и химик; искусный и тщательный экспериментатор.

² Вальтер Нернст (1864—1941 гг.) — немецкий физик, за работы по термодинамике получил Нобелевскую премию 1921 г.

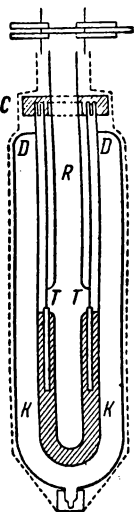


Рис. 276. Калориметр Нернста

Для того чтобы ослабить обмен теплоты с окружающей средой, весь этот калориметр помещен в сосуд с двойными стенками, между которыми устанавливается весьма высокий вакуум; такие сосуды с двойными стенками употребляются для хранения сжиженных газов; вакуум не проводит теплоту, и потому почти нет притока теплоты к жидкому газу (например, воздуху или водороду), который налит внутри сосуда (рис. 277). Такие сосуды называются *дьюаровскими*.

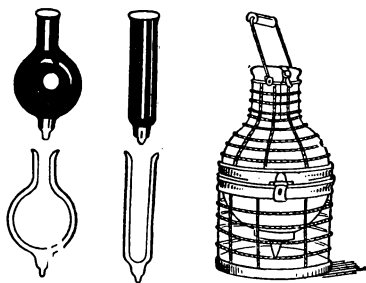


Рис. 277. Сосуды Дьюара

Нернсту же принадлежит разработка электрического метода измерения теплоемкостей твердых тел. Испытуемое тело массой m , обвитое проволокой, помещают в вакуум или в сосуд Дьюара. Пропуская по проволоке ток известной силы при данном напряжении, сообщают телу определенное число калорий. По закону Джоуля — Ленца

$$Q = 0,24 I^2 R t,$$

где I — величина тока, R — сопротивление, t — время, Q — количество выделившейся теплоты.

При этом повышается температура тела; определяем повышение температуры ΔT по изменению сопротивления проволоки

$$R_T = R_0 (1 + \alpha T).$$

Имеем калориметрическое уравнение

$$Q = 0,24 I^2 R t = m c \Delta T + q;$$

q — теплота потерянная, которую можно исключить при проведении повторных опытов.

Этот способ замечателен в том отношении, что позволяет очень точно измерять теплоемкость при разных температурах.

Для определения теплоемкости жидкости тоже предложен электрический способ. Через трубку LM (рис. 278) пропускают жидкость с постоянной скоростью; в узкой части трубки введена платиновая спираль, которая включается в цепь постоянного тока E ; при замкнутой цепи спираль нагревается током и отдает теплоту Q за время t истечения жидкости. Термпары I и II измеряют температуры (T_1 и T_2) жидкости, соответственно входящей в трубку и выходящей после нагревания.

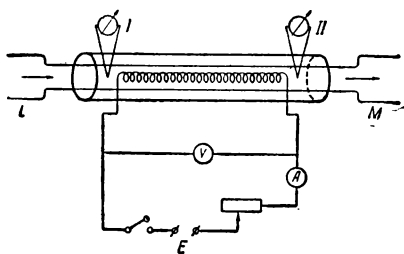


Рис. 278

По закону Джоуля — Ленца имеем

$$Q = 0,24 I U t,$$

где U и I — показания вольтметра и амперметра. Обозначив через m массу протекшей в течение времени t жидкости, выразим полученную ею теплоту Q

$$Q = cm(T_2 - T_1).$$

Приравнявая правые части равенств, получим уравнение

$$0,24 U I t = cm(T_2 - T_1) + q,$$

где q — калориметрические потери, которые исключаем при повторных наблюдениях, подбирая ту же разность температур. Таким образом, определяем теплоемкость жидкости c .

Многочисленные исследования установили, что *теплоемкость всех тел есть функция температуры*, т. е. что теплоемкость тела изменяется при изменении его температуры; вообще эти изменения невелики при обычных температурах. Так, установлено:

Ртуть:

$$\begin{array}{ll} t = 0^\circ\text{C}, & c = 0,03333; \\ t = 100^\circ\text{C}, & c = 0,03262; \end{array}$$

Медь:

$$\begin{array}{ll} t = 0^\circ\text{C}, & c = 0,0910; \\ t = 50^\circ\text{C}, & c = 0,0928; \end{array}$$

Натрий:

$$\begin{array}{ll} t = 0^\circ\text{C}, & c = 0,2829; \\ t = 95,53^\circ\text{C}, & c = 0,3258. \end{array}$$

Сообщая единице массы тела количество теплоты Q , тем самым изменяем его температуру от T_0 до T_1

$$Q = c(T_1 - T_0);$$

$$c = \frac{Q}{T_1 - T_0} = \frac{Q}{\Delta T};$$

здесь c есть *средняя теплоемкость* для интервала $T_1 - T_0 = \Delta T$; если же определяем теплоемкость при данной температуре T , то нужно перейти в предыдущей формуле к пределу

$$c_T = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right) = \frac{dQ}{dT}. \quad (2)$$

Так выражается истинная теплоемкость при данной температуре T . Обширные исследования в течение последнего столетия не только подтвердили факт зависимости теплоемкости всякого тела от температуры для очень широких интервалов температур, но и позволили установить для некоторых веществ вид зависимости, т. е. раскрыли, как изменяется теплоемкость при изменении температуры.

Приведем результаты измерения удельных теплоемкостей некоторых твердых и жидких веществ.

Вещество	Температура в °С	$c \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}}$	Вещество	Температура в °С	$c \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}}$
Алюминий . . .	16—100	0,2122	Спирт этиловый .	12—30	0,602
Глицерин . . .	15—50	0,076	Уголь каменный .	24—68	0,2040
Железо мягкое	18—100	0,1095	Ртуть	0	0,03333
Медь	18—100	0,0928	Ртуть	200	0,03235

Вода имеет очень большую теплоемкость среди твердых и жидких веществ; от 0 до 37° С теплоемкость воды убывает, а при дальнейшем повышении температуры возрастает.

§ 92. Теплоемкости газов

Определение теплоемкостей газов представляет вообще огромные экспериментальные трудности, особенно вследствие ничтожных количеств газа, которые мы можем заключить в лабораторный сосуд данного объема; кроме того, резко выступает разница между теплоемкостью газа при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v ; для их определений требуются совершенно различные методы.

Нельзя не отметить, что физическая теория, современная техника и промышленность предъявляют очень высокие требования к точности при определении теплоемкостей газов и паров.

Р е н ь о принадлежит классический способ определения c_p для газов (1862 г.).

Большой газометр V (до 35 литров) содержит газ под высоким давлением, которое измеряется манометром; газометр помещен в большой резервуар с водой, температура которой поддерживается постоянной (рис. 279). Газ при открытом кране S поступает в змеевик E , причем проходит через прибор R (B)—«регулятор скорости» (разрез его виден наверху), который позволяет движением винта с разделенным барабаном b так регулировать отверстие, через которое течет газ, что показания монометра M остаются постоянными, несмотря на уменьшение давления в V . Змеевик E (у Р е н ь о длина его была 10 м) погружен в нагреватель (масляную баню), где газ принимает высокую температуру T . Затем через хорошо изолированную пробкой трубку C поступает в калориметр D , который состоит из четырех латунных сосудов, внутри каждого из них газ идет по спирали (см. разрез сосуда A). Температура калориметра измеряется очень чувствительным термометром (до $\frac{1^\circ}{200}$).

Количество прошедшего газа m определяется по изменению давления в газометре. Обычное калориметрическое уравнение составляется так

$$mc_p (t - \theta) = (Mc_1 + Kc_2)(\theta - t);$$

здесь M — масса жидкости в калориметре, c_1 — ее теплоемкость, K — масса калориметра, c_2 — его теплоемкость, t и θ — темпера-

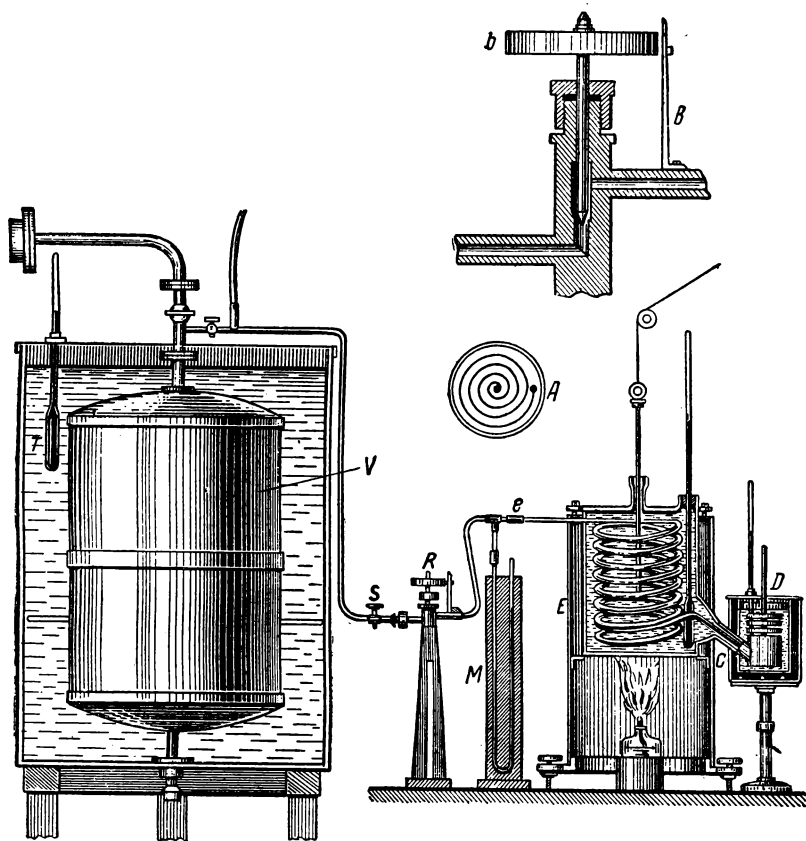


Рис. 279. Калориметр Реньо для газов

туры его в начале и конце процесса; из этого уравнения можно определить c_p , так как все остальные величины определяются из опыта и наблюдений.

Но это уравнение есть лишь результат общего теоретического расчета; в нем не приняты во внимание потери теплоты на лучеиспускание и теплопроводность, которые играют заметную роль при этом эксперименте; они оказывают возмущающее влияние на отсчеты θ и t . Реньо разработал особые методы учета этих влияний,

которые позволяют, в конце концов, находить значения c_p с большой точностью.

При определении c_p для газов современными приборами служат электрические нагреватели, которые позволяют более точно проследить повышение температуры газа.

Многие исследователи применяют при определении c_p для газов метод и аппаратуру, описанные для определения теплоемкости жидкостей (рис. 278).

В результате современных измерений теплоемкостей газов при постоянном давлении, равном 1 атм, и при указанных интервалах температуры получены следующие значения.

Газы	Δt°	c_p	Газы	Δt°	c_p
Азот	20—440	0,242	Водяной пар . .	100	0,435
Водород	20—100	3,410	Воздух	20	0,2408
Кислород	10—200	0,218	»	20—440	0,2370
Спирт	114—200	0,453	»	100	0,2427

В этой таблице приведены истинные теплоемкости при данной температуре для паров воды и воздуха, для других газов даны средние теплоемкости для указанных температурных промежутков.

Опытные определения теплоемкости при постоянном объеме c_V для газов представляют большие затруднения и не дают надежных результатов. Поэтому обычно c_V вычисляют по известному c_p ; для этого устанавливают связи между теплоемкостями c_p и c_V .

Прежде всего можно определить разность между c_p и c_V , опираясь на предыдущие рассуждения. Установлено, что $c_p > c_V$ вследствие того, что c_p заключает в себе энергию, потребляемую на изменение внутреннего состояния газа при повышении его температуры на 1° и на внешнюю работу расширения; c_V не содержит внешней работы расширения, так как $V = \text{const}$. Но ведь R в уравнении К л а п е й р о н а (§ 71) как раз и выражает внешнюю работу газа при повышении его температуры на 1°C ; отсюда вытекает соотношение между c_p и c_V

$$c_p - c_V = R, \quad (3)$$

где R выражено в калориях на грамм и на градус.

Кроме того, при помощи специальных экспериментов можно очень точно определить число γ , которое выражает отношение $\frac{c_p}{c_V}$ для данного газа

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}. \quad (4)$$

Таким образом, зная для испытуемого газа c_p и R , или γ , найдем c_V из соотношения (3) или (4)

$$c_V = c_p - R; \quad c_V = \frac{c_p}{\gamma}.$$

Приведем таблицу, содержащую постоянные величины, характеризующие некоторые газы.

Вещество	Плотность Δ	Молек. вес (O=16)	Температура в °C	c_p	γ	c_v	$R \frac{\text{кГм}}{\text{кг град}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
Воздух	1	28,962	20—440	0,237	1,40	0,169	29,28
H ₂	0,06948	2,016	20—100	3,409	1,41	2,412	422,59
O ₂	1,10535	32,000	10—200	0,218	1,40	0,155	26,47
N ₂	0,9672	28,02	20—440	0,242	1,41	0,172	30,13
Cl ₂	2,491	70,92	20—200	0,121	1,32	0,092	11,94
CO ₂	1,529	44	20—440	0,231	1,30	0,178	19,15
Насыщ. пар воды	0,6059	18,02	100	0,435	1,32	0,329	46,95

§ 93. Внутренняя энергия системы. Первое начало термодинамики

Когда тело или система тел получает энергию в форме теплоты, то за счет этого притока увеличивается внутренняя энергия системы и совершается работа расширения. Если система изолирована и никакого притока энергии в форме теплоты нет, а также если внешние силы не производят над системой работы, то по закону сохранения энергии при всех преобразованиях количество энергии в изолированной системе постоянно; это количество мы и называем *внутренней энергией* системы. Представим себе некоторое состояние *изолированной* системы и пусть ее внутренняя энергия в этом состоянии U_0 ; затем в системе происходит ряд процессов, и она переходит в некоторое другое состояние; в этом состоянии пусть ее энергия станет U_1 . Опыт показывает, что, если применить при подсчетах преобразованной энергии совокупность установленных эквивалентов, то по какому бы пути, при каких бы процессах изолированная система ни переходила из начального состояния в какое-либо другое, всегда $U_0 = U_1$ или $\Delta U = 0$.

Изменение состояния системы тел обусловлено передачей энергии от одного тела системы другому. Во время передачи энергии тела последовательно проходят различные стадии различных процессов изменения состояния, но процессов передачи энергии известно лишь два.

1. *Передача энергии в форме механической работы W* . В процессе работы один вид энергии преобразовывается в другой. Э н г е л ь с выразил это в следующих словах: «...работа — это изменение формы движения, рассматриваемое с его количественной стороны»¹.

¹ Ф, Э н г е л ь с, Диалектика природы, 1955, стр. 70.

Как типичный пример передачи энергии в форме работы можно представить работу компрессора (схема рис. 280), который производит сжатие газа, занимающего объем V , и тем самым повышает его внутреннюю энергию.

2. *Передача энергии в форме теплоты* через теплопроводность, лучеиспускание. Во всех этих процессах энергия передается или переносится молекулами, атомами, электронами, квантами; агентами передачи энергии являются микрочастицы, в результате этого осуществляется *изменение внутренней энергии тела*.

Как пример такого процесса можно привести изменение внутренней энергии газа в цилиндре V (рис. 281), поставленном на газовую плиту AB ; передача энергии молекулярного движения в процессе теплопроводности от слоя к слою в плите AB повышает внутреннюю энергию газа в цилиндре V .

Обычно говорят, что плита AB передает «количество теплоты» Q цилиндру V ; такой способ описания этого явления, конечно, унаследован от теории теплорода точно так же, как и термины теплопро-



Рис. 280

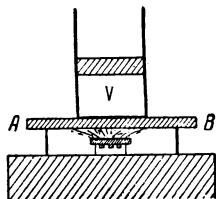


Рис. 281

водность, теплообмен, отдача теплоты и т. п. Мы эти термины употребляем и ими должны пользоваться, поскольку они общеприняты в научной и технической литературе, но физическая сущность тепловых явлений заключается в передаче энергии путем взаимодействия хаотически движущихся мельчайших частиц.

Пусть в начальном состоянии внутренняя энергия системы равна U_0 ; в системе происходят процессы изменения энергии в форме работы ΔW и в форме теплоты ΔQ , в результате чего энергия системы стала U ; изменение энергии $U - U_0 = \Delta U$ равно переданной энергии

$$\Delta Q + \Delta W = \Delta U.$$

Полагая, что все эквивалентные преобразования выполнены и что все три члена этого уравнения выражены в одинаковых единицах, мы можем написать

$$\Delta Q + \Delta W = \Delta U. \quad (1)$$

Это уравнение выражает баланс при изменении внутренней энергии системы. Чаше его пишут иначе; именно, в технике тепловых двигателей важен тот процесс, когда за счет затраченной энергии ΔQ увеличивается внутренняя энергия системы (например, воды в котле) на ΔU и система совершает работу ΔW .

Тогда предыдущее уравнение примет вид

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W. \quad (2)$$

Это уравнение называется *уравнением I начала термодинамики*. Смысл его ясен: за счет сообщенной при процессе теплопередачи

энергии ΔQ повышается внутренняя энергия системы ΔU и производится работа ΔW . Таков, например, процесс действия паровой машины: за счет теплопередачи ΔQ повышается внутренняя энергия воды в котле на ΔU , причем часть воды обращается в пар, который производит работу ΔW .

Для более широкого и свободного применения уравнения (2) напомним его в *дифференциальной форме*, представив весь процесс теплопередачи и изменения внутренней энергии разбитым на элементарные части; уравнение (2) изобразится так

$$dQ = dU + dW. \quad (3)$$

Это — дифференциальное уравнение I начала термодинамики для элементарного процесса.

Изменение внутренней энергии системы ΔU , происшедшее вследствие передачи ей энергии ΔQ и работы ΔW , обусловит в ней два процесса: 1) повышение интенсивности молекулярного движения, т. е. изменение кинетической энергии молекул ΔT , что выразится в повышении температуры; 2) изменение молекулярных связей, т. е. изменение потенциальной энергии системы $\Delta \Pi$, так что

$$\Delta U = \Delta T + \Delta \Pi.$$

Термодинамика рассматривает изменения внутренней энергии иначе.

Состояние системы определяется тремя параметрами p , V , T .

Следя за их изменениями, мы определяем изменения состояния системы, характеризуемые значениями ее внутренней энергии.

Изменение параметров p , V , T позволяет следить за изменением внутренней энергии системы. Это значит, что *внутренняя энергия есть функция параметров состояния* и однозначно определяется ими для всякого состояния системы.

$$U = f(p, V, T).$$

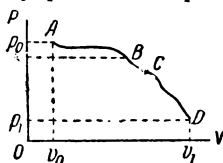


Рис. 282

Опыт показывает, что эти параметры зависят друг от друга; именно, экспериментальные исследования привели к уравнениям

состояния, например к уравнению Клапейрона для идеальных газов. Поэтому, следя за изменением двух параметров (например p и V), мы получаем полную картину изменения состояния, так как значения третьего параметра (например, T) определяются из уравнения состояния. Это обстоятельство придает очень важное значение графическим изображениям процессов в виде плоских кривых. Возьмем оси координат: на оси абсцисс откладываем объемы V , на оси ординат — давления p ; откладывая значения V и p для разных стадий изучаемого процесса, получим диаграмму pV процесса (рис. 282): началу процесса соответствует точка A , состояние системы характеризуется параметрами V_0 и p_0 ; затем состояния характеризуются координатами точек B , C и т. д.;

конец процесса соответствует точке D , и состояние системы в конце процесса характеризуется координатами этой точки V_1 и p_1 . Таким образом, кривая $ABCD$ на диаграмме рисунка дает нам полное и наглядное изображение изучаемого процесса. Мы видим, как течет процесс и какие состояния проходит система.

Графический метод ввел в термодинамику Клапейрон (1834 г.) и тем самым дал новый, плодотворный способ решения сложных вопросов термодинамики и теплотехники; в настоящее время графический метод имеет применение во всех областях знания и без него трудно было бы представить возможность исследования многих вопросов физики, химии и других наук.

Необходимо иметь в виду, что на диаграмме (pV) можно отмечать только такие мгновенные состояния газа, при которых его температура, давление и плотность во всем взятом объеме газа, во-первых, одинаковы, а во-вторых, не могут сами собой изменяться в течение времени. Такие состояния газа принято называть *равновесными*. Процессы, изображаемые на pV -диаграмме, должны состоять из ряда равновесных состояний.

Процесс, при котором система, выйдя из состояния A (рис. 283) и пройдя ряд иных состояний B, C, \dots , вновь возвращается в начальное состояние A , называется *круговым процессом или циклом*. Для определенности можно представить, что в A имеем кусок льда при температуре T_0 , давлении p и объеме V ; затем его обратили в воду, воду обратили в пар; обратно — пар конденсировали и воду опять заморозили до прежнего состояния A ; произошел *круговой процесс*.

Параметры p, V, T определяют состояния системы в любой точке процесса; они определяют и значения внутренней энергии системы в каждом из состояний процесса U_A, U_B, U_C, \dots . Отсюда вытекает, что *изменение ΔU внутренней энергии после завершения кругового процесса равно нулю*

$$\Delta U = U_A - U_A = 0; \quad \Delta U_{ABCD A} = 0.$$

Кратко будем это записывать так

$$\oint dU = 0.$$

Если же мы рассмотрим не круговой процесс, а только процесс начинающийся, положим, в A и заканчивающийся в C , то изменение внутренней энергии на этом пути ABC вообще не нуль

$$\Delta U_{ABC} \geq 0;$$

также и для какого-нибудь процесса CDA

$$\Delta U_{CDA} \geq 0.$$

Но сумма этих изменений равна нулю

$$\Delta U_{ABC} + \Delta U_{CDA} = 0.$$

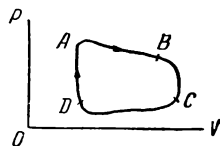


Рис. 283

Отсюда вытекает

$$\Delta U_{ABC} = -\Delta U_{CDA}.$$

Изменив направление второго процесса, т. е. положив его начало в A , а конец в C , имеем

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{ADC}. \quad (4)$$

Это значит: *изменение внутренней энергии системы в течение процесса перехода ее из одного состояния A в другое C не зависит от пути перехода, а определяется исключительно параметрами p_0, V_0, T_0 и p_1, V_1, T_1 , характеризующими начало A и конец процесса C .* В этом заключается главное качество внутренней энергии системы, обусловившее ее важнейшее значение в термодинамике. Между точками A и C , соответствующими начальному и конечному состояниям процесса, можно вообразить сколько угодно кривых ABC, ADC, AMC, \dots По какой бы из них ни протекал процесс, переводящий систему равновесно из состояния A в состояние C , изменение внутренней энергии ее будет одно и то же: $\Delta U = U_1 - U_0$. При обратном переходе: $-\Delta U = U_0 - U_1$; здесь U_0 — внутренняя энергия в состоянии A , U_1 — внутренняя энергия в состоянии C .

В то время как изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояний системы и не зависит от того, каким путем протекает процесс, и количество теплоты и работа процесса зависят от пути процесса.

Например, чтобы нагреть порцию воздуха от 0 до 30°C мы можем добиться этого разными путями: мы можем нагревать воздух при постоянном объеме, при постоянном давлении и можем даже его совсем не нагревать, а просто сжать, и его температура возрастет за счет работы сжатия. Во всех этих случаях, несмотря на то, что начальное и конечное состояния воздуха одинаковы, количества затраченной теплоты и совершаемой работы различны. Это и значит, что *количество теплоты и работа зависят от пути процесса*, но их разность

$$dU = dQ - dW$$

не зависит от пути процесса.

Внутренняя энергия U системы имеет очень сложный состав. Укажем здесь на ее главные составные части:

Кинетическая энергия хаотического движения молекул и потенциальная энергия взаимодействия между ними.

Энергия колебательного движения атомов внутри молекул.

Энергия взаимодействия атомов или ионов внутри молекул.

Энергия электронов, движущихся внутри атомов.

Энергия ядра атома.

Энергия квантов излучения, образующихся и поглощающихся при процессах, протекающих внутри системы.

Из этого перечня состава внутренней энергии в термодинамике в первую очередь рассматривается первая часть: наиболее упрощен-

ным предположением является то, что внутренняя энергия системы определяется целиком кинетической энергией движения молекул. В этом случае воображаемое вещество, состоящее из движущихся молекул, между которыми нет сил притяжения, а силы отталкивания развиваются только при их столкновениях, называется *идеальным газом*. Модель идеального газа приблизительно верно отражает свойства реальных газов.

Хотя мы многих частей внутренней энергии и не можем учесть, нам уже известно, что система, обладающая массой m , имеет внутреннюю энергию, равную mc^2 , где c — скорость света. Такая энергия может обнаружиться при превращении вещества в излучение.

Отметим, наконец, что *первое начало термодинамики представляет собою выражение универсального физического закона сохранения и превращения энергии*. Долгое время изобретатели пытались построить машину, которая бы вечно двигалась. Такую машину называли «перпетуум-мобиле». Но при неустранимости трения движение всякой машины сопровождается превращением работы в теплоту за счет кинетической энергии движения машины; поэтому машина, не получающая пополнения энергии извне, рано или поздно остановится. В термодинамике машина, производящая энергию из ничего, носит название «перпетуум-мобиле» первого рода. Если бы такая машина существовала, то за счет производимой ею энергии она могла бы преодолевать трение и вечно двигаться. Первый закон термодинамики утверждает, что *«перпетуум-мобиле» первого рода невозможно*.

§ 94. Применение I начала термодинамики к процессам в идеальных газах

Найдем сначала общее выражение для работы расширения в дифференциальной форме.

Пусть какое-либо тело имеет объем V (рис. 284) при равномерном и постоянном давлении со всех сторон p . Нагреваем его *при постоянном давлении*; происходит расширение, и элемент поверхности dS проходит путь dh ; элементарная работа dW при этом процессе выразится так

$$dW = p \, dS \, dh.$$

Но $dS \, dh = dV$ есть приращение элемента объема; поэтому

$$dW = p \, dV.$$

Чтобы найти всю работу при расширении тела, надо суммировать все вычисленные по этой формуле элементарные работы; применяя интегральное исчисление, запишем

$$W = \int_{V_0}^V p \, dV.$$

Приложим теперь общую теорию к вопросу об определении внутренней энергии идеального газа.

Внутренняя энергия идеального газа, как и всякого другого тела, есть функция состояния газа. Вид и характер этой функции выяснил впервые Д ж о у л ь (1844 г.) своими знаменитыми опытами над расширением газа в пустоту.

Два баллона (рис. 248) соединены между собою трубкой с краном К, в левом сосуде газ сжат до 22 атм, в правом — осуществлен возможно совершенный вакуум; оба сосуда помещены в калориметр. Когда открыли кран, произошел переток газа с выравниванием давления. В результате наблюдений Д ж о у л ь пришел к заключению, что по завершении процесса температура газа не изменилась, хотя объем и давление изменились.

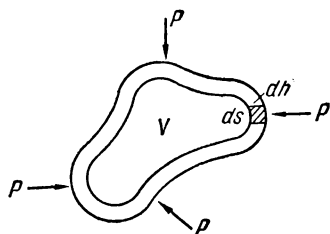


Рис. 284

Произведем анализ этого явления на основе I начала термодинамики; напишем уравнение I начала

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W.$$

В нашем случае мы имеем: 1) $\Delta Q = 0$, так как извне на этот процесс теплота не затрачивается; 2) $\Delta W = 0$, так как газ, расширяясь в пустоту, работы не совершает; 3) отсюда следует: $\Delta U = 0$, т. е. внутренняя энергия газа не изменилась, хотя при этом процессе объем и давление газа явно изменились, а неизменной осталась лишь температура. Мы приходим к очень важному заключению: *внутренняя энергия идеального газа есть функция только его температуры и не зависит от изменения его объема и давления.*

Теперь применим I начало термодинамики к различным процессам в идеальных газах.

1. *Изохорический процесс*¹. Это процесс, протекающий при постоянном объеме.

Чтобы при нагревании газа не дать ему расшириться (рис. 285, а), придется увеличить давление от p_0 до p ; работы расширения при изохорическом процессе не происходит, и вся сообщенная газу теплота затрачивается на изменение его внутренней энергии (рис. 285, б).

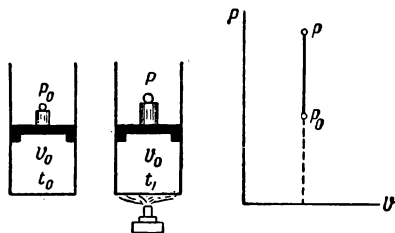


Рис. 285, а

Рис. 285, б

Итак, при изохорическом процессе вся притекающая теплота идет на увеличение внутренней энергии газа.

Из уравнения I начала термодинамики мы имеем при изохорическом процессе $dW = 0$. Остается $dQ = dU$. Вводим теплоемкость

¹ Греческие слова: «исос» — равный, «хорема» — вместимость.

при постоянном объеме

$$c_V = \frac{dQ}{dT}.$$

Мы видим, что при постоянном объеме

$$c_V = \frac{dU}{dT},$$

откуда $dU = c_V dT$. Такова дифференциальная форма закона Джоуля. Принимая для идеального газа $c_V = \text{const}$, мы получим изменение внутренней энергии газа при переходе от первого состояния ко второму

$$U_1 - U_0 = \Delta U = c_V (T_1 - T_0). \quad (5)$$

Уравнение (5) можно написать еще проще, если принять, что при абсолютном нуле температуры $T_0 = 0$, внутренняя энергия идеального газа $U_0 = 0$. Тогда закон Джоуля примет вид

$$U = c_V T.$$

Закон Джоуля представляет собою наиболее простую форму калорического уравнения состояния, устанавливающего зависимость внутренней энергии от параметров состояния. Вместе с термическим уравнением состояния идеального газа $pV = RT$ закон Джоуля дает возможность рассчитать все изменения состояния идеальных газов при различных процессах, работу и теплоту. При изохорическом процессе очевидно

$$Q = c_V (T_1 - T_0), \text{ а } W = 0.$$

2. *Изобарический процесс.* Процесс при постоянном давлении называется изобарическим¹. В этом случае

$$\frac{dQ}{dT} = c_p; \quad dQ = c_p dT,$$

где c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

Подставим dQ в уравнение I начала

$$c_p dT = c_V dT + p dV.$$

Так как давление p постоянно, то, дифференцируя уравнение Клапейрона $pV = RT$, находим для изобарического процесса

$$p dV = R dT.$$

Итак, $c_p dT = c_V dT + R dT$. Сокращая на dT , получим уравнение Роберта Майера

$$c_p - c_V = R. \quad (6)$$

При первой попытке определения механического эквивалента теплоты Роберт Майер взял весьма неточные экспериментальные результаты измерений c_p и c_V в калориях, а R — в единицах

¹ Греческие слова: «исос» — равный, «барос» — тяжелый.

работы на грамм, на градус, но вследствие неточности измерений получил для механического эквивалента теплоты всего 365 кГм/кал.

Теплоемкость одной грамм-молекулы называют молекулярной теплоемкостью.

Для молекулярной теплоемкости газов C_p и C_v имеем такую же формулу

$$C_p - C_v = R_0,$$

где R_0 — универсальная газовая постоянная, равная

$$R_0 \approx 2 \frac{\text{кал}}{\text{моль} \cdot \text{град}}.$$

Так как при изобарическом процессе давление постоянно, то величина работы равна

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p \, dV = p(V_1 - V_0). \quad (7)$$

Зная давление p и объем в начале и конце процесса, вычислим работу.

Мы можем выразить работу и в зависимости от изменения температуры; для этого используем уравнение Клапейрона

$$pV_0 = RT_0; \quad pV_1 = RT_1;$$

$$V_1 - V_0 = \frac{R}{p}(T_1 - T_0);$$

$$W = R(T_1 - T_0). \quad (8)$$

На диаграмме pV работа при изобарическом процессе представляется площадью прямоугольника V_0ABV_1 ; здесь изобара p изображается прямой AB (рис. 286).

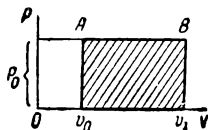


Рис. 286

Отметим важное обстоятельство: работа при изобарическом процессе в диаграмме pV графически представляется площадью, ограниченной изобарой AB , осью абсцисс и двумя ординатами, соответствующими началу и концу процесса.

Мы увидим, что это положение имеет общий характер.

Количество теплоты при изобарическом процессе для единицы массы газа очевидно равно

$$Q = c_p(T_1 - T_0).$$

Можно ее выразить иначе, исходя из уравнения I начала термодинамики

$$dQ = dU + p \, dV.$$

Так как p — постоянно, то $dQ = dU + d(pV)$.

Отсюда $Q = (U_1 + p_1 V_1) - (U_0 + p_0 V_0)$, т. е. разности значений функции $J = U + pV$. Функция состояния J носит название *энтальпия*, или *теплосодержание*. Следовательно,

$$Q = J_1 - J_0,$$

т. е. количество теплоты, полученное газом при изобарическом процессе, равно приращению энтальпии газа.

Очевидно, $dJ = C_p dT$. Все формулы написаны для единицы массы. Если C_p есть молекулярная теплоемкость, а масса газа равна M граммов, молекулярный вес μ , то при изобарическом процессе

$$Q = \frac{M}{\mu} C_p (T_1 - T_0).$$

3. *Изотермический*¹ процесс; его характеристика $dT = \text{const.}$ Как известно, уравнением этого процесса служит закон Б о й л я — М а р и о т т а

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{p_1}{p_0}; \quad V_0 p_0 = V_1 p_1.$$

Это уравнение равносторонней гиперболы по отношению к ее асимптотам. Кривая процесса в этом случае называется *изотермой*. Положим, что для изучаемого процесса построена изотерма (рис. 287); рассмотрим элементарную работу dW , соответствующую весьма малому изменению объема $dW = p dV$.

При очень малом изменении объема dV давление может считаться постоянным, так что графически элементарная работа изобразится заштрихованной площадью, которую примем за площадь бесконечно узкого элементарного прямоугольника. Вся работа, совершаемая в течение процесса W при изменении объема на ΔV (от V_0 до V_1), при изменении давления от p_0 до p_1 , определится суммой элементарных прямоугольников, в пределе — интегралом, дающим значение площади, ограниченной кривой (изотермой), осью абсцисс и двумя ординатами p_0 и p_1 , соответствующими началу и концу процесса.

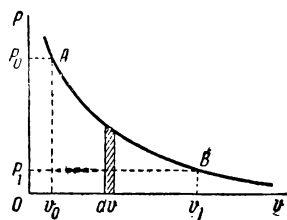


Рис. 287

Таким образом, и в случае изотермического процесса вопрос о вычислении работы сводится к вычислению площади, ограниченной изотермой, осью абсцисс и двумя ординатами

$$dW = p dV; \quad W = \int_{V_0}^{V_1} p dV.$$

Связь между p и V известна

$$pV = RT;$$

¹ Греческие слова: «исос» — равный, «термос» — теплота.

отсюда

$$p = \frac{RT}{V};$$

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = RT \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_1}{V_0}. \quad (9)$$

Работа при изотермическом процессе выражена в функции изменения объема; легко дать выражение ее и в функции изменения давления

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{p_0}{p_1}; \quad W = RT \ln \frac{p_0}{p_1}. \quad (9')$$

Так вычисляется работа идеального газа при изотермическом процессе.

В уравнении I начала термодинамики для газов

$$dQ = c_V dT + p dV$$

положим $dT=0$, чтобы применить его к изотермическому процессу; тогда получим

$$dQ = p dV = dW = RT \frac{dV}{V};$$

$$Q = RT \ln \frac{V_1}{V_0} = RT \ln \frac{p_0}{p_1}. \quad (10)$$

Если имеется M граммов газа, молекулярный вес которого равен μ , то

$$Q = \frac{M}{\mu} R_0 T \ln \frac{V_1}{V_0}.$$

Формула (10) для вычисления теплоты, затрачиваемой при изотермическом расширении идеального газа от V_0 до V_1 , показывает, что для того, чтобы при работе расширения температура не падала, необходимо к газу в течение процесса подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения. Внутренняя энергия газа при изотермическом процессе не изменяется

$$\Delta U = c_V \Delta T = 0; \quad U = \text{const.}$$

Следовательно, при изотермическом процессе работа совершается за счет извне подводимой энергии в форме теплоты.

Обратно, при изотермическом сжатии от V_1 до V_0 придется отнять от газа число калорий, эквивалентное работе сжатия,

$$Q = -W = -RT \ln \frac{V_0}{V_1} = RT \ln \frac{V_1}{V_0}. \quad (10')$$

Итак, для того чтобы происходил изотермический процесс, необходимо при сжатии газа отнимать количество теплоты, эквивалентное совершаемой работе сжатия, при расширении — подводить извне количество теплоты, эквивалентное работе расширения газа.

§ 95. Адиабатический процесс

Рассмотрим процесс, играющий очень большую роль во множестве явлений природы и техники, в частности, при работе тепловых двигателей.

*Процесс, который происходит в системе без отдачи и без притока извне теплоты, называется адиабатическим*¹. Характеристика этого процесса: $dQ=0$.

Для пояснения возьмем два примера:

а) В канале толстостенной стеклянной трубки (рис.288) ходит поршень. На дно этого канала положим легко воспламеняющееся вещество (пироксилиновую вату, головки спичек и т. п.).

Если быстро двинуть поршень, то увидим вспышку; объем и давление газа изменилось при движении поршня; при сжатии газа повысилась и его температура, что видим по вспышке. Заметим, что теплоту мы не подводили к газу, а совершили работу сжатия, вследствие чего повысилась температура; это *адиабатное сжатие*.

б) Под колокол воздушного насоса положим влажную бумажку или вату. Если быстро откачать воздух, то увидим под колоколом туман. При откачке воздуха оставшаяся его часть расширяется, изменяется его объем и давление; совершая работу расширения, газ охлаждается, что мы и замечаем по появлению тумана. Это тоже пример *адиабатического процесса*. Подобный же процесс в грандиозном масштабе происходит в атмосфере, когда влажный воздух поднимается над земной поверхностью и, попадая в область низкого давления, расширяется; образуются облака.

Выведем уравнение адиабатического процесса, т. е. установим зависимость между параметрами состояния при этом процессе. Уравнение I начала

$$dQ=dU+dW$$

при условии $dQ=0$ приводит к такому соотношению

$$dW=-dU. \quad (11)$$

Это значит, что внешняя работа при адиабатическом процессе происходит за счет изменения внутренней энергии системы. Как видим, в этом отношении адиабатический процесс противоположен изотермическому, при котором работа происходит за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

По закону Джоуля для идеальных газов $dU=c_vdT$; поэтому уравнение адиабатического процесса принимает вид

$$pdV=-c_vdT. \quad (a)$$

¹ Греческие слова: «а» — отрицание, «диабайно» — перехожу.

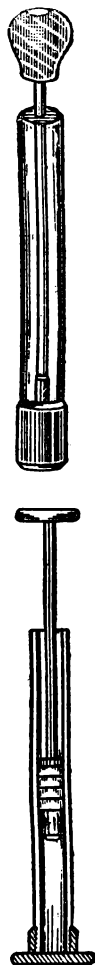


Рис. 288

Дифференцируем уравнение К л а п е й р о н а, считая в нем переменными p, V, T ,

$$pV = RT; \quad p dV + V dp = R dT. \quad (6)$$

Исключаем из (а) и (б) температуру T , чтобы получить соотношение лишь между p и V .

$$\frac{p dV + V dp}{p dV} = - \frac{R}{c_V}.$$

Упростим полученное соотношение, введя величину

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}.$$

По уравнению Р о б е р т а М а й е р а $R = c_p - c_V$.
Тогда

$$\frac{R}{c_V} = \gamma - 1;$$

$$1 + \frac{V dp}{p dV} = -\gamma + 1, \quad V dp = -\gamma p dV.$$

Разделив переменные, получим

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}.$$

Полученное дифференциальное уравнение выражает искомую связь между p и V . Интегрируем его, полагая, что p изменяется в пределах от p_0 до p_1 , когда V изменяется от V_0 до V_1

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{p} = -\gamma \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}; \quad \ln \frac{p_1}{p_0} = \gamma \ln \frac{V_0}{V_1};$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^\gamma; \quad p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma;$$

это значит:

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (12)$$

Искомую связь мы нашли; это и есть уравнение адиабатического процесса, или *уравнение Пуассона*¹, по имени французского физика, который его нашел (1822 г.); оно выражает зависимость между p и V при адиабатическом процессе подобно тому, как уравнение Б о й л я—М а р и о т т а выражает эту зависимость при изотермическом процессе.

¹ С и м о н Д е н и П у а с с о н (1781—1840 гг.) — французский механик, физик и математик. Автор многочисленных важных трудов по различным проблемам физико-математических наук.

Пользуясь уравнением К л а п е й р о н а, можно уравнению адиабаты придать другой вид, связывая V и T , а затем T и p ,

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma; \quad p_0 V_0 V_0^{\gamma-1} = p_1 V_1 V_1^{\gamma-1};$$

но

$$p_0 V_0 = RT_0; \quad p_1 V_1 = RT_1.$$

Следовательно,

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\gamma-1}. \quad (13)$$

Это второе уравнение Пуассона. Теперь исключаем V_0 и V_1 ,

$$\frac{V_1}{V_0} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}; \quad \frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (14)$$

Мы получили третье уравнение П у а с с о н а. Хотя оно и более сложно, чем два других, но имеет большие применения, особенно в метеорологии. Объем воздушной массы в атмосфере брать нельзя ввиду его неопределенности. Давление и температуру, напротив, легко измерить при помощи барометра и термометра. Нетрудно показать, что

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{R}{c_p}.$$

Любое из соотношений П у а с с о н а (12), (13), (14) является уравнением адиабаты, а применяется то, которое наиболее подходит к условиям задачи.

Адиабата графически представляется гиперболой (рис. 287). Так как $\gamma > 1$ (это видно из уравнения Р о б е р т а М а й е р а), то при адиабатическом расширении давление уменьшается более значительно, чем при изотермическом. Именно, давление обратно пропорционально не первой степени объема, а V в степени $\gamma > 1$. Поэтому адиабата AA падает круче, чем изотерма TT (рис. 289), одному и тому же объему V при адиабатическом процессе соответствует меньшее давление, чем при изотермическом. Геометрически адиабата, как и изотерма, принадлежит к одному и тому же классу кривых; адиабата — это гипербола высшего порядка.

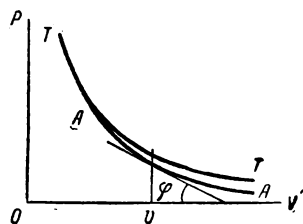


Рис. 289

Определение величин, связанных уравнением адиабаты, тре-

бует знания $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ для данного газа.

Существует много способов для опытного определения γ ; рассмотрим один из них — опыт К л е м а н а и Д е з о р м а (1819 г.).

Эксперимент. Большую колбу (баллон) с широким горлом ставим на подкладку, плохо проводящую тепло; в широкое горло колбы вставим пробку с двумя стеклянными трубочками A и B (рис. 290), затем замазываем менделеевской замазкой или заливаем парафином. Трубку A соединяем с водяным манометром M . Трубку B при помощи резиновой трубки, на которой находится зажим E , или кран, соединяем с насосом N . При помощи насоса удалим некоторое количество воздуха из колбы и закроем зажим (или кран).

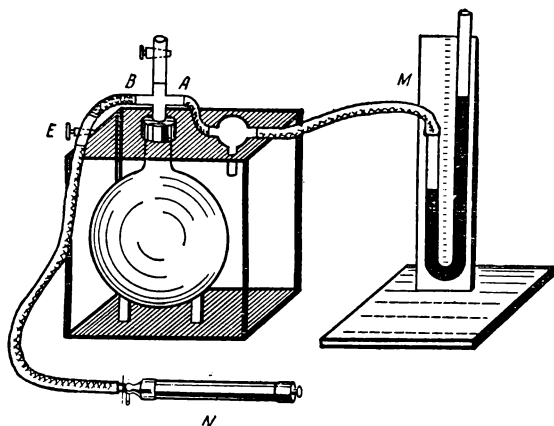


Рис. 290. Опыт Клемана и Дезорма

Оставшийся воздух займет весь объем колбы V_0 ; давление в нем меньше атмосферного, именно

$$p_0 = H - h_0,$$

где H — показание барометра, h_0 — показание манометра (рис. 291); температуру воздуха в колбе полагаем равной температуре окружающего воздуха T_0 .

Отсчитаем h_0 — высоту столбика в манометре; заметим показание барометра H .

На очень короткое время откроем зажим E (или кран) и вновь его закроем; эту операцию надо сделать очень быстро.

Ворвавшийся воздух сожмет тот, который оставался в колбе до объема $V < V_0$; бывший в баллоне (колбе) воздух уже не занимает всего объема. Этот быстро протекающий процесс сжатия от объема V_0 до объема V можно считать *адиабатическим*, так как именно вследствие его быстроты не будет обмена теплом с окружающим пространством. Давление в баллоне возрастает до атмосферного H , и вследствие совершенной внешними силами работы внутренняя энергия газа изменяется и температура его возрастает до $T > T_0$.

В течение третьей стадии процесса температура воздуха в колбе падает, он вновь принимает температуру окружающего воздуха T_0 .

Так как объем при этом не изменяется, то должно уменьшиться давление, что мы и видим по манометру: разность уровней изменится и доходит до некоторого значения h_1 (рис. 292), так что давление в баллоне $p_1 = H - h_1$. Отсчитываем h_1 .

Т е о р и я. Сопоставим все три стадии процесса в одной таблице.

- | | | | |
|----|--------|------------------|--------|
| 1. | $V_0,$ | $p_0 = H - h_0,$ | $T_0.$ |
| 2. | $V,$ | $H,$ | $T.$ |
| 3. | $V,$ | $p_1 = H - h_1,$ | $T_0.$ |

Заключаем: а) переход от 1-й стадии ко 2-й — адиабатический процесс; б) от 1-й к 3-й — изотермический процесс; в) от 2-й к 3-й — изохорический процесс.

Напишем уравнения этих процессов:

а) *адиабатический переход* от 1-го ко 2-му состоянию

$$p_0 V_0^\gamma = H V^\gamma; \quad \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma = \frac{H}{p_0};$$

б) *изотермический переход* от 1-го к 3-му состоянию

$$p_0 V_0 = p_1 V; \quad \frac{V_0}{V} = \frac{p_1}{p_0}.$$

Находим зависимость между давлениями в течение всего процесса

$$\frac{H}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\gamma;$$

отсюда определим γ

$$\gamma = \frac{\lg H - \lg p_0}{\lg p_1 - \lg p_0}.$$

H, p_0, p_1 определяются из наблюдений, и по ним можно вычислить γ . При этом надо помнить, что h и h_1 отсчитаны по высоте водяного столба в манометре. Если мы вводим их в вычисление наряду с H , то необходимо разделить длины их на 13,6. Однако предыдущая формула упрощается, если разность логарифмов заменим разностью самих чисел¹.

¹ Такая замена допустима ввиду того, что сами числа велики по сравнению с их разностями. Пропорциональность разности логарифмов и разности чисел мы всегда допускаем, пользуясь в таблицах боковыми столбцами («партез пропорционалес»),

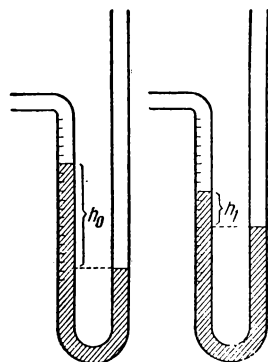


Рис. 291

Рис. 292

Упрощение формулы для вычисления γ дает

$$\gamma = \frac{h_0}{h_0 - h_1}.$$

Таким образом, для определения γ надо лишь измерить манометрически разности h_0 и h_1 .

Заметим, что в первой стадии процесса можно вместо разрежения воздуха в колбе, наоборот, туда накачать несколько воздуха, повысив в ней давление. Рассуждения и вычисления совершенно аналогичны приведенным выше.

Подобные измерения дали для воздуха и двухатомных газов (H_2 , O_2) приближенное значение: $\gamma = 1,4$.

Зная γ и определив опытным путем c_p , можно для каждого газа вычислить c_v и R .

Уравнение (11) дает возможность вычислить работу при адиабатическом процессе; положим, что газ адиабатически расширяется от объема V_0 до V , причем температура его падает от T_0 до T ; тогда

$$dW = -c_v dT; \quad W = - \int_{T_0}^T c_v dT = c_v (T_0 - T). \quad (15)$$

Эта формула дает работу в зависимости от разности температур в начале и конце процесса.

При выводе последней формулы мы принимали, что c_v есть величина постоянная. Однако, как известно, это допущение законно лишь при небольших разностях температур (например, при процессах в паровой турбине), но совершенно не годится, когда разность температур значительна (например, в двигателях внутреннего сгорания). Тогда приходится или вычислять среднее значение c_v за данный температурный промежуток, или пользоваться для вычисления c_v эмпирическими формулами.

При помощи уравнения Клапейрона можно преобразовать формулу (15) так, чтобы установить зависимость W от объемов или давлений в начале и конце процесса

$$p_0 V_0 = RT_0; \quad pV = RT; \quad T - T_0 = \frac{1}{R} (pV - p_0 V_0);$$

$$W = - \frac{c_v}{R} (pV - p_0 V_0) = \frac{1}{\gamma - 1} (p_0 V_0 - pV).$$

Последняя формула наиболее удобна для вычисления работы при адиабатическом процессе, так как в ней нет R и поэтому можно не учитывать массу газа.

Иначе

$$\begin{aligned} W &= \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{pV}{p_0 V_0} \right); \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma; \\ W &= \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \right]; \\ W &= \frac{RT_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Мы выразили работу в зависимости лишь от изменения объема и от начальной температуры. Подобным же образом найдем выражение для работы в зависимости только от изменения давления и от начальной температуры

$$W = \frac{RT_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]. \quad (16')$$

Эта формула дает возможность по отсчетам барометра и термометра подсчитать работу адиабатического поднятия или опускания массы воздуха, а тем самым и приращение или убыль ее внутренней энергии, так как при адиабатическом процессе

$$\Delta Q = 0 \text{ и } \Delta U = -\Delta W.$$

В формулы работы входят, кроме величин, характеризующих данный процесс (p, V, T) характеристики работающего вещества — R и γ .

Если имеем графическое построение адиабаты данного процесса, то по диаграмме pV (рис. 293), как и при других процессах, можно графически вычислить работу. Формулы (15), (16), (16') есть различные выражения, дающие значение площади V_0ABV_1 , ограниченной адиабатой, осью абсцисс и двумя ординатами.

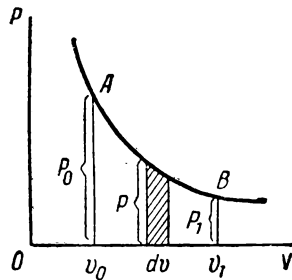


Рис. 293

§ 96. Политропический процесс

Политропический¹ процесс является обобщением тех частных случаев, которые нами уже рассмотрены.

Положим, что уравнение, характеризующее сложный процесс, имеет вид

$$pV^n = \text{const.}$$

Следовательно,

$$p_0 V_0^n = p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \text{ и т. д.}$$

В этом уравнении при разных значениях n содержатся все ранее рассмотренные процессы как частные случаи:

$n=0$; $p = \text{const} \dots$ изобарический процесс;

$n=1$; $pV = \text{const} \dots$ изотермический процесс;

$n=\gamma$; $pV^\gamma = \text{const} \dots$ адиабатический процесс;

$$n \rightarrow \infty; V = \left(\frac{\text{const}}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \text{const} \dots \text{изохорический процесс.}$$

¹ «Политропос» — по-гречески «многообразный».

При промежуточных значениях n процессы тоже оказываются промежуточными, не принадлежат ни к одному из четырех рассмотренных типов, а лишь более или менее к ним подходят; таковы процессы, которые называются *политропическими*, а кривые, им соответствующие, *политропами*.

Для более точного познания процесса надо определить показатель n ; это можно выполнить из двух наблюдений, которые дадут значение p и V или же p и T .

$$p_0 V_0^n = p_1 V_1^n;$$

отсюда

$$n = \frac{\lg p_0 - \lg p_1}{\lg V_1 - \lg V_0}.$$

Зная n , можем построить кривую политропического процесса, или политропу.

Рассуждая точно так же, как при выводе формулы для работы при адиабатическом процессе, получим формулу для работы газа или пара при политропическом процессе

$$W = \frac{1}{n-1} (p_0 V_0 - p V) = \frac{R}{n-1} (T_0 - T).$$

Отсюда

$$dW = - \frac{R}{n-1} dT.$$

Подставляем dW в формулу I начала термодинамики

$$dQ = dU + dW,$$

получим

$$dQ = c_V dT - \frac{R}{n-1} dT.$$

Так как по уравнению Р о б е р т а М а й е р а $R = c_p - c_V$, то, вводя

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V},$$

получим для количества теплоты при политропическом процессе в газе или паре

$$dQ = \frac{n-\gamma}{n-1} c_V dT,$$

откуда

$$Q = \frac{n-\gamma}{n-1} c_V (T_1 - T_0).$$

П р и м е ч а н и е. Мы уже установили, что получаемая системой теплота и совершаемая системой работа зависят от пути процесса, а внутренняя энергия не зависит от пути процесса. Математически это значит, что дифференциал внутренней энергии является *полным дифференциалом*, а дифференциалы теплоты и рабо-

ты — *неполные*. Поэтому следует помнить, что если $dU=0$, то $U=\text{const}$ (изотермический процесс), но если $dW=0$, то и $W=0$ (изохорический процесс), а если $dQ=0$, то и $Q=0$ (адиабатический процесс). Может возникнуть вопрос о том, что же, вообще говоря, постоянно при политропическом процессе? Из формулы для Q при политропическом процессе вытекает, что это *процесс при постоянной теплоемкости*, равной

$$c = \frac{dQ}{dT} = \frac{n - \gamma}{n - 1} c_V = \frac{n - \gamma}{\gamma (n - 1)} c_P.$$

Отсюда при

$n=0$, $c=c_P$... изобарический процесс,

$n=1$, $c=\infty$ изотермический процесс,

$n=\gamma$, $c=0$ адиабатический процесс,

$$n \rightarrow \infty, c = \frac{1 - \frac{\gamma}{n}}{1 - \frac{1}{n}} c_V = c_V \dots \text{изохорический процесс.}$$

Для процессов в реальных газах и парах по двум отсчетам параметров состояния определяют числовое значение *показателя политропы* n . После этого можно написать уравнение состояния для политропического процесса и вычислить его работу и теплоту. Мы убеждаемся, что для решения таких важнейших для практики задач чрезвычайно важно *определить теплоемкости* и создать теорию, позволяющую их вычислить. К этому мы и переходим в последующих параграфах.

§ 97. Степени свободы молекул

Положим, что, кроме приложенных к телу внешних сил, оно подвержено *связям* с другими телами; эти *связи* мы можем заменить силами, которые называются *реакциями связей*; они входят в уравнения движения системы и вводят условия, ограничивающие свободу движения тела.

П р и м е р ы.

1. *Маятник* подвешен бифилярно (рис. 294) на двух нитях CO_1 и CO_2 , осуществляющих связи S с точками привеса O_1 и O_2 ; силы реакции связей R_1 и R_2 направлены по CO_1 и CO_2 . Ясно, что тело S может перемещаться лишь по окружности, плоскость которой перпендикулярна к O_1O_2 ; положение S на этой линии определится одной координатой. В таком случае, когда при движении имеется лишь один признак, определяющий положение тела или системы, условились говорить, что *система имеет одну степень свободы*. Маятник, который может перемещаться только по дуге окружности, имеет одну степень свободы.

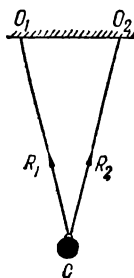


Рис. 294

2. В *кривошипном механизме* (рис. 295) положение ползуна определится одним параметром α ; для него возможно одно движение по оси X ; это система тоже с *одной степенью свободы*.

3. *Маятник на одной нити* OC (рис. 296) вследствие связи с O имеет возможность перемещения по поверхности сферы, на которой C может описывать любую дугу большого круга. Поэтому положение тела C при возможном для него перемещении по поверхности шара определится двумя координатами (долготой и широтой). В таком случае говорят, что система (или тело) имеет *две степени свободы*.

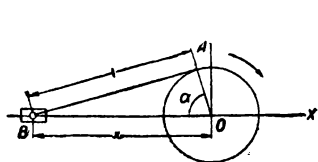


Рис. 295

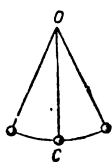


Рис. 296

4. Если материальная точка *совершенно свободна*, то для нее возможно движение по всем трем координатам, ее положение при поступательном движении в каждый момент определяется тремя координатами; такая точка имеет *три степени свободы*. В случае идеальных газов этому соответствует молекула, состоящая всего из одного атома: у нее есть три степени свободы поступательного движения по трем осям координат (рис. 297).

5. Система, состоящая из двух шаров A и B , связанных между собой жестким стержнем — *гантель* (рис. 298), — имеет три степени

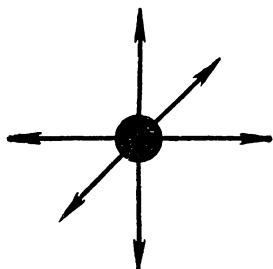


Рис. 297

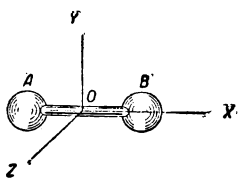


Рис. 298

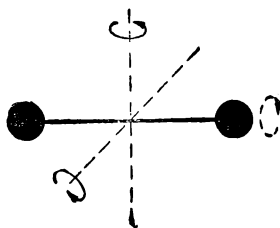


Рис. 299

свободы поступательного движения по трем координатам и две степени свободы вращательного движения около осей OZ и OY ; всего такая система имеет $\xi=5$ степеней свободы. Вращение вокруг оси OX при расчете кинетической энергии вращательного движения не принимается во внимание, так как момент инерции относительно OX исчезающе мал.

У *идеальных газов* такой системе соответствует молекула, состоящая из *двух атомов*, например молекулы водорода, кислорода или азота (рис. 299). У нее имеется 5 степеней свободы: 3—поступательного и 2—вращательного движения.

6. Система из *трех шаров* (рис. 300), связанных жесткими стержнями, имеет три степени свободы поступательного движения и три степени вращательного (вращение около осей OX , OY , OZ), всего шесть степеней свободы; $\xi=6$.

В кинетической теории идеальных газов такой системе соответствуют молекулы, состоящие из трех или большего числа ато-

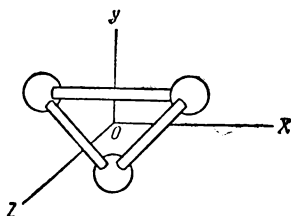


Рис. 300

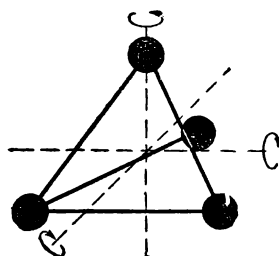


Рис. 301

мов, например молекулы H_2O , NH_3 и т. п. (рис. 301). У них 6 степеней свободы, из них 3—поступательного и 3—вращательного движения.

Если атом в молекуле газа или молекула в твердом теле не могут свободно перемещаться между другими частицами, но какими-либо силами удерживаются в одном месте (рис. 302, а), то у них имеется возможность колебаться около положения равновесия.

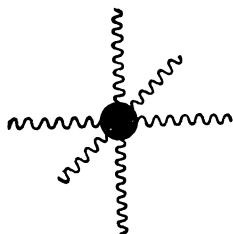


Рис. 302, а

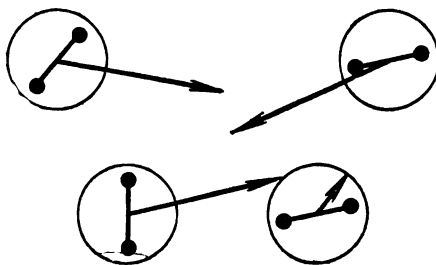


Рис. 302, б

При этом они обладают кинетической энергией по трем степеням свободы (координатам) и, кроме того, потенциальной энергией тоже по трем степеням свободы. Таково положение у частиц большинства *твердых тел*, у которых имеется, вообще говоря, *шесть степеней свободы движения*.

Дюлонг и Пти установили, что для химических элементов в твердом состоянии при обыкновенной температуре ($10-30^\circ C$) *атомная теплоемкость* выражается постоянным числом, приближенно 6,3.

Веще- ство	Теплоем- кость c	Атомный вес A	Ac	Веще- ство	Теплоем- кость c	Атомный вес A	Ac
Fe	0,1138	55,88	6,36	Na	0,2830	23,0	6,51
Au	0,0324	197,2	6,36	Pb	0,0314	207,20	6,51
Li	0,9208	6,94	6,52	Zn	0,0935	65,37	6,10

Однако ряд веществ (бор, кремний, углерод) обнаруживают значительные отступления от этого эмпирического закона (для графита $Ac=2,42$, для угля и алмаза Ac около 3, для кристаллического кремния $Ac=4,67$); но теория теплоемкости устанавливает, что, по мере возрастания температуры, атомные теплоемкости всех простых тел стремятся к шести.

§ 98. Распределение энергии по степеням свободы

Пусть две молекулы газа равной массы сталкиваются *центральными ударами*; они обмениваются скоростями, если двигались прямо навстречу друг другу, или отскакивают под одинаковыми углами. В этом случае остаются импульс и кинетическая энергия поступательного движения. Но если происходят столкновения молекул *нецентральные* (рис. 302, б), то возникает повод к вращательному движению молекул, и, следовательно, за счет кинетической энергии поступательного движения возникает кинетическая энергия вращательного движения. Обратно, возможны превращения кинетической энергии вращательного движения в кинетическую энергию поступательного движения.

Когда бесчисленные триллионы молекул в газе сталкиваются, то осуществляются всевозможные случаи ударов. Все хаотические движения, которые возникают таким образом, представляют собою *тепловую форму движения материи*, но температура характеризуется только средней кинетической энергией поступательного движения молекул.

Максвелл¹ и Больцман² (в 1860—1868 гг.) обосновали закон *равномерного распределения энергии молекул газа по степеням свободы молекул*.

Пусть имеется одноатомный газ (аргон, гелий, неон, пары ртути, калия, натрия и т. д.); внутренняя энергия грамм-молекулы этого газа имеет значение (§ 76)

$$U = \frac{3}{2} R_0 T;$$

на каждую молекулу (атом) приходится

$$U_1 = \frac{U}{N} = \frac{3}{2} \frac{R_0}{N} T = \frac{3}{2} kT; \quad k = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{эрг}}{\text{град}}.$$

¹ О Максвелле см. сноску на стр. 238.

² Людвиг Больцман (1844—1906 гг.) — австрийский физик, стихийный материалист, работал в области кинетической теории, теории излучения и др.

Всю эту энергию мы представляем себе в виде кинетической энергии поступательного движения свободных молекул (в нашем случае — атомов) идеального газа

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (1)$$

При нашем основном воззрении на строение идеального газа, именно при условии отсутствия взаимодействий между его молекулами (атомами), каждый атом одноатомного газа имеет три степени свободы — возможность движения по направлению трех осей координат. Поэтому при хаотическом движении атомов на каждую степень свободы каждого атома статистически придется U_0 — одна треть всей энергии U_1

$$U_0 = \frac{1}{3} U_1 = \frac{1}{2} kT. \quad (2)$$

Опираясь на представление о *равномерном распределении энергии* по степеням свободы молекул, этот результат можно обобщить.

Положим, что наш одноатомный газ находится в тепловом равновесии с какой-либо иной системой (с двухатомным газом с твердым телом и т. п.), молекулы которой имеют ξ степеней свободы. Тогда, на основании положения о равномерном распределении энергии, можем сказать, что при состоянии статистического равновесия на каждую степень свободы молекулы этой системы при установившейся температуре T статистически, в среднем, придется столько же энергии, как и на одну степень свободы в одноатомном газе, именно

$$U_0 = \frac{1}{2} kT;$$

следовательно, энергия одной молекулы при ξ степенях свободы будет иметь значение

$$U_1 = \frac{1}{2} \xi kT, \quad (3)$$

а энергия грамм-молекулы этого вещества при ξ степенях свободы выразится так

$$U = \frac{1}{2} \xi N kT; \quad U = \frac{1}{2} \xi R_0 T. \quad (4)$$

Такова формула, дающая *энергию грамм-молекулы газа в зависимости от числа степеней свободы молекулярного движения*.

Мы вывели теоретически формулу, по которой можно вычислить внутреннюю энергию одного моля идеального газа. Если у нас имеется M граммов газа с молекулярным весом μ , то его внутренняя энергия равна

$$U = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{1}{2} \xi R_0 T.$$

§ 99. Молекулярно-кинетическая теория теплоемкости газов

Удельная теплоемкость вещества есть количество теплоты, которое необходимо сообщить 1 г вещества, чтобы повысить его температуру на 1° С.

Молекулярная теплоемкость вещества есть количество теплоты, которое необходимо сообщить 1 молю вещества, чтобы повысить его температуру на 1° С.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы дает возможность вычислить *молекулярную теплоемкость вещества при постоянном объеме*, принимая во внимание лишь изменения внутренней энергии системы

$$C_V = \frac{dU}{dT}; \quad C_V = \frac{1}{2} \xi R_0. \quad (5)$$

Припомним, что

$$R_0 = 1,986 \frac{\text{кал}}{\text{моль град}},$$

мы видим, что изложенная теория привела нас к формуле, на основании которой мы можем вычислять теплоемкость, если нам известно число степеней свободы молекул исследуемого вещества.

Применим эту формулу (5) к частным случаям и результаты сопоставим с тем, что дает опыт.

1. *Одноатомный газ* $\xi = 3$

$$C_V = \frac{3}{2} \cdot 1,986 = 2,979 \frac{\text{кал}}{\text{моль град}}.$$

Следовательно, из теории вытекает, что *молекулярная теплоемкость всех одноатомных газов* C_V *приблизительно равна трем.*

Для опытной проверки этого вывода теории надо идти следующим путем: 1) экспериментально определить для данного газа удельную теплоемкость c_p ; 2) зная для этого газа c_p , найти C_p (молекулярную теплоемкость при постоянном давлении)

$$C_p = \mu c_p;$$

3) зная для этого газа γ , вычислить молекулярную теплоемкость C_V

$$C_V = \frac{C_p}{\gamma}.$$

Получается примерно такой путь определения C_V при температуре t° .

Газы	$t^\circ\text{C}$	c_p	μ	C_p	γ	C_V
He	50	1,265	4	5,060	1,65	3,075
Ag	20	0,1245	39,9	4,97	1,67	2,98

Результаты этих экспериментальных измерений весьма хорошо согласуются с теорией; опыты дают:

Газы и пары	Ar	Hg	K	Na	He	Ne	Xe	Kr
C_V	2,98	2,98	3,0	3,0	3,01	3,0	3,0	3,0
$\Delta T^\circ\text{K}$	20—300	550— 630	1000— 1300	1000— 1300	90— 290	290	290	290

В последней строке указаны пределы абсолютных температур, при которых производилось измерение.

Отметим, что теплоемкости этой группы газов не зависят от температуры и остаются постоянными в весьма широких пределах изменения температур; так, для аргона имеем:

$T^\circ\text{K}$	273	373	573	773	1473	2273
C_V	2,98	2,88	2,98	2,98	3,00	3,00

2. Двухатомный газ (H_2 , O_2 , N_2 , Cl_2 , CO и т. п.).

Модель молекулы двухатомного газа можем себе представить как систему из двух связанных между собой материальных точек.

Кроме трех степеней свободы поступательного движения, в двухатомной молекуле еще возможны вращения около двух взаимно-перпендикулярных осей, проходящих через их общий центр тяжести. Следовательно, всего имеется для двухатомного газа пять степеней свободы: $\xi=5$

$$C_V = \frac{5}{2} \cdot 1,986 = 4,965 \frac{\text{кал}}{\text{моль град}}.$$

Экспериментальные измерения дают результаты, хорошо согласующиеся с теорией ($T=288^\circ\text{K}$).

Газы	H_2	N_2	O_2	CO	NO
C_V	4,84	4,95	4,98	4,95	4,99

3. Трехатомный газ (CO_2 , H_2O и т. п.); кроме трех степеней свободы поступательного движения, возможны еще вращения около трех осей: $\xi=6$

$$C_V = \frac{6}{2} \cdot 1,986 = 5,955 \frac{\text{кал}}{\text{моль град}}.$$

Экспериментальные измерения C_V для трехатомных и вообще многоатомных газов не совпадают столь хорошо с теоретическими

результатами и обнаруживают расхождения опытных и теоретических результатов.

Газы	H ₂ O	N ₂ O	CO ₂	H ₂ S ¹	NH ₃ ²	C ₂ H ₂ ³
C _V	5,94	6,77	6,72	6,54	6,80	7,92

¹ Сероводород

² Аммиак

³ Ацетилен

Здесь сказывается влияние дополнительных степеней свободы при колебаниях атомов внутри молекулы.

В случае двух-, трех- и многоатомных газов резко выступает зависимость их теплоемкостей от температуры. Вообще молекулярные теплоемкости возрастают при повышении температуры и весьма сильно падают при понижении температуры.

Газы	C _V согласно теории	C _V экспериментально определенное					
		0°C	100°C	200°C	500°C	1200°C	2000°C
Ag	2,979	2,98	2,98	2,98	2,98	3,0	3,0
H ₂	4,965	4,87	4,93	5,04	5,16	5,67	6,28
HCl	4,965	5,00	5,09	5,27	5,46	6,13	6,9
H ₂ O	5,958	5,93	6,00	6,60	7,00	8,4	11,0
CO ₂	5,958	6,68	7,69	9,04	9,75	10,6	11,1

Особенно замечательно падение C_V при понижении температуры до пределов, близких к абсолютному нулю; так, для водорода (H₂) установлен такой ход изменения C_V:

T°K	273,1	196,5	91	81	70	65	50	45	40	35
C _V	4,84	4,39	3,25	3,14	3,10	3,04	3,01	3,00	2,98	2,98

Эти изменения показывают, что при низких температурах водород становится подобен одноатомному газу.

Распространим изложенную теорию на *твердые тела*.

Молекулярно-кинетическая теория твердого тела создает представление о пространственной кристаллической решетке, в которой атомы расположены на статистически неизменных расстояниях друг от друга. Давая обоснование этого взгляда, отметим, что согласно теории, атомы в твердом теле не имеют поступательного движения

и лишь колеблются около некоторых средних положений. Эти колебания могут быть направлены по трем осям, и при каждом колебании вследствие взаимной связи атомов (которой мы не предполагали в газах) происходят преобразования кинетической энергии в потенциальную и обратно; таким образом, имеем шесть степеней свободы: $\xi=6$;

$$C_V = \frac{6}{2} \cdot 1,986 = 5,958 \frac{\text{кал}}{\text{моль град}}.$$

Полученное число весьма близко к тому, которое фигурирует в законе Д ю л о н г а и П т и; следовательно, теория дает правильное значение атомной теплоемкости для многих твердых тел.

Но тут, так же как и в случае газов, необходимо отметить, что эта теория совершенно не учитывает зависимости теплоемкости от температуры, которая является опытно установленным фактом. Так, для свинца (Pb) наблюдения дают:

$T^{\circ}\text{K}$	23,0	28,3	36,8	58,1	85,5	90,2	200	273	290	332
C_p	2,96	3,92	4,40	4,45	5,65	5,71	6,13	6,31	6,33	6,41

Для алмаза:

$T^{\circ}\text{K}$	1169	306	284	220	92	88	42
C_p	5,45	1,58	1,35	0,72	0,03	0,03	0,00

Эти данные взяты из результатов наблюдений немецкого физика Н е р н с т а¹, который произвел обширные исследования теплоемкостей в весьма широких границах температур. Эти исследования привели его к двум главным заключениям:

1. При низких температурах атомные теплоемкости стремятся к нулю, асимптотически касаясь оси температур; можно указать конечную температуру, при которой атомная теплоемкость принимает исчезающе малое значение (рис. 303, стр. 315).

2. При высоких температурах атомные теплоемкости стремятся к значению $\frac{6}{2} R_0 \approx 6$, как того требует закон Д ю л о н г а и П т и; это относится не только к элементам, но и к соединениям.

¹ В а л ь т е р Н е р н с т (1864—1941 гг.) — немецкий физик и химик, ему принадлежит много открытий и изобретений, особенно по термохимии и электрохимии; лауреат Нобелевской премии 1920 г.

Изложенная теория теплоемкости развита на основе *положения о равномерном распределении энергии*, которое в трудах *Максвелла*, *Больцмана*, лорда *Релея*¹ и *Джинса*² было обосновано, как условие распространения наших механических воззрений на область молекулярных микроскопических явлений.

Но обширные экспериментальные исследования, о которых отчасти было уже упомянуто, установили, что на эту теорию теплоемкости нужно смотреть лишь как на первое приближение, далеко не охватывающее все разнообразие опытного материала.

Знаменитый немецкий физик *Макс Планк*³, исследуя вопрос о лучеиспускании и поглощении энергии, высказал гипотезу (1900 г.) о том, что процесс излучения энергии происходит непрерывно, а отдельными порциями, как бы частицами энергии; каждую такую дискретную порцию энергии он назвал *квантом* энергии. Такое предположение ему пришлось ввести потому, что только на основе этой гипотезы стало возможно построение теории лучеиспускания, не противоречащей опытному изучению этого явления.

Более точная теория теплоемкости была построена на основании теории квантов.

Не останавливаясь на развитии этой теории, приведем результаты вычисления атомных теплоемкостей по квантовой теории; они в высшей степени хорошо соответствуют результатам наблюдений для многих веществ (Ag, KCl, NaCl, KBr, HgCl, Al, Pb, S, графит, кварц, алмаз и т. д.).

В виде примера из обширных исследований *Нернста* возьмем таблицы для NaCl и алмаза, по которым можно сравнить результаты теории и наблюдений.

NaCl				Алмаз			
Т° К	C_V вычисленное	C_p вычисленное	C_p из опытов	Т° К	C_V вычисленное	C_p вычисленное	C_p из опытов
235	5,52	5,73	5,76	331	1,82	1,83	1,84
138	4,82	4,90	4,87	306	1,59	1,59	1,58
83,3	3,61	3,64	3,75	262	1,16	1,16	1,14
81,4	3,47	3,49	3,54	243	0,97	0,97	0,95
69,0	2,94	2,95	3,13	222	0,78	0,78	0,76
67,5	2,87	2,88	3,06	205	0,62	0,62	0,62
28,0	0,48	0,48	0,40	92	0,009	0,009	0,03
25,5	0,34	0,34	0,31	88	0,006	0,006	0,03
25,0	0,32	0,32	0,29	42	0,000	0,000	0,00

¹ Джон Уильям Стретт (лорд Релей) (1842—1919 гг.) — английский физик, работал в областях акустики, оптики, электричества и др., за открытие аргона и другие работы удостоен Нобелевской премии 1902 г.

² Джеймс Хопвуд Джинс (1877—1946 гг.) — английский физик и астрофизик, работы по кинетической теории, излучению и космогонии.

³ Макс Планк (1858—1947 гг.) — немецкий физик, работы по термодинамике, теории излучения и др.; за открытие квантов энергии получил Нобелевскую премию 1918 г.

Кроме замечательного согласия в этих таблицах чисел теоретических и опытных, бросается в глаза сильное падение теплоемкости с понижением температуры. Построенные по этим опытным данным кривые (рис. 303) дают основание заключить, что по мере приближения к абсолютному нулю теплоемкости всех тел стремятся к нулю; это особенно ясно из таблицы и графика теплоемкости алмаза; Нернст говорит: «Для алмаза понятие температуры практически как бы исчезает ниже 40° по абсолютной шкале».

На этих же кривых ясно видно, что при повышении температур атомные теплоемкости Pb, Cu, Ag, как и многих других твердых тел, стремятся к шести (закон Дюлонга и Пти).

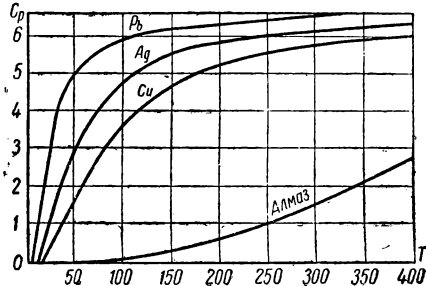


Рис. 303

Итак, выводы квантовой теории теплоемкости гораздо лучше

соответствуют результатам наблюдений, чем выводы из принципа равномерного распределения энергии по степеням свободы движения молекул идеального газа, которые являются лишь первым приближенным отражением реальной действительности.

Глава XIII

ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 100. Неравноценность теплоты и работы

Энергия может передаваться от одного тела к другому или в *форме работы* (путем непосредственного действия тел с какими-либо силами) или же в *форме теплоты* (путем взаимодействия мельчайших частиц, из которых состоят тела). Энергия, получаемая телом в процессе работы, может быть использована на пополнение запаса любого вида энергии (электрической в генераторах, внутренней при трении, потенциальной энергии тяжести — при поднятии груза, кинетической — при работе расширения газа в стволе орудия или винтовки и т. п.). Энергия, получаемая телом в форме теплоты, без преобразования в работу, может пойти только на пополнение внутренней энергии.

Но как раз задача тепловых двигателей и заключается в том, чтобы за счет получаемой энергии в форме теплоты пополнить запас кинетической энергии. Это возможно лишь при условии совершения работы за счет энергии, полученной в форме теплоты, или, короче говоря, *путем превращения теплоты в работу*. Опыт показал, что превращение теплоты в работу возможно лишь при том условии, если оно *компенсируется изменением термодинамического состояния*

участвующих в процессе тел, и притом изменением, протекающим в определенном направлении.

Пусть от некоторого тела (*нагревателя*) *рабочее тело* (например водяной пар), находящееся под известным давлением, получает энергию в форме *теплоты*; при нагревании будет произведена *работа* расширения рабочего тела. *Компенсацией* при этом служит увеличение объема нагреваемого тела. Чтобы вернуть рабочее тело в первоначальное состояние, надо произвести работу сжатия. Если сжимать тело при той же температуре, то вся полученная при расширении работа будет затрачена на пополнение запаса внутренней энергии, и работы за счет теплоты не будет получено. Чтобы все-таки совершить известное количество работы и вернуть телу первоначальный объем, придется отнять от рабочего тела некоторое количество внутренней энергии, т. е. понизить его температуру. Это можно осуществить, если имеется *третье тело*, которое примет от рабочего тела некоторое количество энергии в форме теплоты (теплоотходное тело, или *холодильник*). При этом условии работа сжатия рабочего тела при более низкой температуре будет меньше работы его расширения при нагревании, и часть работы можно будет использовать для получения потребного вида энергии, например *кинетической*. Итак, из опытов следует, что работа нацело переходит в *теплоту*, а *теплота не может нацело переходить в работу*. Две формы передачи энергии — работа и теплота — неравноценны. Само собою разумеется, что, если за счет теплоты совершена работа, то за счет каждой килокалории, перешедшей в работу, будет получено 427 кГм работы, но такой переход нельзя осуществить без компенсации, т. е. остающегося изменения состояния тел, участвующих в процессе. В природе оба процесса — переход работы в теплоту и теплоты в работу — постоянно имеют место, например, при движении воды в реках, водопадах, круговороте воды в атмосфере, ветрах и т. п.

Двигатель, который, повторяя сколько угодно раз один и тот же процесс, превращает целиком в работу всю теплоту, которую он получает от какого-нибудь тела, называется *перпетуум мобиле второго рода*.

Наиболее простая формулировка второго начала термодинамики гласит: *перпетуум мобиле второго рода осуществить невозможно*.

§ 101. Необратимые и обратимые процессы

Опыт и наблюдение в природе и технике привели к представлению о направлении тепловых процессов; это есть одна из основных идей в развитии второго начала термодинамики. Если начало некоторого процесса обозначим через *A* (рис. 304), конец его через *B* и построим диаграмму (pV), опыт и точные исследования по его оценке говорят, что течения процессов по противоположным направлениям *AB* и *BA* глубоко различны по сопровождающим их обстоятельствам и по результатам. Таковы, например, охлаждение и нагревание

тела при данных условиях, зарядка и разрядка аккумуляторов (или лейденской банки), расширение и сжатие газа и т. д. Опытное установленное различие, характеризующее направления этих процессов, заключается в том, что процессы в одном направлении могут происходить «сами собой», а в другом — нет. Пусть мы имеем какую-нибудь изолированную систему; мы говорим, что процесс в ней происходит «сам собой», если он может происходить один, без сопровождения других процессов, или если он является единственно возможным результатом комбинации других процессов.

Процессы, которые могут происходить «сами собой», часто называют *естественными*; таковы, например: 1) переход теплоты от более нагретого к менее нагретому телу; 2) выравнивание давлений в газе, диффузия веществ (газов, жидкостей); 3) преобразование работы в теплоту и т. д.

Но существуют процессы, которые не могут происходить одни, они неизбежно обуславливаются и сопровождаются другими процессами; такие процессы можно называть искусственными. Так, можно осуществить искусственный процесс — отнять теплоту у более холодного тела и перевести ее к более нагретому, но для этого рядом с этим искусственным процессом должны происходить другие процессы и в известном отношении компенсировать его; например, в холодильной машине отнятие теплоты у охлаждаемого тела (хотя бы у замораживаемой воды) происходит только после того, как охлажденный предварительно воздух был сжат компрессором примерно до 4,5 атм (искусственный процесс), а затем адиабатически расширился (естественный процесс), причем температура его упала примерно до $T = 189^\circ \text{ К}$ ($t^\circ = -84^\circ \text{ С}$); последний процесс — поток теплоты от замораживаемой воды к охлажденному воздуху (естественный процесс).

Из этого примера видно, что искусственные процессы сопровождаются и компенсируются естественными.

Для естественных процессов характерно то, что они имеют *направление к состоянию равновесия*, т. е. к такому состоянию, при котором процессы, вообще возможные в данной системе, в ней более не происходят, так как в ней достигнут *минимум потенциальной энергии*. Таковы следующие естественные процессы: 1) при свободном падении центр тяжести тела понижается до наиболее низкого из возможных положений, а когда это случается, наступает равновесие; 2) теплота переходит от более нагретого тела к менее нагретому, распределяясь так, чтобы температура всех тел системы стала одинакова, а когда это произойдет, наступает тепловое равновесие в системе; 3) выравнивание давлений в массе газа ведет к установлению в ней равновесия; диффузия приводит к выравниванию плотностей и к равновесию и т. д.

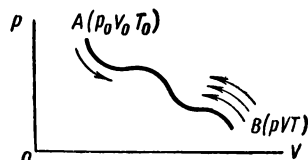


Рис. 304

Следовательно, если направление процесса AB (рис. 304) есть направление к равновесию, то BA будет направление от равновесия; система сама собой из равновесия не выходит, а потому этот процесс BA есть искусственный; для его осуществления необходимо, чтобы система внешними силами была выведена из состояния равновесия (например, чтобы упавший камень был поднят), иначе сказать, чтобы наряду с процессом BA осуществился ряд других и притом именно естественных процессов, течение которых обусловило бы и сделало бы возможным течение процесса BA . При этом у нас возникает представление о том, что сопутствующие естественные процессы должны уравновесить или *компенсировать* искусственный процесс BA ; к этому сводится условие его осуществления.

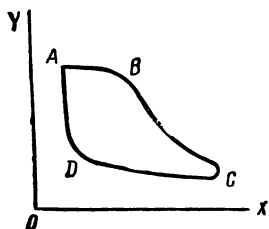


Рис. 305

Представим себе, что система перешла от состояния A в состояние B , причем произошел естественный процесс, а затем мы ее перевели по тому же пути вновь из B в A . Этот второй процесс требует присутствия и компенсации других процессов, и потому, когда система возвратится в начальное состояние и когда в ней, по-видимому, все изменения будут сглажены, в окружающей среде произойдут изменения, которых не было при начале процесса AB . Таким образом, совокупность процессов — прямого AB и обратного BA — приводит самую систему в ее первоначальное состояние; но процесс, представляющий собою совокупность этих процессов AB и BA , имеет то свойство, что после его завершения в окружающей среде остаются неизгладимые следы, это те изменения, которые обуславливают удаление системы от состояния ее равновесия и компенсацию возникающего искусственного процесса.

Если по завершении в системе некоторого процесса (прямого и обратного) в окружающей среде остаются изменения, которых не было до этого процесса и которые вызваны его течением, то такой процесс называется *необратимым*. Смысл этого названия уясняется при рассмотрении кругового процесса. Пусть прямой процесс имеет направление $ABCD A$ (рис. 305), при его течении произошли некоторые изменения в состоянии системы; чтобы сгладить эти изменения, приведем процесс в обратном направлении по пути $ADCBA$.

Если рассматривать нашу систему изолированно, то после этого двойного кругового процесса — прямого и обратного — эта система возвратилась в прежнее состояние A , все изменения в ней, которые имели место в течение прямого процесса, сглажены при обратном. Но в окружающей среде произошли при этом неизгладимые изменения, так как для компенсации искусственных процессов пришлось вызвать ряд естественных процессов, которые и внесут в окружающую среду те изменения, которых не было, когда система, до начала прямого процесса, находилась в состоянии A .

Таким образом, хотя система и возвратилась к первоначальному состоянию, однако, выходя за пределы нашей изолированной системы, мы должны признать, что после этого не все в природе осталось по-прежнему. Следовательно, мы не достигли полной обратимости явлений; поэтому и процесс такой называется *необратимым*.

Обратимым будет такой круговой процесс, который после своего полного завершения не оставляет в природе никаких изменений, никаких следов. Очевидно, для возможности такого процесса необходимо, чтобы оба направления процесса (рис. 305) — от *A* к *B* и от *B* к *A* — были равновозможны и равноценны и не пользовались бы никаким предпочтением одно перед другим. Обратимые тепловые процессы технически неосуществимы; однако введение их в наши рассуждения имеет большую ценность не только для теории, но и для практики, для теплотехники.

Переходя теперь к явлениям, в которых ту или другую роль играет преобразование теплоты, надо прежде всего отметить экспериментальный факт: все необратимые процессы сопровождаются лучеиспусканием и теплопередачей, которые по самой природе своей суть процессы необратимые. Такой же характер носит трение, неизменно сопровождающее все механические процессы: так, общеизвестно, что при движении поезда часть энергии обращается в теплоту, нагреваются рельсы; эта теплота путем теплопроводности распределяется в почве. По существу, как известно, теплопередача есть процесс, при котором энергия распределяется между хаотически движущимися молекулами.

Поэтому мы приходим к заключению: процессы в окружающем нас мире, поскольку они сопровождаются теплопроводностью, лучеиспусканием и трением, суть процессы необратимые.

Эти неоспоримые экспериментальные факты, с которыми приходится считаться во всех областях техники, привели К а р н о и его последователей к изучению необратимости процессов в природе и в технике. Исследования этих по существу технических вопросов привели к необходимости установить новый принцип, характеризующий особенности превращения энергии, который составил содержание II начала термодинамики.

Необходимым условием обратимости является равновесный характер процесса. Равновесный ход процесса требует, чтобы при всяком бесконечно-малом изменении какого-либо параметра состояния было затрачено конечное время для выравнивания значений параметров и установления равновесного состояния. В термодинамике доказывается, что для обратимости необходимо еще, чтобы при равновесном процессе изолированная система совершала *наибольшую работу*, какая возможна в условиях данного процесса. Таким образом, мы приходим к *условиям обратимости* изолированной системы:

система проходит бесконечно медленно ряд последовательных равновесных состояний;

процесс происходит без трения и теплопередачи в окружающую среду.

Следует подчеркнуть, что *необратимость присуща таким процессам, которые связаны с беспорядочным, хаотическим движением частиц*. Это определяет границы данного раздела термодинамики.

§ 102. Цикл Карно

Задача, которую поставил С а д и К а р н о¹ в своем знаменитом трактате *«Размышления о движущей силе огня»* (1824 г.), заключалась в изучении природы коэффициента полезного действия тепловых машин — от чего он зависит и каковы его пределы. Метод его исследования заключается в рассмотрении свойств специально им созданного кругового процесса, названного *«циклом Карно»*.

Но ответ, найденный К а р н о, далеко вышел за границы его первоначальной задачи и стал вторым началом термодинамики.

К а р н о рассматривает обратимый цикл, справедливо полагая, что только после того, как работающее вещество возвратилось в начальное состояние, можно подвести итог тратам *«движущей силы»* теплоты, мы бы сказали — баланса превращений энергии. При этом он полагает, что его цикл работающее вещество проходит в *идеальной машине, удовлетворяющей условиям обратимости*. Это предположение позволяет ему отвлечься от многих необратимых потерь и поставить вопрос о *максимальном значении коэффициента полезного действия тепловой машины*, работающей в определенных условиях: ясно, что коэффициент полезного действия идеальной машины есть максимум коэффициента полезного действия всякой реальной машины, работающей при одинаковых условиях с идеальной, т. е. *при той же разности температур нагревателя и холодильника*.

Заметим, что в своем сочинении К а р н о согласно общепринятым тогда взглядам рассматривал теплоту как «теплород» — неуничтожимое материальное начало — и исходил из аналогий с водой, как движущим агентом водяных двигателей; разность уровней воды он сравнивал с разностью температур и полагал, что при процессах в тепловых машинах количество теплоты остается неизменным. Это неверно; часть теплоты исчезает при этих процессах, обращаясь в механическую работу. Поэтому далее исследование цикла К а р н о дается в той форме, какую ему придали позднее труды К л а п е й р о н а (1834 г.), К л а у з и у с а (1850 г.) и В и л ь я м а Т о м с о н а (лорда К е л ь в и н а) (1852 г.).

Пусть начальное состояние вещества (газа, пара), совершающего рабочий круговой процесс (цикл) в идеальной машине, определяется точкой *A* (p_0, V_0, T_0 — рис. 306); прямой цикл состоит из следующих четырех стадий.

¹ Никола Леонар Сад Карно (1796—1832 гг.) — французский инженер, один из создателей теории тепловых двигателей и термодинамики,

I. Соединив работающее вещество с источником теплоты высокой и постоянной температуры T_0 (температура нагревателя, например пара в котле), дадим ему расшириться по изотерме AB , заимствуя при этом изотермическом процессе количество теплоты Q_0 от нагревателя для того, чтобы температура T_0 оставалась постоянной и не падала бы при расширении газа.

II. В точке $B (p_1, V_1, T_0)$ разъединяем нагреватель и работающее вещество, прекращая к нему доступ теплоты; происходит *адиабатическое* расширение BC ; при этом процессе температура падает до $T_1 < T_0$.

III. В точке $C (p_2, V_2, T_1)$ соединяем работающее вещество с телом низкой температуры T_1 (с *холодильником*); при сжатии по *изотерме* CD работающее вещество не нагревается, так как отдает количество теплоты Q_1 холодильнику.

IV. Адиабатическое сжатие происходит до точки $D (p_3, V_3, T_1)$, которая находится на адиабате, проходящей через точку A . Разъединяем работающее вещество от тела низкой температуры и сжимаем по адиабате до начального состояния A ; температура повышается от T_1 до T_0 .

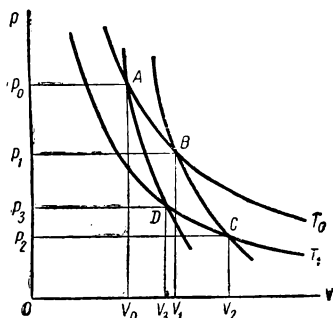


Рис. 306

Прямой цикл закончен; работающее вещество в точке A имеет исходные параметры p_0, V_0, T_0 . Таким

образом, круговой процесс, называемый *циклом Карно*, состоит из двух изотерм AB и CD и двух адиабат BC и DA .

Результаты прямого цикла $ABCD$ таковы: 1) от нагревателя взято Q_0 калорий; 2) холодильнику отдано Q_1 калорий; 3) совершена работа $W = Q_0 - Q_1$.

Графически эта работа выразится площадью криволинейного четырехугольника $ABCD$

$$W = V_0ABV_1 + V_1BCV_2 - V_2CDV_3 - V_3DAV_0 = ABCD.$$

Коэффициент полезного действия рассмотренного *цикла Карно* выразится так

$$\eta = \frac{W}{Q_0} = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0}.$$

О природе этой величины *Карно* высказал и доказал следующее основное положение:

«Движущая сила тепла не зависит от природы тех тел, которые служат для ее проявления; величина ее определяется только температурами тех тел, между которыми, в конце концов, происходит перенос тепла».

Клаузиус выражает это положение так:

Коэффициент полезного действия кругового обратимого процесса, происходящего между одним нагревателем и одним охладителем, не зависит от рода или вещества тела, совершающего этот процесс.

Клаузиус свое доказательство строит на постулате (требовании), который как и убеждение в невозможности перпетуум-мобиле, должно считать выражением векового опыта человечества.

Тепло само собой не может перейти от холодного тела к более теплomu; иначе этот постулат можно выразить так: переход тепла от холодного тела к теплomu не может быть единственным результатом комбинации каких бы то ни было процессов, т. е. не протекает без компенсации в форме остающихся изменений рабочего тела или окружающей среды.

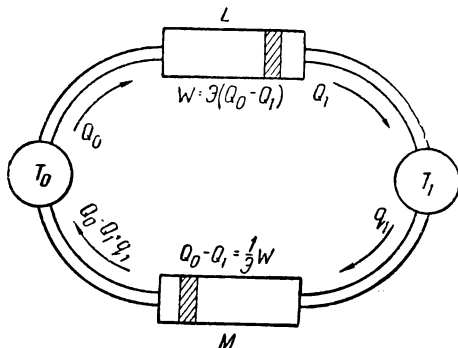


Рис. 307

Пусть идеальные машины L и M любого устройства имеют общий нагреватель с температурой T_0 и общий холодильник с температурой T_1 (рис. 307); рабочие вещества их различны (например водяной пар и светильный газ). Докажем, что их к. п. д. одинаковы.

Условия работы этих машин: 1) машина L при прямом цикле Карно берет у нагревателя количество теплоты Q_0 , отдает холодильнику — Q_1 ; 2) машина M берет при прямом цикле Карно у нагревателя количество теплоты q_0 , отдает холодильнику — q_1 ; 3) обе машины обращают в работу одно и то же количество теплоты

$$Q_0 - Q_1 = q_0 - q_1. \quad (1)$$

Допустим, что коэффициенты полезного действия этих машин не равны; предположим, что

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} > \frac{q_0 - q_1}{q_0}. \quad (2)$$

Из условия (1) следует, что это предположение возможно только тогда, если

$$Q_0 < q_0; \quad Q_1 < q_1,$$

т. е. машина M при прямом цикле должна отдавать холодильнику больше теплоты, чем машина L .

Теперь пусть машина L совершает прямой цикл Карно, а машина M — обратный, причем для осуществления обратного цикла машины M мы пользуемся работой прямого цикла машины L .

Тогда результаты этих циклов выразятся так:

1. Результат прямого цикла машины L : 1) взято у нагревателя количество теплоты Q_0 ; 2) отдано холодильнику — Q_1 ; 3) обращено

в работу $-(Q_0 - Q_1)$; следовательно, мы располагаем работой $W = Q_0 - Q_1$.

II. Результат обратного цикла машины M : 1) взято из холодильника количество теплоты q_1 , причем $q_1 > Q_1$, т. е. взято у холодильника больше тепла, чем в него поступило; 2) затрачена работа прямого цикла $W = Q_0 - Q_1$ и эквивалентно обращена в теплоту $Q_0 - Q_1 = W$; 3) эта полученная из преобразования работы теплота $Q_0 - Q_1$ вместе с теплотой, взятой из холодильника q_1 , передана в нагреватель; 4) нагреватель получил количество теплоты, равное $(Q_0 - Q_1 + q_1)$.

III. Так как $q_1 > Q_1$, то $Q_0 - Q_1 + q_1 > Q_0$. Это значит, что единственный результат обоих циклов приводится к тому, что из холодильника в нагреватель сам собой, без затраты энергии, перешел избыток теплоты

$$Q_0 - Q_1 + q_1 - Q_0 = q_1 - Q_1.$$

Но этот вывод противоречит постулату Клаузиуса, а потому сделанное допущение (2) невозможно.

Подобным же образом докажем, что невозможно обратное допущение

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} < \frac{q_0 - q_1}{q_0}; \quad (2')$$

поэтому приходим к неизбежному заключению

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{q_0 - q_1}{q_0}.$$

Следовательно, коэффициенты полезного действия каких бы то ни было двух идеальных машин, работающих по циклу Карно в одном и том же температурном интервале $(T_0 - T_1)$, не могут быть разными.

§ 103. Коэффициент полезного действия цикла Карно

Так как доказано, что природа вещества, совершающего этот цикл, не отражается на значении его коэффициента, полезного действия, то можно взять любое тело, выполняющее цикл Карно, определить для него вид искомого коэффициента, и это будет общее решение вопроса. Проще всего обратиться к идеальной газу.

Итак, возьмем идеальный газ, и пусть он выполняет цикл Карно. Для вычисления коэффициента полезного действия этого цикла

$$\eta = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0}$$

надо определить количества теплоты Q_0 и Q_1 , которые газ получает и отдает на изотермах AB и CD (рис. 306).

1. Изотерма AB :

$$Q_0 = RT_0 \ln \frac{V_1}{V_0}.$$

2. Изотерма CD :

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Отсюда имеем

$$\eta = \frac{T_0 \ln \frac{V_1}{V_0} - T_1 \ln \frac{V_2}{V_3}}{T_0 \ln \frac{V_1}{V_0}}. \quad (3)$$

3. Адиабаты BC и DA дают соотношения

$$\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_0}\right)^{\gamma-1};$$

поэтому

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_0}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0}{V_3}; \quad \frac{V_1}{V_0} = \frac{V_2}{V_3}.$$

Имея в виду последнюю пропорцию, упрощаем выражение (3)

$$\eta = \frac{T_0 - T_1}{T_0}. \quad (4)$$

Это и есть искомая формула, показывающая, от чего и как зависит коэффициент полезного действия цикла К а р н о; мы видим, что *к. п. д. цикла Карно есть функция только температур T_0 и T_1* ; именно функция разности температур нагревателя и холодильника. Этот результат можно было предвидеть, если обратить внимание на то, что на диаграмме процесса площадь $ABCD$ (рис. 306) дает графическое выражение работы и что величина этой площади зависит от того, насколько далеко раздвинуты изотермы T_0 и T_1 .

Таким образом, установлено важнейшее соотношение

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0}, \quad (5)$$

которое дает общее выражение коэффициента полезного действия обратимого цикла К а р н о для идеальной машины в функции температур нагревателя и холодильника независимо от рабочего вещества.

Из самого вида формулы (5) вытекают два заключения:

1. Коэффициент полезного действия идеальной машины К а р н о прямо пропорционален разности температур, между которыми протекает процесс.

2. Всегда $\eta < 1$; равенство $\eta = 1$ могло бы быть только при $T_1 = 0$, т. е. если бы холодильник имел температуру абсолютного нуля.

Следовательно, даже в идеальной машине К а р н о невозможно преобразовать всю теплоту, полученную рабочим телом, в работу; часть энергии в форме теплоты передается телу с низшей температурой.

Последнее заключение пока относится к циклу К а р н о идеальной машины, но оно содержит в себе общее утверждение, именно, его надо рассматривать как одно из выражений II начала термодинамики, определяющее основное условие превращения теплоты в работу при каких бы то ни было процессах. I начало термодинамики утверждает эквивалентность всех преобразований энергии; II начало характеризует условия, при которых возможны эти преобразования, в частности, условия превращения теплоты в работу.

Дело в том, что высказанные утверждения о к. п. д. относятся к обратимому циклу идеальной тепловой машины К а р н о. Если же в процессе цикла возникают необратимые процессы — теплопроводности, лучеиспускания, диффузии, трения и т. п., — то известно из ежедневного опыта, что на эти естественные процессы необратимо затрачивается энергия, и теплота $Q_0 - Q_1 = \Delta Q$ превращается не только в работу, но и затрачивается на эти необратимые процессы. Поэтому для всякого цикла, в котором участвуют необратимые процессы, имеем

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} < \frac{T_0 - T_1}{T_0}; \text{ или } \eta_1 < \frac{T_0 - T_1}{T_0}.$$

Итак, для цикла К а р н о, как для обратимого цикла, к. п. д. имеет значение

$$\eta = \frac{T_0 - T_1}{T_0};$$

для всякого необратимого цикла к. п. д. $\eta_1 < \eta$ и

$$\eta_1 < \frac{T_0 - T_1}{T_0}.$$

Из этого положения следует, что мы всегда можем найти предельно-максимальное значение η для любой тепловой машины, совершающей какой угодно цикл; для этого нам нужно лишь вычислить к. п. д. цикла К а р н о, работающего при той же разности температур. Положим, например, что тепловой двигатель, цикл которого вообще отличается от цикла К а р н о, работает при температурах нагревателя $t_0 = 150^\circ \text{C}$ и холодильника $t_1 = 40^\circ \text{C}$, тогда максимум η для этого случая определится так

$$\eta = \frac{110}{150 + 273} = 0,26 = 26\%.$$

Эти 26% есть при таких условиях для реальной машины никогда не достигаемый максимум, та «граница движущей силы теплоты», о которой говорит К а р н о, перейти которую мы не можем не по техническому неумению, а по самой природе теплоты.

Формула (4) к. п. д. цикла К а р н о указывает путь к повышению η ; надо раздвигать температурный промежуток $T_0 - T_1$. Для этого надо повысить температуру нагревателя, а это значит, что

для паровой турбины надо повысить давление в котле; так, если давление в котле $p_0 = 16,192 \text{ атм}$, то $t_0 = 201^\circ \text{ С}$ ($T_0 = 474,16^\circ \text{ К}$); давление в холодильнике устанавливается $p_1 = 0,103 \text{ атм}$, чему соответствует температура пара $t_1 = 46^\circ \text{ С}$ ($T_1 = 319,16^\circ \text{ К}$); к. п. д. цикла Карно 44%. В современной технике в некоторых случаях давление в котлах доводят до 120 атм и выше, чему соответствует $T_0 = 597^\circ \text{ К}$; к. п. д. цикла Карно повышается почти до 47%.

Коэффициент полезного действия *реальных машин*, работающих не по циклу Карно, меньше этих чисел, ибо на них влияют все те необратимые потери, которые считались несуществующими в случае идеальной машины; к. п. д. паровой машины в лучших условиях достигает лишь 10—12%.

Техника борется за повышение к. п. д., понижая температуру холодильника T_1 , повышая интервал $T_0 - T_1$ и переходя к перегреву пара. К. п. д. турбин и двигателей внутреннего сгорания удалось значительно повысить, раздвигая интервал $T_0 - T_1$. Коэффициент полезного действия цикла Карно есть тот максимум,

$$\eta = \frac{T_0 - T_1}{T_0}$$

к которому могут стремиться технические усовершенствования для повышения к. п. д. реальных тепловых машин.

§ 104. Термодинамическая шкала температур

До сих пор мы принимали как определение абсолютной температуры $T = 273,16 + t$, где t — температура в градусах Цельсия, измеренная, согласно международному соглашению, в водородной шкале. Температура, определяемая таким образом, является *эмпирической*, так как зависит от рода вещества, применяемого в приборе для измерения температуры. Уильям Томсон (лорд Кельвин) предложил использовать для установления абсолютной термодинамической шкалы температур теорему Карно о том, что к. п. д. цикла Карно не зависит от свойств рабочего вещества.

Если рассмотреть ряд двигателей, работающих по циклам Карно между установленной температурой T_i с поглощением или отдачей теплоты Q_i и переменными температурами T , то, независимо от рабочего вещества, работа циклов Карно является функцией разности температур $T - T_i$, т. е. работа циклов Карно определять разность температур независимо от рода рабочего вещества. Таким образом, можно получить ряд температур, определяемых работой циклов Карно и не зависящих от рабочего вещества. Эту шкалу температур называют *шкалой Кельвина* и обозначают ее буквой K .

Шкала Кельвина построена так, чтобы в *постоянных точках* замерзания и кипения воды при нормальном давлении было совпадение с водородной шкалой температур. Тогда разность абсолютной

температуры по шкале К е л ь в и н а T и по водородной шкале τ_n при постоянном давлении в 1 м рт. ст.:

при -200°C	$T - \tau_n = +0,8$	$+50^\circ\text{C}$	$T - \tau_n = -0,004$
-150°C	» $+0,1$	$+100^\circ\text{C}$	» $0,000$
-100°C	» $+0,04$	$+200^\circ\text{C}$	» $+0,02$
-50°C	» $+0,02$	$+250^\circ\text{C}$	» $+0,03$
0°C	» $0,00$	$+300^\circ\text{C}$	» $+0,04$

В 1927 г. была установлена международная практическая шкала, охватывающая промежуток между $-182,97^\circ\text{C}$ и 1063°C .

В 1956 г. в СССР принята практическая шкала температуры, продолжающая международную шкалу от $90,19^\circ\text{C}$ до 10°C , основанная на группе платиновых термометров. Соотношение между температурой и сопротивлением платины устанавливается в форме таблиц.

§ 105. Рассеяние энергии при тепловых процессах

Рассуждения К а р н о приводят к заключению, что для того, чтобы часть энергии, полученной рабочим телом в форме теплоты Q_0 от нагревателя, превратилась в работу W , необходимо, чтобы другая часть Q_1 , равная Q_0 , была передана холодильнику. В прямом цикле К а р н о остается неиспользованным количество теплоты Q_1 , которое теряется для цели преобразования в работу и представляет собою в процессе даже идеальной машины как бы отход теплоты. Это количество теплоты Q_1 , переведенное от тела высокой температуры — T_0 нагревателя — к телу низкой температуры T_1 — к холодильнику, — тем самым технически обесценено, имеет низшее качество по сравнению с тем же Q_1 , находящимся еще в нагревателе, ибо мы не можем уже обратить его в работу при данном цикле. Точно так же, если мы, затратив количество теплоты Q , довели воду в стакане до 100°C , а затем эту воду вылили в бочку, наполненную водой при 5°C , хотя по I началу это Q и сохраняется количественно, но качество его понизилось, оно обесценилось, ибо значительно упала возможность его превращения в работу; для этого надо было бы иметь тела, для которых бочка с водой при 5°C могла стать нагревателем. «Согласно этому принципу, — говорит К а р н о, — недостаточно для развития движущей силы только доставать тепло, необходимо еще добыть холод; без него тепло бесполезно».

Мы только что видели, что даже идеальный цикл К а р н о связан с качественным ухудшением части энергии; всякий процесс трения, лучеиспускания и теплопроводности ведет к тому, что часть энергии рассеивается, т. е. так распределяется между телами, что становится менее способной к дальнейшим превращениям.

Эти явления выясняют нам принципиальную необходимость ввести новый, независимый от I начала принцип, который был назван *вторым началом термодинамики*.

Прежде чем перейти к более подробному разбору содержания этого принципа, надо особо подчеркнуть, что появление II начала связано с изучением макропроцессов, а истолкование его и ограничение его значения тесно связано с молекулярным строением вещества. На опыте были обнаружены такие факты относительно преобразований энергии, которые не покрывались содержанием I начала. Эквивалентность преобразований энергии и вытекающее отсюда количественное постоянство энергии в изолированной системе — вот содержание I начала; техника и ежедневный опыт добавляют:

1. Не все мыслимые преобразования энергии одинаково возможны; некоторые превращения могут происходить сами собой, вызывая течение процессов в определенном направлении.

2. При реальных процессах *преобразования энергии* сопровождаются рассеянием части энергии в форме теплоты, которое является *причиной необратимости* процессов.

Оба эти факта, сообщающие новое о преобразованиях энергии, чего нет в I начале, составляют содержание II начала.

Чтобы найти точное выражение его, нам предстоит теперь рассмотреть, какую меру можно предложить для количественной оценки рассеяния энергии, иначе говоря, надо установить функцию, которая давала бы оценку необратимости процессов.

§ 106. Энтропия

Выражение коэффициента полезного действия цикла К а р н о

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0}$$

можно преобразовать так:

$$1 - \frac{Q_1}{Q_0} = 1 - \frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{Q_0}{T_0} = \frac{Q_1}{T_1};$$

$$\frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_1}{T_1} = 0. \quad (6)$$

Количество полученной телом теплоты, деленное на температуру, при которой происходит теплопередача, называется *приведенным количеством теплоты* и берется со знаком плюс; *приведенное количество теплоты, отданное телом*, берется со знаком минус. С этой оговоркой

$$\frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_1}{T_1} = 0, \quad (6')$$

т. е. алгебраическая сумма приведенных количеств теплоты в цикле Карно равна нулю.

Разобьем обратимый цикл (рис. 308) рядом бесконечно близких адиабат и бесконечно коротких изотерм на ряд циклов К а р н о.

В пределе их сумма даст весь цикл: при двух рядом лежащих процессах каждая адиабата проходится два раза в противоположных направлениях, и работа на них равна нулю; остаются лишь отрезки кривых, которые в пределе охватывают площадь изучаемого цикла. Для каждого элементарного цикла $Karно$ и для всего обратимого цикла:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0,$$

а в пределе для всего цикла

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (6'')$$

В этой сумме, распространенной в пределе на весь круговой процесс (кружочек на знаке интеграла), приведенные количества теплоты, взятые у нагревателя, входят с плюсом, отданные холо-

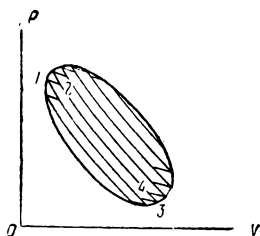


Рис. 308

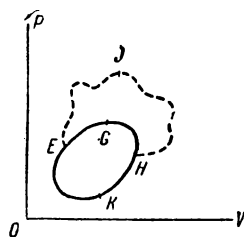


Рис. 309

дильнику — с минусом. Формула (6'') показывает, что в случае какого угодно обратимого цикла алгебраическая сумма приведенных количеств теплоты равна нулю.

Возьмем круговой обратимый процесс $EGHKE$ (рис. 309) и разобьем его на два незамкнутых процесса

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_{EGH} \frac{dQ}{T} + \int_{HKE} \frac{dQ}{T};$$

по условию (6'') имеем

$$\int_{EGH} \frac{dQ}{T} + \int_{HKE} \frac{dQ}{T} = 0. \quad (a)$$

Точно так же для обратимого цикла $EIHKE$ напомним

$$\int_{EIH} \frac{dQ}{T} + \int_{HKE} \frac{dQ}{T} = 0. \quad (б)$$

Из уравнений (a) и (б) следует:

$$\int_{EGH} \frac{dQ}{T} = \int_{EIH} \frac{dQ}{T}. \quad (7)$$

Это значит, что суммы приведенных количеств теплоты $\int \frac{dQ}{T}$, вычисленные не для циклов, а по двум различным путям EGH и EKH , между двумя точками E и H двух обратимых процессов EIH и EKH , равны между собой; иначе это выразим так: значение рассматриваемого интеграла не зависит от пути, по которому протекает процесс (EGH , EIH или EKH), а определяется исключительно его началом и концом, в данном случае — точками E и H , т. е. их параметрами.

Математически это положение формулируется так, что существует некоторая функция S , для которой подынтегральная функция $\frac{dQ}{T}$ является полным дифференциалом

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

Следовательно, мы нашли новую функцию, которая так же, как внутренняя энергия системы, определяется параметрами состояния; значение ее меняется от точки к точке по мере течения процесса, но притом так, что самый ход или путь процесса не отражается на полном изменении значения этой функции за весь процесс.

Обозначим эту функцию через S , так что

$$S = \int_E^H \frac{dQ}{T}; \quad (8)$$

эту функцию Клаузиус назвал *энтропией*¹.

Если положим, что состоянию E — начала процесса — соответствует значение энтропии S_1 , а состоянию H — конца процесса — значение S_2 , то

$$\int_E^H \frac{dQ}{T} = S_2 - S_1 = \Delta S, \quad (8')$$

где ΔS есть изменение энтропии в течение обратимого процесса с началом в E и концом в H независимо от того, как он протекает — по пути EGH , EKH , EIH или еще как-нибудь.

Из предыдущего вытекают следующие свойства энтропии:

1. Энтропия есть функция состояния и в каждой точке процесса определяется параметрами состояния.

2. Единица энтропии вещества, участвующего в процессе по формуле (8), есть $\frac{\text{кал}}{\text{град}}$. Если добавить к трем величинам механики L , M , T еще температуру τ , единицей которой является градус, то размерность энтропии равна

$$[S] = ML^2T^{-2}\tau^{-1}.$$

¹ «Т р о п ё» (греч.) — поворот, превращение; «эн» — в, внутрь; энтропия — мера необратимости процесса.

3. Для всякого кругового обратимого процесса имеем

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0; \quad \Delta S = 0.$$

Это значит, что *при всяком обратимом круговом процессе в изолированной системе изменение энтропии равно нулю.*

§ 107. Энтропия при необратимых процессах

Перейдем к вопросу об изменении энтропии при необратимом процессе, протекающем в изолированной системе.

Было показано, что для всякого необратимого цикла в изолированной системе коэффициент полезного действия меньше коэффициента цикла К а р н о, протекающего между теми же температурами. Поэтому для коэффициента полезного действия какого угодно необратимого цикла в изолированной системе можем написать соотношение

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} < \frac{T_0 - T_1}{T_0}.$$

Отсюда выводим:

$$\begin{aligned} -\frac{Q_1}{Q_0} &< -\frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{Q_1}{Q_0} > \frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{Q_1}{T_1} > \frac{Q_0}{T_0}; \\ \frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_1}{T_1} &< 0, \end{aligned} \quad (9)$$

или

$$\sum \frac{Q}{T} < 0.$$

Это неравенство можно написать, как было выше указано, для всякого элементарного процесса, на который можно разбить цикл, и для всего цикла, условно заменяя знак суммы интегралом, в общем виде

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0. \quad (10)$$

Как формула (9), так и (10), показывают, что большую абсолютную величину имеют отрицательные члены суммы, т. е. приведенные количества теплоты, отданные холодильникам.

Но интегрирование (суммирование) величин $\frac{dQ}{T}$ как в каждом элементарном процессе (рис. 309), так и в целом процессе *ЕІНКЕ* выполнено по направлению процесса; поэтому из формул (9 и 10) следует, что энтропия к концу процесса больше, чем в начале процесса.

Поэтому смысл формулы (10) можно выразить словами: *при всяком необратимом процессе в изолированной системе энтропия возрастает.*

Разберем п р и м е р ы. 1. Положим, что процесс между нагревателем и холодильником происходит с *трением*, чем и обусловлена его необратимость. Тогда от нагревателя берется меньше теплоты, чем при обратимом процессе, так как в работающей системе возникает еще теплота от трения. Наоборот, когда отдается теплота холодильнику, то в него поступает больше теплоты, чем при обратимом, так как он получает и ту теплоту, которая развилась вследствие трения. Следовательно, при суммировании все получаемые приведенные количества теплоты $\frac{\Delta Q_0}{T_0}$ меньше, чем при обратимом процессе, а все отдаваемые $\frac{\Delta Q_1}{T_1}$ больше, чем при обратимом процессе.

Отсюда для всего процесса имеем

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0, \text{ или } \int \frac{dQ}{T} < 0.$$

2. Путем *теплопроводности* выравнивается конечная разность температур между двумя телами. Тогда температуры отдающего теплоту тела во время процесса выше, чем температуры получающего; поэтому положительные количества $\frac{\Delta Q_0}{T_0}$ имеют большие знаменатели, чем отрицательные количества $\frac{\Delta Q_1}{T_1}$; отсюда опять вытекает

$$\int \frac{dQ}{T} < 0.$$

3. Положим, что в изолированной системе количество теплоты dQ передано от более нагретой части, имеющей температуру T_0 , к части, имеющей температуру T_1 ; $T_0 > T_1$. Тогда

$$\frac{dQ}{T_0} < \frac{dQ}{T_1}.$$

Энтропия в течение этого элементарного процесса возросла на dS

$$dS = \frac{dQ}{T_1} - \frac{dQ}{T_0}; \quad dS > 0.$$

Также при суммировании множества таких процессов имеем

$$\int \frac{dQ}{T_1} - \int \frac{dQ}{T_0} = \Delta S; \quad \Delta S > 0. \quad (11)$$

Энтропия при необратимых процессах в изолированной системе растет.

Приведем общее доказательство основного свойства энтропии при необратимых процессах.

Понятие об энтропии в случае *обратимого процесса ЕКН* (рис. 309) дано формулами (8) и (8')

$$\underbrace{\int_E^H \frac{dQ}{T}}_{\text{Обратимый процесс}} = S_H - S_E. \quad (8'')$$

Обратимый процесс.

Рассмотрим цикл *EGHKE*, в который входят процесс *EGH* — необратимый, и процесс *HKE* — обратимый:

$$\underbrace{\int_E^H \frac{dQ}{T}}_{\text{Необратимый процесс}} + \underbrace{\int_H^E \frac{dQ}{T}}_{\text{Обратимый процесс}} < 0.$$

Необратимый цикл.

Формула (8'') дает

$$\int_E^H \frac{dQ}{T} + S_E - S_H < 0; \quad \int_E^H \frac{dQ}{T} < S_H - S_E;$$

вообще

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1, \quad \text{или} \quad \int_E^H \frac{dQ}{T} < \Delta S.$$

Если все тела, участвующие в процессе, — нагреватели, холодильники, рабочее вещество и т. д. — включим в одну систему, то эта *система изолированная*, теплота в нее не поступает, и из нее не уходит; поэтому

$$dQ = 0;$$

отсюда

$$0 < \Delta S; \quad 0 < S_2 - S_1; \quad S_2 > S_1.$$

Это значит, что при *необратимом процессе в изолированной системе энтропия возрастает*.

Все высказанное о величии энтропии и ее свойствах можно записать в виде ряда неравенств

$$\int \frac{dQ}{T} \leq 0; \quad \frac{dQ}{T} \leq 0; \quad dQ \leq TdS; \quad dS \geq 0. \quad (12)$$

Отсюда вытекает вывод: *энтропия изолированной системы не может уменьшаться*: 1) при круговых обратимых процессах она остается неизменной: $\Delta S = 0$; 2) при необратимых процессах она возрастает: $\Delta S > 0$.

Наиболее общее выражение II начала термодинамики: *при необратимых процессах в изолированной системе могут происходить «сами собой» лишь такие преобразования энергии, при которых возрастает энтропия системы.*

Напишем дифференциальные формулы обоих начал термодинамики

$$dQ = dU + dW; \quad dQ \leq TdS.$$

Объединяя их, получим

$$dU + dW \leq TdS.$$

Эта формула объединяет оба начала термодинамики.

При каком угодно необратимом процессе $dS > 0$. Это значит, что произошло рассеяние энергии; с точки зрения получения работы часть энергии обесценилась, и это рассеяние измеряется произведением постоянного для данного процесса множителя T на возрастание энтропии в течение процесса ΔS . Произведение $T\Delta S$ носит название *связанной энергии*. Разность $dU - TdS$ называется *свободной энергией системы*. Вводя понятия о свободной и связанной энергии мы представляем себе *внутреннюю энергию* системы, состоящей из двух слагаемых: *свободной энергии*, которая может превращаться в другие виды энергии в процессе работы без компенсаций, и *связанной энергии*, которая может превращаться в другие виды энергии только ценою компенсации, а эта компенсация всегда приводит к *возрастанию энтропии системы*.

Мы приходим к заключению: *возрастание энтропии есть мера необратимости процесса и рассеяния энергии.*

Таким образом, найдена функция, могущая количественно характеризовать рассеяние энергии; функция, названная энтропией, вполне удовлетворяет этому назначению: 1) она постоянна $\Delta S = 0$, когда нет рассеяния энергии (при обратимых циклах); 2) при необратимых процессах она имеет одностороннее изменение, а именно возрастание.

Итак, возрастание энтропии определяет направление процессов, протекающих в изолированной системе.

§ 108. Вычисление энтропии

Чтобы показать, что за изменением энтропии можно следить, приведем примеры вычисления энтропии как функции состояния.

Выведем формулу для вычисления изменения *энтропии идеального газа* при переходе его из состояния E в состояние H (рис. 309); пусть значение энтропии в состоянии E есть S_0 , в состоянии H есть S_1 . Если бы этот переход совершался по обратимому пути, то для всякого его элемента имело бы силу уравнение

$$dS = \frac{dQ}{T}; \quad dQ = TdS.$$

Но поскольку изменение энтропии не зависит от пути процесса между E и H , то эта же формула будет годиться и для любого процесса между состояниями E и H . Выразим dQ на основании уравнения I начала

$$dQ = c_V dT + p dV.$$

Для всякого процесса, переводящего единицу массы идеального газа из состояния E в состояние H , имеем

$$\begin{aligned} TdS &= c_V dT + p dV; \quad dS = c_V \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV; \\ \int_E^H dS &= S_1 - S_0 = c_V \int_E^H \frac{dT}{T} + \int_E^H \frac{p}{T} dV. \end{aligned} \quad (a)$$

По уравнению К л а п е й р о н а

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{V};$$

поэтому

$$\begin{aligned} S_1 - S_0 &= c_V \int_E^H \frac{dT}{T} + R \int_E^H \frac{dV}{V}; \\ S_1 - S_0 &= c_V \ln \frac{T_1}{T_0} + R \ln \frac{V_1}{V_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь T_0 и V_0 относятся к состоянию E ; T_1 и V_1 — к состоянию H . Полученная формула показывает, что изменение энтропии $\Delta S = S_1 - S_0$ в течение процесса EGH может быть вычислено, если мы знаем параметры, определяющие начало и конец процесса.

Преобразование формулы (13) при помощи уравнения К л а п е й р о н а $pV = RT$ и уравнения Р о б е р т а М а й е р а $c_p - c_V = R$ даст возможность выразить ΔS в зависимости от других параметров состояния

$$\Delta S = S_1 - S_0 = c_V \ln \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^\gamma. \quad (13')$$

Эта формула позволяет вычислить ΔS в зависимости от изменения p и V . Запишем также выражение ΔS в зависимости от параметров T и p

$$\Delta S = S_1 - S_0 = c_p \ln \left(\frac{T_1 p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T_0 p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right). \quad (13'')$$

Мы видим, что изменение энтропии, как функции состояния, может быть вычислено для идеальных газов, если мы знаем параметры, определяющие состояние системы в начале и конце процесса.

Если бы мы взяли неопределенный интеграл от уравнения (а), то нашли бы:

$$S = c_v \ln T + R \ln V + S_0. \quad (14)$$

Отмечаем принципиально важное обстоятельство: вследствие появления произвольной постоянной S_0 эта формула дает лишь изменение энтропии $S - S_0$, отсчитываемое от некоторого произвольного значения, которое мы принимаем за начальное значение энтропии.

Введя понятие об энтропии как функции состояния Клаузиус показал, что возможно при помощи вычисления энтропии количественно характеризовать необратимость и установить направление тепловых процессов.

Энтропия изолированной системы не может уменьшаться; обозначив разность энтропии в каких-либо последующем и предыдущем состояниях системы через ΔS , для всякого реального теплового процесса имеем

$$\Delta S > 0.$$

Это неравенство и есть наиболее общее и полное выражение II начала термодинамики: 1) в изолированной системе могут происходить лишь такие процессы, которые, в конце концов, ведут к возрастанию энтропии; 2) значение ΔS может быть вычислено для перехода системы из состояния A в состояние B , и тем будет количественно оценено происшедшее при этом рассеяние энергии.

Практический смысл оба начала термодинамики имеют только тогда, когда мы, приняв данную систему за изолированную, наблюдаем в ней изменения различных форм энергии, отсчитывая изменения энергии и энтропии от некоторого состояния системы, произвольно принятого за начальное или нулевое; таким образом, в вычисления энергии и энтропии всегда входят произвольные постоянные, мы можем вычислять в сущности лишь разности энергии и энтропии в двух состояниях системы.

Практически в области техники с этим можно мириться. Но исследование физического смысла двух важнейших понятий I и II начал — энергии и энтропии — привело современную физическую теорию к попыткам вычисления самого запаса энергии и абсолютного значения энтропии при данном состоянии системы.

Как уже было кратко упомянуто, вопрос о вычислении всей энергии системы сводится к соотношению массы и энергии

$$E = mc^2,$$

устанавливающему их взаимную связь.

По вопросу об абсолютном значении энтропии решающий шаг сделал немецкий физик Нернст, который в 1906 г. высказал гипотезу, называемую *«тепловой теоремой Нернста»*, следствия которой, оправдываемые опытом, позволяют вычислять абсолютные значения энтропии и других термодинамических величин. Гипотезу

Н е р н с т а можно сформулировать так: «При неограниченном понижении температуры энтропия всякого химического однородного тела конечной плотности бесконечно приближается к нулю»; следовательно, при абсолютном нуле температуры энтропия всякого конденсированного тела равна нулю.

Общая формула для вычисления энтропии

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{c_p dT}{T}; \quad (15)$$

в частных случаях, при вычислении энтропии газа, мы ею уже пользовались.

Если известна для данного процесса связь между c_p и T , то по этой формуле можно вычислить S ; но появившаяся произвольная постоянная интегрирования S_0 приводит к тому, как мы видели, что возможно вычисление лишь $S - S_0 = \Delta S$, т. е. изменения энтропии в течение процесса. Гипотеза Н е р н с т а утверждает, что если в выражении энтропии (15) положим $T=0$, то

$$S_0 = \left[\int \frac{c_p dT}{T} \right]_{T \rightarrow 0} = 0.$$

Таким образом, был указан нижний предел интегрирования, и формула для вычисления самой величины энтропии, отсчитываемой от абсолютного нуля, получает вид

$$S = \int_0^T \frac{c_p dT}{T}. \quad (16)$$

Подтверждения гипотезы Н е р н с т а заключаются в ее многочисленных следствиях, которые могут быть проверены опытом: теплоемкость и другие термические коэффициенты (например коэффициенты расширения, теплопроводности и т. д.) при понижении температуры и при приближении ее к абсолютному нулю тоже стремятся к нулю.

§ 109. Энтропия и вероятность состояния

Введение понятия энтропии позволило количественно выразить содержание II начала термодинамики. Но самое появление энтропии как функции состояния, столь хорошо отвечающее запросам при характеристике состояний вещества и течения процессов, требует дальнейшего толкования, которое выяснило бы значение энтропии как физической величины. Это развитие термодинамической теории было начато Б о л ь ц м а н о м (1866 г.), расширено и все-сторонне обосновано П л а н к о м (1906 г.); оно опирается на молекулярно-кинетическую теорию строения вещества, которая таким образом становится основанием для дальнейшего развития термодинамики.

Второе начало термодинамики в наиболее общей его форме выражается так

$$\Delta S > 0.$$

Это значит: в изолированной системе происходят лишь такие процессы, при которых возрастает энтропия.

Сопоставим это выражение II начала с теми заключениями, которые были развиты в связи с разъяснением статистического метода и вытекают из гипотезы элементарного беспорядка микроскопических явлений, именно с тенденцией изолированной системы самопроизвольно переходить от менее устойчивых к более устойчивым состояниям, т. е. к таким, вероятность осуществления которых возрастает. Естественно, мы приходим к гипотезе: энтропия и вероятность состояния должны быть связаны между собою некоторой функциональной зависимостью.

П л а н к эту мысль выражает так: «Следуя Б о л ь ц м а н у, мы замечаем, что общее содержание II начала заключается в том, что в природе отдается предпочтение состояниям более вероятным перед менее вероятными, причем величина энтропии прямо рассматривается как общая мера физической вероятности. Поэтому приходим к следующему выводу: энтропия физической системы в данном ее состоянии зависит исключительно от вероятности этого состояния». Это предположение представим себе так

$$S = f(P),$$

где S — энтропия системы в каком-либо ее состоянии, P — вероятность этого состояния.

П л а н к выяснил вид функции, связывающей энтропию и вероятность

$$S = k \ln P;$$

энтропия системы пропорциональна логарифму вероятности ее состояния; коэффициент пропорциональности есть «постоянная Б о л ь ц м а н а»

$$k = \frac{R_0}{N} = (1,38044 \pm 0,00007) \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{град}^{-1}.$$

Зная k и определив P данного состояния системы, мы можем вычислить S . Зная U — энергию и S — энтропию системы в определенном ее состоянии, можно вычислить и другие термодинамические величины, характеризующие это состояние.

Взгляд на энтропию как на меру вероятности состояния содержит в себе новое понимание II начала термодинамики. Односторонность в направлении процессов, рост энтропии — все это разные стороны одного и того же явления — перехода системы от состояний менее вероятных к более вероятным.

Вспомним, что при небольшом числе, например 2 или 4 молекул, могут происходить и вероятны обратимые процессы; но при

возрастании числа молекул их вероятность падает и становится исчезающе малой даже при числе молекул только в 1 см^3 . Однако, если мы будем брать очень малые части пространства, т. е. небольшое число молекул, то для них вероятность «невероятных» распределений повышается. Так, польский физик С м о л у х о в с к и й¹ вычислил (1914 г.), что самопроизвольные отступления — *флуктуации* — в один процент от равномерной плотности газа в 1 см^3 могут осуществляться только через периоды $(10^{10})^{14} \text{ сек}$.

Такие же отступления в микрообъеме $0,2 \mu^3$ могут уже происходить через 10^{-9} сек ; *макроскопически невероятные события оказываются микроскопически возможными*.

Такого рода *флуктуации* — *статистические отклонения от средних значений* энергии, плотности, температуры и т. д. — при термодинамическом равновесии возможны, но их появление обусловлено, как показывает теория вероятностей, сочетанием редчайших явлений — очень высоких температур и огромных молярных объемов, т. е. при крайних разрежениях вещества.

С этой точки зрения понятие об обратимости процессов получает новое освещение. *Обратимый процесс* — это такой, который возможен, но статистически мало вероятен, так как вероятность его осуществления чрезвычайно мала. Поэтому возможны, но мало вероятны отступления от II начала.

Итак, I *начало термодинамики* — сохранение энергии — безусловно осуществляется при всех явлениях природы; оно имеет всеобщее *универсальное* значение. II *начало* — рост энтропии — есть событие наиболее вероятное, поскольку мы наблюдаем необратимые процессы, но оно имеет *статистический характер*.

§ 110. Пределы применимости II начала термодинамики

Существует нижний предел применимости II начала. Это начало имеет статистический характер и неприменимо в тех случаях, когда не может быть обеспечен статистически закономерный результат событий, происходящих в микромире. В самом деле, представим себе систему, состоящую всего из двух-трех молекул. Мы не можем говорить о температуре этой системы, а придется говорить о кинетической энергии каждой молекулы; вместо передачи того или иного количества теплоты надо учитывать работу при взаимодействии частиц. Так как энтропия выражается через $\frac{dQ}{T}$, то и это понятие

применимо лишь в тех случаях, когда обеспечен статистически закономерный результат событий, происходящих в микромире; пока этого нет, так как число частиц в системе очень невелико, мы не в

¹ М а р и а н С м о л у х о в с к и й (1872—1917 гг.) — польский физик, помимо работ по флуктуациям и броуновскому движению положил основу кинетической теории коллоидных систем.

состоянии вводить термодинамическое понятие энтропии при изучении системы. Если мы будем брать малый объем изучаемой системы, например все меньшее количество воздуха, то отклонения от равновесия станут все больше, и *флуктуации* начнут играть все большую роль. Таким образом, *II начало термодинамики неприменимо к системам, состоящим из небольшого числа движущихся частиц.*

II начало играет очень важную роль при изучении термодинамических процессов, происходящих с телами достаточных размеров и массы.

Но Клаузиус сделал неправомерное обобщение *II* начала на Вселенную, якобы энтропия Вселенной стремится к максимуму.

Ф. Энгельс говорит по этому поводу: «В каком бы виде не выступало перед нами *второе положение Клаузиуса* и т. д., во всяком случае, согласно ему, энергия теряется если не количественно, то качественно. *Энтропия не может уничтожаться естественным путем, но зато может создаваться.* Мировые часы сначала должны быть заведены, затем они идут, пока не придут в состояние равновесия, и только чудо может вывести их из этого состояния и снова пустить в ход»¹. Такое состояние конечного равновесия Вселенной, при котором невозможны никакие процессы, так как все параметры состояния выравнялись, получило название «тепловой смерти», якобы неизбежной для Вселенной. Энгельс указывает, что это учение неизбежно приводит к выводу о том, что энергия создаваема, следовательно, и уничтожаема, т. е. к отрицанию закона сохранения энергии: «ад абсурдум» (к нелепости). Вопрос о том, что делается с рассеянной теплотой, еще не решен, но он будет решен: «Круговорота здесь не получается, и он не получится до тех пор, пока не будет открыто, что излученная теплота может быть вновь использована»².

Больцман показал, что переход энергии в форме теплоты от менее нагретого тела к более нагретому естественным процессом маловероятен, но возможен. Если же приложить эту вероятность к беспредельной и вечной Вселенной, то такая возможность становится реальной. Перрен обратил внимание на то, что *броуновское движение* имеет место в жидкости, находящейся в тепловом равновесии, т. е. достигшей максимума энтропии в данных условиях. Следует подчеркнуть, что корни *II* начала лежат в статистике молекул, из которых состоят тела. Если же говорить о Вселенной, то элементами ее статистики являются не молекулы, а звезды, их расположение в пространстве и скорости движения. Звездную статистику, конечно, нельзя отождествлять со статистикой мельчайших частиц. *II* начало применимо к процессам, связанным только с одной формой движения материи — тепловой. Энгельс давно уже указывал: «...отдельное движение стремится к равновесию, а совокупное движение снова уничтожает отдельное равновесие»³. Эн-

¹ Ф. Энгельс. Диалектика природы, 1955, стр. 229.

² Там же, стр. 228.

³ Там же, стр. 196.

г е л ь с в противовес идеалистическим извращениям науки, связанным со II началом, развил учение о вечном круговороте материи во Вселенной, блестяще подтверждающееся с каждым новым открытием в области космической физики: «...круговорот, в котором каждая конечная форма существования материи — безразлично, солнце или туманность, отдельное животное или животный вид, химическое соединение или разложение — одинаково преходяща и в котором ничто не вечно, кроме вечно изменяющейся, вечно движущейся материи и законов ее движения и изменения»¹.

§ 111. Источники энергии в природе

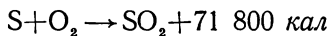
Главнейшим источником энергии для людей является Солнце. Оно испускает в 1 сек $3,73 \cdot 10^{33}$ эргов. Это соответствует мощности $3,73 \cdot 10^{22}$ квт. Если бы у Земли не было атмосферы, то при нормальном падении солнечных лучей приходилось бы на 1 см^2 поверхности Земли около 2 калорий в минуту (солнечная постоянная). Из-за поглощения лучей в атмосфере попадающая на земную поверхность энергия солнечного излучения все же меньше.

В техническом отношении и сейчас остается наиболее распространенным получение энергии в форме теплоты из угля. Наряду с этим теплоту добывают и из электрического тока, получаемого на гидроэлектростанциях и тепловых электростанциях. Все эти источники теплоты в сущности используют солнечную энергию. Ведь в угле запасена растениями, из которых образовался уголь, энергия солнечного излучения; движущая сила воды также имеет первопричиной нагревание Земли солнечными лучами, которое вызывает процессы в атмосфере, приводящие к подъему воды на высший уровень.

Возникновение энергии в форме теплоты при сгорании угля есть только один из примеров многих иных химических процессов, протекающих с выделением теплоты. Различают химические эндотермические и экзотермические процессы. *Эндотермическим называется такой процесс, при котором участвующие в реакции вещества поглощают теплоту извне*, иначе говоря, процесс, который происходит при наличии притока энергии в форме теплоты.

При экзотермических процессах, напротив, выделяется энергия в форме теплоты. Сюда относится обычное горение с помощью кислорода воздуха.

Можно представить тепловые преобразования химического процесса в форме уравнения. Например, уравнение

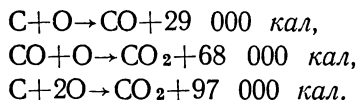


означает, что при химическом соединении одного грамма атома серы с грамм-молекулой (молем) кислорода в моль сернистого газа выделяются 71 800 кал теплоты. Это количество теплоты носит название *теплого эффекта реакции*.

¹ Ф. Э н г е л ь с, Диалектика природы, 1955, стр. 18.

Чтобы отметить потерю теплоты, иногда вместо плюса для обозначения выделяющегося в экзотермическом процессе тепла ставят знак минус. В результате экспериментальных исследований русским акад. Г. И. Гессом¹ в 1840 г. был *установлен основной закон термохимии*. Тепловой эффект химической реакции не зависит от промежуточных стадий, а зависит лишь от начального и конечного состояний системы. Это — одна из форм закона сохранения энергии, сформулированная Гессом за несколько лет до появления работ Майера, Джоуля и Гельмгольца.

Приведем пример термохимических уравнений:



Мы видим, что тепловой эффект третьей реакции представляет собою сумму тепловых эффектов первой и второй реакций. Все термохимические реакции представляют собою *необратимые процессы*, так как при них энтропия системы в течение процесса возрастает.

Кроме *сгорания* угля первостепенное практическое значение имеют также термохимические реакции *сгорания нефти* и ее производных, *светильного газа* и т. п.

Помимо перечисленных источников теплоты, происходящих в конечном счете из энергии солнечного излучения, следует указать и на другие источники теплоты.

Внутренняя энергия земного шара рано или поздно будет использована, вероятно, в форме теплоты, но сейчас она не используется людьми, если не считать теплоту от горячих источников.

Радиоактивные процессы и атомные реакции также сопровождаются термическими явлениями, уже используемыми на практике. На их основе построены атомные электростанции (из них первая — в Советском Союзе пущена в ход в 1954 г. мощностью в 5000 квт, следующая — в Англии в 1956 г. мощностью около 92 тыс. квт), атомная подводная лодка в США и атомный ледокол в СССР. Во всех таких установках за счет *внутриатомной энергии* получают теплоту при очень высоких температурах; эту теплоту используют в тепловых двигателях или непосредственно для движения или для получения электрического тока.

Однако наибольшее внимание привлекает сейчас исследование *термоядерных реакций*. Ученые уже получили несколько видов этих реакций, обещающих на основе уже известного соотношения между массой и энергией $E=mc^2$ дать в руки людям практически неограниченные источники энергии. Задача заключается в том, чтобы термоядерные реакции стали управляемыми. В исследовании этой

¹ Герман Иванович Гесс (1802—1850 гг.) — русский химик, один из основателей термохимии.

задачи, решить которую стремятся ученые всех крупнейших стран мира, советские ученые занимают одно из первых мест. Особенно велики в этом направлении заслуги акад. И. В. Курчатов¹.

Глава XIV

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

§ 112. Отступления от законов идеальных газов

Все газы, особенно при высоких давлениях и при значительных плотностях, при изменении их состояний не следуют строго экспериментально установленным законам идеальных газов.

Обширные и точные исследования, среди которых особенно надо отметить работы Реньо (1847 г.), Менделеева (1876 г.), Амага (1878 г.), Релея (1901 г.), установили, что законы Бойля — Мариотта, Гей-Люссака и другие газовые законы суть законы приближенные; изменяя свое состояние, всякий газ лишь в общих чертах следует этим законам, но точное измерение величин, характеризующих процесс, обнаруживает отступления от норм, требуемых этими законами. Правда, эти отступления при небольших давлениях невелики, иначе не могли бы быть установлены самые законы; предельное отсутствие этих отступлений приводит нас к представлению об идеальном газе, строго следующем всем установленным законам.

Приведем здесь, прежде всего, некоторые результаты из числа тех, к которым пришел Реньо.

V	Воздух		Азот		Водород	
	p	pV	p	pV	p	pV
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$\frac{1}{2}$	1,9978	0,9989	1,9986	0,9993	2,0011	1,0006
$\frac{1}{8}$	7,9457	0,9932	7,9641	0,9955	8,0339	1,0042
$\frac{1}{20}$	19,7199	0,9860	19,7886	0,9894	20,2687	1,0134

¹ Игорь Васильевич Курчатов (1903—1960 гг.) — советский физик; создал учение о сегнетоэлектричестве, открыл ядерную изомерию и построил ее теорию, самопроизвольное деление тяжелых ядер урана (с Петром Флеровым). Его научные исследования и научное руководство обеспечили успехи СССР в области использования атомной энергии. Трижды Герой Социалистического Труда, лауреат нескольких Сталинских премий.

Исследования А м а г а над сжимаемостью азота (при 15°) приводят к такой таблице.

$p_{атм}$	pV	$p_{атм}$	pV
1,00	1,0000	118,2	0,9993
6,58	0,9981	131,6	1,0066
13,16	0,9963	144,8	1,0148
19,74	0,9946	157,9	1,0233
26,32	0,9929	171,1	1,0314
32,90	0,9916	184,3	1,0397
39,47	0,9907	197,4	1,0480
46,05	0,9900	210,6	1,0566
52,70	0,9896	223,8	1,0655
59,20	0,9893	237,0	1,0752
65,80	0,9895	250,1	1,0860
78,90	0,9907	263,2	1,0970
92,20	0,9927	276,3	1,1085
105,10	0,9958	289,5	1,1207

Рассматривая эту таблицу, мы видим, что для азота отступления от закона Б о й л я — М а р и о т т а выражаются так, что сначала он более сжимаем, чем требует закон ($pV < 1$); при давлении 45 *м рт. ст.* (при 59,2 *атм*) произведение pV достигает минимума, затем начинает возрастать, и при дальнейшем возрастании давления азот становится менее сжимаем, чем требует закон ($pV > 1$). Оказалось, что все газы, кроме водорода, имеют такой же характер изменения; так, минимум для воздуха наступает при 65 *м рт. ст.*, для кислорода — при 110, для CO_2 — при 50 и т. д. Водород не имеет минимума, он при всех давлениях менее сжимаем ($pV > 1$).

Обширные исследования лорда Р е л е я привели к общему заключению, что отступления от закона Б о й л я — М а р и о т т а уменьшаются с понижением давления для всех газов; таким образом, закон Б о й л я — М а р и о т т а для реальных газов есть предельный закон при плотностях сколь угодно малых.

Было установлено для коэффициента расширения идеальных газов $\alpha = \frac{1}{273} = 0,00366$, так выражается закон Г е й-Л ю с с а к а.

Точные измерения сначала Р е н ь о, а затем и других исследователей, опытно подтвердили, что отступления от закона Г е й-Л ю с с а к а существуют для всех реальных газов.

Изучение отступлений от закона Г е й-Л ю с с а к а при высоких давлениях показывает, что при достаточном увеличении давления $\alpha \neq 0,00366$ для всех газов; так, например, для водорода имеем:

Δt	$p_{атм}$	α
0°—100°	200	0,00383
0°—15°	1000	0,00357
0°—15°	2000	0,00321

Эта таблица обнаруживает сильное отклонение водорода от закона Гей-Люссака при высоких давлениях; то же замечается и для других газов.

Мы ограничимся приведенным обзором отступлений от законов Бойля—Мариотта и Гей-Люссака; существование их полагает границу между газами идеальными и реальными. Дальнейшее истолкование разницы между идеальными и реальными газами будет сделано на основе молекулярно-кинетической теории.

§ 113. Реальные газы. Эффект Джоуля—Томсона

Экспериментально установленные газовые законы и некоторые другие явления позволили создать представление об идеальном газе, как о совокупности множества молекул, хаотически движущихся и не связанных между собой; предполагали, что между молекулами газа нет сил взаимодействия, и потому вся внутренняя энергия — это кинетическая энергия. На основе этих гипотез была построена кинетическая теория газов, выводы которой в общем подтверждаются и соответствуют действительности.

Но обширные и весьма точные исследования обнаружили заметные отклонения от газовых законов, особенно при высоких давлениях и при больших плотностях. Такое поведение реальных газов с точки зрения молекулярной теории станет понятным, если представим себе, что при больших давлениях молекулы газа столь сближаются, что расстояние между ними становится *меньше эффективного радиуса молекулы*, и потому они взаимодействуют друг с другом; наряду с кинетической энергией поступательного движения молекул появляется потенциальная энергия их притяжения или отталкивания (рис. 310).

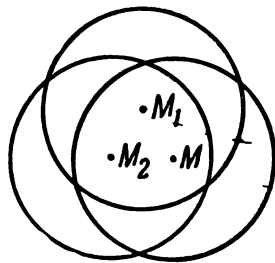


Рис. 310

Рассмотрим более подробно, как с точки зрения кинетической теории могут быть истолкованы отступления реальных газов от основных законов.

1. При значительных давлениях, влекущих за собой сильное сжатие газов, объем самих молекул становится сравним с объемом газа. Так, полагая эффективный радиус молекулы газа $1,7 \cdot 10^{-8}$ см, найдем ее объем $20 \cdot 10^{-24}$ см³, объем же $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул в 1 см³ (при нормальных условиях) равен $5 \cdot 10^{-4}$ см³; следовательно, при 100 атм все эти молекулы займут уже 0,05 объема всего газа. Обозначив объем самих молекул через V_1 , а объем газа через V , видим, что для движения молекул остается объем $(V - V_1)$.

Однако объем, недоступный для движения молекул, будет больше суммарного объема самих молекул V_1 . Дело в том, что, если предположить шарообразную форму молекул, то даже в случае непосредственного соприкосновения молекул (рис. 311) уменьшение

свободного пространства в объеме V будет больше, чем объем, занятый самими молекулами.

Представим себе две молекулы в момент удара в соприкосновении (рис. 312); их центры O и O_1 находятся при этом положении на расстоянии $2r$ друг от друга, где r — радиус молекулы. Это значит, что молекула O создает недоступную для движения молекулы O_1 сферу с радиусом $2r$ и объемом V_2 .

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = 8 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right).$$

Этот объем V_2 в восемь раз больше объема самой молекулы; то же рассуждение можно провести относительно молекулы O_1 . Для каждой двух молекул объем, доступный для их движения, уменьшается на

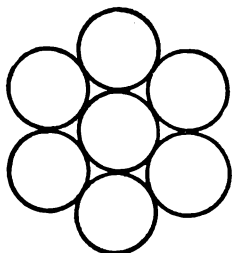


Рис. 311

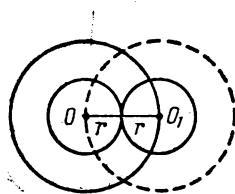


Рис. 312

восьмикратный объем молекулы, а для одной молекулы уменьшение объема для свободного движения равно учетверенному ее собственному объему.

Итак, если мы имеем грамм-молекулу газа, занимающую объем V , то для движения молекул в этом объеме остается свободным объем

$$V - 4V_1 = V - 4NV_1,$$

где V_1 — объем одной молекулы. Следовательно, поправка на объем молекул, которую надо внести в уравнение Клапейрона, при переходе к реальным газам выразится так

$$V - b,$$

где b — учетверенный объем молекул в объеме газа V .

Ясно, что для всякого газа, для которого известен радиус молекулярного действия r , можно вычислить b для моля

$$b = 4NV_1 = 4N \frac{4}{3} \pi r^3. \quad (1)$$

Так, для азота ($r = 1,8 \cdot 10^{-8}$ см) вычисление дает $b = 59$ см³; по отношению к объему моля при нормальных условиях (22 421 см³) этот учетверенный объем молекул составит около 2,5%, поэтому в объеме моля азота для движения молекул остается свободный простор $22\,421$ см³ — 59 см³ = $22\,362$ см³. Но если изотермически увеличить давление в сто раз, то этот простор уменьшится примерно до $224,21$ см³ — 59 см³ = $165,21$ см³.

В идеальных газах мы не предполагали никаких сил взаимодействия между молекулами; опыты Д ж о у л я сначала выяснили, что внутренняя энергия газа не зависит от его объема и есть лишь функция его температуры, т. е. зависит только от кинетической энергии его молекул. Однако дальнейшие опыты того же Д ж о у л я совместно с У. Томсоном (1854—1862 гг.) показали, что закон Д ж о у л я — приближенный, и в реальных газах можно обнаружить существование молекулярных сил.

Д ж о у л ь и У. Томсон нагнетали газ насосом в трубу *A* (рис. 313), часть которой, сделанная из букового дерева, была в *C* перегороджена пробкой (из прессованного шелка или ваты); через нее газ, как бы через ряд узких отверстий, проникал в *B*, где он расширялся. Такой процесс проталкивания газа через

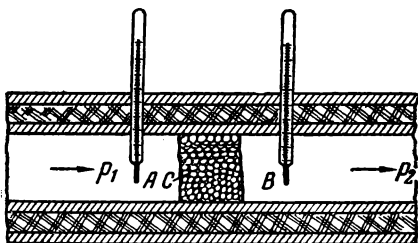


Рис. 313

узкие проходы носит название дросселирования. В *A* и *B* очень чувствительными термометрами измерялась температура; весь аппарат был окружен непроводящей теплоту средой. Было установлено, что температура в *B* при всех газах, кроме водорода, была несколько ниже, чем в *A*. Обозначим разность давлений в *A* и *B* через Δp , разность температур в *A* и *B* — через ΔT ; $K = \frac{\Delta T}{\Delta p}$ — изменение температуры при изменении давления на 1 атм. Тогда для воздуха имеем такие результаты опытов.

$p_1(A)$	$p_1(B)$	Δp	$T^\circ \text{C}$	ΔT	$K = \frac{\Delta T}{\Delta p}$
1,4265	0,9948	0,4317	17,006	0,108	0,250
1,5427	0,9891	0,5536	20,125	0,146	0,264
2,2659	0,9995	1,2664	18,975	0,365	0,288
2,4485	0,9916	1,4569	17,744	0,354	0,243
3,7045	0,9926	2,7119	17,809	0,707	0,261
5,3912	1,0063	4,3849	15,483	1,110	0,253
5,5785	1,5520	4,0265	12,734	1,033	0,257

Среднее 17,125° C ————— 0,259

В этом опыте при уменьшении давления на 1 атм температура воздуха падает в среднем на 0,25°.

При высоких температурах значения K уменьшаются; так, для воздуха при 39,46° C $K=0,224$; при 92,66° C $K=0,152$; для O_2 при 8,72° C $K=0,321$; при 92,13° C $K=0,185$; для CO_2 при 7,67° C, $K=1,284$; при 97,55° C $K=0,639$.

Из рассмотрения подобных таблиц следует, что газы при расширении даже без внешней работы охлаждаются; при изменении объема во время диффузии из A в B затрачивается работа не только на самое перемещение масс газа, но и на раздвижение молекул: это значит, что после расширения внутренняя энергия газа изменилась. Далее мы увидим, что описанный ход явлений наблюдается не у всех газов.

Таким образом, это явление, называемое «Джоуль—Томсоновским эффектом», доказывает, что между молекулами всякого реального газа существуют некоторые взаимодействия. В результате действия молекулярных сил молекулы должны получать ускорение, вследствие чего изменится число их столкновений в секунду между собой и со стенками, а это значит, что изменится и давление газа.

§ 114. Уравнение Ван-дер-Ваальса

Чтобы выяснить значение молекулярного давления, которое появляется вследствие взаимодействия молекул в реальном газе, представим себе внутри газа площадку PP_1 (рис. 314) в 1 см^2 . По принципу Паскаля на нее передается внешнее давление p ,

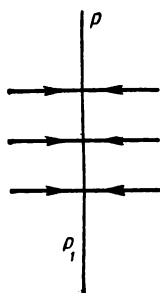


Рис. 314

кроме того, в реальном газе существует взаимное притяжение молекул, находящихся по одну и другую сторону площадки PP_1 ; равнодействующая этих сил на 1 см^2 и есть *внутреннее молекулярное давление* p_1 . В идеальном газе нет взаимодействия молекул и потому нет этого давления. В реальном газе существует взаимодействие молекул и потому возникает добавочное молекулярное давление p_1 на площадку PP_1 ; оно должно быть пропорционально числу взаимодействующих молекул с одной стороны площадки PP_1 и числу взаимодействующих молекул с другой стороны площадки, т. е. плотности газа с одной стороны и плотности его с другой стороны. Это значит, что *молекулярное давление пропорционально квадрату плотности газа* (ρ) или обратно пропорционально квадрату его удельного объема V (или объема моля газа)

$$p_1 = a\rho^2 = \frac{a}{V^2}. \quad (2)$$

Таким образом, полное давление в реальном газе равно:

$$p + p_1 = p + \frac{a}{V^2}.$$

Теоретический учет всех этих обстоятельств был произведен Ван-дер-Ваальсом¹ в мемуаре «О непрерывности газообраз-

¹ Иоганес Дидерик Ван-дер-Ваальс (1837—1923 гг.) — голландский физик, лауреат Нобелевской премии 1910 г., удостоен за работу об уравнении состояния для газов и жидкостей.

ного и жидкого состояний» (1873 г.). Он пришел к уравнению, которое характеризует состояние реальных газов и открывает возможность широкого исследования процессов, протекающих не только в газах, но и в парах и жидкостях.

Уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а имеет следующий вид

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT. \quad (3)$$

Самый вид этого уравнения говорит, что это уравнение состояния подобно уравнению К л а п е й р о н а, но в то время как уравнение К л а п е й р о н а есть уравнение состояния идеальных газов, уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а есть уравнение состояния реальных газов; оно связывает параметры p , V , T , характеризующие состояния реальных газов; оно приложимо к парам и даже к жидкостям.

Строение его соответствует предыдущим рассуждениям: 1) от объема всего газа V отнимаем величину b , которая, как показывает теория, равна учетверенному собственному объему молекул газа; 2) к давлению p прибавляем величину $\frac{a}{V^2}$, которая обусловливается ускорениями, возникшими вследствие молекулярных взаимодействий; $\frac{a}{V^2}$ есть внутреннее, или молекулярное, давление газа p_1 .

Величины a и b могут быть определены для каждого газа при помощи специальных экспериментов.

Пусть моль какого-либо газа при температуре T и давлении p_1 имеет объем V_1 ; напомним уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а

$$\left(p_1 + \frac{a}{V_1^2}\right)(V_1 - b) = RT;$$

не изменяя температуры, изменим давление на p_2 , объем стал V_2

$$\left(p_2 + \frac{a}{V_2^2}\right)(V_2 - b) = RT.$$

Таких изотермических уравнений можно получить сколько угодно; любые два из них представляют систему для нахождения a и b данного газа, так как все остальные величины в них известны.

Далее будут указаны более точные способы определения a и b . Зная a и b для грамм-молекулы азота: $a = 0,83 \cdot 10^6$; $b = 30,5$, можно составить следующую таблицу, в которой воспроизведен процесс изотермического изменения объема 1 грамм-молекулы азота при увеличении давления от 1 до 1000 атм.

$p_{атм}$	$V \text{ см}^3$	pV	$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b)$
1	$22,41 \cdot 10^3$	$22,41 \cdot 10^3$	$22,41 \cdot 10^3$
100	$22,24 \cdot 10^3$	$22,24 \cdot 10^3$	$22,40 \cdot 10^3$
300	84,95	$25,50 \cdot 10^3$	$22,60 \cdot 10^3$
500	62,35	$31,18 \cdot 10^3$	$22,67 \cdot 10^3$
700	53,25	$37,27 \cdot 10^3$	$22,65 \cdot 10^3$
900	48,25	$43,40 \cdot 10^3$	$22,40 \cdot 10^3$
1000	46,40	$46,40 \cdot 10^3$	$22,00 \cdot 10^3$

Из этой таблицы видно, что азот сильно уклоняется от свойств идеальных газов (pV значительно изменяется), но уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а хорошо удовлетворяется, именно

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b)$$

остаётся постоянным, как это и нужно при изотермическом процессе ($T=273^\circ$).

Приведем значения a и b для грамм-молекулы некоторых веществ, причем давления выражены в атмосферах, объемы — в кубических сантиметрах.

$a \left[\frac{атм \text{ см}^6}{моль} \right]$	$b \left[\frac{см^3}{моль} \right]$
Вода $a=4,47 \cdot 10^6$ $b=30,55$	Водород $a=0,244 \cdot 10^6$ $b=26,70$
Кислород $a=1,332 \cdot 10^6$ $b=31,18$	Гелий $a=0,03253 \cdot 10^6$ $b=23,42$
Двуокись углерода $a=3,61 \cdot 10^6$ $b=42,8$	Аммиак $a=4,05 \cdot 10^6$ $b=36,4$

Таким образом, уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а действительно может служить как уравнение состояния реальных газов; оно связывает их p , V и T . Количественно результаты по уравнению В а н-д е р-В а а л ь с а часто не соответствуют экспериментальным исследованиям. Самые величины a и b не остаются постоянными, они зависят от давления и температуры; так, для CO при $p=3000 \text{ атм}$, $b=30,8 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$, а при $p=500 \text{ атм}$, $b=40,0 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$. Считать a и b постоянными можно лишь в малых пределах изменения давлений и температур.

Многие ученые предлагали иные формы уравнений для реальных газов, лучше выражающие их количественные характеристики, но уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а сохраняет до сих пор свое методологическое значение; оно открывает возможность теоретического изучения широкой области явлений, происходящих в газах,

парах, жидкостях и особенно при переходе из одного состояния в другое.

В идеальном газе мы предполагали молекулы свободными, между ними нет сил взаимодействия, и потому вся внутренняя энергия идеального газа — кинетическая, что и выражалось формулами

$$U = \frac{\mu u^2}{2}; \quad U = \frac{3}{2} R_0 T; \quad \frac{\mu u^2}{2} = \frac{3}{2} k T.$$

В реальных газах есть силы взаимодействия между молекулами;

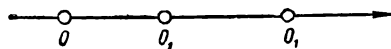


Рис. 315

эти силы совершают работу при движении молекул за счет потенциальной энергии Π их взаимного притяжения. Зная величину молекулярного давления

$$p_1 = \frac{a}{V^2},$$

можем элементарную работу притяжения за счет уменьшения потенциальной энергии выразить математически

$$d\Pi = \frac{a}{V^2} dV,$$

отсюда

$$\Pi = \int \frac{a}{V^2} dV; \quad \Pi = -\frac{a}{V} + C_0.$$

Значение постоянной C_0 определится из соображения, что при $V \rightarrow \infty$, т. е. при бесконечной разреженности газа, он становится идеальным и потому $\Pi = 0$; поэтому $C_0 = 0$. Следовательно, потенциальная энергия моля газа выражается формулой

$$\Pi = -\frac{a}{V}, \quad (4)$$

а полная внутренняя энергия моля реального газа равна сумме кинетической и потенциальной энергии его молекул

$$U = \frac{\mu u^2}{2} - \frac{a}{V}. \quad (5)$$

Знак минус в выражении (4) потенциальной энергии показывает, что потенциальная энергия притяжения молекул Ван-дер-Ваальсовыми силами отрицательна. Это надо понимать так, что по мере увеличения V , т. е. по мере раздвижения молекул O и O_1 (рис. 315) Π увеличивается, и в конце концов при $V \rightarrow \infty$ становится равной нулю, работа при этом производится против Ван-дер-Ваальсовых сил притяжения, и потому она отрицательна.

Графически этот процесс изменения Π с изменением V изображен на рисунке 316, аналогично возрастанию потенциальной энер-

гии при подъеме тела над Землей. При обратном процессе потенциальная энергия уменьшается, оставаясь отрицательной; работа совершается по направлению Ван-дер-Ваальсовых сил, растет кинетическая энергия. Надо помнить, что Ван-дер-Ваальсовы силы притяжения проявляются лишь на очень малых расстояниях, между молекулами, в сфере с радиусом меньше 10^{-7} см.

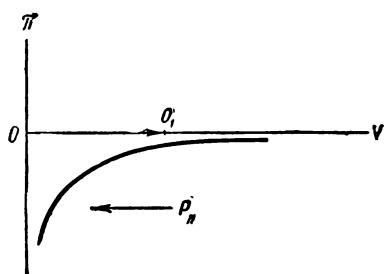


Рис. 316

Самое важное заключение, к которому приводит уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а, — это идея о непрерывности перехода между газообразным и жидким состояниями вещества.

§ 115. Исследование уравнения Ван-дер-Ваальса

Теоретический учет значения объема самих молекул и возникающих в реальных газах взаимодействий молекул, выражен в уравнении В а н-д е р-В а а л ь с а

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$

Алгебраическое преобразование позволяет дать этому уравнению такую форму

$$V^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0. \quad (1)$$

Это кубическое относительно V уравнение вообще имеет три корня; следовательно, при данных p и T могут существовать три соответствующие им объема. Для толкования этого обстоятельства естественно представить себе, что вещество при данных p и T может существовать в трех состояниях и иметь потому три разных объема. Обозначим эти корни уравнения (1) через V_1, V_2, V_3 ; тогда

$$(V - V_1)(V - V_2)(V - V_3) = 0. \quad (1')$$

Для дальнейшего исследования перейдем к графическому изучению изотерм: полагая T постоянным, рассмотрим, как на диаграмме pV (рис. 317) изобразится связь между объемом и давлением, выражаемая уравнением (1), при изотермическом процессе.

Построение по точкам уравнения (1) дает сложную кривую $CDEFGHI$. Выясним физический смысл этой диаграммы уравнения В а н-д е р-В а а л ь с а.

Возможны следующие случаи:

1. Из трех корней уравнения (1) два мнимы, один действительный. Это значит, что какая-нибудь изобарическая прямая LL (рис. 317) пересечет данную изотерму, например A_1B_1 , в одной точке.

Написав уравнение В а н - д е р - В а а л ь с а в виде

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2},$$

видим, что при очень больших температурах T можно отбросить второй член правой части; тогда приходим к уравнению гиперболы

$$p = \frac{RT}{V-b}; \quad p(V-b) = RT, \quad (2)$$

которая сдвинута в сторону возрастающих объемов и графически может быть представлена, например, кривой A_1B_1 .

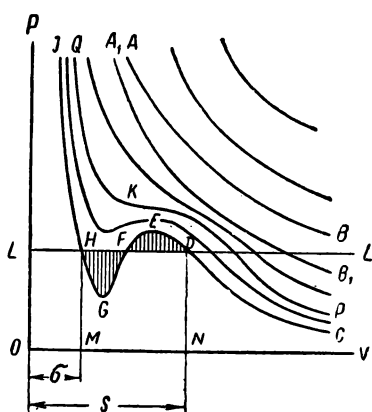


Рис. 317

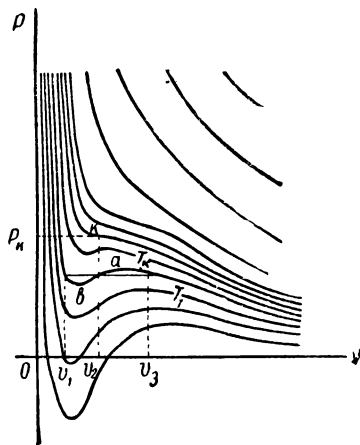


Рис. 318

Физический смысл этого построения заключается в том, что при высоких температурах вещество находится в одном состоянии — *газообразном*, которое для всяких p и V более или менее хорошо характеризуется уравнением К л а п е й р о н а или уравнением (2), графики которых — гиперболы AB , A_1B_1 и т. д.

2. Когда нет предыдущего условия (температура не высока, а может быть, даже низка), имеем дело с уравнением (1); геометрическое исследование его и построение по точкам (при постоянном T) приводит к диаграмме $CDEFGHI$ (рис. 317). Эта кривая с завитком дает с изобарической прямой LL три пересечения, что соответствует трем действительным корням уравнения (1). Ряд таких изотерм для разных, постепенно понижающихся температур, изображает переход газа (или ненасыщенного пара) в состояние насыщения и в жидкость (рис. 318).

Положим, при данной, вообще достаточно низкой температуре $T = t + 273^\circ$ и при низком давлении вещество находится в *газообразном* состоянии, которое характеризуется ветвью CD (рис. 317); при достаточном возрастании давления и при объеме S начинается

переход в насыщенное состояние и в жидкость; этот переход теоретически изображается кривой $DEFGH$. При возрастании давления до определенного значения при объеме σ весь пар обращен в жидкость, дальнейшее изменение состояния которой и слабая сжимаемость характеризуются ветвью кривой HI .

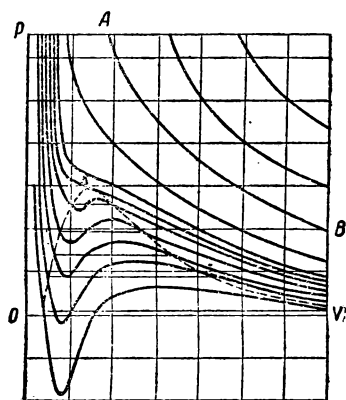


Рис. 319

3. Наконец, возможен случай, когда все три корня уравнения (1) равны

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_0.$$

Уравнение (1') получает вид

$$(V - V_0)^3 = 0;$$

$$V^3 - 3V_0V^2 + 3V_0^2V - V_0^3 = 0. \quad (3)$$

Это значит, что изобарическая прямая и некоторая кривая PKQ (рис. 317) имеют одну общую точку, которая как бы слилась из трех точек H, F, D ; это есть точка перегиба K (рис. 318 и 319). Координаты точки K (обозначим их через V_0 и p_0), а также и температура T_0 изотермы, на которой она лежит, определяются из трех уравнений, которые мы получим, приравняв коэффициенты при одинаковых степенях V в уравнениях (1) и (3),

$$b + \frac{RT_0}{p_0} = 3V_0; \quad \frac{a}{p_0} = 3V_0^2; \quad \frac{ab}{p_0} = V_0^3;$$

решая эти уравнения, находим

$$V_0 = 3b; \quad p_0 = \frac{1}{27} \frac{a}{b^2}; \quad T_0 = \frac{8}{27} \frac{a}{bR}. \quad (4)$$

Для вычисления V_0 , p_0 и T_0 координат точки K надо знать a , b и R .

Каково физическое значение точки K ? Как видим, кривая PKQ (рис. 317) отделяет гиперболы AB, A_1B_1, \dots от кривых, на которых появляется завиток, т. е. отделяет кривые чисто газового состояния от кривых, где имеется переход из газового состояния в насыщенный пар и жидкость (рис. 318, 319). Эта точка K и есть та, в которой пересекаются кривые, разграничивающие жидкость и насыщенный пар при разных внешних давлениях; на кривой PKQ нет изобарической части, т. е. нет состояния насыщенного пара.

§ 116. Критическое состояние

Д. И. Менделеев (1860 г.) наблюдал уменьшение коэффициента поверхностного натяжения (α) при повышении температуры и высказал мнение, что для всякой жидкости существует определенная температура, при которой исчезает ее поверхностный слой,

при этом исчезает и разница между жидкостью и ее паром. Он назвал такое состояние *абсолютным кипением*.

Это явление наблюдал французский ученый Каньяр-де-Латур (1822 г.) в запаянных сосудах (рис. 320), наполненных разными жидкостями, над которыми были их пары. При определенной для каждой жидкости температуре мениск исчезал и весь сосуд оказался наполненным паром. Эта температура замечательна тем, что при ней одна фаза — жидкость сразу переходит в другую — пар, без постепенного перехода при сосуществовании двух фаз — жидкость и насыщенный пар.

Решающие исследования были выполнены английским физиком Эндрюсом¹ (1869 г.).

Схема аппарата Эндрюса изображена на рисунке 321. Два

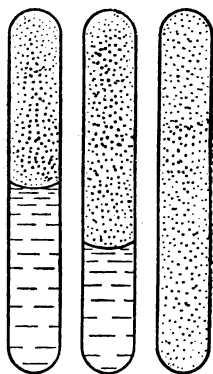


Рис. 320. Опыт Каньяр-де-Латура

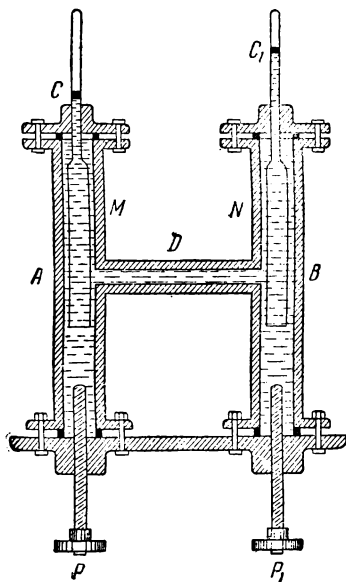


Рис. 321. Аппарат Эндрюса

массивных медных цилиндра *A* и *B* соединены поперечной трубой *D*; в них вмазаны стеклянные сосуды *M* и *N*, верхние части которых сужены в трубки. Обе трубки тщательно проградированы и в них столбиками ртути *C* и *C*₁ заперты определенные объемы газов; положим, что в верхней части *M* находится воздух, в верхней части *N* — исследуемый газ, например CO_2 . Вся полость прибора сплошь заполнена водой, и аппарат помещен в термостат, т. е. в большой сосуд с водой, температура которой во все время опыта поддерживается постоянной.

Ввинчивая и вывинчивая винты *P* и *P*₁, можно изменять давление в аппарате, которое измеряется при помощи манометра *M*, наполненного воздухом; принимая воздух за идеальный газ, при

¹ Томас Эндрюс (1813—1885 гг.) — английский химик, работал в области термохимии.

изотермическом процессе имеем $pV_g = \text{const}$; измеряя в трубке объем воздуха V_g , находим давление p . Соответствующий этому давлению объем газа CO_2 (или другого газа) V_2 непосредственно отсчитываем по трубке N .

Поддерживая постоянную температуру (например, $t = 48^\circ \text{C}$), изменяем давление в аппарате при помощи винтов P и P_1 и находим ряд соответствующих значений давлений p (трубка M) и объемов газа V (трубка N). Таким образом, определяя соответственные значения p и V газа при данной температуре, можно составить таблицу соответственных значений p и V и построить по точкам изотерму испытуемого газа. Затем те же наблюдения производим при других температурах и строим соответственно иные изотермы.

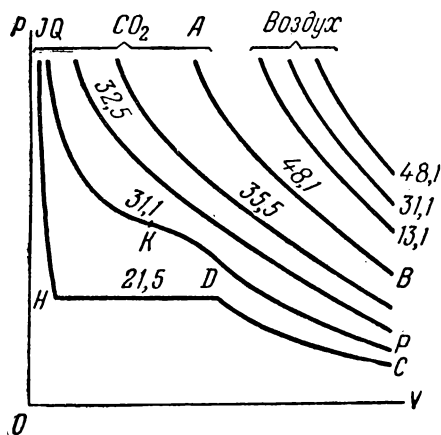


Рис. 322

Эндрюс прежде других изучал изотермы CO_2 (углекислого газа); результаты его исследований изображены на рисунке 322. Направо изображены изотермы воздуха (по наблюдениям трубки M), налево — изотермы CO_2 для тех же температур (по наблюдениям трубки N). Изотермы воздуха в изучаемом промежутке температур ($48,1 - 13,1^\circ \text{C}$) представляются *гиперболами*, как это и надо ожидать для газа, столь близкого к идеальному. Изотермы CO_2

при высоких температурах, например изотерма AB при $48,1^\circ \text{C}$, подобны гиперболам идеальных газов; при более низких температурах, например $32,5^\circ \text{C}$, на изотермах намечается *изгиб*, который на изотерме $31,1^\circ \text{C}$ переходит в явный *перегиб* (точка K). Изотермы более низких температур, чем $31,1^\circ \text{C}$, содержат уже прямолинейный, изобарический отрезок DH , появление которого прекрасно истолковывается последовательностью тех процессов, которые наблюдаются в опытах Эндрюса. В самом деле, возьмем кривую $CDHI$, соответствующую температуре $21,5^\circ \text{C}$; ветвь гиперболы CD изображает процесс в газе CO_2 ; в точке D начинается переход углекислого газа в жидкое состояние; этот процесс происходит при постоянном давлении, почему и изображается отрезком изобары DH ; наконец, точка H соответствует полному переходу углекислого газа в жидкое состояние, и далее течение процесса происходит в жидкости по ветви HI .

Как для этого случая, так и для других веществ (эфира, спирта, воды и т. д.) можно построить подобные же диаграммы; весь процесс, ими изображаемый, можно изложить при помощи знакомой

терминологии следующим образом: CD соответствует ненасыщенному пару, DH — насыщенному пару, HI — жидкому состоянию.

Сравним эти результаты экспериментального исследования с теми выводами, которые получены из теории В а н-д е р-В а а л ь с а.

1. При температурах, которые могут считаться высокими для данного газа (например, для CO_2 температура $48,1^\circ\text{C}$), газ не переходит в жидкость; процесс в газе на всем своем протяжении изображается кривой, близкой к гиперболы; уравнение В а н-д е р-В а а л ь с а имеет один действительный корень (рис. 317 и 319 — изотерма AB ; рис. 322 — изотерма $48,1^\circ\text{C}$).

2. На некоторой изотерме PQ (рис. 317, 322), вполне определенной для каждого газа (например, для CO_2 на изотерме $31,1^\circ\text{C}$), возникает точка перегиба K , в которой изобарическая прямая касательна к изотерме процесса; все три корня уравнения (1) равны. Эта изотерма с точкой перегиба замечательна тем, что ниже ее лежат экспериментальные изотермы, обладающие уже прямолинейными участками (HD — рис. 322); это значит, что при температурах ниже той, которую отмечает изотерма с точкой перегиба, возможно состояние насыщения и осуществляется переход газа в жидкое состояние.

Температуру, соответствующую этой замечательной изотерме с точкой перегиба, Э н д р ю с назвал критической температурой, а координаты точки перегиба K — критическим давлением (p_0) и критическим объемом (V_0). Будем обозначать критическую температуру по шкале Ц е л ь с и я t_0 , так что $T_0 = t_0 + 273^\circ$; например для углекислого газа (CO_2) $t_0 = 31,1^\circ\text{C}$; значит, $T_0 = 31,1^\circ + 273,1^\circ = 304,2^\circ\text{K}$; для воды $t_0 = 374^\circ\text{C}$; $T_0 = 374^\circ + 273^\circ = 647^\circ\text{K}$. Физический смысл критической температуры вытекает из предыдущего ее определения. Это для каждого данного вещества такая температура, выше которой вещество может быть только в газообразном состоянии при давлении ниже критического.

Сопоставляя это определение с тем, что было сказано о кривой PKQ на диаграмме В а н-д е р-В а а л ь с а (рис. 317), можно дать иное толкование критической температуры как такой, при которой исчезает стадия насыщенного пара между фазами, соответствующая завитку DH (рис. 317) или отрезку DH (рис. 322). Как уже было сказано, первый наблюдал это явление К а н ь я р-д е-Л а т у р; так он нашел, что для эфира это явление имеет параметры $t_0 = 175^\circ\text{C}$, $p_0 = 38 \text{ атм}$, т. е. он определил критические температуру и давление для эфира.

На рисунке 323 схематически изображены изотермы Эндрюса для разных температур; с повышением температуры уменьшается прямолинейный участок B_1C_1 (или DH , рис. 322) — участок насыщенного пара; на критической изотерме $31,1^\circ\text{C}$, он обращается в нуль (точка K).

Для опытного определения критических постоянных t_0 , p_0 и V_0 разработано много методов; один из них — изучение изотерм по

способу Эндрюса — нами уже рассмотрен. Затем критические постоянные могут быть вычислены по формулам (4), если известны для данного вещества a и b — постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса. Наоборот, если из наблюдений определены критические постоянные, то a и b могут быть вычислены по тем же формулам (4).

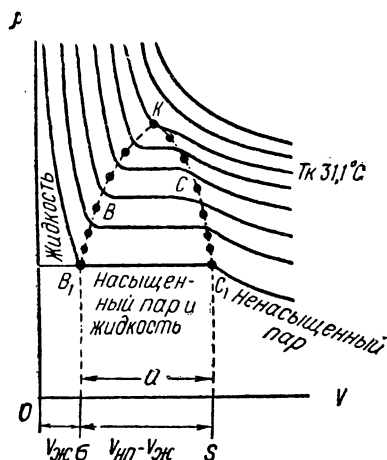


Рис. 323

Обширные работы по определению критических постоянных выполнены школой проф. М. П. Авенариуса в Киевском университете (с 1873 г.); он сам и его сотрудники (А. И. Надеждин, В. И. Зайончевский и др.) разработали методы и лабораторную практику, которые дали наиболее точные и надежные результаты значений t_0 и p_0 для множества веществ; эти результаты киевских измерений вошли во все физические курсы и справочники. А. И. Надеждин решил очень важную задачу — он определил значение критической температуры воды (1885 г.).

Вот результат некоторых из этих измерений (за единицу объема принят начальный объем газа при нормальных условиях).

Вещество	$t_0, ^\circ\text{C}$	$p_{0\text{атм}}$	$p_{\text{см}}^2$	a	b
Гелий	—267,9	2,26	0,06930	0,00005	0,0007
Водород	—239,92	12,8	0,03102	0,00047	0,00116
Азот	—147,1	33,5	0,3269	0,00271	0,00173
Кислород	—118,8	49,7	0,4292	0,00273	0,00141
Углекислый газ	+31,35	72,9	0,464	0,00719	0,003754
Эфир	+193,6	36,3	0,2622	0,03473	0,006011
Спирт	+243,1	62,96	0,2755	0,02395	0,001912
Вода	+374	217,6	0,329	0,01149	0,001457
Воздух	—140,7	37,2	—	—	—

Гелий, водород, азот, кислород имеют чрезвычайно низкие критические температуры; в этом заключалась причина трудностей, которые встретились при сжижении этих газов; необходимо было охладить эти газы ниже их критических температур, и только после этого при давлении p_0 они могут перейти в жидкое состояние.

3. Экспериментальные изотермы ниже критической имеют прямолинейный изобарический отрезок DH (рис. 317), изображающий процесс перехода из газообразного в жидкое состояние; но теоре-

тическая кривая, построенная по уравнению В а н-д е р-В а а л ь-с а, описывает этот переход волнистой линией $DEFGH$; именно эта извилина кривой графически обнаруживает существование трех корней. Два из них имеют ясный физический смысл: при одном и том же давлении вещество может находиться в двух состояниях: 1) в газообразном (насыщенный пар), объем его S ; 2) в жидком, объем его σ . Состояние же, изображаемое точкой F , не может быть наблюдаемо, так как оно лежит на кривой EFG , которая графически представляет теоретически мыслимое, но практически *неустойчивое или метастабильное состояние*: в нем уменьшение объема соответствует уменьшению давления (от E до G); при таком условии раз нарушенное равновесие уже не может быть восстановлено—состояние неустойчиво.

4. Ветви ED и GH представляют состояния малоустойчивые и потому редко и трудно наблюдаемые; они осуществимы лишь при определенных экспериментальных условиях.

5. Можно наблюдать *пересыщенный пар*, соответствующий ветви DE , если в паре нет центров конденсации, которыми могут быть пылинки, дым, электрические заряды; около них могут образоваться капли со значительным радиусом кривизны; если же этих центров нет, то образовавшиеся в паре малые капли сейчас же вновь испаряются; благодаря огромной кривизне поверхности пар над ней будет насыщенным.

6. Можно наблюдать *перегретую жидкость*, соответствующую ветви GH , если вести нагревание так, чтобы в жидкости не было пузырьков воздуха или другого газа; тогда образующийся внутри жидкости пузырек пара имеет столь ничтожные размеры и столь малый радиус кривизны, что упругость пара в нем будет очень мала, и кипение в точке H не начнется, так как для этого необходимо, чтобы упругость пара в пузырьке равнялась внешнему давлению.

При малейших нарушениях условий, указанных выше, пересыщенный пар и перегретая жидкость быстро обращаются в более устойчивые состояния жидкости и пара. Поэтому изменения состояния ED и GH трудно наблюдаемы.

§ 117. Соответственные состояния

Выразим p , V и T , характеризующие состояние какого-нибудь вещества, в единицах критических значений этих величин

$$\pi = \frac{p}{p_0}; \quad \omega = \frac{V}{V_0}; \quad \vartheta = \frac{T}{T_0}.$$

Эти значения π , ω , ϑ называются *приведенными* давлением, объемом, температурой. На основании формулы (4) можем значения p , V , T выразить через их приведенные значения

$$T = \frac{8a\vartheta}{27bR}; \quad p = \frac{\pi a}{27b^2}; \quad V = 3\omega b.$$

Подставив все эти величины в уравнение Ван-дер-Ваальса, находим

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\vartheta.$$

Это замечательное соотношение есть *уравнение состояния*, так как оно связывает объем, давление и температуру, но оно не содержит каких-либо характеристик вещества, к которому оно относится: R , a , b исчезли из этого уравнения, поэтому оно *универсально* и годно для всякого вещества, описываемого уравнением Ван-дер-Ваальса. Это значит, что во всех телах, независимо от индивидуальных свойств входящих в них веществ, происходят одинаковые процессы при одинаковых значениях объема, давления и температуры, выраженных в единицах их критических постоянных. Поэтому *состояния различных тел, определяемые одинаковыми π , ω , ϑ , называются соответственными*.

Примеры. 1. Эфир ($C_4H_{10}O$); условия кипения: $t^\circ = 35^\circ C$; $p = 1$ атм; критические постоянные: $t_0 + 273 = 468^\circ K$; $p_0 = 36$ атм, следовательно,

$$\vartheta = 0,66; \quad \pi = 0,028.$$

2. Тетра-хлорметан (CCl_4); $t_0 + 273^\circ = 556^\circ K$; $p_0 = 45$ атм; для этого вещества соответственное состояние, при котором оно кипит, определяется величинами: $t = 556 \cdot 0,66 - 273 = 94^\circ C$, $p = 45 \cdot 0,028 = 1,26$ атм; и действительно, опыт показывает, что при этих условиях CCl_4 кипит.

Как в теоретических рассуждениях, так и в экспериментальных исследованиях и диаграммах, обзор которых только что сделан, с особой ясностью выступает гипотеза Ван-дер-Ваальса о непрерывности состояния газов и жидкостей; взаимные переходы этих состояний и их стадии изображаются одной непрерывной кривой.

§ 118. Сжижение газов

Представление о непрерывности состояний непосредственно приводит к мысли о том, что вещества, которые при обычных условиях мы привыкли воспринимать как газы, — воздух, водород, хлор и т. п. могут быть при известных условиях обращены в жидкость.

Фарадей ¹ в 1823 г. дал классический метод сжижения газов. При сжижении газов **Фарадей** подвергал газ охлаждению и сжатию. Помещая в одно колено толстостенной согнутой трубки AB (рис. 324) твердый гидрат хлора, он его слабо нагревал, а другой конец трубки охлаждался до $-12^\circ C$ смесью снега и соли; хлор, выделяясь при нагревании, повышал давление в трубке, и скоро

¹ **Майкл Фарадей** (1791—1867 гг.) — английский гениальный физик-самоучка, создатель учения об электромагнитном поле, индукции и др.

в одном конце накапливался жидкий хлор в виде желтовато-зеленой жидкости. Так же Ф а р а д е й получил в жидком виде аммиак, закиси азота, сернистую кислоту и многие другие газы; двуокись углерода он получил не только жидкой, но и в твердом состоянии.

Многие ученые пошли по стопам Ф а р а д е я и надеялись превратить в жидкость все газы, действуя, главным образом, повышением давления; так, Н а т т е р е р доводил давления при помощи специальных компрессоров до 3000 атм. И, однако, ряд газов, в числе их водород, кислород, азот, не обращались в жидкое состояние; впоследствии в их число вошел гелий (открытый на Земле в 1895 г. Р а м з а е м¹).

После того как было установлено понятие о критической температуре, стало ясно, что одним увеличением давления нельзя газы обратить в жидкость, необходимо их предварительно охладить ниже критической температуры и тогда только действовать давлением.

В то время, как повышение температуры до 1000—3000° сравнительно легко осуществимо во всякой оборудованной лаборатории, понижение температуры на каждый десяток градусов дается нелегко, и для изыскания тех ступеней холода, которые приближают нас к абсолютному нулю, оказалось необходимым построение целых институтов, так называемых *криогенных институтов*, оборудование которых требует огромных средств и деятельности ученых, всецело посвятивших себя изучению вещества и энергии в столь необычных на Земле условиях. Таковы Криогенный институт Королевского общества в Лондоне, где работал проф. Д ь ю а р, Криогенный институт в Лейдене, где 40 лет вел свои исследования проф. К а м е р л и н-Г о н н е с, Криогенный институт в Торонто (Канада) под руководством М а к-Л е н н а н а и у нас в Москве Институт физических проблем, основанный акад. П. Л. К а п и ц е й².

Существуют два основных метода сильного охлаждения газов: а) охлаждение при работе расширения против внутренних молекулярных сил реальных газов (эффект Д ж о у л я — Т о м с о н а); б) охлаждение при адиабатном расширении с совершением внешней работы.

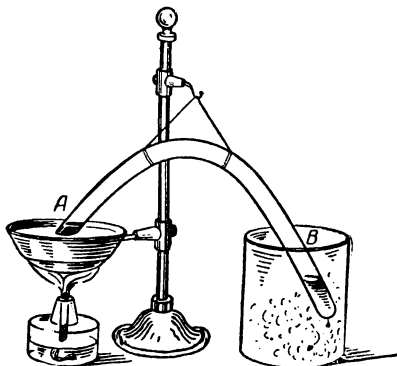


Рис. 324

¹ У и л ь я м Р а м з а й (1852—1916 гг.)—английский физик и химик, лауреат Нобелевской премии 1902 г. за открытие инертных газов и определение их места в периодической системе элементов.

² П е т р Л е о н и д о в и ч К а п и ц а (род. в 1894 г.) — советский физик, академик; исследовал сверхмощные магнитные поля, лауреат Сталинских премий 1941 и 1943 гг. за конструкцию турбодетандера и открытие сверхтекучести.

Многие ученые XIX в. использовали с успехом и тот и другой метод, но до последнего времени преимущественно применялся первый способ. К нему прибегали в своих замечательных опытах (1877 г.) пионеры в этой трудной области К а л ь е т е и П и к т е, которым удалось доказать сжижаемость кислорода, азота и некоторых других газов. К этим исследованиям примыкают работы польских ученых В р о б л е в с к о г о и О л ь ш е в с к о г о в Кракове (1883 г.), которые получили жидкий воздух и жидкий кислород; при кипении этих жидкостей была достигнута температура -220°C ,

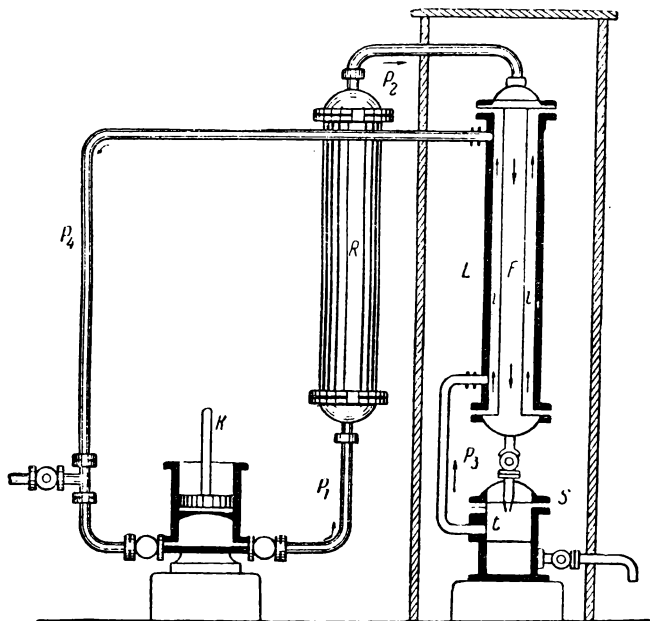


Рис. 325. Аппарат Линде

что позволило получить жидкий азот и даже обратить его в твердое состояние. Оставался несжижаемым водород и открытый в 1868 г. гелий.

Явление Т о м с о н а — Д ж о у л я лежит в основании устройства машин, которые впервые позволили получать большое количество трудно сжижаемых газов в жидком виде. Такова машина Л и н д е¹ (1895 г.) для получения жидкого воздуха; схема ее изображена на рисунке 325. Насос К забирает в трубу P_1 атмосферный воздух и нагнетает его до 200 атм в сосуд R , который смесью снега с хлористым кальцием охлаждается до -30°C . Сжатый воздух по трубе P_2 поступает во внутреннюю трубу F змеевика L (на рисунке змеевик не изображен, труба F показана прямой) и прогоняется по ней

¹ К а р л Л и н д е (1842—1934 гг.) — немецкий инженер и физик.

до узкого отверстия в конце трубы, вырываясь из которого он охлаждается вследствие расширения в сосуде S , согласно принципу Томсона — Джоуля. Этот охлажденный воздух из сосуда S поступает во внешнюю трубу змеевика L через трубу P_3 , а затем через трубу P_4 вновь в насос (компрессор) и продолжает циркуляцию. Но, идя вверх по трубе L , воздух охлаждает новые порции воздуха, идущие к узкому отверстию по внутренним трубам змеевика F , так что к этому отверстию эти новые порции приходят более холодные, чем первые порции, а потому при охлаждении их вследствие расширения в сосуде достигается более низкая температура. Такое взаимное охлаждение воздуха, идущего по внутренним и внешним трубам змеевика, скоро приводит к тому, что воздух, вырывающийся из отверстия S , охлаждается ниже -140° , т. е. ниже критической температуры, и при сжатии постепенно сжижается в сосуде S , тогда и сам этот сосуд примет температуру ниже температуры кипения жидкого воздуха -191°C .

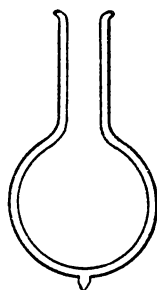


Рис. 326

Сосуд S и другие сосуды для хранения сжижаемых газов должны быть очень плохими проводниками теплоты; как известно, по имени английского исследователя Дьюара они названы дьюаровскими (рис. 326). В таких сосудах сжижаемые газы сохраняются очень долго.

Конечно, дьюаровские сосуды надо держать открытыми, испарение сжиженного газа идет все время и, если сосуд закрыт, то он будет разрушен растущим в нем давлением.

§ 119. Точки инверсии

Машина Л и н д е дает возможность добывать жидкий воздух и многие другие газы в любом количестве. Таким образом, к концу XIX в. были сжижены все газы за исключением водорода и гелия.

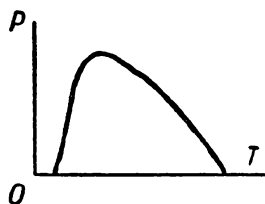


Рис. 327

Эффект Джоуля — Томсона нельзя применить непосредственно к водороду потому, что выше температуры -80°C водород при расширении не охлаждается, а нагревается и только при температурах ниже -80°C в нем можно наблюдать нормальный эффект Джоуля — Томсона; эта температура, разграничивающая область поведения водорода, называется *температурой или точкой инверсии*. Температура инверсии для воздуха -521°K , для водорода -158°K , а для гелия 15°K . Итак, имеет смысл подвергать эти газы процессу Джоуля — Томсона, только охладив их ниже температуры инверсии.

Геометрическое место инверсионных точек есть *инверсионная кривая*, которая показана на рисунке 327 в диаграмме p, T . Вершина

кривой примерно соответствует температуре, в два раза превышающей критическую, и давлению в 11,5 раза превышающему критическое. Внутри инверсионной кривой дросселируемое вещество при уменьшении давления охлаждается, вне его — оно нагревается.

Дьюза́р при сжижении водорода (1898 г.) брал железный цилиндр *A* (рис. 328) с водородом под давлением 200 атм и пропускал из него газ через ряд змеевиков, погруженных в дьюаровские сосуды *B*, *C*, *D*, регулируя скорость истечения газа краном *F*. В первом находилась жидкая углекислота, охлаждающая водород до -80°C , во втором — жидкий воздух, кипевший под атмосферным давлением,

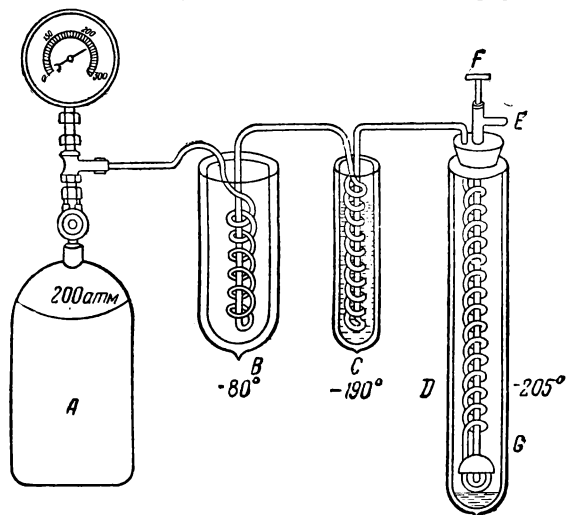


Рис. 328

что давало температуру -190°C , в третьем сосуде был тоже жидкий воздух, но при быстром откачивании охлаждавшийся до -205°C . Этот последний сосуд погружен в обширный сосуд с жидким воздухом, который играл роль термоса. Змеевик в сосуде *D* заканчивался узким отверстием, как в машине Л и н д е, и вертикальной прямой трубкой, по которой жидкий водород поднимался и вытекал из отверстия *E* в дьюаровские сосуды.

Поместив два сосуда с жидким водородом один в другой и быстро откачивая пары водорода из внешнего сосуда, Дьюза́р обратил водород во внутреннем сосуде в твердое состояние, причем была отмечена температура -259°C , т. е. около 14° по абсолютной шкале ($T=14^{\circ}\text{K}$).

Описанный способ Дьюза́ра есть усовершенствованный «каскадный» метод последовательного охлаждения, который впервые употребил Пикте¹ для сжижения кислорода (1877 г.).

¹ Пауль Пикте (1846—1929 гг.) — швейцарский физик; с 1886 г. работал в Берлине.

Прошло 10 лет после сжижения водорода, прежде чем Камерлинг-Оннес в Лейдене достиг сжижения последнего постоянного газа — гелия (1908 г.), критическая температура которого $-267,9^{\circ}\text{C}$ ($T=5,3^{\circ}\text{K}$).

Для обращения гелия в жидкое состояние Камерлинг-Оннес тоже прибег к каскадному методу Пикте. Он сжижал последовательно пять газов в дьюаровских сосудах, помещенных один в другой (рис. 329); холод при испарении каждого из них обуславливал сжижение следующего. Именно, кипение под пониженным давлением хлористого метила давало температуру -90°C ; в него вводился сосуд с этиленом, который сжижался при этой температуре, а кипение его понижало температуру до -145°C ; этого было достаточно, чтобы сжижать введенный в этилен кислород, кипение которого давало температуру -183°C , при которой сжижался в следующем сосуде воздух; его кипение давало -190°C , а при быстром откачивании часть воздуха затвердевала, причем достигалась критическая температура водорода, кипение которого при пониженном давлении давало -258°C — точку инверсии гелия. Охлажденный до этой низкой температуры гелий поступал в змеевик и подвергался процессу Джоуля — Томсона, после чего во внутреннем дьюаровском сосуде появлялся жидкий гелий.

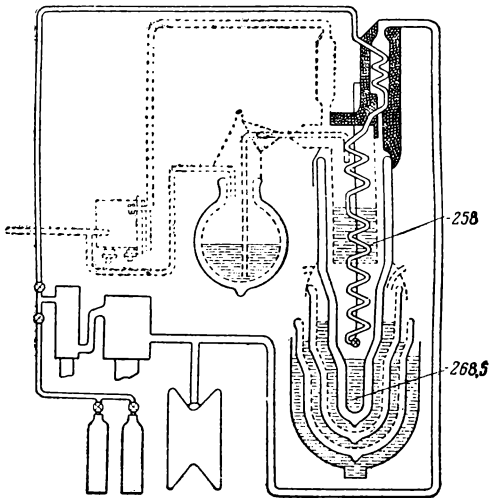


Рис. 329

Гелий сжижается при $T=4,8^{\circ}\text{K}$. Это прозрачная жидкость с плотностью около $1/8$ по отношению к воде.

Камерлинг-Оннес пытался получить твердый гелий; для этого он построил чрезвычайно сложную установку с 18 насосами, которые быстро понижали давление над кипящим гелием до $0,013\text{ мм рт. ст.}$, при этом была зарегистрирована температура $T=0,9^{\circ}\text{K}$, самая низкая из достигнутых в то время. Однако и при этой температуре гелий оставался жидким.

Через несколько месяцев после смерти Камерлинг-Оннеса (1926 г.) его сотрудник Кеезом¹ получил твердый гелий, нагнетая гелий в узкие нейзильберовые трубочки; трубочки

¹ Виллем Гендрик Кеезом (1876—1956 гг.) — нидерландский физик.

помещались в кипящий гелий; при $T=1,19^\circ \text{ K}$ и давлении 23 атм было обнаружено затвердевание гелия.

Таким образом, все постоянные газы были обращены в жидкое и твердое состояние.

§ 120. Сверхпроводимость и сверхтекучесть

При температурах жидкого воздуха, водорода, гелия вещество приобретает особые свойства, так как происходят глубокие изменения в строении тел при этих степенях холода. Все тела, окружающие, например, жидкий воздух, могут считаться раскаленными по сравнению с ним; если прольем жидкий воздух на стол или на пол,

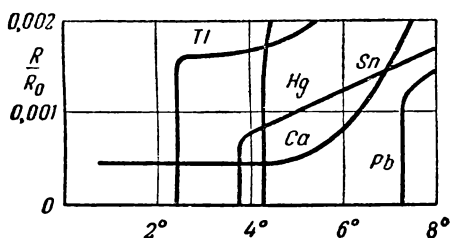


Рис. 330

он принимает вид сфероидальных капель, как будто пролили воду на раскаленную плиту. Ртуть, спирт и т. п. замерзают в жидком воздухе; замерзшую ртуть можно ковать; каучук становится хрупким, как стекло; многие химические реакции не осуществляются. Среди многочисленных и разнообразных особенностей свойств вещества при столь низких температурах замечательны явления изменения электропроводности металлов при «гелиевых» температурах; этим термином принято называть температуру ниже 5° K .

Заметим, что измерения низких температур до 4° K ведутся *газовым термометром*, а также «термометрами сопротивлений» по изменению сопротивления платины или свинца, или константана. Сверхнизкие температуры, ниже $0,9^\circ \text{ K}$, определяются по изменению магнитной восприимчивости парамагнитных солей (КСг, СеF, и т. п.). При размагничивании этих веществ наблюдается их охлаждение, при этих исследованиях зарегистрирована низшая из всех наблюдаемых температур: $0,005^\circ \text{ K}$.

Заметим, что измерения низких температур до 4° K ведутся *газовым термометром*, а также «термометрами сопротивлений» по изменению сопротивления платины или свинца, или константана. Сверхнизкие температуры, ниже $0,9^\circ \text{ K}$, определяются по изменению магнитной восприимчивости парамагнитных солей (КСг, СеF, и т. п.). При размагничивании этих веществ наблюдается их охлаждение, при этих исследованиях зарегистрирована низшая из всех наблюдаемых температур: $0,005^\circ \text{ K}$.

Когда был получен жидкий гелий в достаточном количестве, К а м е р л и н г - О н н е с приступил (1911 г.) к изучению электропроводности металлов при гелиевых температурах. Он нашел, что для большинства металлов — платины, меди, железа и т. д. — сопротивление падает по мере понижения температуры; но при некоторой, вообще очень низкой, температуре сопротивление становится постоянным и уже не понижается при дальнейшем охлаждении; так, для платины ниже $T=4,3^\circ \text{ K}$ сопротивление не меняется.

Изучение изменения сопротивления *ртути* обнаружило замечательную аномалию: по мере понижения температуры сопротивление ртути падает, как и у платины, но при $T=4,2^\circ \text{ K}$ сразу, скачком падает до нуля или вообще становится неизмеримо малым

(рис. 330). Это состояние проводника К а м е р л и н г - О н н е с назвал *сверхпроводимостью*, а температуру, при которой проводник становится сверхпроводником, — *температурой скачка*.

Дальнейшие исследования показали, что сверхпроводимость не есть общее свойство металлов; медь, серебро, золото, железо, натрий, калий и другие не являются сверхпроводниками. Свойство сверхпроводимости обнаружено, кроме ртути ($4,2^{\circ}\text{K}$), у олова ($3,75^{\circ}\text{K}$), свинца ($7,2^{\circ}\text{K}$), таллия ($2,47^{\circ}\text{K}$), индия ($3,41^{\circ}\text{K}$), алюминия, цинка, кадмия и у многих сплавов.

Многочисленные и разнообразные опыты с несомненностью установили возможность длительных токов в замкнутых сверхпроводниках после исчезновения в цепи электродвижущей силы; омическое сопротивление R сверхпроводников имеет порядок 10^{-8} ом, следовательно, в них ничтожны затраты на джоулево тепло и сильно возрастает число свободных электронов. Эти явления, как и резкое *падение теплоемкости* при приближении к абсолютному нулю, говорят об особых состояниях вещества в этих необычных условиях.

Исследования П. Л. К а п и ц ы (1939 г.) привели к открытию нового неожиданного свойства жидкого гелия. При понижении температуры гелия от точки его сжижения $4,8^{\circ}\text{K}$ до температуры $2,19^{\circ}\text{K}$ гелий кипит и ведет себя, как всякий сжиженный газ. Но при $2,19^{\circ}\text{K}$ кипение прекращается, поверхность жидкости становится гладкой; происходит какое-то изменение свойств жидкого гелия; условно выражают это, говоря, что *гелий I перешел в гелий II*.

Самое удивительное свойство гелия II — это его чрезвычайно большая способность переносить теплоту. Так как такая интенсивность переноса теплоты не может быть объяснена теплопроводностью, то приходится допустить в этой жидкости конвекционные токи, которые в ней текут с необычайной легкостью; поэтому надо предполагать, что гелий II в высшей степени текучая жидкость, т. е. жидкость с минимальной вязкостью. И, действительно, очень тщательные и чрезвычайно трудные измерения показали, что коэффициент внутреннего трения гелия II не больше 10^{-11} пуаза (для воды 10^{-2} пуаза при 20°C). «Такую текучую среду очень трудно себе представить, — говорит П. Л. К а п и ц а, — а между тем, приведенное число означает предел не вязкости, а только предел чувствительности наших измерений... Поэтому я предположил, что есть все основания считать, что жидкий гелий II не имеет вязкости; я назвал его *сверхтекучим*».

Из этого свойства гелия II вытекают очень важные и далеко идущие выводы. Пока мы остановимся на одном. Наблюдая течение гелия II под давлением через тонкие капиллярные щели, установили дальнейшее понижение температуры этой, уже столь охлажденной жидкости; удалось такой операцией дойти до $0,4^{\circ}\text{K}$; так как ее можно повторять, то это — способ беспредельного приближения

к абсолютному нулю, способ беспредельного охлаждения. В теории сверхпроводимости и сверхтекучести больших успехов достиг лауреат Ленинской премии акад. Н. Н. Боголюбов.¹

§ 121. Машины охлаждения

Описанные способы получения сжиженных газов имели лабораторный характер, за исключением машины Л и н д е, которая дает возможность получать жидкий воздух и кислород в заводских масштабах; 1 кг жидкого воздуха требует затраты около 1 квт-ч энергии.

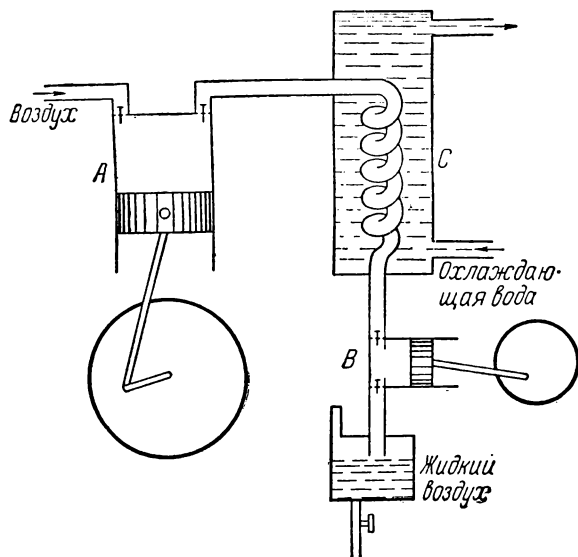


Рис. 331. Холодильная машина Клода

Разные отрасли промышленности, военное дело, медицина требуют больших количеств жидких газов, особенно — жидкого воздуха, кислорода, азота, углекислоты. Поэтому разработано много типов холодильных машин разного назначения. Один из основных видов машин этого рода — расширитель (детандер), предложенный в 1902 г. французским физиком К л о д о м. Схема этого устройства такова. Воздух (или другой сжимаемый газ) засасывается в компрессор А (рис. 331), где сжимается до 6—10 атм и при этом сжатии нагревается; после этого он идет в змеевик охлаждения С, обтекаемый водой, и поступает в расширитель В — в цилиндр с поршнем,

¹ Николай Николаевич Боголюбов (род. в 1909 г.) — советский математик и физик; лауреат Сталинской премии 1947 г. и Ленинской премии 1958 г.

двигая который, газ производит работу и адиабатно расширяется. При этом работа движения поршня производится за счет внутренней энергии газа, температура которого при этом падает. Повторение процесса при помощи таких же змеевиков — теплообменников, как в машине Л и н д е, заканчивается сжижением газа.

Конечно, здесь приведена лишь схема этой, очень сложной установки. Надо себе представить, какие конструкторские затруднения пришлось преодолеть, чтобы построить поршневую машину, могущую работать при 10° К.

Дальнейшее радикальное усовершенствование в этот метод ввел П. Л. К а п и ц а, заменив поршневую машину турбиной. Его «*турбодетандер*», построенный в Институте физических проблем, дает 30 кг жидкого воздуха в час; подобный же аппарат должен давать в час 6—7 л жидкого гелия.

Эти машины для производства сжиженных газов переводят задачу получения жидких газов из лаборатории в заводскую практику; техника получила новое мощное средство для осуществления своих многообразных целей.

Глава XV ЖИДКОСТИ

§ 122. Характеристика жидкого состояния

Кинетическая теория жидкостей находится в стадии экспериментальных исследований и теоретического обсуждения; несмотря на труды выдающихся физиков за рубежом и у нас (А. И. Б а ч и н с к и й¹, Я. И. Ф р е н к е л ь², В. И. Д а н и л о в и др.), построение теории жидкости затруднено ввиду сложности молекулярных взаимодействий и особенностей молекулярных конфигураций.

Как было уже упомянуто, жидкость внешне характеризуется следующими свойствами: 1) наличием свободной поверхности; 2) несжимаемостью; 3) текучестью, легким изменением формы. К этим свойствам надо еще присоединить огромную плотность по сравнению с газами: при нормальных условиях плотность кислорода $1,429 \cdot 10^{-3}$ г/см³, гелия $0,178 \cdot 10^{-3}$ г/см³, спирта этилового $0,791$ г/см³, глицерина $1,26$ г/см³, плотности жидкостей в тысячу раз больше плотностей газов; значит, в сфере молекулярного действия (радиус $\approx 10^{-7}$ см) в жидкости находится гораздо больше молекул, чем в газе. Этот факт влечет за собой очень важные следствия. В уравнении В а н - д е р - В а а л ь с а

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

¹ Алексей Иосифович Бачинский (1877—1944 гг.) — советский физик, установил закон вязкости жидкостей,

² Яков Ильич Френкель (1894—1952 гг.) — советский физик; за кинетическую теорию жидкостей получил Сталинскую премию 1947 г.

внутреннее молекулярное давление

$$p_1 = \frac{a}{V^2} = ap^2$$

пропорционально квадрату плотности вещества; следовательно, молекулярное давление в жидкости в миллион раз больше, чем в газах; по сравнению с ним оказывается ничтожным p — внешнее давление (несколько атмосфер); во многих случаях внешним давлением по отношению к жидкостям можно пренебречь и написать уравнение Ван-дер-Ваальса в таком виде

$$p_1(V-b) = RT.$$

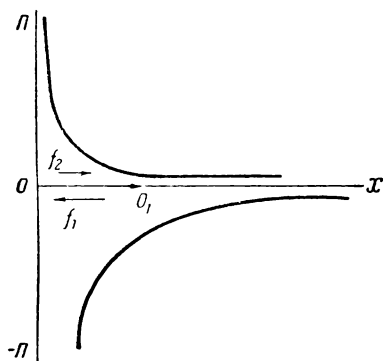


Рис. 332

Опытным путем это молекулярное давление не может быть измерено, так как оно направлено внутрь жидкости и не будет действовать на измерительный прибор, если бы мы его ввели в жидкость; есть несколько косвенных способов определения p_1 ; все они дают для внутреннего давления в жидкости огромные значения; так, для воды $p_1 \approx 10\,000 \text{ кг/см}^2$. Ясно, что внешнее давление в несколько атмо-

сфер при этом имеет малое значение; поэтому жидкости представляются нам несжимаемыми; обнаружить их ничтожную сжимаемость и количественно оценить ее удалось лишь специальными исследованиями физиков Амага и Бриджмена¹.

Мощное сопротивление жидкостей сжатию выдвигает вопрос об отталкивательных молекулярных силах в жидкости, которые возникают при тесном сближении молекул и направлены против Ван-дер-Ваальсовых сил, обуславливающих взаимное притяжение молекул. Таким образом, в жидкости производится работа сил молекулярного притяжения и сил молекулярного отталкивания; те и другие силы проявляются лишь на очень малых расстояниях порядка 10^{-7} см .

Поведение жидкости, сохраняющей свой объем при данных условиях температуры и давления, свидетельствует о достигнутом равновесии сил молекулярного отталкивания и притяжения. Этому равновесию должен соответствовать минимум потенциальной энергии системы. Рассмотрим вопрос о молекулярном взаимодействии с энергетической точки зрения.

Положим, что при взаимодействии молекул O и O_1 (рис. 332) молекула O_1 перемещается относительно O по оси x . Работа сил

¹ Перси Уильямс Бриджмен (род. в 1882 г.) — американский физик, добился давлений до 425 000 атм. Лауреат Нобелевской премии 1946 г. за конструкцию аппаратуры для сверхвысоких давлений и за открытия, сделанные при помощи этой аппаратуры в области физики высоких давлений.

отталкивания f_z положительна, она происходит за счет потенциальной энергии $+\Pi$ — отталкивания, которая имеет максимум при соприкосновении молекул ($x=0$), очень быстро убывает при перемещении O_1 по направлению от O по оси x и обращается в нуль при $x > 10^{-7}$ см.

Работа сил притяжения f_1 производится против перемещения молекулы O_1 от O направо по оси x ; поэтому она отрицательна; при раздвижении молекул растет энергия притяжения $-\Pi$, оставаясь отрицательной на всем процессе ее роста до нуля.

Обе кривые $+\Pi$ и $-\Pi$ не симметричны относительно оси x , более круто падает кривая $+\Pi$ — потенциальная энергия отталкивания, обращаясь в нуль на очень малых расстояниях от O . Это согласно с опытом, так как мы, не подвергая жидкость сжатию, наблюдаем проявление Ван-дер-Ваальсовых сил притяжения, которые удерживают и удерживают поверхностный слой жидкости и как бы скрывают действие отталкивательных сил.

Поэтому для всякого положения молекулы O_1 , определяемого координатой x , можно поставить вопрос о полной потенциальной энергии в этой точке

$$\Pi = (+\Pi_x) + (-\Pi_x).$$

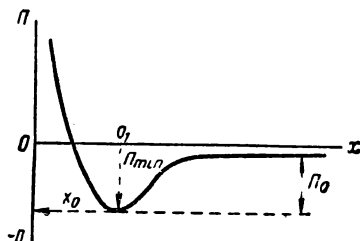


Рис. 333

Если последовательно сложить все положительные и отрицательные ординаты кривых $(+\Pi)$ и $(-\Pi)$, то находим кривую, характеризующую изменение полной энергии Π (рис. 333) частицы O_1 при ее движении по оси x при взаимодействии с частицей O . Самое важное — на этой кривой имеется *минимум потенциальной энергии*, соответствующей некоторой точке x_0 . Это значит, что молекула O_1 , попав в точку x_0 , имеет минимум потенциальной энергии, что, как известно, характеризует состояние *устойчивого равновесия*. Завиток кривой Π ниже ее горизонтальной части носит название «*потенциальной ямы*», а разность потенциальных энергий Π_{\min} (соответствующей точке x_0) и Π_1 (соответствующей горизонтальной части кривой)

$$\Pi_{\min} - \Pi_1 = \Pi_0$$

называется *глубиной потенциальной ямы*, или *потенциальным барьером*.

Следует отметить появление потенциальной ямы, как явление равновесия в результате двух антагонистических процессов — притяжения и отталкивания; их постоянная борьба обуславливает временное явление — равновесие.

Молекула жидкости, попавшая в потенциальную яму, находится в равновесии и может там лишь совершать колебания около положения равновесия. Для того чтобы выбраться из потенциальной

ямы, молекула должна сама иметь запас кинетической энергии, превышающей потенциальный барьер, или получить этот запас вследствие взаимодействия с другими частицами.

Таким образом, нахождение молекул жидкости в потенциальных ямах разной глубины x_1, x_2, x_3, \dots (рис. 334) обуславливает временный порядок расположения молекул жидкости; случайный комплекс молекул, временно оказавшихся в потенциальных ямах, образует *временный порядок* сочетания соседних молекул в одну ячейку, в которой молекулы находятся в колебательном движении около положения равновесия, не выходя за пределы ячейки. Такие образо-

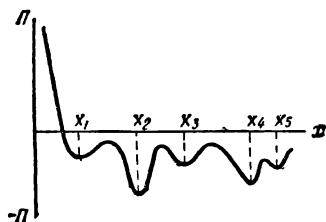


Рис. 334

вания в жидкости, подобные кристаллам твердого тела, удостоверены рентгеновскими снимками; рентгенограмма жидкой воды напоминает рентгенограмму кристаллического строения льда, но рентгенограмма жидкости расплывчата и непостоянна, так как временное пребывание молекул в потенциальных ямах в состоянии колебательного движения разрушается взаимодействием молекул.

Внешние действия других молекул нарушают этот *кратковременный ближний порядок в жидкости*, сообщая поступательное криволинейное движение молекулам; при этом поступательном движении они переходят из одной ямы в другую, из одной ячейки в другую; после краткого пребывания в новом равновесии и в новом окружении молекулы возобновляют свое странствование.

Теория позволяет установить, что время пребывания молекулы в данной ячейке или, как говорит Я. И. Френкель — время ее «оседлой» жизни имеет порядок 10^{-11} сек, так что за секунду молекула успеет переменить место своего равновесия 10^{11} — 10^{10} раз; но за это краткое пребывание в потенциальной яме молекула успеет совершить сотни колебаний с периодом около 10^{-13} сек. При возрастании температуры время «оседлой» жизни молекулы уменьшается.

Такое статистическое непрерывное перераспределение молекул обуславливает одно из основных свойств жидкости — *текучесть*.

Все эти качественные, весьма вероятные соображения о молекулярном строении жидкостей еще не удалось довести до совершенства кинетической теории газов. Однако многочисленные отдельные исследования теории жидкостей уже привели к решению многих частных вопросов.

§ 123. Поверхностный слой жидкости

Важнейший признак всякой жидкости — *существование свободной поверхности* — показывает, что молекулы ее не разлетаются, как молекулы газа, значит, они связаны между собой.

Внутри сферы молекулярного действия находится множество молекул, взаимодействующих с молекулой M (рис. 335); но если эта молекула так расположена в жидкости, что вся сфера заметного действия целиком находится под поверхностью AB , то вследствие статистической симметрии расположения взаимодействующих молекул равнодействующая всех молекулярных сил, действующих на M , равна нулю.

Если же молекула M_1 находится так близко к поверхности, что часть сферы заметного действия расположена над свободной поверхностью AB , то эта симметрия нарушается: в области выше AB меньше молекул, чем в части сферы под AB ; именно, если провести в жидкости плоскость, которая отделит часть сферы симметричную с выступающей над AB , то действие молекул, находящихся ниже этой плоскости, вполне не уравновешивается, а потому Ван-дер-Ваальсова сила f остается не компенсированной; как равнодействующая всех молекулярных сил, действующих на M_1 , она направлена внутрь жидкости.

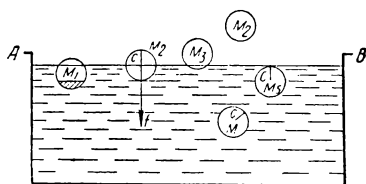


Рис. 335

То же самое можно сказать о всякой другой частице M_2 и даже о M_3 , которая хотя вышла из поверхностного слоя, однако на расстояние, меньшее чем $c = 10^{-7}$ см.

Итак, все частицы поверхностного слоя находятся под действием молекулярного давления, направленного по нормали внутрь жидкости.

Все это рассуждение вполне применимо и к твердым телам; поэтому мы можем утверждать, что молекулярное давление поверхностного слоя существует и у твердых тел. Установлено, что молекулярное давление поверхностного слоя в твердых и жидких телах огромно: мы уже говорили, что для воды оно составляет около $10\,000 \text{ кг/см}^2$.

Молекулы поверхностного слоя, подверженные односторонним Ван-дер-Ваальсовым силам молекулярного давления, стремятся уйти внутрь жидкости, и некоторым из них удастся действительно уйти из поверхностного слоя в внутрь жидкости.

Переход молекулы из недр жидкости в поверхностный слой происходит против Ван-дер-Ваальсовых сил молекулярного притяжения, следовательно, ее потенциальная энергия увеличивается за счет работы против молекулярных сил подобно тому, как при подъеме тела над земной поверхностью возрастает его потенциальная энергия за счет работы против силы тяжести.

Поэтому в поверхностном слое образуется излишек потенциальной энергии по сравнению с остальными слоями жидкости, появляются силы притяжения между молекулами, действующие по поверхности жидкостей. Эти силы называются *силами поверхностного*

натяжения, так как они создают в поверхностном слое жидкости стремление сжать или сократить поверхность.

Итак, все молекулы поверхностного слоя обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы в остальном объеме жидкости. При этом уменьшается кинетическая энергия этих молекул, но вследствие хаотического движения молекул это уменьшение кинетической энергии путем столкновений с остальными молекулами распределится статистически между всеми молекулами жидкости и вызовет некоторое, вообще ничтожное, понижение температуры всей массы жидкости.

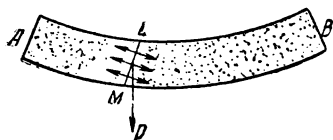


Рис. 336

Отсюда можно сделать заключение: *поверхностный слой жидкости обладает избытком свободной энергии,*

которая, стремясь к минимуму, может обусловить появление ряда механических явлений в поверхностном слое. Весь этот слой находится в особом состоянии так называемого *поверхностного натяжения* подобно натянутой ленте. Лента (рис. 336), прикрепленная на стержнях A и B, провисает под действием силы тяжести P, а по ее поверхности на каждое сечение LM действуют силы упругости, стремящиеся уменьшить произведенную деформацию.

§ 124. Поверхностное натяжение

Представим себе поверхность жидкости QQ, (рис. 337), на ней мысленно выделим линию MN. Так как частицы, расположенные на MN, находятся в равновесии, то необходимо допустить, что на

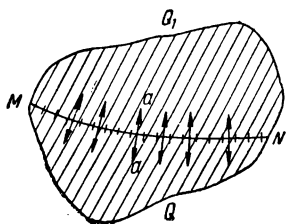


Рис. 337

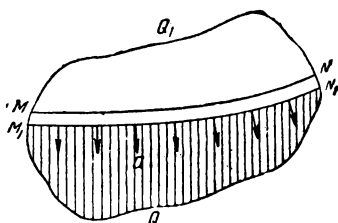


Рис. 338

каждый сантиметр этой линии действуют равные и противоположные силы.

Пусть длина всей линии MN равна l ; на всю ее длину действует с каждой стороны сила f

$$f = \alpha l. \quad (1)$$

Если представим себе, что часть поверхности жидкости удалена, то равновесие под действием сил f будет нарушено, и линия MN сдвинется в положение M_1N_1 (рис. 338), при этом поверхность

уменьшится, сократится. Силу $f = \alpha l$, под действием которой происходит это сокращение поверхности, называют *силой поверхностного натяжения*¹; *коэффициент поверхностного натяжения*

$$\alpha = \frac{f}{l} \quad (1')$$

измеряется в динах на сантиметр или в миллиграммах на миллиметр

$$\alpha \left(\frac{\text{дн}}{\text{см}} \right) = \frac{\alpha}{9,81} \left(\frac{\text{мг}}{\text{мм}} \right) = \alpha_1 \frac{\text{мг}}{\text{мм}}.$$

Действия молекулярных сил трудно заметить из-за действия силы тяжести, поэтому для обнаружения сил поверхностного натяжения мы берем ничтожное количество жидкости в мыльных пленках, тогда действия молекулярных сил ясно дают себя знать.

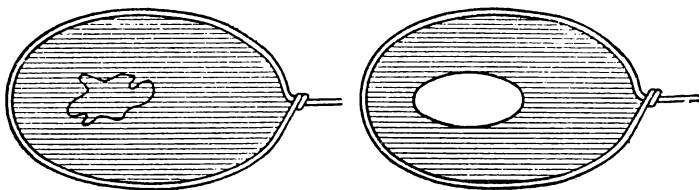


Рис. 339

Явление, подобное описанному, можно воспроизвести так: затянем мыльной пленкой проволочный каркас (рис. 339) и положим на пленку петлю из тонкой нити какой угодно формы; как только внутри петли прорвем пленку, нить принимает форму круга (рис. 339).

Иной способ осуществил П л а т о² (1843 г.); он помещал масло (плотность $\rho = 0,92 \text{ г/см}^3$) в смесь воды и спирта ($\rho_1 = 0,79 \text{ г/см}^3$), причем плотность смеси была равна плотности масла; тогда сила тяжести уравновешена по закону А р х и м е д а, и масло, находясь лишь под действием молекулярных сил, принимает форму шара, поверхность которого минимальна при данном объеме (рис. 340).

Подобные опыты могут быть весьма разнообразны.

Обратим внимание на следующий важный и поучительный опыт. Пусть по каркасу $MABN$ (рис. 341) перемещается на кольцах проволока MN . Если такой каркас погрузить в мыльную воду, то небольшое количество этого вязкого раствора образует пленку $MABN$ с двумя поверхностями. Силы поверхностного натяжения сейчас же начнут производить работу, сокращая поверхность; мы увидим, что проволока MN переместится вверх. Приложив силу f

¹ Нельзя отождествлять силы поверхностного натяжения с силами упругости. Силы упругости изменяются пропорционально деформации; сила поверхностного натяжения не зависит от растяжения пленки жидкости.

² Ж о з е ф А н т у а н П л а т о (1801—1883 гг.) — бельгийский физик, исследования по оптике и по капиллярности.

к этой проволоке (например, привесив к ней гирьку), можно так подобрать эту силу, что движения проволоки не будет; это значит, что силой f мы уравновесим силу поверхностного натяжения обоих поверхностных слоев

$$f = 2\alpha l;$$

здесь $l = MN$. Если под действием сил поверхностного натяжения произошло сокращение поверхности и проволока заняла положение

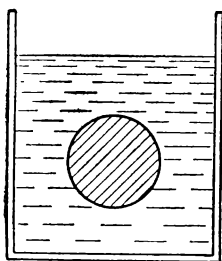


Рис. 340

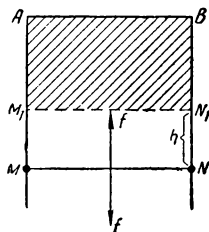


Рис. 341

M_1N_1 , пройдя путь h , то произведенная при этом молекулярными силами работа выразится так

$$W = fh = 2\alpha lh.$$

Выразив α в динах на сантиметр, l и h в сантиметрах, найдем W в эргах

$$W = 2\alpha lh.$$

Но

$$lh = S_0 - S_1,$$

где S_0 есть первоначальная поверхность пленки $MABN$, S_1 — поверхность M_1ABN_1 ; иначе, обозначим

$$lh = S_0 - S_1 = \Delta S.$$

Поэтому

$$W = 2\alpha \Delta S = \alpha 2\Delta S; \quad (2)$$

здесь $2\Delta S$ есть полное, двустороннее сокращение поверхности, которое потребовало для своего осуществления W эргов работы. Мы приходим к новому определению поверхностного натяжения

$$\alpha = \frac{W}{2\Delta S}; \quad (3)$$

поверхностное натяжение численно равно работе молекулярных сил при сокращении поверхности пленки на 1 см^2 (рис. 342).

Механическая работа при сокращении поверхности пленки совершается за счет свободной энергии поверхностного слоя. Поэтому

предыдущее определение иначе выразим так: *поверхностное натяжение, приходящееся на 1 см, численно равно свободной энергии 1 см² поверхности или удельной поверхностной энергии.*

Это есть наиболее общее определение поверхностного натяжения.

Символически оба определения — новое (3) и прежнее (1') — выразятся так

$$\alpha = \frac{W}{2\Delta S} \left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2} \right) = \frac{f}{l} \left(\frac{\text{дж}}{\text{см}} \right).$$

Оба определения α дают для этой величины одну и ту же размерность

$$[\alpha] = \frac{ML^2}{T^2L^2} = MT^{-2}.$$

Томас Юнг один из первых экспериментально исследовал явления поверхностного натяжения (1804 г.). Лаплас¹ создал

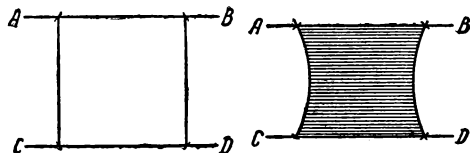


Рис. 342

теорию поверхностного натяжения и установил закономерности, позволяющие количественно учитывать действующие при этом силы (1807 г.).

§ 125. Формула Лапласа

Рассмотрим, как молекулярное давление зависит от формы поверхности жидкости и как оно должно влиять на форму жидкости; самый факт этой зависимости устанавливается простыми опытами — образованием капель, опытом Плато и т. д.

Обозначим нормальное молекулярное давление, происхождение которого нам известно, на горизонтальной плоской поверхности жидкости через p_0 ; как уже было сказано, оно равномерно стягивает жидкость, об его существовании можно догадываться лишь косвенным путем. Но как только появляется вследствие каких-либо причин кривизна поверхности — выпуклость или вогнутость — поверхностное давление изменяется. Обозначим его при этом через

$$p = p_0 + p_1,$$

¹ Пьер-Симон Лаплас (1749—1827 гг.) — один из великих ученых Франции; ему принадлежат труды, имеющие основное значение в математике, физике и особенно в астрономии.

где p_1 есть то изменение, которое вносится кривизной поверхности. Вычислим его.

Пусть поверхность выпукла: выделим (рис. 343) на ней очень небольшую часть поверхности S в виде элементарного прямоугольника $S=ABCD$; его стороны $AB=CD$ и $BC=AD$ можем принять за дуги окружностей с радиусами r_2 и r_1 ; центры этих окружностей — O_1 и O_2 . Поверхностный слой жидкости стремится сократиться; если это сокращение действительно произошло и выделенная часть поверхности после сокращения выражается числом $S_1 < S$, то совершаемая при этом работа W может быть оцениваема двояко: как работа молекулярного давления p_1 и как работа силы поверхностного натяжения $\alpha \Delta S$.

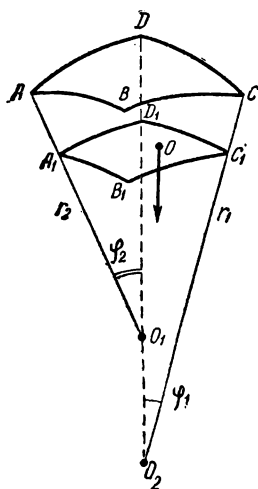


Рис. 343

1. Сила молекулярного давления на всю площадь S выразится так

$$f = p_1 S,$$

она направлена внутрь жидкости, и под ее действием площадь $ABCD$ вдавливается вниз, внутрь жидкости, причем путь, проходимый ею, обозначим как сокращение радиусов Δr ;

поэтому совершаемую силой f работу напомним так

$$W = f \Delta r, \quad W = p_1 S \Delta r. \quad (4)$$

2. На основании формулы (2) имеем иное выражение для той же работы сокращения поверхности на $(S - S_1)$

$$W = \alpha (S - S_1),$$

где $S_1 = A_1 B_1 C_1 D_1$. Вычислим S и S_1 :

а) площадь прямоугольника S

$$S = BC \cdot CD; \quad BC = r_1 \varphi_1; \quad CD = r_2 \varphi_2; \quad S = r_1 r_2 \varphi_1 \varphi_2;$$

б) площадь после сокращения S_1

$$S_1 = B_1 C_1 \cdot C_1 D_1;$$

здесь $B_1 C_1$ есть дуга окружности сокращенного радиуса $(r_1 - \Delta r)$; поэтому

$$B_1 C_1 = (r_1 - \Delta r) \varphi_1.$$

Так же

$$C_1 D_1 = (r_2 - \Delta r) \varphi_2.$$

Следовательно, $S_1 = (r_1 - \Delta r) (r_2 - \Delta r) \varphi_1 \varphi_2$.

Помня, что Δr — малая величина, а значение $(\Delta r)^2$ и подавно исчезающе малая величина, находим

$$S_1 = [r_1 r_2 - (r_1 + r_2) \Delta r] \varphi_1 \varphi_2.$$

Можно вычислить уменьшение площади

$$S - S_1 = (r_1 + r_2) \Delta r \Phi_1 \Phi_2,$$

а значит, и работу W

$$W = \alpha (r_1 + r_2) \Delta r \Phi_1 \Phi_2. \quad (5)$$

3. Сопоставив формулы (4) и (5), находим

$$\begin{aligned} p_1 S \Delta r &= \alpha (r_1 + r_2) \Delta r \Phi_1 \Phi_2; \\ p_1 r_1 r_2 \Phi_1 \Phi_2 \Delta r &= \alpha (r_1 + r_2) \Delta r \Phi_1 \Phi_2; \\ p_1 &= \alpha \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \end{aligned}$$

Обратная величина радиуса сечений BC и CD характеризует кривизну этих сечений; кривизна сечения BC есть $\frac{1}{r_1}$, кривизна сечения CD есть $\frac{1}{r_2}$. В учении о кривизне поверхностей доказано, что для всяких двух взаимно перпендикулярных сечений имеем

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

где R_1 и R_2 — наибольший и наименьший из возможных радиусов кривизны элемента данной поверхности. Поэтому

$$p_1 = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (6)$$

(формула Лапласа). Определив величину p_1 , найдем суммарное давление, обусловленное молекулярными силами:

$$p = p_0 + \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (7)$$

которая дает величину молекулярного давления на выпуклой поверхности с радиусом кривизны главных сечений R_1 и R_2 .

С л е д с т в и я. Применим формулу (7) к некоторым частным случаям.

1. В случае плоскости имеем

$$R_1 = R_2 = \infty; \quad p = p_0.$$

Таково выражение молекулярного давления на плоской поверхности.

2. Если поверхность выпукла, то радиусы кривизны положительные, поэтому

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} > 0; \quad p > p_0;$$

на выпуклой поверхности молекулярное давление больше, чем на плоской, именно:

$$p = p_0 + \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

3. Вывод, сделанный для выпуклой поверхности, годен и для вогнутой. Если *поверхность вогнута*, то

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} < 0; \quad p < p_0; \quad p = p_0 - \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (7')$$

на вогнутой поверхности молекулярное давление меньше, чем на плоской.

4. В случае сферической поверхности $R_1 = R_2$ (кривизна везде одна и та же); поэтому давление на поверхностях шара постоянно и выражается на *выпуклой поверхности* шара

$$p_1 = p_0 + \frac{2}{R} \alpha;$$

на *вогнутой поверхности*:

$$p_2 = p_0 - \frac{2}{R} \alpha.$$

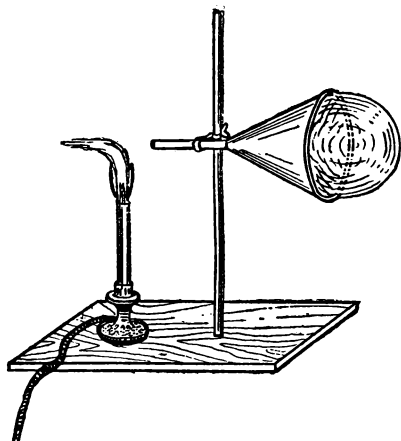


Рис. 344

Эта разность давлений хорошо обнаруживается простым опытом: затащим стеклянную воронку мыльной пленкой и выдунем шар; тогда увидим (рис. 344), что воздух быстро уходит из мыльного шара и объем его сокращается. Принимая радиусы

внутренней и внешней поверхности шара равными (толщина мыльной пленки $\approx 0,001$ мм), находим разность давлений на выпуклой и вогнутой поверхности шара

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{4}{R} \alpha;$$

этот избыток давления на выпуклой поверхности сокращает объем шара; равновесие установится, когда $\Delta p = 0$ при $R \rightarrow \infty$, т. е. когда пленка станет плоской.

5. Представим себе, что на жидкость действует лишь молекулярное давление; тогда при равновесии давление установится везде одно и то же

$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \text{const.}$$

Под действием поверхностного натяжения жидкость примет такую форму, при которой поверхность будет минимальна при данном объеме.

Этим двум условиям, между прочим, удовлетворяет форма шара; поэтому-то жидкость в опыте П л а т о принимает форму шара, коль скоро действие силы тяжести уравновешено вследствие равенства

плотностей жидкости и среды, в которую она погружена (закон Архимеда). Точно так же образование капель (например, ртути) обусловлено тем, что действие силы тяжести на небольшие количества жидкости ничтожно по сравнению с молекулярным давлением, которое весьма увеличивается при малых каплях, так как

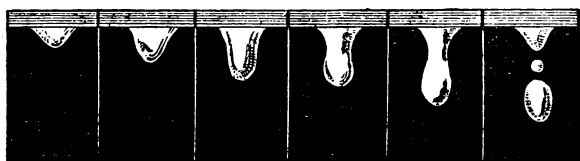


Рис. 345

R_1 и R_2 очень малы в этом случае, а кривизна поверхности очень велика.

Очень удобно наблюдать все стадии образования капли анилинового масла; напомним высокий стакан дистиллированной водой и вольем туда около 60—80 см³ анилинового масла; оно при низких температурах имеет плотность больше, чем вода, поэтому тонет. Станем нагревать воду; когда температура достигнет 80°C, анилин всплывет, плотность его станет меньше плотности воды. Будем поддерживать достигнутую температуру, не повышая ее; анилин,

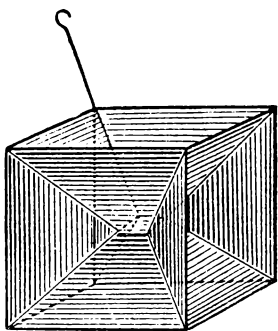


Рис. 346

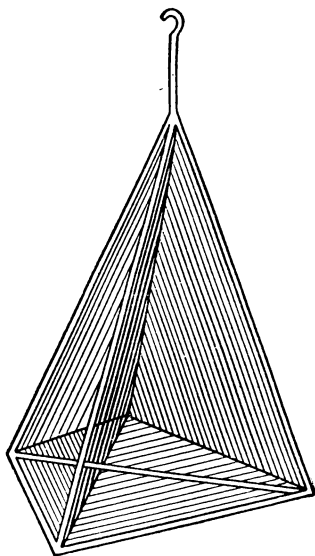


Рис. 347

собравшись на поверхности, охлаждается и падает, постепенно образуя капли разных размеров (рис. 345); ясно видно, как при увеличении объема капли поверхностное натяжение суживает шейку, стремясь заключить жидкость в наименьшую поверхность; при этом происходит разрыв шейки в двух местах — закругляется

как падающая, так и остающаяся часть. Опустившись на дно, анилин нагревается и поднимается, процесс начинается вновь.

В том случае, когда образуются пленки на каркасах (рис. 346, 347), количество жидкости, как и в случае капли, ничтожно; следовательно, вес жидкости мал, а молекулярное давление значительно; жидкость принимает различные формы, в зависимости от вида каркасов и образует на каркасах пленки, поверхности которых удовлетворяют двум поставленным условиям — постоянству молекулярного давления и минимальности поверхностного слоя.

§ 126. Смачивание. Капиллярность

По отношению к твердым телам жидкости разделяются на *смачивающие* (вода и стекло, ртуть и платина) и *несмачивающие* (вода и парафин, ртуть и стекло).

У стенки сосуда молекулы жидкости притягиваются к другим молекулам жидкости с силой f_1 , к стенке — с силой f_2 (рис. 348, а),

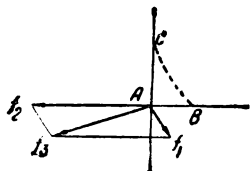


Рис. 348, а

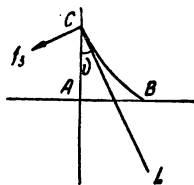


Рис. 348, б

и, кроме того, к молекулам газа над поверхностью. Если последней силой пренебречь, то в зависимости от величины f_1 и f_2 возникает искривление поверхности у стенки.

1. Если $f_1 < f_2$ (рис. 348, а), то равнодействующая направлена к стенке, жидкость у стенки в А поднимается, образовав поверхность с такой кривизной, чтобы равнодействующая сила f_3 двух сил f_1 и f_2 была нормальна к кривой поверхности ВС. Возникает подъем по стенке и наступает равновесие, когда вогнутая поверхность ВС станет нормальна к силе f_3 ; угол АСL между стенкой и касательной CL к поверхности, который образует стенка и поверхность при равновесии, называется *краевым углом* (рис. 348, б).

2. Если $f_1 > f_2$ (рис. 349), т. е. равнодействующая f_3 направлена внутрь жидкости, то на основании тех же соображений жидкость у стенки опустится и образуется выпуклая поверхность ВС.

3. Вдали от стенок жидкость под действием силы тяжести имеет горизонтальную поверхность (рис. 350). Но в капиллярных трубках¹ вся поверхность жидкости образует мениск², имеет изогнутую форму, у смачивающей жидкости — вогнутую поверхность, у несмачивающей — выпуклую (рис. 351). При этом, как показывает

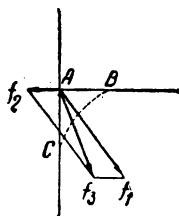


Рис. 349

¹ Капиллярная трубка — очень узкая, от лат. «капиллус» — волос.

² Мениск (лат.) — луночка.

опыт, в первом случае жидкость поднимается по трубке (рис. 352), во втором — стоит ниже, чем в широком сосуде (рис. 353).

4. Высота подъема или опускания жидкости в капиллярных трубках определяется по закону, установленному английским исследователем Д ж у р и н о м (1718 г.). По формуле (7) давление p на вогнутую поверхность внутри трубки выразится так (рис. 354)

$$p = p_0 - \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Полагая $R_1 = R_2 = R$ и принимая кривую поверхность внутри трубки за сферическую, находим

$$p_0 - p = \frac{2\alpha}{R};$$

настолько давление внутри трубки меньше, чем на плоской поверхности вне трубки. Этот избыток давления обуславливает наблюдаемый подъем в капиллярной трубке, смачивающей жидкости. Равновесие наступит тогда, когда давление на площадку S на уровне

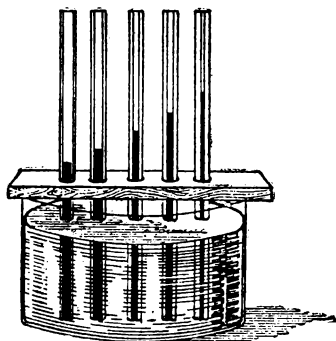


Рис. 352

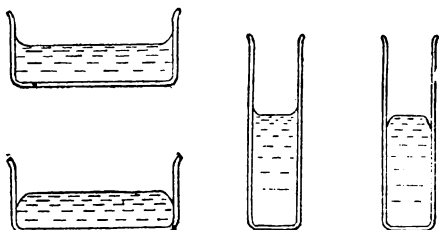


Рис. 350

Рис. 351

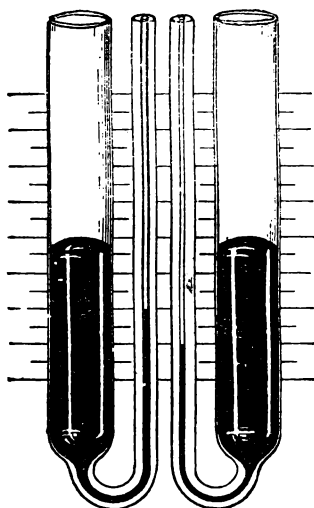


Рис. 353

поверхности жидкости уравновесится весом ее столба, имеющего высоту h и сечение S

$$\frac{2\alpha}{R} S = Sh\rho g; \quad \frac{2\alpha}{R} = h\rho g.$$

Обозначив внутренний диаметр трубки через d , имеем (рис. 354)

$$\frac{d}{2} = R \cos \vartheta; \quad R = \frac{d}{2 \cos \vartheta},$$

поэтому

$$\frac{4\alpha \cos \vartheta}{d} = h\rho g; \quad h = \frac{4\alpha \cos \vartheta}{d\rho g} \quad (8)$$

При прочих равных условиях высота подъема в капиллярной трубке обратно пропорциональна ее диаметру (рис. 352).

Имея в виду закон Архимеда, вместо ρ надо было бы в формуле 8 подставить $\rho - \rho_0$, где ρ_0 — плотность воздуха

$$h = \frac{4\alpha \cos \vartheta}{d(\rho - \rho_0)g}. \quad (8')$$

Как известно, капиллярные подъемы жидкостей играют огромную роль в жизни природы (капиллярные каналы в растениях и животных организмах) и в технике (пористость материалов и т. п.).

5. Если можно считать, что достигнуто полное смачивание (например, дистиллированная

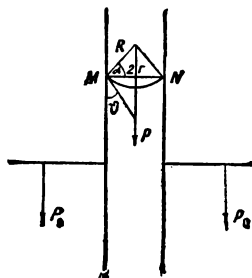


Рис. 354

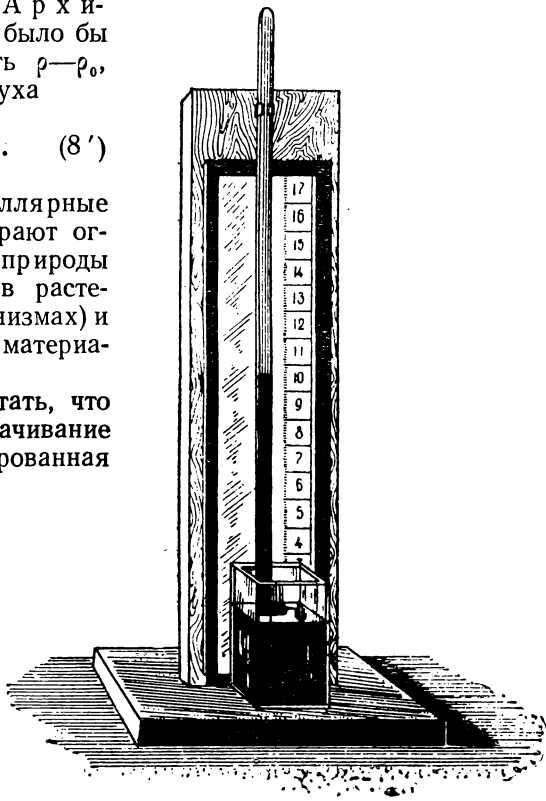


Рис. 355

вода и предельно чистая поверхность стекла), то $\cos \vartheta = 1$, и вывод формулы (8) упрощается.

Силой поверхностного натяжения по окружности сечения трубки $2\pi\alpha$ уравнивается вес поднятой жидкости $Sh\rho g$, отсюда

$$\begin{aligned} 2\pi\alpha &= Sh\rho g; \quad \pi ad = Sh\rho g; \\ ad &= \frac{1}{4} d^2 h\rho g; \\ h &= \frac{4\alpha}{d\rho g}; \quad \alpha = \frac{1}{4} dh\rho g. \end{aligned} \quad (8'')$$

Измеряя подъем h (рис. 355) и заранее зная d и ρ , определяем α . Это один из способов определения коэффициента поверхностного

натяжения; в лабораторной практике разработаны многие методы измерения α . Вот некоторые результаты.

Вещество	$t^{\circ}\text{C}$	α (дн·см ⁻¹)	Вещество	$t^{\circ}\text{C}$	α (дн·см ⁻¹)
Вода	15	73,26	Ртуть	15	491,2
»	20	72,53	»	40	468,2
»	50	67,8	Спирт этиловый	20	22,20
Бензол	12,5	29,86	С ₂ H ₅ ОН		
			Эфир этиловый C ₂ H ₅ O	20	16,49

При повышении температуры α уменьшается для всех жидкостей; при критической температуре $\alpha \rightarrow 0$, и мениск, разделяющий жидкость от ее паров, исчезает.

§ 127. Адсорбция и абсорбция

Свободная энергия поверхностного слоя $W = \alpha \Delta S$ стремится к минимуму. Это стремление реализуется тем, что неуравновешенные молекулярные силы поверхностного натяжения сокращают поверхностный слой, т. е. уменьшают ΔS .

Но из выражения W видно, что уменьшение свободной энергии может быть достигнуто и иным способом, именно уменьшением α . Вода обладает большим поверхностным натяжением ($\alpha \approx 70$ дн·см⁻¹), другие жидкости имеют α от 15 до 2000 дн·см⁻¹ (расплавленные металлы). Примесь некоторых жидкостей к воде уменьшает силу поверхностного натяжения, а значит, и свободную энергию поверхностного слоя этой смеси. *Вещество, которое, будучи примешано к данной жидкости, концентрируясь на поверхности, понижает ее поверхностное натяжение, называется поверхностно-активным по отношению к этой жидкости.* Для воды таковы эфир, мыло; молекулы их образуют на воде тончайшие слои толщиной примерно 10^{-7} см, так что можно считать их мономолекулярными (в одну молекулу). Наоборот, сахар, соли повышают поверхностное натяжение воды.

Очень простой опыт обнаруживает изменение α активным веществом. Погрузим в воду легкий проволочный каркас, он всплывает, но его останавливает поверхностный слой воды, пленку которого он не может прорвать. Стоит только капнуть на поверхность воды эфиром, как каркас всплывает, поверхностное натяжение уменьшилось, и он прорвал поверхностный слой.

Когда смешаны две жидкости, например вода и мыльная вода, то эта система стремится к равновесию, причем уменьшается ее свободная энергия. Растворенное вещество концентрируется на поверхности, причем сильно понижается свободная энергия и система возможно близко подходит к равновесию. *Такое скопление молекул*

активных веществ на поверхности, концентрация их в поверхностном слое жидкости называется адсорбцией¹. Изучение этого явления показывает, что адсорбированное вещество образует на поверхности жидкости мономолекулярный слой или пленку толщиной в одну молекулу, толщина его около $16 \cdot 10^{-8}$ см.

Устойчивость пены и мыльных пленок объясняется явлением адсорбции. На воде пузыри быстро лопаются под действием огромного поверхностного натяжения (рис. 356): пузырь увеличивает поверхность, поверхностное натяжение ее уменьшается. Но если вследствие адсорбции растворенных тел поверхностное натяжение слабо (как в мыльной воде или в желатине) и при этом значительна вязкость раствора, то пузырь становится устойчивым, образуется пена или устойчивая пленка.



Рис. 356

Адсорбция — весьма распространенное явление и всегда наблюдается при соприкосновении газов с жидкостью или твердым телом; вообще адсорбция имеет место на всякой границе раздела фаз. Если твердое тело окружено газом, то на поверхности его образуется тончайший слой уплотненного газа; молекулы газа как бы прилипают к поверхности твердого тела. Особенно заметна адсорбция газов на поверхности пористых тел, таких, которые имеют большую внешнюю поверхность, например уголь, особенно в порошке. Если принять за единицу собственный объем угля, то он поглощает 90 объемов аммиака, 9 объемов кислорода, 55 объемов сероводорода и т. д.

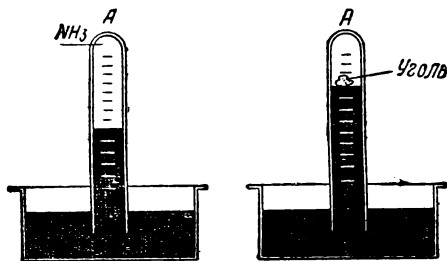


Рис. 357

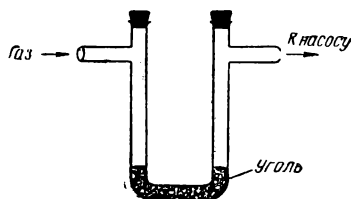


Рис. 358

Есть средства повышать адсорбирующие способности веществ; так, обжиг древесного угля в водяных парах во много раз увеличивает его адсорбцию; такой уголь называется *активированным*, он употреблялся при устройстве противогазов.

Явление адсорбции можно наблюдать при помощи разнообразных опытов; обратим внимание хотя бы на такое простое явление. Соберем в цилиндре А (рис. 357) над ртутью аммиак NH_3 и заметим уровень ртути в цилиндре, определяющий давление газа над ртутью; затем введем в газ уголь; ртуть в цилиндре поднимется, так как

¹ Лат. глагол «сорбере» — втягивать, поглощать.

часть газа будет поглощена углем и давление его уменьшится. Чтобы определить количество поглощенного газа, пропустим газ через уголь в дугообразной трубке (рис. 358); взвешивая трубку до и после опыта, найдем количество поглощенного газа на 1 кг угля.

Для построения теории, которая дала бы объяснение процессу адсорбции, предложен ряд гипотез; они опираются на основное положение, что молекулы во многих случаях можно рассматривать как *электрические диполи*, т. е. как частицы, несущие на своих концах противоположные электрические заряды. В объеме жидкости или твердого тела эти диполи взаимодействуют, притягиваясь своими разноименными полюсами и отталкиваясь одноименными; но на поверхности тела могут оказаться свободные полюсы, к которым и притянутся молекулярные диполи газа, повернувшись так, как показано на грубом и схематическом рисунке 359. На основе этих идей Ленгмюр в США и Б. В. Ильин¹ у нас построили теорию адсорбционных явлений.

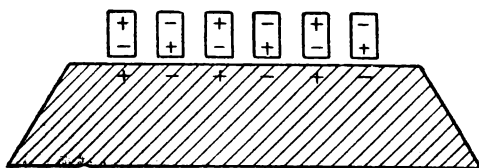


Рис. 359

Молекулярные электрические силы при адсорбции совершают работу, часть потенциальной энергии притяжения переходит в кинетическую энергию молекулярного движения; следовательно, повышается температура системы. При этом повышении температуры выделение теплоты бывает настолько значительно — тысячи калорий на моль адсорбированного газа (например, на моль N_2 —4400 кал, CO_2 —7500 кал и т. д.), что может произойти воспламенение поглотителя. Эти явления зафиксированы в многочисленных случаях самовоспламенения угля, муки и других порошковых веществ.

Молекулы газа, поглощаясь жидкостями и твердыми телами, могут проникнуть за поверхностный слой; не соединяясь химически с молекулами поглотителя, они странствуют между молекулами этого тела. Это явление — *поглощение газа всей массой жидкости* — называется *абсорбцией*². Можно сказать, что при абсорбции газ растворяется в жидкости. При определенной длительности этого процесса наступает статистическое равновесие, при котором число молекул, переходящих в единицу времени из газа в жидкость, равно числу молекул, возвращающихся в газ. *При постоянной температуре абсорбируемое количество газа пропорционально его давлению* (закон Г е н р и³).

¹ Борис Владимирович Ильин (род. в 1888 г.) — советский физик; разработал электрическую теорию адсорбционных сил для полярных веществ.

² Лат. — поглощение.

³ Уильям Генри (1775—1836 гг.) — английский химик. В 1803 г. открыл закон растворимости газов.

Отношение β объема поглощенного газа к объему поглощающей воды называется коэффициентом абсорбции; так, например:

Газ	$t^{\circ}\text{C}$	β	Газ	$t^{\circ}\text{C}$	β
CO_2	15	1,00	N_2	0	0,023
O_2	0	0,049	N_2	20	0,015
O_3	20	0,031	N_2	50	0,011

При повышении температуры коэффициент абсорбции уменьшается; при этом излишки поглощенного газа выделяются; так выделяются пузырьки воздуха при нагревании воды.

Твердые тела тоже поглощают газы; железо сильно поглощает CO , уголь поглощает до двух объемов водорода, платиновая чернь — несколько сот объемов кислорода, наконец, палладий — до 3000 объемов водорода и т. д.

Явления адсорбции и абсорбции происходят вокруг нас в процессах природы. Техника широко пользуется этими явлениями для своих целей; достаточно упомянуть красильное дело, очистку нефтепродуктов, приготовление газированных напитков, очистку питьевой воды и т. д.

Среди этих технических приложений в рудной и угольной промышленности имеет важное значение процесс *флотации*¹. Сущность явления поясняется опытом: возьмем два металлических шарика, поверхность одного из них покроем слоем масла, у другого — поверхность оставим чистой; если бросить эти шарики в газированную воду, то шарик, покрытый маслом, всплывает, а чистый тонет. Причина всплывания шарика в большой адсорбции газа на масле, пузырьки газа покрывают всю его поверхность и создают подъемную силу; поверхность чистого шарика смачивается водой, на ней почти нет адсорбции газа.

Этим пользуется техника, когда нужно отделить «пустую» породу (кварцит, известняк и т. п.) от металла. Всю выработку в измельченном виде погружают в смесь воды и масла и мешалками продолжительное время взмешивают эту «пульпу», чтобы ввести туда воздух и образовать пену. Затем эта смесь отстаивается, части металла всплывают, а порода тонет. Так происходит обогащение руды или угля.

§ 128. Понятие о молекулярно-кинетической теории жидкого состояния

Уравнение В а н - д е р - В а а л ь с а отражает близость жидкостей к газам и непрерывность перехода из жидкого состояния в газообразное. Общим свойством газов и жидкостей является их

¹ Английское flotation — плавание.

текучесть. Мерой текучести является величина, обратная *вязкости*. Однако ряд свойств сближает жидкое состояние с твердым, в особенности *близость величины плотности* в жидком и твердом состоянии около температуры затвердевания. Это указывает на сближенность частиц жидкостей и твердых тел по сравнению с частицами газов. Поэтому вещество в жидком и твердом состоянии называют *конденсированным*.

Молекулярно-кинетическая модель жидкого состояния была разработана советским физиком Я. И. Френкелем. Каждая частица жидкости в течение некоторого времени, называемого *средним временем «оседлой жизни»*, колеблется около среднего положения, находясь в окружении одних и тех же частиц (*«ближний порядок»* в жидкостях). Затем в течение сравнительно короткого времени эта частица перескакивает из исходного положения равновесия в соседнее, причем меняется ее окружение, в результате чего частицы жидкости перемешиваются. *Среднее время «оседлой жизни»* молекулы жидкости обозначим τ , *период* ее колебаний около временного положения равновесия — τ_0 , *энергию активации*, требуемую для перехода молекулы из данного положения в соседнее, обозначим U . Тогда

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{U}{kT}},$$

здесь k — постоянная Б о л ь ц м а н а, T — абсолютная температура. Как видно из этой формулы, время «оседлой жизни» τ очень быстро уменьшается с повышением температуры. Эта модель жидкости показывает черты сходства и различия жидкого состояния от газов и твердых тел; в газообразном состоянии время столкновения частиц ничтожно мало по сравнению с временем свободного пробега молекул. У жидкостей, напротив, время перескока очень мало по сравнению с временем «оседлой жизни» частицы. У *кристаллических твердых тел* существует строгая периодичность в расположении частиц, т. е. *имеется «дальний порядок»*, в то время как у *жидкостей* установлен только непрерывно-изменяющийся *ближний порядок*. От величины средней продолжительности «оседлой жизни» частицы зависит твердость или текучесть тел. Одно и то же тело может вести себя как твердое — *аморфное* — по отношению к воздействиям, продолжительность которых меньше τ , и как жидкость по отношению к медленным воздействиям, значительно превосходящим τ .

Вязкость жидкостей с понижением температуры увеличивается иногда настолько сильно, что они, будучи *переохлаждены*, не успевают кристаллизироваться и *образуют аморфные тела*, которые называют твердыми, хотя они по существу являются *переохлажденными жидкостями*, например стекло, смолы.

Русский физик А. И. Б а ч и н с к и й сформулировал закон вязкости для жидкостей, который хорошо оправдывается

$$\eta = \frac{\text{const}}{V - V_0},$$

где V_0 — минимальный объем жидкости при $T=0^\circ \text{ К}$, $V-V_0$ — свободный объем жидкости.

У некоторых жидкостей, например у воды, молекулы обладают постоянными электрическими дипольными моментами. Взаимодействие между такими молекулами приводит к образованию из них комплексов, состоящих из нескольких молекул. Такие жидкости называются *ассоциированными*, и ассоциацией молекул объясняется ряд аномальных свойств таких жидкостей.

§ 129. Испарение жидкости

Рассмотрим ряд явлений, которые макроскопически описывают переход из жидкого состояния в газообразное и обратно.

1. На поверхности жидкости всегда, при всякой температуре, происходит парообразование; этот процесс называется *испарением*. Жидкость и пар над ней есть система, состоящая из двух физически разделяемых частей — фаз.

Всякая часть системы веществ, которую можно из нее выделить физически или механически (но не химически), называется *фазой*; так, жидкость и ее пар — две фазы: жидкая и газообразная; вода, ее пар и лед — три фазы; раствор и находящиеся в нем кристаллы — две фазы и т. д.

2. Если испарение происходит в ограниченный объем, например в закрытом котле при постоянном объеме, то постепенно в этом объеме увеличивается количество пара и независимо от того, чем он наполнен, возрастает плотность и давление пара; пока длится подобный процесс, над жидкостью находится *ненасыщенный пар*.

Затем наступает *стадия равновесия жидкости и пара*, которая называется *состоянием насыщения*. С внешней стороны это состояние характеризуется прежде всего тем, что давление пара достигает некоторого максимума p , более не возрастает и может измениться только при изменении температуры. Пар, имеющий максимальное давление при данной температуре, называется *насыщенным паром*. Кинетическая картина этого состояния становится понятной, если представим себе, что над жидкостью до наступления равновесия протекают два противоположных процесса: 1) процесс испарения, который при данных условиях (внешнем давлении H и температуре t°) происходит с данной поверхности S с постоянной скоростью q в г/сек, определяемой приближенно законом испарения, установленным Д а л ь т о н о м

$$q = a \frac{S(p - f)}{H},$$

где p — давление насыщенных паров при температуре t ; f — давление паров, действительно существующих над жидкостью;

a — коэффициент, характеризующий вещество; 2) процесс конденсации, который заключается в том, что пар, находящийся над жидкостью, вновь отчасти обращается в жидкость, конденсируется. По мере возрастания, вследствие испарения, плотности и давления пара f над жидкостью, ускоряется и процесс конденсации. Когда скорости испарения и конденсации станут равны, дальнейшее возрастание давления пара не будет иметь места, оно получает наибольшую величину, $f=p$, процесс испарения останавливается. Но из предыдущего ясно, что при этом устанавливается равновесие между жидкостью и паром: испарение продолжается, но оно уравнивается или компенсируется обратным процессом — конденсацией. Насыщенный пар находится в равновесии с жидкостью, из которой он образовался; обозначив массу одной из фаз (жидкой или газообразной) через m , можем выразить условие этого равновесия так:

$$\frac{dm}{d\tau} = 0,$$

где τ — время.

При повышении температуры равновесие нарушается, увеличивается масса газообразной фазы и растет давление пара; при понижении температуры — наоборот, увеличивается масса жидкой фазы (происходит конденсация пара), падает давление пара.

Реньо (1847 г.) составил обширные таблицы, в которых даны давления насыщенного пара воды p в миллиметрах ртутного столба при разных температурах $t^{\circ}\text{C}$. Часть этих таблиц здесь приводится.

$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.	$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.	$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.	$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.	$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.	$t^{\circ}\text{C}$	p мм рт. ст.
—9	2,3	1	4,9	11	9,8	21	18,4	40	54,9	104	875,4
—8	2,5	2	5,3	12	10,5	22	19,7	50	92,0	105	906,4
—7	2,7	3	5,7	13	11,2	23	20,9	60	148,8	106	938,3
—6	2,9	4	6,1	14	11,9	24	22,2	70	233,1	107	971,1
—5	3,1	5	6,5	15	12,7	25	23,6	80	354,6	120	1411,3
—4	3,4	6	7,0	16	13,5	26	25,0	90	525,5	130	2030,3
—3	3,6	7	7,5	17	14,4	27	26,5	100	760,0	140	2717,6
—2	3,9	8	8,0	18	15,4	28	28,1	101	786,0	150	3581,2
—1	4,3	9	8,6	19	16,4	29	29,8	102	816,0	160	4651,6
0	4,6	10	9,2	20	17,4	30	31,6	103	845,3	200	11689,0

Для сравнения дается здесь же давление p насыщенных паров иных жидкостей.

$t^{\circ}\text{C}$	Спирт	Эфир	Ртуть	Бензин	Нафталин
0	13 мм рт.ст.	185 мм рт.ст.	0,0004 мм рт.ст.	26,5 мм рт.ст.	0,02 мм рт.ст.
20	44 »	442 »	0,0013 »	74,1 »	0,08 »
50	221 »	1276 »	0,02 »	288,3 »	0,81 »
100	1695 »	4859 »	0,28 »	1344 »	18,5 »

Таким образом, максимальное давление паров ртути при 50°C таково же, как паров нафталина при 0°C , а максимальное давление паров эфира при 100°C в шесть с лишним раз больше давления паров воды при той же температуре. Заметим, что так называемая

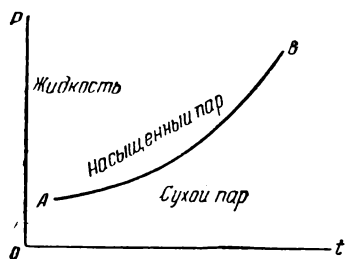


Рис. 360

«торическая пустота» в барометре заполнена насыщенным паром ртути.

Нанося соответствующие значения t и p для насыщенного пара данной жидкости на оси координат, строим кривую AB (рис. 360), графически изображающую ход изменения давления насыщенного пара в зависимости от температуры. Эта кривая насыщения $p=f(t)$ отделяет жидкую фазу от газообразной; каждая точка этой кривой определяет сочетание таких значений p

и t , при которых возможно существование насыщенного пара или равновесие газообразной и жидкой фазы.

§ 130. Кипение жидкости

Нагревая жидкость, увеличиваем кинетическую энергию ее частиц, изменяем ее внутреннюю энергию, преобразовывая связи между молекулами. В результате этого процесса прежде всего усиливается испарение и повышается температура жидкости; при этом парообразование происходит не только на поверхности жидкости, но и во всяком пузырьке воздуха или пара (рис. 361), который находится внутри жидкости. По мере роста температуры усиливается испарение и возрастает давление внутри пузырька, пока, наконец, при некоторой определенной температуре ϑ это давление становится равным внешнему давлению

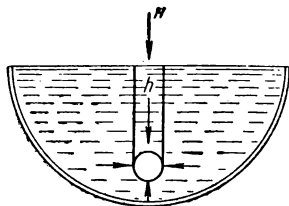


Рис. 361

$$p = N + h,$$

где N — давление воздуха и пара над жидкостью, h — давление столба жидкости над пузырьком. Тогда пузырек с паром вылетает из жидкости; началось парообразование во всей массе жидкости, называемое **кипением**.

Из этих наблюдений вытекает два закона кипения:

1. Кипение начинается тогда, когда достигается температура, при которой давление насыщенного пара жидкости равно внешнему давлению.
2. В течение всего процесса кипения эта температура остается постоянной.

Насыщенный пар и жидкость — две фазы, находящиеся в динамическом равновесии; приток энергии извне идет лишь на самый

процесс парообразования, а не на увеличение кинетической энергии молекул.

Жидкость может кипеть при разных температурах, в зависимости от внешнего давления. Известно, что под колоколом воздушного насоса вода может кипеть при комнатной температуре (15—20° С), если давление под колоколом будет 10—15 мм рт. ст.; можно даже заморозить часть этой воды, так как энергия, необходимая для поддержки кипения под колоколом воздушного насоса, отнимается у остальной массы жидкости, внутренняя энергия которой вследствие этого быстро падает. Наоборот, при повышении внешнего давления, например при нагревании жидкости в закрытом котле (котел П а п и н а), температура кипения возрастает. Итак,

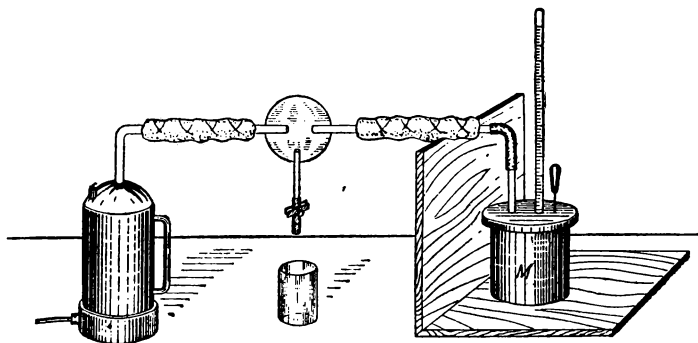


Рис. 362

температура кипения данной жидкости определяется существующим внешним давлением: жидкость кипит, когда давление ее пара при данной температуре равно внешнему давлению.

Когда началось кипение, притекающая теплота затрачивается на поддержку на данном уровне внутренней энергии жидкости и на внешнюю работу, если она производится (например, на работу расширения пара).

Число $\lambda_{2,3}$ калорий¹, которое нужно затратить, чтобы 1 г жидкости обратить в пар, называется *теплотой парообразования (или скрытой теплотой парообразования)*.

Для определения $\lambda_{2,3}$ существуют хорошо разработанные калориметрические методы (рис. 362). Обычное уравнение теплового баланса в этом случае имеет вид

$$\lambda_{2,3} \cdot m + m (\vartheta - t_0) = M (t_0 - t);$$

здесь m — масса конденсированного в змеевике калориметра пара, M — водяной эквивалент калориметра, t — температура воды в

¹ Мы будем обозначать твердое состояние индексом 1, жидкое — 2, газообразное — 3; $\lambda_{2,3}$ обозначает теплоту перехода из жидкости в пар.

калориметре, ϑ — температура кипения, t_0 — общая температура калориметра после конденсации пара.

Приведем здесь температуры кипения ϑ некоторых жидкостей при нормальном давлении и их теплоты парообразования λ_{23} при этих температурах.

Вещество	ϑ	λ_{23}	Вещество	ϑ	λ_{23}
Гелий	—271,25	5,52	Вода	100°	539,1
Водород	—259	109,0	Спирт	78,4	207,0
Ртуть	357	68,7	Эфир	35,6	88,39
Кадмий	778	240	Нафталин	218	82,58

Теплота парообразования имеет для данного вещества разные значения при разных температурах; так, для воды при 0° С $\lambda_{23}=597,3 \text{ кал/г}$; при 50° С $\lambda_{23}=568,9 \text{ кал/г}$; при 100° С $\lambda_{23}=539,1 \text{ кал/г}$; при 200° С $\lambda_{23}=463,4 \text{ кал/г}$; при 300° С $\lambda_{23}=335,1 \text{ кал/г}$; при 374° С $\lambda_{23}=35 \text{ кал/г}$. В критическом состоянии $\lambda_{23}=0$.

§ 131. Молекулярно-кинетическая теория парообразования

Испарение, постоянно происходящее с поверхности жидкости, заключается в том, что отдельные молекулы, обладающие скоростями, большими средней, выходят из сферы притяжения других частиц и образуют над жидкостью ее пар. Следовательно, процесс парообразования обусловлен работой против сил поверхностного натяжения, которая совершается за счет кинетической энергии переходящих в пар молекул.

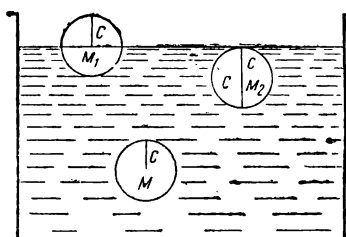


Рис. 363

Вследствие ухода из жидкости наиболее быстрых молекул средняя энергия молекул поверхностного слоя жидкости уменьшается; поверхностный слой жидкости охлаждается, и этот процесс охлаждения распространяется на всю жидкость. Для поддержания интенсивного парообразования необходимо, чтобы жидкость получала теплоту извне; только при притоке энергии в форме теплоты извне кинетическая энергия молекул будет поддерживаться на той высоте, которая необходима для работы против сил поверхностного слоя жидкости.

Рассмотрим, как можно вычислить эту работу. Если молекула M_1 находится на самой поверхности жидкости (рис. 363), то работа против молекулярных сил Ван-дер-Ваальса должна быть произведена на расстоянии c , т. е. на расстоянии радиуса сферы

молекулярного действия. Обозначим через W_1 работу, затраченную на расстоянии c при проходе через поверхностный слой одной молекулы; тогда

$$W_1 = f c.$$

Молекулярное давление на 1 см^2 поверхности

$$p_1 = \frac{a}{V^2},$$

а на сечение молекулы в поверхностном слое приходится сила f

$$f = p_1 \pi \frac{d^2}{4} = \frac{a}{V^2} \pi \frac{d^2}{4},$$

где d — диаметр молекулы. Поэтому

$$W_1 = p_1 \pi \frac{d^2}{4} c = \pi \frac{a}{V^2} \cdot \frac{d^2}{4} c = \pi a q^2 \frac{d^2}{4} c. \quad (1)$$

Такова работа, которая происходит во время процесса испарения при выходе одной молекулы из сферы действия других молекул, причем в начале процесса эта молекула находилась на самой поверхности жидкости.

Возьмем молекулу в глубине жидкости (например, M , рис. 363); равнодействующая всех действующих на нее сил в этом ее положении равна нулю; лишь после перемещения ее при хаотическом молекулярном движении в положение M_2 дальнейшее движение вверх до поверхности на расстоянии c потребует работы на этом пути, которая уже выражена формулой (1); поэтому, для того чтобы молекула M при процессе парообразования поднялась до поверхности (в положение M_2 , рис. 363) и затем еще прошла расстояние c , освободившись от действия других молекул, нужна работа

$$W_2 = 2W_1; \quad W_2 = \pi a q^2 \frac{d^2}{2} c. \quad (2)$$

Перейдем от одной молекулы к n молекулам, находящимся в 1 см^3 жидкости; работа W , затрачиваемая на перенесение всех этих n молекул из недр жидкости за пределы сферы молекулярного действия, т. е. на обращение в пар 1 см^3 жидкости, выразится так

$$W = nW_2; \quad W = \frac{\pi}{2} a q^2 d^2 c n. \quad (3)$$

Если можно установить для данной жидкости значение a из уравнения Ван-дер-Ваальса и n , q и d , то полагая $c = 10^{-7} \text{ см}$, можем вычислить работу W — работу испарения 1 см^3 жидкости.

Процесс испарения, т. е. парообразования на поверхности, как было указано, происходит все время, при всякой температуре $t \leq \vartheta$, где ϑ — температура кипения; все большие и большие порции

жидкости обращаются в пар. Скорость испарения разных жидкостей не одинакова и зависит от свойств самих жидкостей (ртуть, масло, спирт, эфир); молекулы разных жидкостей имеют разные скорости при прочих равных условиях, а значит, кинетическая энергия их различна. При испарении могут оставить жидкость только те молекулы, кинетическая энергия которых превышает работу испарения. В соответствии с этим можно записать условие, необходимое для отрыва от поверхности одной молекулы в пространство над жидкостью, которое удовлетворяет следующему неравенству

$$\frac{mv^2}{2} > W.$$

Из приведенного неравенства вытекает, что все молекулы, скорости которых больше некоторого значения

$$v > \sqrt{\frac{2W}{m}}, \quad (4)$$

могут покинуть жидкость и стать молекулами пара, а молекулы с меньшей скоростью возвращаются обратно в жидкость.

Таков нижний предел скорости, при котором молекула сможет перейти в область пара; определение v , как видим, сводится к определению W .

Давление пара над жидкостью зависит от вида поверхности жидкости; *давление насыщенного пара над выпуклой поверхностью больше, а над вогнутой меньше, чем над плоской.*

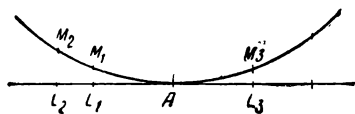


Рис. 364

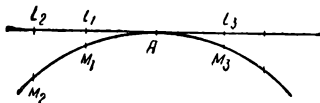


Рис. 365

Работа выхода молекулы A (рис. 364) из вогнутой поверхности больше, чем для той же частицы из плоской поверхности; так как молекулы M_1, M_2, M_3, \dots ближе к A , чем молекулы плоского слоя L_1, L_2, L_3, \dots и потому их действие на молекулу A сильнее, чем молекул L_1, L_2, L_3, \dots . Поэтому работа выхода из вогнутой поверхности больше, чем из плоской, в единицу времени отделяется меньше молекул, чем с плоской, и потому давление пара будет меньше.

Обратно, для молекулы A на выпуклой поверхности (рис. 365) молекулы M_1, M_2, M_3, \dots дальше от A , чем молекулы L_1, L_2, L_3, \dots плоской поверхности; поэтому действие их на A и работа выхода меньше, чем из плоской поверхности. Поэтому с выпуклой поверхности в единицу времени отделяется больше молекул, чем с плоской, почему давление пара над выпуклой поверхностью больше, чем над плоской.

При этом рассуждении нужно помнить, что Ван-дер-Ваальсовы силы очень сильно зависят от расстояния, почему и незначительные разности расстояний молекул M и L имеют большое значение при учете действия этих сил.

У. Т о м с о н в 1870 г. вывел формулу, определяющую изменение давления Δp над выпуклой и вогнутой поверхностью,

$$p \pm \Delta p = p \pm \frac{2\alpha q_0}{R(q - q_0)} ;$$

здесь p — давление насыщенного пара над плоской поверхностью жидкости, q_0 — плотность этого пара, q — плотность жидкости, R — радиус кривизны поверхности, α — коэффициент поверхностного натяжения.

В этом изменении давления пара в зависимости от характера поверхности еще раз сказывается многосторонняя зависимость парообразования от свойств поверхностного слоя жидкости.

§ 132. Водяной пар, его диаграммы и характеристики

Рассмотрим вопрос, имеющий большое техническое значение, об образовании водяного пара.

Имеем в цилиндре под поршнем (рис. 366) 1 кг воды при 0°C под давлением p , которое в частном случае может быть равно атмосферному; при этих условиях приблизительно можем принять $V_0 = 1 \text{ л} = 0,001 \text{ м}^3$. При нагревании воды происходят следующие процессы.

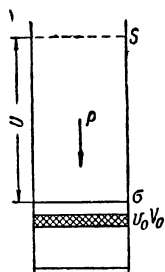


Рис. 366

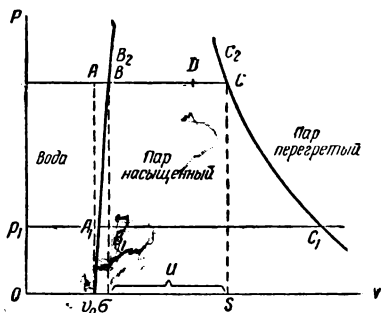


Рис. 367

1. Температура воды повышается и постепенно приближается к температуре кипения при данных условиях ϑ . При этом происходит незначительное расширение воды от V_0 до объема σ (рис. 367); практически можно полагать

$$\sigma = V_0.$$

Р е н о дал эмпирическую формулу для вычисления того числа калорий q , которое идет на нагревание 1 кг воды от 0°C до температуры кипения ϑ

$$q = \vartheta + 0,00002\vartheta^2 + 0,0000003\vartheta^3.$$

Это то количество теплоты, которое сообщается воде, чтобы довести ее до кипения; оно идет на увеличение кинетической энергии молекул воды, т. е. на повышение ее температуры, и отчасти на работу против сил, связывающих молекулы, но не на испарение; поэтому количество q называется *теплотой жидкости* (воды). Приближенно для воды $q \approx \vartheta$.

2. При повышении температуры испарение ускоряется вследствие того, что общая кинетическая энергия молекул возрастает. Когда температура поднялась до ϑ° , начинается кипение, парообразование во всей массе жидкости; как известно, давление пара p при этом становится равным внешнему давлению. Температура жидкости при данном давлении p остается постоянной во все время процесса кипения; притекающая энергия затрачивается: 1) на работу против молекулярных связей поверхностного слоя; обозначим эту часть энергии на 1 кг жидкости через q_1 ; 2) на работу против внешнего давления p (давление атмосферы, поршня и т. д.); при этом объем пара возрастает в течение всего процесса кипения от σ до S (рис. 367): $S - \sigma = u$; таким образом, эта работа выразится (в килокалориях на 1 кг жидкости) так

$$q_1 = p(S - \sigma); \quad q_1 = pu. \quad (5)$$

Полное количество энергии, затраченное на обращение в пар 1 кг жидкости, называется *теплотой парообразования* (или «скрытой теплотой парообразования») $\lambda_{2,3}$; тогда

$$\lambda_{2,3} = q + q_1 = q + pu. \quad (6)$$

Для воды на основании современных экспериментальных исследований при $p=1$ атм и $\vartheta=100^\circ$ С принимают $\lambda_{2,3}=539$ ккал/кг. Зная из таблиц объем пара u , можно вычислить для тех же условий $q_1 = pu = 39,9$ ккал; таким образом, определим q — энергию, которая затрачивается собственно на парообразование, на работу против молекулярных сил, т. е. $W = 2W_s$ (формула 3), где W_s — работа против сил поверхностного слоя при испарении 1 см³ жидкости, масса которой в 1 см³ равна ϱ . Имеем

$$2W_s = \varrho q,$$

где $q = 539 - 39,9 \approx 500$ (кал); плотность воды при 100° С $\varrho = 0,95838$ г/см³; можем положить $\varrho = 1$ г/см³; находим значение W_s :

$$W_s = \frac{4,19 \cdot 10^7 \cdot 500}{2} = 1047,5 \cdot 10^7 \left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3} \right);$$

можно принять

$$W_s = 1,05 \cdot 10^{10} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}. \quad (7)$$

Найдено значение W_s — той работы, которую надо затратить, чтобы молекулы в объеме 1 см³ оторвать от поверхностного слоя жидкости и перенести в область пара над жидкостью.

Формула (1) устанавливает связь между работой испарения W , и молекулярным давлением, определяемым силами Ван-дер-Ваальса p_1 ,

$$W = 2W_s = \frac{\pi}{2} n a q^2 d^2 c;$$

$$W_s = \pi n p_1 \frac{d^2}{4} c; \quad 1,05 \cdot 10^{10} = \pi n p_1 \frac{d^2}{4} c.$$

Отсюда можем определить значение молекулярного давления поверхностного слоя воды p_1 ,

$$p_1 = \frac{1,05 \cdot 10^{10}}{\pi n \left(\frac{d}{2}\right)^2 c}. \quad (8)$$

Подставим значения:

1. n — число молекул в 1 см^3 воды

$$n = \frac{N_0}{\mu},$$

где $N = 6,025 \cdot 10^{23}$; $q \approx 1$; $\mu = 18 \text{ г}$ (грамм-молекула воды)

$$n = \frac{6,025 \cdot 10^{23}}{18}.$$

$$2. \quad \frac{d}{2} \approx 10^{-8} \text{ см.}$$

$$3. \quad c \approx 10^{-7} \text{ см.}$$

Вычисление дает

$$p_1 \approx 10^{10} \frac{\text{дн}}{\text{см}^2} = 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 10\,000 \text{ ат.}$$

Это и есть огромное молекулярное давление поверхностного слоя воды. Так же можно вычислить молекулярное давление поверхностных слоев других жидкостей.

Определим v — скорость тех молекул, которые при 100°С способны совершить переход через поверхностный слой, т. е. скорость тех молекул, которые образуют пар (форм. 4, 7),

$$v > \sqrt{2W_s q^{-1}};$$

$$v > \sqrt{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{10} \cdot 1}; \quad v > 1,45 \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}.$$

Вообще скорости отдельных молекул могут быть выше и ниже этого значения.

Вышеизложенная теория дает картину молекулярных явлений, течение которых обуславливает ход макроскопических явлений испарения и кипения. Установлены связи между макроскопическими, экспериментально определяемыми величинами, каковы λ_{23} , q , q , p , t , характеризующими парообразование, и микроскопическими молекулярными характеристиками этого явления.

§ 133. Пар насыщенный, сухой и перегретый

Пока давление остается постоянным p , температура кипения тоже постоянна ϑ . Следовательно, при этом условии кипение есть процесс одновременно изобарический и изотермический. На диаграмме (рис. 367) изобарические прямые BDC , B_1C_1 , ..., соответствующие давлениям p , p_1 , ..., есть в то же время изотермы. Точка B обозначает начало кипения, в ней мы имеем 1 кг жидкости (воды); процесс кипения продолжается до точки C . В течение этого процесса имеем жидкость, над нею пространство, занятое паром, с давлением p ; этот пар расширяется, совершая внешнюю работу; давление его должно было бы упасть, но вновь испарившиеся порции жидкости поддерживают ту же плотность пара и то же давление и в этом увеличенном объеме.

Этот пар называем, как и при испарении с поверхности, *насыщенным*.

Соединяя точки V_0 , B , ... на диаграмме (рис. 367), построим кривую, разграничивающую жидкость и насыщенный пар при разных внешних давлениях; точно так же построим кривую C_1CC_2 — границу насыщенного пара при разных давлениях. Видим, что эти кривые идут друг другу навстречу и где-нибудь сойдутся. Установлено, что встречаются они в точке, называемой *критической*.

Направления хода кривых $B_1BB_2...$ и $C_1CC_2...$ обусловлены следующими явлениями:

а) по мере повышения давления повышается температура кипения, поэтому жидкость до наступления кипения успеет сильнее расшириться; начало кипения будет не в B_1 , в B и т. д.

б) при более высоком давлении плотность насыщенного пара увеличивается, он занимает при этом меньший объем, характеризующий, например, не точкой C_1 , а точкой C .

Заметим, что масштаб построения диаграммы (367) неправильный; приращение объема жидкости до кипения $\sigma = V_0$ едва достигает 4% первоначального объема V_0 , а приращение объема пара $u = S - \sigma$ при нормальном внешнем давлении в 1600 раз больше V_0 .

Если взять на изобаре BC какую-нибудь точку D , то в этой стадии процесса парообразования из 1 кг воды часть уже испарилась, положим x ($x < 1$), а воды еще осталось $(1-x)$; имеем *две фазы* — жидкость и пар. Количество пара x , приходящееся на 1 кг смеси воды и пара в точке D , называется *паросодержанием* в этой точке процесса; количество еще оставшейся жидкости $(1-x)$ называется *влажностью*. Ясно, что в точке B имеем $x=0$; в точке C имеем одну фазу — весь 1 кг жидкости перешел в пар, и он занял объем S ; при этом $x=1$ кг; влажность этого пара в точке C равна нулю, такой пар называется *сухим*. Поэтому количеству теплоты λ_{22} можно дать такое определение: *теплотой парообразования мы называем то число калорий λ_{22} , которое нужно для обращения 1 кг жидкости в сухой пар*.

Если к λ_{2s} прибавим количество теплоты q , которое затрачено, чтобы температуру 1 кг жидкости повысить от 0°C до температуры кипения ϑ , то найдем число калорий λ , которое называется *полной теплотой сухого пара*

$$\lambda = q + \lambda_{2s}. \quad (9)$$

Мы проследили весь процесс парообразования от жидкости (точка A , рис. 367) до сухого пара (точка C). Обратно, идя от точки C до точки A , можно также рассмотреть процесс сжижения, или конденсации сухого пара в жидкое состояние.

Дальнейшее нагревание сухого пара (например, в змеевиках, которые устраиваются в кладке котла) повышает его температуру; получается *перегретый пар* (за точкой C направо, рис. 367), который при том же давлении p имеет более высокую температуру $t_1 > \vartheta$, чем пар насыщенный.

Перегретый пар играет огромную роль в современной теплотехнике. Во-первых, он имеет большую внутреннюю энергию, чем пар насыщенный, во-вторых, и это особенно важно, он далек от точки конденсации; всякое понижение температуры насыщенного пара (например, при соприкосновении с холодными стенками цилиндра) ведет его к частичной конденсации, между тем понижение температуры перегретого пара не переводит его в жидкость, а лишь приближает к точке конденсации C . Оба эти обстоятельства благоприятно отражаются на коэффициенте полезного действия паровой турбины.

§ 134. Вычисление энтропии водяного пара

Рассмотрим вычисление энтропии водяного пара.

При нагревании 1 кг воды от 0°C до ϑ —температуры кипения—затрачено количество теплоты q

$$dq = c_p dT.$$

Изменение энтропии при этом процессе обозначим ΔS_1

$$\Delta S_1 = \int_{273}^{\vartheta+273} \frac{dq}{T} = \int_{273}^{\vartheta+273} \frac{c_p dT}{T}.$$

Приблизительно полагая для воды $c_p = 1$, находим

$$\Delta S_1 = \ln \frac{\vartheta + 273^\circ}{273^\circ}. \quad (a)$$

Таково увеличение энтропии воды при нагревании ее от 273° до $\vartheta + 273^\circ$.

При дальнейшем нагревании начинается парообразование, получается смесь насыщенного пара и воды. Пусть имеем в 1 кг смеси x пара и $(1-x)$ воды, при изотермическом процессе перехода x воды

в насыщенный пар затрачивается $\lambda_{23}x$ калорий; поэтому изменение энтропии выразится так

$$\Delta S_2 = \int_0^x \frac{dQ}{\vartheta + 273} = \int_0^x \frac{\lambda_{23} dx}{\vartheta + 273} = \frac{\lambda_{23} x}{\vartheta + 273}. \quad (б)$$

Таким образом, полное изменение энтропии при нагревании 1 кг воды от 0°C до указанной стадии выразится так

$$\Delta S_3 = \Delta S_1 + \frac{\lambda_{23} x}{\vartheta + 273}. \quad (в)$$

Энтропия 1 кг сухого пара получится из предыдущей формулы при $x=1$

$$\Delta S_3 = \Delta S_1 + \frac{\lambda_{23}}{T_1}. \quad (г)$$

Здесь $T_1 = 273 + \vartheta$ есть абсолютная температура кипения.

Энтропия перегретого пара, если допустить, что c_p есть среднее значение теплоемкости пара в интервале от T_1 до температуры перегрева T_2 , равна

$$dS = \frac{dq}{T} = \frac{c_p dT}{T};$$

$$\Delta S_4 = c_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (д)$$

Итак, полное изменение энтропии ΔS пара и воды в интервале от $273^\circ (0^\circ)$ до температуры перегрева T_2 выразится так

$$\Delta S = \ln \frac{T_1}{T_0} + \frac{\lambda_{23}}{T_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (е)$$

Вычисление энтропии играет важнейшую роль в современной теплотехнике и потому значения энтропии S и $\frac{\lambda_{23}}{T_1}$ даются в таблицах водяного пара для разных изотерм и изобар.

Ввиду большого применения водяного пара в технике составлены таблицы, которые дают числовые значения величин, характеризующих состояние пара. В основании этих таблиц лежат исследования Реньо, о которых неоднократно было уже упомянуто. Шюле, Молье, у нас А. А. Радциг, М. П. Вукалович¹ и другие разработали обширные таблицы, которые дают теплотехнике все сведения о водяном паре, как о рабочем веществе современных двигателей.

Опытное определение этих величин требует экспериментаторского искусства и специально организованных лабораторий; таков, например, Теплотехнический институт в Москве.

¹ М. П. Вукалович. Термодинамические свойства воды и пара. Таблицы и диаграммы, Машгиз, 1950.

§ 135. Энтروпийные диаграммы. Уравнение Клапейрона—Клаузиуса

Наряду с диаграммами pV (рис. 368), дающими работу W в течение процесса, в теплотехнике играют огромную роль энтропийные диаграммы TS , дающие количество теплоты Q , циркулирую-

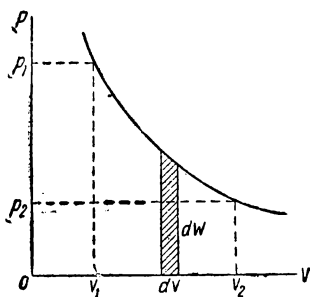


Рис. 368

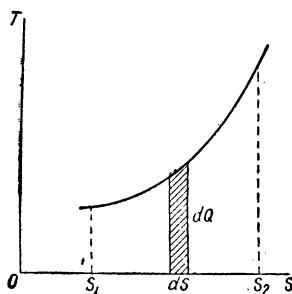


Рис. 369

щее в течение процесса, когда энтропия изменяется от S_1 до S_2 (рис. 369). При обратимом процессе

$$dQ = TdS; \quad Q = \int_{S_1}^{S_2} TdS.$$

Энтропийные диаграммы — мощное оружие теплотехники при расчетах.

Рассмотрим частные случаи.

1. *Изотермический процесс* (рис. 370). $dT=0$; $T=\text{const.}$

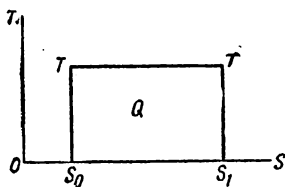


Рис. 370

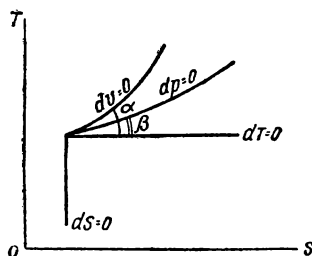


Рис. 371

Очевидно, количество теплоты, полученное при этом процессе, $Q = T(S_1 - S_0) = \text{площади } S_0 T T S_1$.

2. *Адиабатический процесс* $dQ=0$ и $Q=0$. При обратимом адиабатическом процессе $dS = \frac{dQ}{T} = 0$, т. е. $S = \text{const.}$ Следовательно, в диаграмме TS адиабата идет параллельно оси ординат (рис. 371).

3. Для *изохорического процесса* (рис. 371) $dV=0$

$$dS = c_V \frac{dT}{T}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{dT}{dS} \right)_V = \frac{T}{c_V}.$$

4. Для *изобарического процесса* (рис. 371) $dp=0$

$$dS = c_p \frac{dT}{T}; \quad \operatorname{tg} \beta = \left(\frac{dT}{dS} \right)_p = \frac{T}{c_p}.$$

Следовательно,

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{c_p}{c_V} = \gamma > 1, \text{ т. е. } \alpha > \beta.$$

5. Цикл Карно изображается в диаграмме TS в форме прямоугольника (рис. 372).

Очевидно площадь прямоугольника равна $Q_1 - Q_2 = W$, где Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, переданное рабочим веществом холодильнику; W — работа цикла Карно, выраженная в единицах количества теплоты.

Коэффициент полезного действия цикла Карно, как известно, равен

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

6. Энтропия смеси газов, по теореме Гиббса, равна сумме энтропий отдельных газов при том условии, когда при одной и той же температуре каждый из газов, образующих смесь, занимает объем смеси.

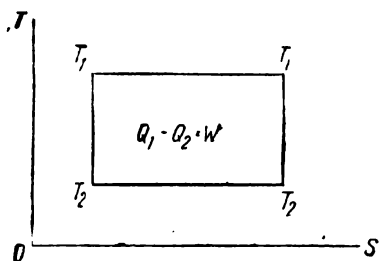


Рис. 372

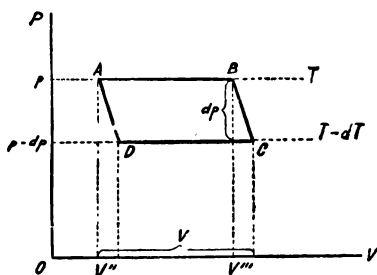


Рис. 373

Заметим еще, что процесс диффузии является необратимым. Поэтому при смешении газов путем диффузии энтропия возрастает.

7. Применение цикла Карно к процессу парообразования для воды приводит к уравнению Клапейрона — Клаузиуса, управляющему всеми явлениями перехода вещества из одного агрегатного состояния в другое.

Пусть 1 кг воды совершает цикл Карно между температурами $T = t + 273^\circ$ и $T_1 = (t + 273^\circ) - dt$ (рис. 373).

При первой стадии AB происходит *изотермическое и изобарическое* обращение воды в объеме V'' в пар и расширение пара до объема V''' , причем $V''' - V'' = V$, в точке B вся вода обращена в пар и ей сообщена скрытая теплота парообразования λ_{23} , калорий $= Q_0$.

При второй стадии BC пар *адиабатно расширяется*. Температура его падает на dT и давление уменьшается на dp .

Третья стадия CD соответствует *изотермическому сжатию* при температуре $T - dT$ и при постоянном давлении $p - dp$ отводится к холодильнику теплота Q_1 и часть пара вновь обращается в воду.

Четвертая стадия состоит в *адиабатном сжатии* DA с повышением температуры до T и давления до p ; пар весь обращен в воду.

Для коэффициента полезного действия этого цикла K_{apn} имеем два выражения

$$\eta = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = \frac{T - T_1}{T} = \frac{dT}{T};$$

$Q_0 - Q_1 = W = (\text{площадь } ABCD) = Vdp$; $Q = \lambda_{23}$, где λ_{23} — скрытая теплота парообразования.

Отсюда уравнение

$$\frac{Vdp}{\lambda_{23}} = \frac{dT}{T};$$

иначе:

$$\lambda_{23} = T(V''' - V'') \frac{dp}{dT}.$$

Таково дифференциальное уравнение Клапейрона — Клаузиуса, интегрирование которого дает зависимость между температурой и давлением насыщенного пара.

Однако интегрирование его возможно только при некоторых упрощающих предположениях. Известно, что скрытая теплота парообразования λ_{23} с ростом температуры убывает и в критической точке приближается к нулю. Проще всего принять $\lambda_{23} = \lambda_0 - aT$.

Удельный объем насыщенного пара V''' в тысячу с лишним раз больше объема воды V'' . Поэтому можно принять $V''' - V'' \approx V'''$ и распространить на насыщенный пар уравнение состояния идеальных газов $pV''' = RT$. После интегрирования получится формула зависимости давления насыщенного пара от температуры

$$\ln p = \frac{A}{T} + B \ln T + C,$$

где A , B , C — числовые коэффициенты, определяемые экспериментально. Это уравнение Кирхгофа¹ оправдывается до критической температуры с точностью до 3%.

¹ Густав Роберт Кирхгоф (1824—1887 гг.) — немецкий физик; установил законы разветвленного электрического тока, положил начало спектральному анализу.

Глава XVI

ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

§ 136. Строение твердых тел

Молекулы и атомы представляют собой образования, которые связаны силами электрического взаимодействия. Молекулы нейтральны только потому, что равные положительные и отрицательные заряды в них взаимно нейтрализуются. Однако распределение электронов и ионов в атомах или молекулах таково, что при сближении их

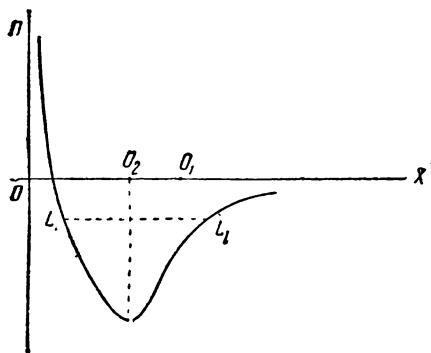


Рис. 374

могут возникать взаимодействия — притяжение разноименных и отталкивание одноименных зарядов. Молекулы при этом так ориентируются, что на определенных расстояниях между молекулами силы притяжения берут перевес и тем обуславливают возможность молекулярных связей в агрегатах, которые мы называем телами.

В зависимости от расстояний между молекулами характер их взаимодействий различен; в газах молекулы отделены столь значи-

тельными расстояниями ($r > 10^{-7}$ см), что при достаточно высоком уровне кинетической энергии теплового движения молекулы газа мы считаем свободными, несвязанными друг с другом. При понижении этого уровня кинетической энергии и при сближении молекул между ними возникают связи, соответствующие жидкому состоянию; появляются временноустойчивые образования «ближнего порядка», в которых молекулы совершают колебательные движения в потенциальных ямах, прерываемые поступательным перемещением частицы. При попытках сближения молекул (сжатии жидкости) начинают играть роль силы отталкивания, почему жидкость является трудно сжимаемой.

Наконец, при дальнейшем уменьшении энергии теплового движения (при понижении температуры) между атомами и молекулами возникают постоянные, более или менее прочные связи, соответствующие образованию твердого тела. Возникающее расположение молекул обуславливает сохранение объема и формы твердого тела, которые сами собой, без действия внешних сил не изменяются. Поэтому в твердом теле молекулы располагаются так, что устанавливается равновесие между силами притяжения и отталкивания; при таком нормальном расположении молекул в твердом теле потенциальная энергия каждой из них минимальна, как это следует из общих соображений о равновесии системы; молекулы находятся в потенциальных ямах, более глубоких, чем в жидком теле (рис. 374),

где они совершают беспорядочные колебательные движения, средняя кинетическая энергия которых определяет температуру тела.

Такое устойчивое равновесное состояние в строении твердого тела достигается правильным расположением в нем атомов и положительных и отрицательных ионов, которое обуславливает *правильное кристаллическое строение твердого тела*.

Кристаллы — анизотропные тела; свойства и величины, их характеризующие, зависят от направления, в котором они в кристалле измеряются; теплопроводность, электропроводность, сжимаемость, оптические свойства и т. п., измеренные в данном кристалле по разным направлениям, имеют различные значения. Твердые не кристаллические, *аморфные тела* (смола, янтарь, стекло, плавленый кварц и т. д.) *обладают полной изотропией* всех свойств по всем направлениям. Это указывает на неупорядоченное расположение атомов и молекул в аморфном теле.

Типичным для всякого кристалла является его внешняя форма многогранника (рис. 375), ограниченность плоскими гранями, указывающая на симметрию его строения. Эта правильность строения, непосредственно заметная (кварц, каменная соль) или обнаруживаемая микроскопом (металлы), обусловлена именно тем, что всякая новая частица занимает свое место в кристалле на тех же условиях, как расположены предыдущие частицы, по тому правилу, чтобы потенциальная энергия при данном сочетании частиц была наименьшей.

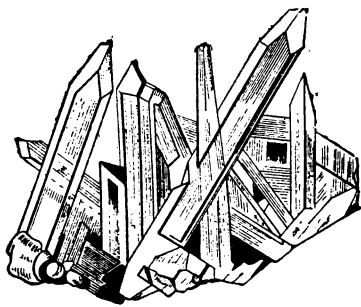


Рис. 375

Первые мысли о закономерности форм и внутреннего строения кристаллов принадлежат французскому естествоиспытателю XVIII в. Г а ю и¹, который особенно указывал на возможность при делении кристалла по спайностям получать все меньшие кусочки, тождественные по форме с большим кристаллическим телом. Затем французский ученый Б р а в е² (1849 г.) развил идею о том, что внешней правильности соответствует внутренняя симметрия строения кристалла, правильное расположение в нем частиц. Эти частицы, удерживаясь на статистически постоянном расстоянии друг от друга (порядка 10^{-8} см) силами притяжения и отталкивания, образуют *пространственную кристаллическую решетку*. Находясь в узлах этой решетки, частицы принимают участие в общем молекулярном движении, колеблясь с той или другой амплитудой около своих средних положений. К этим первоначальным идеям о строении твер-

¹ Рене Жюст Гаюи (1743—1822 гг.) — французский кристаллограф и минералог.

² Огюст Браве (1811—1863 гг.) — французский кристаллограф.

дого тела впоследствии было прибавлено положение об электронах, двигающихся между элементами кристаллической решетки.

На основе этих представлений русский кристаллограф Е. С. Федоров¹ и немецкий — Шенфлисс одновременно (1881 г.) доказали математически, что возможно существование 32 классов кристаллических структур и 230 типов пространственных решеток.

Однако реальность кристаллической решетки долго не была установлена; это представление оставалось лишь вероятной гипотезой до 1912 г., когда замечательные исследования кристаллов при помощи лучей Рентгена, осуществленные немецким физиком Лауэ², английскими — Брэггами³ и русским —

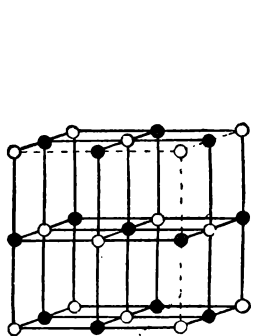


Рис. 376

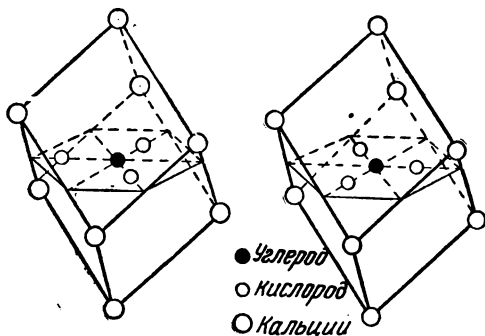


Рис. 377

Ю. В. Вульф⁴, отчетливо обнаружили существование кристаллической решетки, построенной из атомов или ионов. Возьмем простейший пример — ионную решетку каменной соли NaCl . Каждый ион Na находится между двумя ионами Cl ; образуется цепь ионов; такие цепи, расположенные в пространстве трех измерений, представляют собой *кристаллическую решетку* (рис. 376) из соответственно расположенных ионов натрия и хлора; каждый из них находится между шестью ионами другого. Правильное строение решетки находим и у иных, более сложных кристаллов, например на рисунке 377 дана схема ячейки кристалла кальцита (CaCO_3). Кроме «ионной» решетки, в узлах которой находятся ионы, существуют: 1) *атомные решетки* (H_2 , O_2 , ...), в которых связь между ядрами устанавли-

¹ Евграф Степанович Федоров (1853—1919 гг.) — знаменитый русский кристаллограф и геометр.

² Макс Лауэ (род. в 1879 г.) — немецкий физик, лауреат Нобелевской премии 1914 г. за открытие дифракции рентгеновских лучей в кристаллах.

³ Уильям Генри Брэгг (1862—1942 гг.) и его сын Уильям Лауренс Брэгг (род. в 1890 г.) — английские физики; лауреаты Нобелевской премии 1915 г. за достижения в анализе структуры кристаллов при помощи рентгеновских лучей.

⁴ Юрий Викторович Вульф (1863—1925 гг.) — советский кристаллограф; в 1913 г. одновременно с Брэггами вывел формулу, лежащую в основе рентгено-структурного анализа.

вается общими электронами; такова решетка алмаза (рис. 378), в ее узлах — атомы углерода; 2) *кристаллы металлов*; в узлах решетки находятся положительные ионы, между ними — электроны; 3) *молекулярные кристаллы*; в узлах молекулы — NH_3 , CO_2 , H_2O и т. д.

Большое число теоретических исследований в XX в. было посвящено изысканию *уравнения состояния твердого тела*, но дано лишь решение отдельных вопросов теории. Так, для потенциальной энергии взаимодействий в ионной решетке многими авторами применяется формула

$$П = -\frac{+e e}{x} + \frac{A}{x^9},$$

где $+e$ и $-e$ — заряды ионов O_1 и O_2 (рис. 374), x — расстояние между ними; первый член — энергия притяжения по закону Кулона, второй член — энергия взаимодействия при отталкивании; A — постоянная для разных пар ионов; показатель 9 свидетельствует о быстром уменьшении сил отталкивания с расстоянием. При $x = OO_2$ ион O_1 находится в потенциальной яме, потенциальная энергия — минимум; остающаяся кинетическая энергия обуславливает возможность колебаний около положения равновесия O_2 .

Здесь выясняется одно важное обстоятельство; положим, что колебания происходят на уровне энергии LL_1 (рис. 374); мы видим, что эти колебания несимметричны по отношению к положению равновесия O_2 ; это значит, что при колебательном движении ион O_1 больше удаляется от положения равновесия, чем приближается к нему, а это может создать условия для нарушения равновесия в кристаллической решетке: ион O_1 при повышении температуры решетки, т. е. при увеличении ее объема, скорости и амплитуд колебаний может в конце концов покинуть свое место в решетке, образовав в ней «дырку»; это явление определяет *начало плавления кристалла*. Но пока колебания иона O_1 происходят на низких энергетических уровнях, при невысоких температурах, они не угрожают равновесию решетки. Из этого видно, что состоянии равновесия, обусловленное минимумом потенциальной энергии твердого тела, осуществляется в данной кристаллической решетке при вполне определенном расположении атомов или ионов, на определенных расстояниях друг от друга; всякое изменение этих расстояний в сторону увеличения или уменьшения изменяет уровень потенциальной энергии тела; ионы, сближенные и раздвинутые, получают запасы потенциальной энергии. Поэтому в таком деформированном теле возникают силы, *называемые силами упругости, которые стремятся*

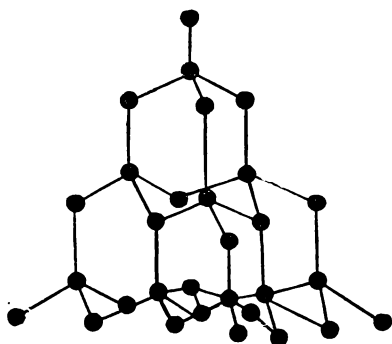


Рис. 378

возвратить ионы, атомы или молекулы к нормальному равновесному состоянию и тем вновь перевести тело к минимуму потенциальной энергии. Таким образом, те внутренние силы упругости в твердом теле, которые противодействуют всякому изменению его объема или формы, иначе — всякой деформации, — по существу суть силы электрические, именно — силы взаимодействия между одноименными или разноименными зарядами, между одноименно или разноименно заряженными атомами, т. е. ионами.

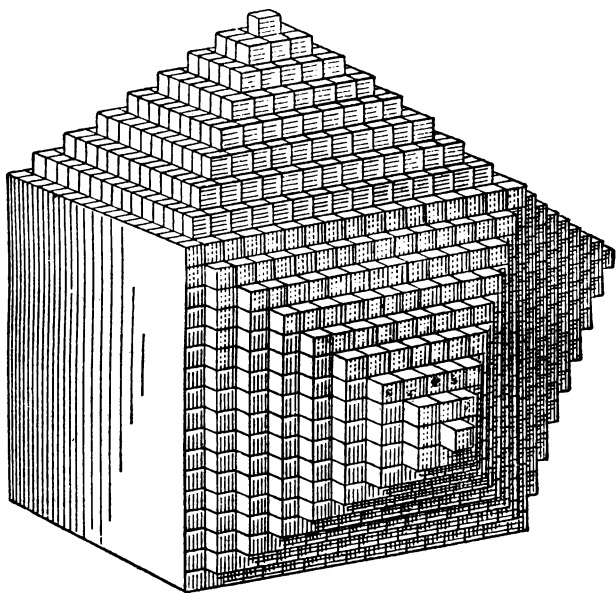


Рис. 379

Отдельные кристаллы в теле, например в металле, могут быть в нем расположены беспорядочно; такое тело называется *поликристаллическим*; таково кристаллическое строение металлов. Но попадаются такие естественные образования твердого тела, при которых все тело представляет одну кристаллическую решетку; такое тело называется *монокристаллом*; есть способы искусственного выращивания монокристаллов. Грубая модель монокристалла дана на рисунке 379.

§ 137. Плавление и отвердевание. Сублимация

При повышении температуры твердого тела прежде всего мы замечаем его расширение. Это значит, что по мере притока извне энергии в форме теплоты увеличиваются скорости и амплитуды колебаний частиц твердого тела, они больше отходят друг от друга.

При дальнейшем повышении температуры твердого тела оно переходит в жидкое состояние. Этот переход происходит различно у аморфных и кристаллических тел.

Аморфное тело (воск, стекло) по мере повышения температуры постепенно размягчается и переходит в жидкость; в течение всего этого процесса температура растет и вязкость уменьшается, ослабляется взаимная связь частиц.

Кристаллическое тело при нагревании остается твердым, пока не достигнута для каждого тела *температура плавления*; только тогда начинается плавление, причем дальнейший приток теплоты уже не обнаруживается термометром, энергия теплоты затрачивается исключительно на самый процесс плавления, т. е. на разрушение кристаллической решетки. Механизм разрушения кристаллической решетки еще не вполне выяснен; исследователи предложили различные гипотезы для его описания. Общая идея этих гипотез: по мере притока энергии извне и увеличения объема решетки и скорости колебаний частиц решетка разрыхляется вследствие того, что некоторые атомы покидают свои места в узлах, образуются в решетке «дырки», число которых растет по мере увеличения внутренней энергии тела. Хотя обширные рентгенографические исследования американского физика С т ю а р т а (1930 г.) показали, что при плавлении до некоторой степени сохраняется «ближний» микропорядок в относительном расположении частиц, но общий «дальний» порядок строения кристаллической решетки, как структурного целого, разрушается; этот основной процесс плавления воспринимается нами, как появление качественного различия, именно *текучести и аморфного состояния*, как признаков появления жидкости.

При обратном процессе, при кристаллизации выделяется энергия в форме теплоты.

Количество теплоты, затрачиваемое на плавление 1 г данного твердого тела при температуре его плавления, называется теплотой плавления или скрытой теплотой плавления; обозначим ее λ_{12} . Это — макроскопическая характеристика затраты теплоты на процесс плавления.

Для определения λ_{12} и для установления связи теплоты плавления с другими характеристиками процесса плавления составляем обычное калориметрическое уравнение теплового баланса, описывающее процесс. Пусть сначала имеется твердое тело (например, олово), нагреваем его выше точки плавления, до температуры $t_0 > \theta$, где θ — температура плавления, и помещаем в калориметр при t_1° . Тело, охлажденное до θ , отвердевает и в твердом виде еще охлаждается, пока не примет общую с калориметром температуру t° ; при этом эксперименте $t_0 > \theta > t > t_1$. Калориметрическое уравнение имеет вид

$$c_1 m (t_0 - \theta) + m \lambda_{12} + c_2 m (\theta - t) = M (t - t_1);$$

c_1 и c_2 — теплоемкости тела в жидком и твердом состоянии, M — водяной эквивалент калориметра.

Если тело в обычных условиях жидкое (ртуть), то поступаем обратно: охладив m граммов тела до $t_0 < \theta$, обратим его в твердое состояние, затем помещаем в калориметр при t_1 , где тело плавится; составим уравнение, подобное предыдущему, но последовательность температур при этом иная: $t_0 < \theta < t_1$.

Вот числа, характеризующие процесс плавления для некоторых веществ.

Вещество	θ°	$\lambda_{12} \frac{\text{кал}}{\text{г}}$	Вещество	θ°	$\lambda_{12} \frac{\text{кал}}{\text{г}}$
Алюминий	657	92,4	Железо	1528	49,4
Вода	0	79,7	Медь	1083	41,6
Серебро	961	24,7	Ртуть	-38,7	2,79
Олово	232	14,6	Натрий	97,6	28,1
Платина	1779	27,2	Кислород	-227	3,3
Цинк	420	26,6	Водород	-257,4	15

Температуры плавления даны здесь при нормальном давлении. Вообще же точка плавления зависит от давления, при котором происходит процесс, а теплота плавления, в свою очередь, есть функция температуры плавления.

Если нагревание твердого тела вести при постоянном давлении, например атмосферном, то ход изменения температуры изобразится диаграммой 380; точка A — начало плавления; во время процесса плавления температура остается постоянной θ ; в точке B — плавление закончено, дальнейшее нагревание повышает температуру жидкости.

Если процесс плавления будем наблюдать при изменяющемся давлении, то температура плавления для большинства тел растет с увеличением давления, для немногих веществ (H_2O , Sb) — температура плавления понижается с увеличением давления. Опыт установил такие соотношения:

Sn		Pb		H_2O		CO	
$p \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	θ°	$p \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	θ°	$p \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	θ°	$p \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	θ°
1	231,5	1	44,77	1	0	5	-56,72
490	232,44	500	59,46	336	-2,5	500	-47,4
1255	234,37	1000	74,34	615	-5,0	1000	-38,0
2300	236,78	1500	88,86	1155	-10,0	3500	+3,5
3125	288,25	2000	103,04	2200	-22,1	4000	+10,5

Из этой таблицы видно, что вообще при возрастании давления температура плавления медленно растет. Диаграммы (рис. 381) дают графические изображения процесса плавления при изменяю-

щемся давлении (*а* — рисунок дает общий случай, *б* — процесс для воды).

В том и другом случае кривая *ОА* отделяет фазы — твердую и жидкую; каждая точка этой кривой дает давление *p* и температуру *θ*, при которых возможен переход из твердой фазы в жидкую или обратно. Если мы построим на той же диаграмме кривую *ОВ*,

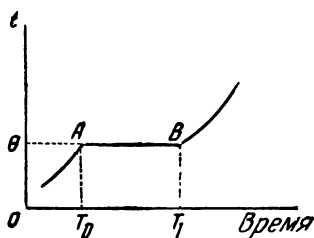


Рис. 380

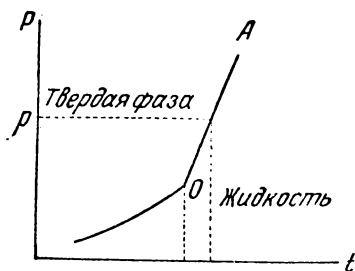


Рис. 381, а

отделяющую газообразную фазу от жидкой (рис. 382), то получим диаграмму, на которой представлены все три состояния, нанесены все три фазы; неопределенной пока остается граница между твердой фазой и газом.

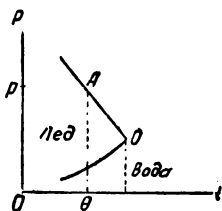


Рис. 381, б

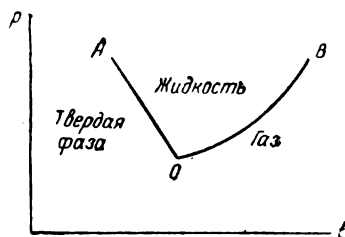


Рис. 382

Эта граница может быть найдена при изучении явления, называемого *сублимацией* (или *возгонкой*) — *непосредственного перехода из твердой фазы в газообразную*. Эти переходы легко наблюдаемы у таких веществ, как камфора, йод, лед; происходит *испарение* этих *твердых тел*.

§ 138. Кривые фазового равновесия. Тройная точка

Если, исходя из точки *О*, будем понижать температуру и давление, то жидкость (рис. 383), в частности вода (рис. 384), отчасти испарится, отчасти замерзнет; остаются две фазы — твердая и газообразная; кривая *ОС* определит ряд значений *p* и *t*, при

которых может быть переход из твердой фазы в газообразную и обратно; граница этих двух фаз и есть кривая процесса, называемого *сублимацией*. Таким образом, кривая OA определяет условия существования твердой и жидкой фазы (лед и вода); она дает сопряженные значения p и t , при которых эти фазы находятся в равновесии; точно так же кривая OB дает условия равновесия жидкости и газа (воды и ее пара), и, наконец, кривая OC определяет условия равновесия твердой и газообразной фазы (льда и пара). Точка O , называемая *тройной*, определяет условия одновременного суще-

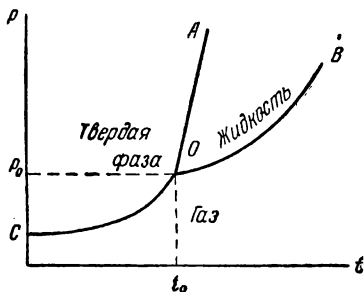


Рис. 383

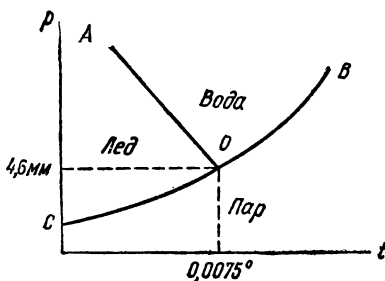


Рис. 384

ствования всех трех фаз данной системы вещества; она дает температуру t_0 и давление p_0 , при которых возможно равновесие твердой, жидкой и газообразной фазы. Для воды координаты этой тройной точки имеют значение

$$t_0 = 0,0075^\circ \text{ C}; \quad p_0 = 4,6 \text{ мм рт. ст.};$$

для CO_2 :

$$t_0 = -57^\circ \text{ C}; \quad p_0 = 5 \text{ мм рт. ст.}$$

Положение тройной точки для двуокиси углерода объясняет, почему при атмосферном давлении наблюдается непосредственный переход CO_2 из твердого состояния в газ.

Итак, если возьмем произвольные значения p и t , то вообще они определяют состояние вещества в твердой, жидкой или газообразной фазе; лишь значения p и t , удовлетворяющие уравнениям кривых OA , OB или OC , определяют состояния равновесия между этими фазами и возможность перехода из одной фазы в другую.

§ 139. Растворение. Осмос

Если в жидкость погрузить твердое тело (например, NaCl , CuSO_4 в воду) или в жидкость налить другую жидкость (H_2SO_4 в воду), то при определенном подборе этих жидкостей и твердых тел между их молекулами возникнет взаимодействие, в результате которого получается однородная жидкость, представляющая соеди-

нение двух или нескольких тел, называемое раствором. Один из основателей учения о растворах Г р э м¹ (1850 г.) установил разделение, которое остается основным до сих пор: он разделил тела по способу растворения на коллоиды и кристаллоиды. Последние, как указывает само название, способны кристаллизоваться; таков, например, CuSO_4 : при выпаривании или высушивании раствора соль выпадает в виде кристаллов. Наоборот, коллоиды (что значит «подобные клею») — *аморфные тела*, как клей, крахмал, желатин, белок, альбумин, карамель, гумми, гликоген и т. д.; *коллоиды* — арена жизненных процессов в растениях и животных, почему эта область физической химии есть основа современной физиологии.

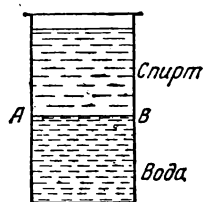


Рис. 385

Д. И. Менделеев в ряде своих работ (до 1887 г.) рассматривает растворы как нестойкие соединения молекул растворяемого вещества с растворителем в виде сольватных и гидратных образований. К теории растворов придется вернуться позже, теперь же сделаем обзор явлений растворения и вытекающих из них следствий.

Концентрацией раствора мы будем называть число

$$\Delta = \frac{q}{q+p},$$

где q — число граммов растворенного вещества, p — число граммов растворителя, так что $q+p$ есть число граммов раствора; обычно концентрацию выражают в процентах

$$\Delta\% = \frac{q}{q+p} 100\%.$$

Более обобщенно дается такое определение: *концентрацией в растворе данного вещества, входящего в раствор (или данного компонента), называется число его молей в одном моле смеси веществ, составляющих раствор*

$$\Delta = \frac{n_\mu}{\sum n_\mu},$$

где n_μ — число молей данного компонента, а $\sum n_\mu$ — сумма чисел молей всех веществ, входящих в раствор.

Пусть в высоком сосуде до границы АВ (рис. 385) налили воду, а сверху спирт. С течением времени в сосуде произойдет диффузия и образуется однородная жидкость — раствор спирта в воде. Эта картина перемещения молекул против силы тяжести приводит к мысли, что существует некоторая сила давления, которая

¹ Томас Грэм (1805—1869 гг.) — английский химик, один из основателей коллоидной химии.

заставляет частицы переходить пограничный слой AB подобно тому, как при испарении жидкости молекулы с большим запасом энергии, затратив работу на прохождение поверхностного слоя, переходят в область пара.

Существование этого давления особенно ясно обнаруживается на особом виде *диффузии через пористые перегородки*, называемом *осмос*. Это явление было открыто аббатом Н о л л е (1748 г.) при помощи такого простого опыта. Если наполнить небольшой сосуд спиртом, плотно завязать его пузырем и поместить в большой сосуд с водой (рис. 386), то через некоторое время мы заметим вздутие пузыря. Это значит, что диффузия воды в спирт идет быстрее, чем обратная диффузия спирта в воду: вздутие пузыря говорит о значительном *осмотическом давлении* при этом процессе. Д ю т р о ш е (1827 г.) сделал эти опыты более точными, введя шкалу; именно, он затягивал пузырем нижнее

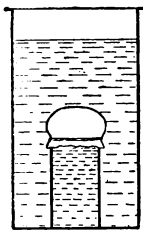


Рис. 386

отверстие сосуда, снабженного длинной трубкой с делениями (рис. 387), по которой он отсчитывал подъем жидкости и так определял давление внутри сосуда.

Дальнейший шаг к изучению этих явлений сделан немецким ботаником П ф е ф ф е р о м¹ (1877 г.), который устроил так называемые *полупроницаемые перегородки*. Наполняют пористый сосуд раствором сернокислой меди и погружают в раствор железистосинеродистого калия; растворы, соприкасаясь, образуют внутри стенки перегородку из железистосинеродистой меди, *проницаемую только для растворителя*. Сосуд A (рис. 388) с такой полупроницаемой перегородкой П ф е ф ф е р наполнял исследуемым раствором (например, раствором тростникового сахара), к крышке его присоединялся манометр M , и весь прибор помещался в большой сосуд B с водой, температура которой поддерживалась постоянной. Вода проникала в сосуд A и поднимала столб ртути в манометре; подливая ртуть, можно добиться равновесия, при котором вода перестанет проникать в сосуд A . Это наибольшее давление и называется осмотическим при данных условиях. Приведем результаты некоторых опытов П ф е ф ф е р а.

Раствор тростникового сахара при 14°C . Частное

$\frac{p}{\Delta}$ остается при постоянной температуре прибли-

тельно одинаковым, почему П ф е ф ф е р из этого и других подобных опытов вывел, что *осмотическое давление пропорционально концентрации раствора*.

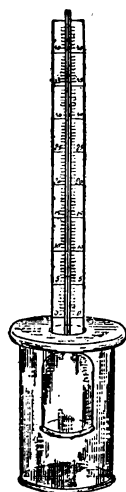


Рис. 387

¹ В и л ь г е л ь м П ф е ф ф е р (1845—1920 гг.) — немецкий физиолог растений.

Один из основателей физической химии, знаменитый голландский ученый В а н т - Г о ф ф¹ (1886 г.), сопоставив экспериментальный материал П ф е ф ф е р а и других исследователей, пришел к заключению, что законы идеальных газов, прежде всего законы Б о й л я — М а р и о т т а и Г е й - Л ю с с а к а, должны быть распространены на растворы; диффузию растворимого вещества в растворителе можно уподобить испарению или расширению газа в другом газе, например в атмосфере; осмотическое давление раствора играет роль давления газа.

Основную гипотезу В а н т - Г о ф ф а можно выразить так: *осмотическое давление раствора равно тому давлению, которое имело бы растворенное вещество, занимая в газообразном состоянии объем, равный объему раствора при его температуре.*

Следовательно, уравнение состояния раствора может быть написано в виде уравнения К л а п е й р о н а

$$pV = R_0 T; \quad (1)$$

здесь p — осмотическое давление раствора в атмосферах; V — объем раствора в кубических сантиметрах, в котором растворена грамм-молекула вещества; T — абсолютная температура; наконец, R_0 — постоянная, отнесенная к грамм-молекуле; как известно, она имеет одно и то же значение для всех веществ

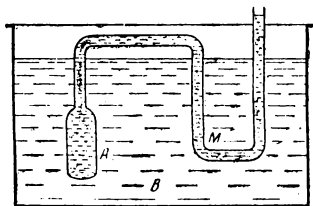


Рис. 388

$$R_0 = 0,082 \frac{\text{л атм}}{\text{моль град}} = 8,317 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{моль град}}.$$

Уравнение (1) является математическим выражением гипотезы В а н т - Г о ф ф а и может служить для ее проверки. В а н т - Г о ф ф так и сделал: он вычислял значение p при разных температурах для 1% раствора сахара (и для других растворов) по уравнению (1) и сопоставлял результаты этих вычислений с экспериментальными данными П ф е ф ф е р а для того же раствора.

Получалось очень точное подтверждение теории В а н т - Г о ф ф а.

Опыт говорит, что лучшее соответствие газовым законам дают *слабые растворы*, т. е. растворы низкой концентрации, совершенно так же, как сильно разреженные газы наиболее точно следуют законам идеальных газов.

Развивая свою теорию, В а н т - Г о ф ф показал, что для растворов имеет место и закон А в о г а д р о, который при этом выражается так: равные объемы двух растворов с равными осмотическими давлениями (такие растворы называются *изотоническими*) при одинаковой температуре содержат равное число молекул; для раствора,

¹ Якоб Генрик Вант-Гофф (1852—1911 гг.) — нидерландский химик, один из основателей современной физической химии и стереохимии, лауреат Нобелевской премии 1901 г. за открытие законов химической динамики и осмотического давления в растворах.

в котором растворена грамм-молекула вещества, число молекул растворенного вещества определяется числом *А в о г а д р о*

$$N = 6,025 \cdot 10^{23}.$$

Из этого закона вытекает, что осмотическое давление раствора *p* пропорционально числу молекул растворенного вещества

$$p = k \frac{n}{n + n_1}; \quad (2)$$

здесь *n* — число молекул растворенного вещества, *n*₁ — число молекул растворителя.

Наконец, *В а н т - Г о ф ф* установил, что работа растворения при изотермическом процессе выражается той же формулой, какой выражается работа газа при изотермическом процессе

$$W = R_0 T \ln \frac{p_0}{p_1},$$

здесь *p*₀ и *p*₁ — осмотические давления в начале и в конце процесса. Эта формула имеет важнейшее значение при изучении термодинамики химических реакций.

§ 140. Кристаллизация

При нормальных условиях вода замерзает при 0°C. Но если в нее ввести растворимое твердое вещество, например поваренную соль NaCl, нашатырь NH₄Cl, селитру KNO₃ и т. д., то образовавшийся раствор не замерзает при 0°C. Чем больше концентрация, тем ниже точка замерзания раствора. Однако есть предел этому понижению температуры.

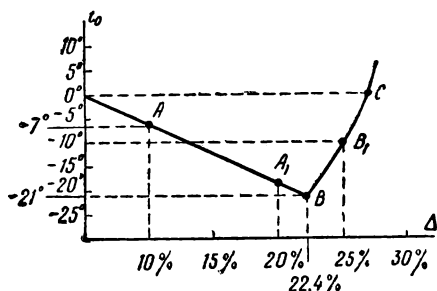


Рис. 389

Пусть мы имеем 10% раствор NaCl и станем его охлаждать. Опыт показывает, что лишь при —7°C начнется замерзание этого раствора, именно, растворитель-вода будет замерзать, кристалли-

зуясь в лед. На диаграмме 389 отметим это состояние точкой *А*, причем на оси абсцисс отложены концентрации, а на оси ординат — температуры кристаллизации. Для кристаллизации или замерзания растворов других концентраций на этой же диаграмме получим ряд иных точек; так, для концентрации 20% температура замерзания —18°C, точка *А*₁ и т. д.; строится кривая *ОАА*₁, определяющая температуры кристаллизации раствора при разных концентрациях.

Дальнейшее исследование установило, что точка B при концентрации 22,4%, соответствующая температуре -21°C , имеет особое значение. Именно, если, не изменяя концентрации 22,2%, только понижать температуру, то весь раствор замерзнет, образовав однородное твердое тело указанного состава. Если же дальше повышать концентрацию раствора, то точка замерзания повысится; так, для концентрации 25% точка замерзания (кристаллизации) B_1 соответствует температуре -10°C , точка замерзания раствора при более высоких концентрациях расположится на кривой BB_1C . Отсюда следует, что если бы мы с самого начала имели раствор с концентрацией выше 22,4% и стали бы его охлаждать, то из раствора выпадало бы растворенное вещество (в нашем случае — NaCl), уменьшалась бы концентрация раствора и понижалась температура кристаллизации до тех пор, пока опять не пришли бы по кривой CB_1B в точку B . Как видим, эта точка B соответствует такому составу раствора, при котором температура кристаллизации его имеет низшее значение; *раствор такой концентрации называется эвтектическим*, а точка B — точкой эвтектики¹. При замерзании раствора *эвтектика* сохраняет свой состав.

Разобранный пример раствора NaCl приложим к самым разнообразным растворам; например

раствор AgNO_3 —	эвтектика при 47,1% и -5°C ;
» CrO_3 —	» 57,2% и -105°C .

Итак, приходим к заключению: повышение концентрации по кривой AA_1B и понижение концентрации по кривой CB_1B приводят нас к точке B , определяющей низшую температуру, при которой может происходить кристаллизация раствора данного химического состава.

Течение описанных процессов разъясняет действие *охлаждающих смесей*. В кадке (например, при изготовлении мороженого) находится лед и вода при температуре 0°C ; насыпаем туда некоторое количество соли (поваренной или нашатыря, или азотнокислого аммония и т. п.). Образуется раствор некоторой концентрации. Положим, что мы опять имеем дело с раствором NaCl ; концентрация его может быть от 0 до 26% (точка C , рис. 389). Если даже концентрация этого раствора будет только 10%, то замерзания воды не будет до -7°C ; наоборот, при температурах от 0 до -7°C лед в растворе тает, на что должна быть затрачена теплота, которая забирается раствором от окружающих тел (от смеси, приготовленной для мороженого и т. д.). Этот процесс по мере увеличения концентрации добавлением соли может идти вплоть до эвтектики B .

Учение об эвтектике имеет исключительно важное значение в *металлургии* — при изучении процессов в твердых растворах, в сплавах. Таковы подробно изучаемые в технике знаменитые твердые растворы железа и углерода, сплавы феррит, мартенсит, карбид

¹ Греч. «эвтектикос» — хорошо плавящийся.

и др., отличающиеся как концентрацией углерода, так и составом примесей других металлов.



Рис. 390

непрочность кристаллических решеток, построение которых произошло при образовании этих твердых растворов.

Большей частью температура плавления сплавов лежит ниже, чем температура плавления составляющих сплав металлов. Так, температура плавления свинца 327°C , сурьмы 630°C , а сплав этих металлов при 14% содержания сурьмы имеет эвтектику при 240°C , это есть низшая температура кристаллизации свинца в указанном растворе. Структура этого сплава показана на рисунке 390 (увеличение 80 раз).

Особенно замечателен сплав Вуда (8 частей Pb, 4 — Sn, 15 — Bi, 3—Cd); он плавится при 65°C , а самый легкоплавкий металл, входящий в его состав, олово, имеет температуру плавления 230°C . Низкие температуры плавления сплавов указывают на относительную

§ 141. Законы Рауля

Опытные исследования установили, кроме понижения температуры замерзания растворов, аналогичные явления повышения температуры кипения растворов и относительное понижение давления пара над раствором.

Французский физик Рауль¹ экспериментально установил (1882 г.) законы этих явлений, которые выражаются так: относительное понижение давления пара раствора $\Delta p/p$, понижение точки замерзания раствора Δt и повышение температуры кипения раствора Δt_1 пропорциональны концентрации растворенного вещества. Теория, рассматривая эти законы как следствия общих воззрений Вант-Гоффа, позволяет придать им замечательную форму

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{p - p_1}{p} = \frac{n}{n + n_1}.$$

Это значит, что относительное понижение давления пара всякого раствора равно отношению числа молекул растворенного вещества к общему числу молекул раствора.

¹ Франсуа Мари Рауль (1830—1901 гг.) — французский химик и физик.

Этот закон Рауля имеет большое значение для определения молекулярных весов. Пусть масса растворенного вещества m , масса растворителя m_1 , тогда

$$m = \mu n; \quad m_1 = \mu_1 n_1;$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\frac{m}{\mu}}{\frac{m}{\mu} + \frac{m_1}{\mu_1}} = \frac{m\mu_1}{m\mu_1 + m_1\mu};$$

отсюда вычисляется μ по наблюдаемому Δp .

$$\Delta t = K \frac{n}{n + n_1} = K \frac{m\mu_1}{m_1\mu + m\mu_1};$$

отсюда тоже можно определить μ , наблюдая Δt ; постоянную K определяют при помощи вспомогательного опыта, растворяя в этом растворителе вещество с известным молекулярным весом.

Повышение температуры кипения раствора Δt_1 выразится подобным же образом

$$\Delta t_1 = K_1 \frac{m\mu_1}{m_1\mu + m\mu_1}.$$

Эта формула тоже удобна для определения μ .

Заметим, что, пользуясь законами Рауля, определяют осмотические давления растворов, для которых известно μ и такие определения дают более точные результаты, чем непосредственное определение осмотического давления из наблюдений.

§ 142. Кристаллы

Формы кристаллов весьма разнообразны. Исследованием их закономерностей занимается особая наука — *кристаллография*. Кристаллы возникают при переходе вещества из жидкого (или газообразного) состояния в твердое при охлаждении или при кристаллизации из раствора. Они вырастают, причем частицы, из которых они формируются, располагаются в определенном порядке. Так вполне симметрично по трем координатам располагаются углеродные частички, образующие кристалл алмаза. Строение кристалла известкового шпата менее симметрично, но не менее строго закономерно. По симметрии строения различают несколько *кристаллических систем*. Наиболее простой является *кубическая система*. Для нее характерно существование трех одинаковых осей $a_1 = a_2 = a_3$; эти оси взаимно перпендикулярны: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ (рис. 391).

В *тетрагональной системе* одна ось особая; две другие оси равны: $a_1 = a_2 \neq a_3$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ (рис. 392).

В *ромбической системе* все три оси различны, но перпендикулярны между собой: $a_1 \neq a_2 \neq a_3$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ (рис. 393).

В *моноклинной системе* все три оси различны; два угла между ними прямые, один тупой: $a_1 \neq a_2 \neq a_3$; $\alpha = \beta = 90^\circ$; $\gamma \neq 90^\circ$ (рис. 394).

В *триклинной системе* все оси и все углы между ними различны: $a_1 \neq a_2 \neq a_3$; $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ (рис. 395).

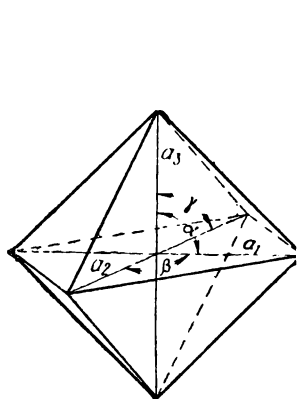


Рис. 391

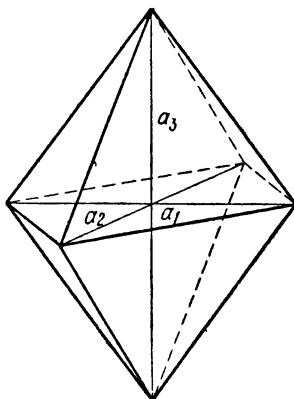


Рис. 392

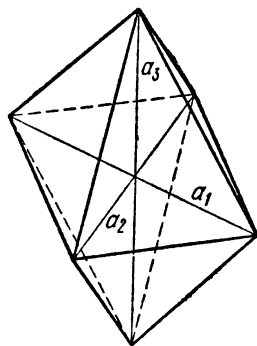


Рис. 393

В *гексагональной системе* одна ось особенная, три другие равны между собою, перпендикулярны первой и образуют друг с другом углы 60° : $a_1 = a_2 = a_3 \neq a_4$; $\angle a_1 a_4 = 90^\circ$ (рис. 396); $\angle a_1 a_2 = \angle a_1 a_3 = \angle a_2 a_3 = 60^\circ$.

Наконец, в *тригональной или ромбоэдрической системе* $a_1 = a_2 = a_3 \neq a_4$, $\angle a_1 a_4 = 90^\circ$; остальные оси под углами 120° (рис. 397).

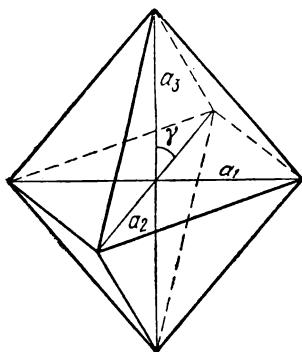


Рис. 394

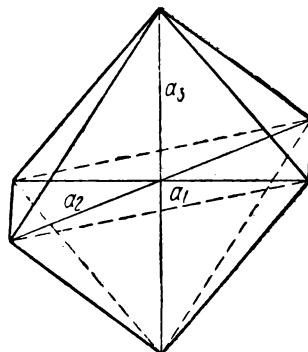


Рис. 395

В *кубической системе* кристаллизуются алмаз, каменная соль, металлы: железо, медь, свинец, серебро, золото. В *ромбоэдрической* кристаллизуются известковый шпат, кварц; в *моноклинной* — гипс, слюда. Сера кристаллизуется в двух системах: *ромбической* и *моноклинной*, обладающих совершенно разными химическими свойствами.

Существуют и различные комбинации простых кристаллографических форм, например куба с октаэдром и т. д.

Часто кристаллы по параллельным направлениям обладают одинаковыми свойствами, а по непараллельным — разными (*анизотропия*). При равномерном нагревании кристалл, вообще говоря,

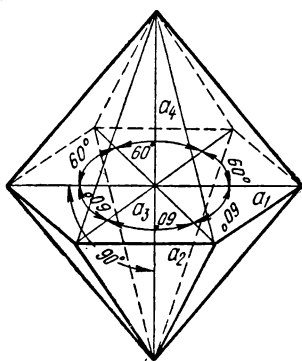


Рис. 396

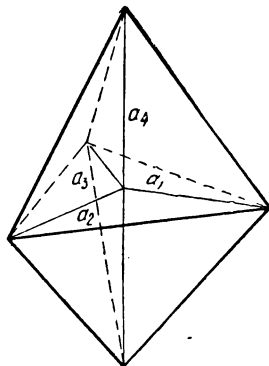


Рис. 397

расширяется неодинаково по различным направлениям, но при том так, что симметрия кристалла всегда сохраняется. Шар, отшлифованный из кристалла кубической системы, при тепловом расширении сохраняет форму шара, а во всех остальных случаях превращается в эллипсоид. Подобные же различия имеют место и в отно-

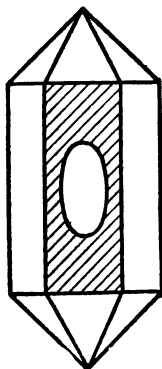


Рис. 398

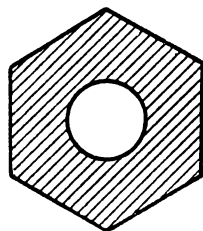


Рис. 399



Рис. 400

шении упругости и теплопроводности кристаллов. Если грань кристалла кварца покрыть слоем воска и коснуться в середине ее кончиком раскаленной иглы, то растаявший воск примет форму эллипса (рис. 398), а на срезе, перпендикулярном вертикальной оси кристалла кварца, в тех же условиях получается круг (рис. 399). Следовательно, теплопроводность кварца в разных направлениях

различна. Тела, представляющие собою один большой кристалл (*монокристалл*), встречаются редко и с большими трудностями вырабатываются искусственно. Обычно же при кристаллизации вещества переходят жидкости или газа в твердое состояние происходит одновременно во многих местах. Растут миллионы маленьких кристалликов, оси которых направлены по самым разнообразным направлениям. Например, на рисунке 400 изображен шлиф поверхности стали после холодной обработки.

§ 143. Свойства твердых тел

Понятие твердого тела охватывает многие вещества, «твердость» которых чрезвычайно различна.

Можно различать *жесткое* и *мягкое* тело, смотря по тому, которое из них при сдавливании проникает в другое. Твердые тела обозначают как *тягучие* или *хрупкие* в зависимости от способности деформироваться под действием силы или разбиваться на части. Тела, которые уже после действия малых сил остаются деформированными, называются *пластичными*, а принимающие после воздействия деформирующей силы прежнюю форму — *упругими*.

Одно и то же твердое тело при разных температурах часто имеет совершенно разные свойства. Незначительные примеси резко меняют свойства тела. Чугун хрупок, сталь и кованое железо тягучи, годны для прокатки,ковки.

Задача — выразить численно свойства твердости — рассматривается в прикладной науке — *материаловедении*.

Определение твердости материалов для машиностроительной промышленности, для всех машин, в которых используются высокие давления на малые площади, особенно при изготовлении режущих и заостренных инструментов, имеет громадное техническое значение.

В настоящее время созданы материалы, которые по твердости мало уступают самому твердому из всех веществ, алмазу. Это специальные сорта стали, легированные карбидами вольфрама, молибдена или других редких металлов. Из них делают наиболее ответственные режущие части инструментов и машин, а также буров при геологических исследованиях. Понятно, что техника требовала разработки совершенной шкалы твердости. Требовались простота, легкость, точность и быстрота измерений. Этим требованиям отвечала *шкала Бринелля*¹. Она состоит в том, что очень жесткие полушария диаметром 2,5 мм, 5 мм и 10 мм вдавливаются под постепенно возрастающим давлением в полированную поверхность изделия до определенного конечного давления. Получается ямка; по ее поперечнику и по давлению определяется твердость испытуемого материала. Можно ее оценивать и по глубине ямки.

¹ Иоганн Август Бринелль (1849—1925 гг.) — шведский инженер.

Приборы В и к к е р с а оценивают твердость по вдавливанию алмаза в форме квадратной пирамиды с углом при вершине 136° .

Советский ученый В. Д. Кузнецов¹ систематически разработал современную науку о твердом теле и ее приложениях; акад. П. А. Ребиндер² создал новую отрасль науки — физико-химическую механику — науку о получении твердых тел (строительных материалов, сплавов, пластиков) с заданными механическими свойствами и структурой, с высокой прочностью и стойкостью.

Между *монокристаллами* и *аморфными* телами промежуточное положение занимают *поликристаллические тела*, состоящие из миллионов мелких кристаллов, расположенных в беспорядке. К числу мелкодисперсных поликристаллов относят многие тела, считавшиеся раньше аморфными.

В § 99 был приведен эмпирический закон Дюлонга и Пти: атомная теплоемкость тел в твердом состоянии одинакова для всех веществ и равняется $5,96 \text{ кал}$ на грамм-атом на 1°C . Этот закон может быть выведен из равномерного распределения энергии по степеням свободы. Каждый атом или молекула твердого тела представляется колеблющимся около своего среднего положения. Из теории колебаний следует, что в этом случае 3 степени свободы относятся к кинетической и 3 — к потенциальной энергии частицы, а всего 6 степеней свободы. На каждую степень свободы приходится энергия $\frac{1}{2}kT$, где k — постоянная Больцмана. Тогда внутренняя энергия грамм-молекулы или грамм-атома будет

$$U = \frac{1}{2} kT \cdot 6 \cdot N = 3R_0 T.$$

Теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{dU}{dT} = 3R_0 \approx 5,96 \frac{\text{кал}}{\text{град}}.$$

Однако такой результат получается только при обычных и высоких температурах. При низких температурах атомная теплоемкость C_V убывает пропорционально третьей степени абсолютной температуры. Это так называемый *закон кубов Дебая*³, который разработал теорию теплоемкости твердого тела. Дальнейшее развитие квантовая теория теплоемкости получила в трудах Эйнштейна, Борна и др. При весьма высоких температурах также

¹ Владимир Дмитриевич Кузнецов (род. в 1887 г.) — советский физик, Герой Социалистического Труда, лауреат Сталинской премии 1942 г., академик.

² Петр Александрович Ребиндер (род. в 1898 г.) — советский физик и химик, академик, лауреат Сталинской премии 1942 г.

³ Петер Дебай (род. в 1884 г.) из Голландии, жил в Швейцарии, Германии, с 1940 г. в США; лауреат Нобелевской премии 1936 г. за открытия в области молекулярных структур и др.

имеют место отклонения от закона Д ю л о н г а и П т и в сторону возрастания атомной теплоемкости.

Расширение твердых тел связано с теплоемкостью. Зависимость эта выражается законом Грюнейзена: *при всех температурах отношение коэффициента расширения металла к его теплоемкости при постоянном объеме есть величина постоянная.*

Коэффициенты расширения некоторых сплавов стали и никеля отрицательны, а у одного из этих сплавов, именно у инвара, коэффициент расширения при обычных температурах практически равен нулю. Поэтому инвар служит материалом для изготовления эталонов длины, а также часовых механизмов. В анизотропных кристаллах тепловое расширение различно в разных направлениях.

Коснемся, наконец, вопроса об уравнении состояния для твердого тела. Вводя те или иные предположения о характере сил притяжения и отталкивания между частицами, можно получить уравнение состояния вида

$$pV + G\Pi = \gamma U,$$

где p — давление, V — объем, $G(\Pi)$ — функция потенциальной энергии грамм-атома, U — внутренняя энергия грамм-атома. Коэффициент γ определяется на основе экспериментальных данных по термическому расширению и сжимаемости тела.

§ 144. Свойства вещества вблизи абсолютного нуля

Термодинамика вещества вблизи абсолютного нуля основывается на теореме Н е р н с т а, относящейся к величине энтропии при абсолютном нуле температуры.

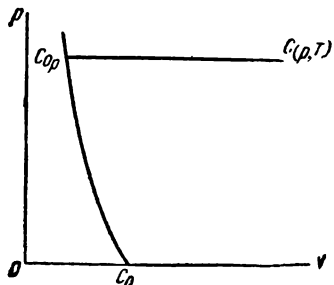


Рис. 401

Для наглядности представим себе, что при температуре абсолютного нуля под поршнем в теплонепроницаемом цилиндре находится кристалл. Подвергнем этот кристалл равновесному адиабатическому сжатию. Бесконечно-медленное движение поршня не вызовет движения неподвижных молекул кристалла, т. е. *нулевая изотерма совпадает с нулевой адиабатой.* Сущность теоремы Н е р н с т а заключается в том, что для

конденсированных систем при абсолютном нуле температуры все равновесные процессы происходят без изменения энтропии, причем

$$(S)_{T \rightarrow 0} \rightarrow 0.$$

Пусть имеется конденсированное тело в состоянии $C(p, T)$. Примем за начальное состояние C_0 при $T=0$ (рис. 401).

Произведем адиабатическое сжатие при $T=0^\circ\text{K}$ от C_0 до C_{0p} . При этом по теореме Н е р н с т а $S=0$. Далее произведем изобари-

ческое нагревание тела от C_{op} до $C(p, T)$. Тогда

$$S = \int_0^T \frac{c_p dT}{T}. \quad (1)$$

Таким образом, задача вычисления энтропии для однородного конденсированного вещества сводится к нахождению зависимости c_p от T .

В то время как на основании I и II начал термодинамики мы можем вычислять лишь разности энтропии в двух состояниях, теорема Нернста дает возможность вычислить абсолютное значение энтропии конденсированных веществ.

На этом основании эту теорему иногда называют «*третьим началом термодинамики*». Из формулы (1) следует, что при $S \rightarrow 0$ и $c_p \rightarrow 0$; из закона кубов Дебая, очевидно, при $T \rightarrow 0$ и $c_v \rightarrow 0$.

Так как по закону Грюнгейзена

$$\frac{c_v}{\alpha} = \text{const},$$

то при $c_v \rightarrow 0$ и коэффициент объемного расширения конденсированного вещества стремится к нулю

$$(\alpha)_{T \rightarrow 0} = 0.$$

Из определения свободной энергии $F = U - TS$ ясно, что при $S \rightarrow 0$ имеем $(F)_{T \rightarrow 0} = (U)$.

Планк высказал постулат: *энтропия всякого однородного вещества конечной плотности (в том числе и газа) при $T \rightarrow 0$ стремится к нулю*. В этом случае для газа $(c_p - c_v)_{T \rightarrow 0} = 0$. Между тем по уравнению Роберта Майера $c_p - c_v = R$. Очевидно уравнение Клапейрона при приближении к 0°K перестает оправдываться для газов.

Исследование свойств газов при низких температурах показало, что по близости к абсолютному нулю газы уже не следуют статистическому распределению скоростей Максвелла. На рисунке 402 прямая (1) дает зависимость внутренней энергии идеального газа от температуры по закону Джоуля: $U = c_v T$.

Бозе¹ и Эйнштейн² разработали статистическое распределение скоростей, отличающееся от Максвеллова и отразившее более правильно свойства действительных газов при

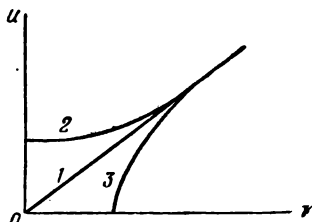


Рис. 402. Распределение скоростей частиц:
1 — Максвелла; 2 — Ферми; 3 — Бозе и Эйнштейна

¹ Шатендранат Бозе (род. в 1892 г.) — индийский физик.

² Альберт Эйнштейн (1879–1955 гг.) — физик, жил в Швейцарии, Германии, с 1933 г. в США; лауреат Нобелевской премии 1922 г. за заслуги в теоретической физике, в частности за открытие закона фотоэффекта.

приближении к абсолютному нулю. Мы видим, что кинетическая энергия молекулярного движения при приближении к абсолютному нулю убывает быстрее, чем по закону для идеальных газов (кривая 3). Наоборот, для так называемого электронного газа имеет место статистическое распределение скоростей *Ферми*¹ (кривая 2).

Мы видим, что в электронном газе продолжается движение и при достижении абсолютного нуля температуры. Область отклонения газов от *Максвеллова* распределения скоростей вблизи абсолютного нуля температуры называют *областью вырождения газов*.

§ 145. Строение реальных твердых тел

Узлы кристаллов расположены периодически в пространственной решетке. Кристаллы отличаются от жидкостей и аморфных тел тем, что у них имеет место *«дальний порядок»* в расположении частиц, в то время как жидкости и аморфные вещества обладают только *«ближним порядком»* в расположении частиц.

Следует различать четыре вида кристаллических решеток.

1. *Молекулярные решетки*. В их узлах находятся целые молекулы, которые сохраняют, несмотря на связь решеткой, свою самостоятельность. Такие кристаллы отличаются плохой теплопроводностью и электропроводностью; они относятся к *изоляторам (диэлектрикам)*.

2. *Решетки с гетерополярной связью*, которые построены из ионов противоположных знаков заряда, удерживаемых их электростатическим притяжением. Для этих кристаллов утрачивается значение понятия «молекулы», если не рассматривать весь кристалл, как одну гигантскую молекулу.

3. *Решетки с гомеополярной (или ковалентной) связью*. Здесь связь между соседними атомами осуществляется непрерывным обменом электронами. Примером может служить кристаллическая решетка алмаза. Четыре валентных электрона атома углерода придают атому тетраэдрическую форму. Решетка алмаза построена из тетраэдров.

4. *Решетки с металлической связью*. Кроме металлов и их сплавов, такими решетками обладают многие соединения. Наиболее частый образец этой связи представляет собою решетку из положительных ионов, между которыми носятся электроны наподобие частичек газа.

Само собою разумеется, что между указанными предельными случаями связи имеется много переходных форм. Для ориентировки приведем схему (рис. 403). В этой схеме указаны *полупроводники*, о которых подробно будет сказано в разделе «Электричество». Полупроводники подобно металлам обладают *электронной проводимостью*.

¹ *Энрико Ферми* (1901—1954 гг.) — итальянский физик, с 1938 г. в США, лауреат Нобелевской премии 1938 г. за получение искусственной радиоактивности при облучении нейтронами и открытие замедления нейтронов.

аморфных тел совершается не скачком, а непрерывно. С повышением температуры увеличиваются амплитуды колебаний частиц и они постепенно получают возможность выскальзывать из своего «ближнего порядка», меняя своих соседей. Обмен молекул прекращается, когда жидкость затвердеет. Следует, однако, отметить, что существуют и «жидкие кристаллы», обладающие анизотропией некоторых физических свойств в отличие от обыкновенных жидкостей, являющихся *изотропными*. Необходимым условием для образования жидкого кристалла является удлиненная форма молекул.

Исключительно важное и растущее значение приобрели *высокомолекулярные соединения* и среди них группа *высокополимерных соединений*, построенных из одинаковых звеньев. Молекулы таких соединений содержат сотни и тысячи атомов, связанных между собою *валентными связями*. К природным высокомолекулярным соединениям относятся: белки, целлюлоза, крахмал, лигнин, каучук и др. Первой пластической массой, нашедшей практическое применение, был целлулоид, полученный А. Паркером в 1856 г. Научные основы получения и механизма образования высокомолекулярных соединений были заложены великим русским химиком акад. А. М. Бутлеровым¹.

Большие размеры молекул, построение их из разных звеньев позволяют получать вещества со свойствами, изменяющимися в широких пределах: эластичностью, твердостью, легкостью, стойкостью, прозрачностью и т. д. В настоящее время название «*пластические массы*» закрепилось за материалами, получаемыми на основе высокомолекулярных соединений и обладающими рядом практически ценных свойств. При затвердевании длинные молекулярные цепи полимеров образуют множество *пачек*. Роль пачки в известной степени подобна роли кристаллика в поликристаллическом веществе. Но степень упорядоченности цепей в пачке может быть чрезвычайно разнообразной.

Глава XVII

ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ

§ 146. Уравнение Клапейрона—Клаузиуса при переходах из одного агрегатного состояния в другое

Выведенное в § 135 для процесса парообразования уравнение Клапейрона—Клаузиуса применимо и к процессу плавления². Напишем его в виде

$$dT = \frac{T(V'' - V')}{\lambda_{12}} dp,$$

¹ Александр Михайлович Бутлеров (1828—1886 гг.)—создатель теории строения органических веществ, лежащей в основе современной органической химии.

² Общий вывод его из II начала термодинамики дается во всех курсах термодинамики.

где T — температура, p — давление, V'' — удельный объем жидкости, V' — удельный объем твердого тела, λ_{12} — скрытая теплота плавления.

Большая часть веществ при плавлении расширяется, т. е. для них $V'' > V'$. Отсюда, если $dp > 0$, то и $dT > 0$, т. е. для веществ, которые при плавлении расширяются, при повышении давления температура плавления повышается.

Но существует ряд веществ, как вода, висмут, сурьма, чугун, которые при плавлении уменьшаются в объеме. Для них $V'' < V'$ и если $dp > 0$, то $dT < 0$, т. е. с увеличением давления температура плавления этих веществ понижается. Уравнение Клапейрона — Клаузиуса дает возможность вычислить изменение температуры плавления при изменении давления. В процессе таяния льда имеем при 0°C $V' = 1,09074$; $V'' = 1,000132$; $\lambda_{12} = 79,567 \text{ кал/г}$; $T = 273,16^\circ\text{K}$.

Отсюда при $\Delta p = 1 \text{ атм}$ $\Delta T = -0,00753^\circ$.

Исходя из этого, понижение температуры плавления льда на 1°C требует увеличения давления на 132 атм.

Йод, камфора, нафталин и многие другие вещества испаряются, т. е. переходят из твердого состояния непосредственно в газообразное. Такое явление называется *сублимацией* или *возгонкой* и к этому переходу вещества из одного агрегатного состояния в другое применимо уравнение Клапейрона — Клаузиуса, которое в этом случае принимает вид

$$\lambda_{13} = T(V''' - V') \frac{dp}{dT}.$$

Очевидно, в тройной точке (рис. 383) имеет место соотношение

$$\lambda_{13} = \lambda_{12} + \lambda_{23},$$

где λ_{13} — скрытая теплота сублимации, λ_{12} — скрытая теплота плавления и λ_{23} — скрытая теплота испарения. Это вытекает из уравнений Клапейрона — Клаузиуса, поскольку давление и температура одинаковы в тройной точке для всех трех состояний.

В термодинамике уравнение Клапейрона — Клаузиуса выводится из II начала. Сочетание I начала со II началом приводит к другому очень важному уравнению, связывающему скрытые теплоты превращения λ с теплоемкостями c . Для сублимации это уравнение имеет вид

$$\frac{d\lambda_{13}}{dT} - \frac{\lambda_{13}}{T} = c''' - c'.$$

Вообще для всякого однородного вещества переходом из одного агрегатного состояния i в другое состояние k управляют два уравнения термодинамики

$$\lambda_{ik} = T(V_k - V_i) \frac{dp}{dT},$$

$$\frac{d\lambda_{ik}}{dT} - \frac{\lambda_{ik}}{T} = c_k - c_i.$$

Эти два дифференциальных уравнения дают возможность рассчитывать изменения параметров состояния и термодинамических функций в зависимости от потребности по экспериментальным данным.

§ 147. Неоднородные системы. Правило фаз Гиббса

Система, свойства которой во всех частях одинаковы, называется однородной или гомогенной.

При изучении неоднородных или гетерогенных систем следует различать фазы и компоненты системы.

Фаза есть физически однородная часть системы, отличающаяся от других частей своими физическими свойствами и ограниченная поверхностью раздела от других фаз. Лед, вода и пар представляют три фазы, находящиеся в равновесии в тройной точке (§ 138).

Эти три фазы образованы одним и тем же веществом — водой. Это — система из одного компонента. Если в воде растворена соль, то система состоит из двух компонент и называется бинарной; три компонента образуют тернарную систему.

Компонентом называется такая часть системы, содержание которой хотя бы в одной фазе не зависит от содержания в этой фазе других составных частей. Расчет числа компонентов требует большого внимания.

Системой в термодинамике называется совокупность веществ с определенным соотношением их масс. Если, например, вещества H_2 и O входят в систему в такой пропорции, чтобы удовлетворялось уравнение реакции $H_2 + O \rightleftharpoons H_2O$, и такая реакция в данных условиях возможна, то система однокомпонентна. Если же количественно уравнение реакции не выполняется для данной системы (например, в системе больше кислорода, чем это допускает уравнение), но реакция возможна, то данная система двухкомпонентна. Наконец, если ни одно из данных трех веществ не может быть продуктом реакции двух остальных, то система трехкомпонентна.

Состояние системы определяется рядом переменных; таковы, например, концентрация или плотность каждого компонента в каждой фазе, температура, давление, кривизна поверхности соприкосновения двух фаз, электрическое состояние системы и т. д. Так как некоторые из этих переменных зависят друг от друга, то приходится выделять независимые переменные, совокупность которых однозначно определяет состояние системы. Эти независимые переменные, однозначно определяющие состояние системы, называются степенями свободы системы.

Пусть в системе имеется C — компонент, P — фаз и F — степеней свободы. Требуется установить связь между C , P и F . Найдём число переменных, определяющих состояние системы. В их число входит содержание (концентрация) каждого компонента в каждой фазе. Зная массу всей системы и содержание каждого из $(C-1)$ компонентов, мы всегда можем определить содержание оставшейся

компоненты. Поэтому достаточно знать содержание $(C-1)$ компонента в каждой фазе, т. е. $P(C-1)$ переменных. Кроме того, при равновесии системы температура и давление повсюду в системе должны быть одинаковыми; они представляют собою еще две переменные величины. Всего система может иметь $P(C-1)+2$ переменных. Однако не все эти переменные независимы. Из условий равновесия системы определяется число уравнений между переменными. При постоянных p и T условием равновесия системы является минимум полного термодинамического потенциала

$$\Phi = U - TS + pV.$$

Оказалось, что для P фаз одной и той же компоненты в случае равновесия существуют $(P-1)$ уравнений. Для всех C компонентов число уравнений будет $C(P-1)$.

Разность между числом переменных $P(C-1)+2$ и числом уравнений $C(P-1)$ определит число независимых переменных, т. е. число степеней свободы

$$F = P(C-1) + 2 - C(P-1)$$

или

$$F = C - P + 2.$$

Откуда $P + F = C + 2$ или

$$P \leq C + 2.$$

Последние два соотношения выражают *правило фаз Гиббса*¹.

Если система содержит мелко раздробленные (*диспергированные*) тела, то к общим переменным p и T добавляется величина, характеризующая капиллярные взаимодействия. Например, в тумане или облаке давление насыщенного пара над капелькой зависит от радиуса капли. В этом случае правило фаз примет вид

$$P + F = C + 3.$$

Опираясь на правило фаз Г и б б с а, можно установить число степеней свободы F для систем с разным числом компонентов.

$\begin{array}{c} P \\ \backslash \\ C \end{array}$	1	2	3	4	5	6
1	$F=2$	1	0			
2	3	2	1	0		
3	4	3	2	1	0	
4	5	4	3	2	1	0

При $F=0$ система инвариантна; равновесие фаз, образующих систему, возможно в этом случае только при постоянных значениях независимых переменных, в том числе p и T . Система лед—вода—пар инвариантна в тройной точке при $p=4,6$ мм рт. ст., $t=0,0075^\circ\text{C}$.

¹ Джозайя Уиллард Гиббс (1839—1903 гг.) — американский физик, один из основателей химической термодинамики и статистической физики. Разработал графический метод и метод термодинамических потенциалов, дал общую теорию флуктуаций.

При изменении хотя бы одного параметра равновесие трех фаз становится невозможным.

При $F=1$ система *моновариантна*. В этом случае один из параметров можно менять в определенных пределах и равновесие между фазами не нарушается. Так, для системы вода — насыщенный пар можно менять температуру до точки кипения. Давление пара является при этом функцией только температуры, независимо от объема системы.

При $F=2$ система *дивариантна*, т. е. в определенных пределах могут меняться два параметра. Так, для водяного пара можно менять и p и T до достижения условий конденсации.

§ 148. Кривые фазового равновесия. Термодинамические поверхности

Рассмотрим кривые фазового равновесия на примере фаз воды. Результаты исследований свойств воды, произведенных Т а м м а н о м¹ и Б р и д ж м е н о м, отражены на диаграмме p, t фазовых равновесий (рис. 404).

Тройная точка равновесия воды, пара и льда *I* помещается у точки *O*. Обыкновенный *I* лед (легче воды) граничит с водой по линии *OC* до тройной точки *C* (-22°C , 2125 атм); далее он граничит со льдом *III* (тяжелее воды) по линии *CF* до тройной точки *F* ($-34,7^{\circ}\text{C}$, 2170 атм), затем по линии *FR* со льдом *II*. Лед *III* представляет замкнутое со всех сторон кристаллическое образование, граничащее со льдом *II* по линии *FG* до тройной точки *G* ($-24,3^{\circ}\text{C}$, 3510 атм) и со льдом *V* по линии *CD* до тройной точки *D* (-17°C , 3530 атм).

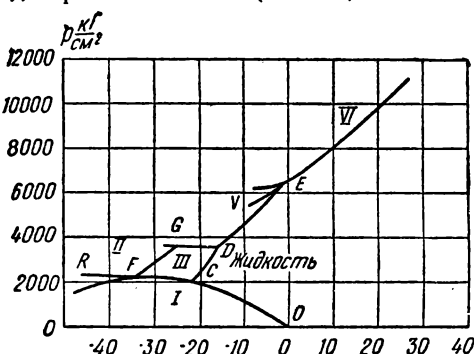


Рис. 404.

Как видно из чертежа, от точки *C* температура плавления с ростом давления начинает повышаться. Это указывает на более плотную кристаллическую структуру льдов *II*, *III*, *V*, *VI* и *VII* (на рис. не показан), чем у обыкновенного льда. Лед *V* находится в равновесии с водой по кривой *DE* до точки *E* ($+0,16^{\circ}\text{C}$, 6380 атм). Граница льда *VI* с водой доведена Б р и д ж м е н о м до $20\,670 \text{ атм}$ при $76,55^{\circ}\text{C}$ (горячий лед). Лед *I* переходит в лед *III* со сжатием

¹ Г у с т а в Т а м м а н (1861—1938 гг.)—до 1903 г., в России, затем в Германии. Разработал теорию кристаллизации, диаграммы состояния многих металлических систем.

на 20%. Вода превращается в лед *III* со сжатием на 2—4% и выделением скрытой теплоты 50,9—66,4 кал/г. Лед *I* переходит в лед *II* со сжатием на 22% и выделением скрытой теплоты 8—10 кал/г. Лед *II* переходит в лед *III* с расширением и выделением теплоты.

Самая верхняя тройная точка: лед *VI* — вода — лед *VII* при 81,6°C и 22 400 атм. Бриджмен экспериментально довел кривую равновесия лед *VII*—вода до 192,3°C и 40 000 атм (жгучий лед). Как видим, на диаграмме отсутствует лед *IV*. Впоследствии были найдены его следы, но он оказался очень неустойчивым.

Если принять параметры состояния p , V , T за оси координат, то уравнение состояния изобразится *термодинамической поверхностью*. Наиболее простой является термодинамическая поверхность идеального газа (рис. 405), выражаемая уравнением К л а п е й р о н а $pV=RT$. Сечения этой поверхности плоскостями $T=\text{const}$ — гиперболы (закон Б о й л я — М а р и о т т а). Сечения поверхности плоскостями $p=\text{const}$ — прямые линии, отклоняющиеся вправо с

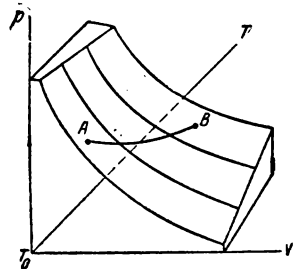


Рис. 405

ростом T от плоскости (p, T) на $\frac{1}{273}$ при нагревании на каждый градус (закон Г е й - Л ю с с а к а). Наконец, сечение этой поверхности плоскостями $V=\text{const}$ — прямые, поднимающиеся кверху от плоскости (V, T) тоже на $\frac{1}{273}$ при нагревании на 1°C. Получилась термодинамическая поверхность, точки которой изображают состояния идеального газа.

Любое состояние газа изображается точкой на этой поверхности, например *A* (*фигуративная точка*). Если происходит процесс изменения состояния, то этот процесс изображается линией, лежащей на термодинамической поверхности, например *AB*. Ход теплового процесса изображается механическим движением фигуративной точки по кривой *AB*.

Могут быть более сложные термодинамические поверхности, в которых в качестве координат участвуют те или иные термодинамические функции, как то: энтропия, внутренняя энергия, энтальпия, свободная энергия, полный термодинамический потенциал. Не могут служить координатами величины количества теплоты и работы, так как они не являются функциями состояния системы и зависят от пути процесса.

Приведем реальную термодинамическую поверхность воды и льда в координатах p , V , t (рис. 406) от — 40°C до 100°C и до $p = 25\,000$ атм.

Рассмотренные до сих пор *фазовые превращения* характеризуются тем, что при них скачком изменяется *внутренняя энергия*

и плотность вещества. Такие переходы называются *фазовыми превращениями первого рода*. К ним относятся: плавление, испарение, возгонка, переходы из одной кристаллической модификации в другую, например ромбоэдрической серы в моноклинную, переходы в системе железо—углерод, переходы одного вида льда в другой. Все превращения первого рода сопровождаются поглощением или выделением скрытой теплоты перехода.

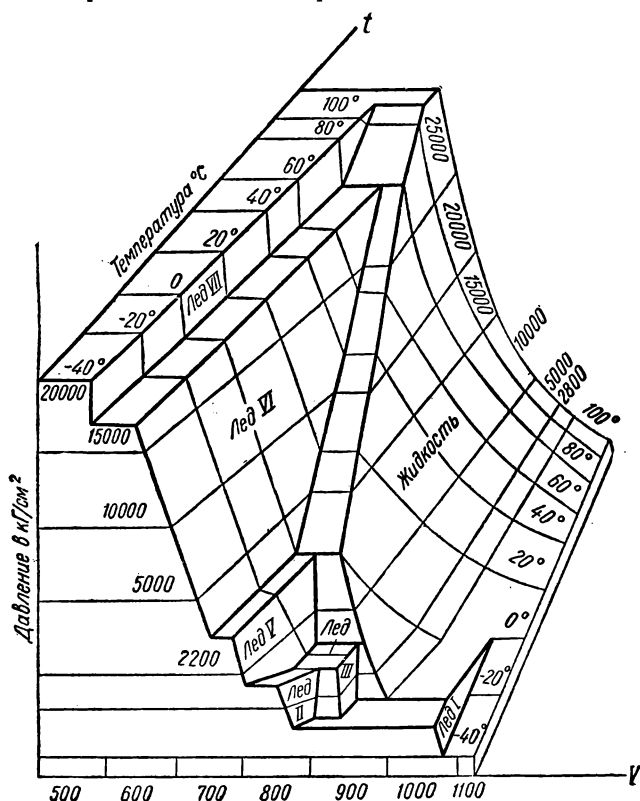


Рис. 406

При фазовых превращениях второго рода внутренняя энергия и плотность вещества не изменяются. Но скачком меняются другие свойства: теплоемкость, сжимаемость, коэффициент расширения. Примерами фазовых превращений второго рода могут служить: переход проводников из нормального в сверхпроводящее состояние, процессы упорядочения в сплавах, переход ферромагнетиков в парамагнитное состояние и т. д. Скрытая теплота при фазовых превращениях второго рода отсутствует.

В многокомпонентных системах вместо кривых фазового равновесия приходится рассматривать уже поверхности фазового равно-

весия. Основой исследования фазовых равновесий в многокомпонентных системах являются *методы физико-химического анализа*, разработанные акад. Н. С. Курнаковым¹ и его школой.

Простейшим примером фазового превращения второго рода является переход в твердом сплаве меди с цинком. Высокая температура обуславливает беспорядочное распределение атомов меди и цинка по узлам решетки, имеющей кубическую форму с центрированными гранями. Если медленно охлаждать сплав, то при некоторой температуре атомы меди располагаются преимущественно в центрах граней, а атомы цинка — в вершинах куба. Кристалл становится частично упорядоченным.

Теория фазовых превращений второго рода разработана советским акад. Л. Д. Ландау².

Замечательным примером фазового превращения второго рода является превращение жидкого гелия I в жидкий гелий II, происходящее при давлении, равном 1 атм и при $T=2,19^\circ\text{K}$. Гелий II обладает свойством сверхтекучести, открытым в 1938 г. акад. П. Л. Капицей в СССР. Это свойство состоит в том, что гелий II может протекать, не встречая никакого сопротивления, т. е. без трения, через самые тонкие капилляры и узкие щели. У него совершенно отсутствует вязкость. Теорию сверхпроводимости и сверхтекучести разработали советские акад. Л. Д. Ландау и Н. Н. Боголюбов.

Глава XVIII

ТЕПЛОВЫЕ И ХОЛОДИЛЬНЫЕ МАШИНЫ

§ 149. Паровые машины

После столетних усилий, связанных с именами Папина³, Савери, Ньюкомена⁴, И. И. Ползунова⁵ и многих других, англичанин Джемс Уатт⁶ выполнил (1784 г.) те усовершенствования в паровой машине, которые сделали ее на долгие годы фактором промышленного прогресса.

Всякая паровая машина состоит из следующих частей: 1) *нагреватель* (котел); 2) паровой *цилиндр*, где пар расширяется и производит работу, двигая поршень; 3) *холодильник*, где пар, уже

¹ Николай Семенович Курнаков (1860—1941 гг.) — советский химик, основатель физико-химического анализа.

² Лев Давидович Ландау (род. в 1908 г.) — советский физик, лауреат Сталинской премии.

³ Дени Папин (1647—1714 гг.) — французский физик, один из изобретателей парового двигателя.

⁴ Томас Ньюкомен (1663—1729 гг.) — английский изобретатель паровой поршневой машины.

⁵ Иван Иванович Ползунов (1728—1766 гг.) — русский теплотехник, один из изобретателей универсального теплового двигателя.

⁶ Джемс Уатт (1736—1819 гг.) — английский изобретатель.

отработавший, охлаждается и конденсируется. Известно, что лишь ничтожная часть затраченной теплоты преобразуется в кинетическую энергию поршня, большая часть ее тратится на теплопроводность (нагревание частей машины), на лучеиспускание, трение и, наконец, переходит с паром в холодильник.

С конца прошлого века все большую роль играют *паровые турбины*, действие которых основано на существенно ином принципе, *подобном* принципу устройства водяных турбин. В паровой машине работа осуществляется давлением пара при его расширении; в турбине кинетическая энергия пара непосредственно превращается в кинетическую энергию вращения колеса и вала.

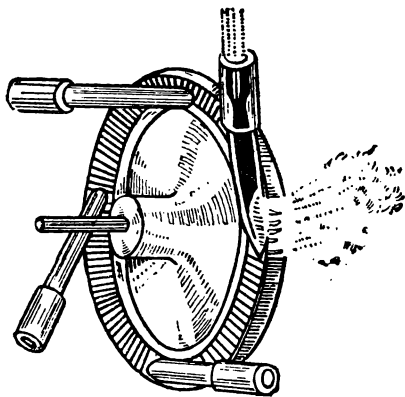


Рис. 407

1. В направляющем аппарате (сопло Лаваль¹, 1885 г.) энергия сжатого пара преобразуется при расширении (например, от 50 до 1 атм) в кинетическую энергию пара.

2. Паровая струя, вырываясь с громадной скоростью (до 1500 м/сек) из направляющего аппарата, ударяет в скошенные лопатки турбинного колеса, отдает им большую часть своей кинетической энергии, которая преобразуется в энергию вращения колеса турбины (рис. 407).

Скорости вращения турбины могут быть огромны — десятки тысяч оборотов в минуту; при помощи специальных устройств их обычно постепенно снижают до 1000—3000 об/мин, так как никакой материал турбинных колес не мог бы вынести развивающихся при такой окружной скорости центробежных сил.

Вода в холодильниках паровых турбин имеет столь высокую температуру, что может служить для отопления жилых помещений и предприятий и устройства теплоцентралей.

В наше время строятся тепловые турбины мощностью в 100 000 квт и выше.

§ 150. Идеальный цикл паровой машины

Рабочее вещество в двигателе, в частности пар в паровой машине, проходит ряд процессов, составляющих рабочий цикл машины. Так, в идеальной паровой машине, т. е. такой, которая работает без трения, лучеиспускания и без теплопроводности, рабочий цикл

¹ Карл Густав Патрик Лаваль (1845—1913 гг.) — шведский инженер и изобретатель.

слагается из следующих обратимых процессов (рис. 408) (цикл Р а н к и н а ¹).

1. *Изохорический EA*: давление в левой части цилиндра в момент пуска пара возрастает от низкого давления p_0 (в холодильнике или атмосфере) до давления в котле p_1 .

2. *Изобарический AB*: поршень движется слева направо и пока цилиндр соединен с котлом давление постоянно p_1 .

3. *Адиабатический BC*: в точке B при объеме V_1 происходит *отсечка пара*, в цилиндр пар более не поступает; пар, уже находящийся в объеме OV_1 , расширяется до V_2 и производит работу за счет своей внутренней энергии, давление и температура его падают; обозначим давление V_2C через p_2 .

4. В точке C открывается сообщение с холодильником (или с атмосферой), давление мгновенно падает до p_0 — процесс *изохорический*.

5. Отработавший пар удаляется из цилиндра обратным ходом поршня (справа налево) при постоянном давлении p_0 , процесс *изобарический DE*. Последний процесс сопровождается отрицательной работой, так как в течение его не пар работает, а над паром производится работа.

Рабочий цикл машины завершен.

Сложив алгебраически работы, совершенные в течение каждого из этих процессов, найдем работу машины за один цикл. Графически эта работа выразится так.

$$W = OABV_1 + V_1BCV_2 - V_2DEO = \text{пл. } ABCDEA.$$

Работа цикла графически изображается площадью, ограниченной замкнутой кривой этого цикла. Так решается вопрос о графическом определении работы паровой машины.

Если мы хотим решить его путем вычислений, нам нужно вычислить работы в течение трех указанных процессов по наблюдаемым значениям p , V , T .

1. Обозначим работу изобарического процесса (площадь $OABV_1$) через W_1 ; тогда

$$W_1 = p_1 V_1.$$

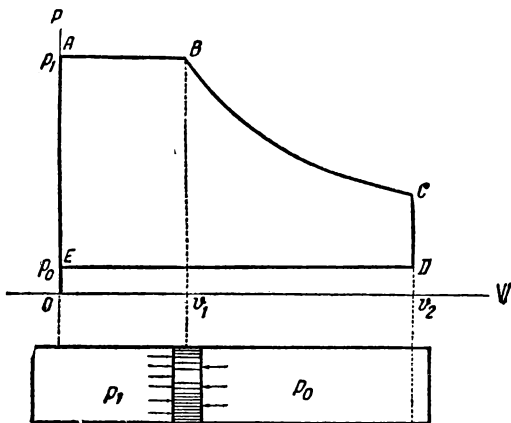


Рис. 408

¹ У и л ь я м Р а н к и н (1820—1872 гг.) — шотландский инженер и физик.

2. Работу адиабатического процесса обозначим через W_2 .

$$W_2 = \frac{1}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

3. Работу (отрицательную) в течение изобарического процесса V_2DEO обозначим через W_3 ,

$$W_3 = p_0 V_2.$$

Сложив эти работы, найдем работу W за весь цикл

$$W = W_1 + W_2 - W_3.$$

Таким же способом вычисляются работы и других двигателей, если известны диаграммы их циклов.

В идеальной машине

$$W = Q_0 - Q_1,$$

где Q_0 — теплота, полученная от котла, Q_1 — теплота, отданная холодильнику, W — работа, совершаемая рабочим телом, выраженная в тех же единицах измерения, как и Q .

§ 151. Индикаторный цикл

Для выяснения действительного, а не идеального цикла двигателей надо при помощи *индикатора* записать его действительную диаграмму.

Индикатор У а т т а (рис. 409) состоит из небольшого цилиндра O , соединенного с рабочей камерой цилиндра двигателя. На пор-

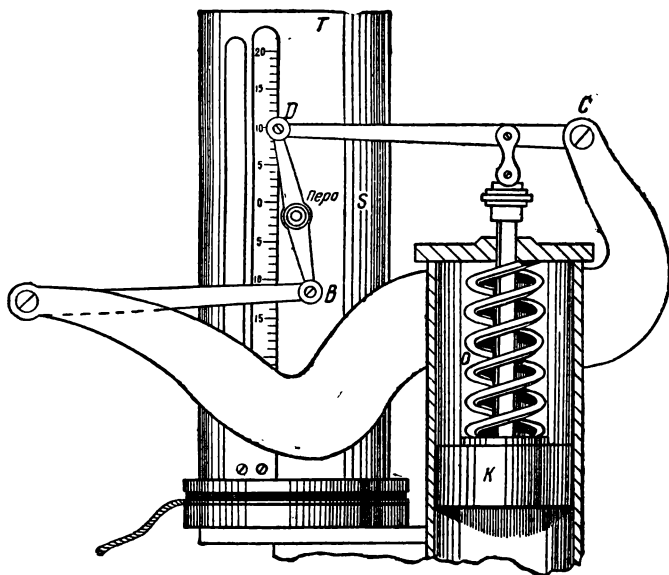


Рис. 409

шень K снизу действует давление работающего вещества (например, пара): он перемещается вверх и вниз при изменении давления; пружина оттягивает поршень вниз. Движения поршня при помощи рычага CDB передаются пишущему аппарату S , который записывает свое движение на вращающемся барабане T , вращение которого синхронно с движением поршня. Пружина так урегулирована, чтобы размахи пера S соответствовали установленному масштабу чертежа на цилиндре.

Если снимем бумагу с вращающегося барабана T , то на ней увидим запись движений поршня K , которая называется *индикаторной диаграммой*; например, для паровой машины индикаторная диаграмма за один цикл будет иметь вид $A^1B_1C_1D_1E_1E_2A_1$ (рис. 410). Площадь этой диаграммы меньше площади идеальной, следовательно, при данных условиях работа идеальной машины больше реальной, как и нужно ожидать, исходя из общих соображений II начала термодинамики.

Изучая строение индикаторной диаграммы двигателя, мы видим, какие процессы и в какой последовательности образуют *рабочий цикл двигателя*. Зная эти процессы и последовательность их, мы можем графически и вычислением найти работу двигателя.

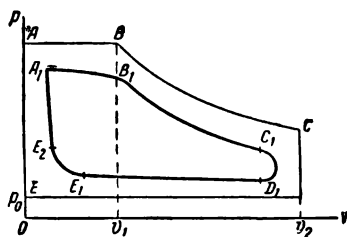


Рис. 410

§ 152. Двигатели внутреннего сгорания

В паровой машине или в турбине нагреватель (котел) отделен от рабочего цилиндра; это влечет за собой потери теплоты и делает всю установку громоздкой. Поэтому на самолетах, автомобилях пользуются исключительно *двигателями внутреннего сгорания*, в которых генератор высокой температуры находится в самом рабочем цилиндре, в нем сжигается горючее вещество (нефть, бензин, светильный газ и т. п.); воздух и образующиеся газы выполняют тот или другой рабочий цикл.

Двигатель внутреннего сгорания, имевший практическое значение, был впервые построен французским механиком Л е н у а р о м¹ (1860 г.) Затем немецкие инженеры Отто² (1877 г.) и Дизель³ (1893 г.) создали два основных их типа, которые бесконечно варьируются в настоящее время, особенно в авиационной промышленности.

¹ Этьен Л е н у а р (1822—1900 гг.), родился в Бельгии, жил с 1838 г. во Франции; его двигатель работал на смеси воздуха и светильного газа.

² Н и к о л а у с А в г у с т О т т о (1832—1891 гг.) — немецкий конструктор и предприниматель.

³ Р у д о л ф Д и з е л ь (1858—1913 гг.) — немецкий изобретатель.

Рассмотрим схемы циклов этих двигателей.

Рабочий цикл *четырёхтактного газового двигателя типа Отто* состоит из следующих процессов (рис. 411).

1. При *первом ходе* (слева направо) поршня в цилиндре всасывается через клапан *I* смесь газа (светильный газ, пары бензина и т. п.) с воздухом. На диаграмме (рис. 411) этому соответствует изменение объема от V_2 до V_1 , причем допускаем, что давление $p_0 = p_A$, приблизительно равное атмосферному, остается *постоянным*. Заметим, что из левого и правого мертвого положения поршень выводится при помощи тяжелого маховика *E*.

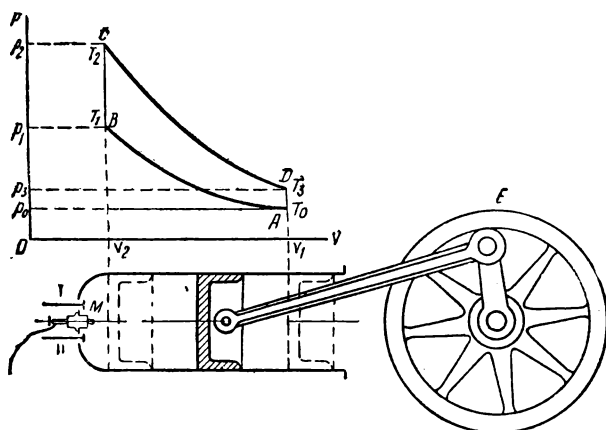


Рис. 411

2. В течение *второго хода AB* поршень, двигаясь налево, *адиабатически сжимает* смесь, уменьшая ее объем от V_1 до V_2 и повышая температуру газа от T_0 до T_1 , а давление от $p_0 = p_A$ до $p_1 = p_B$ (примерно до 7 атм). Часть цилиндра с объемом V_2 называется «камерой сгорания» и составляет около $\frac{1}{6} - \frac{1}{4}$ всего объема цилиндра. Работа адиабатического сжатия, в данном случае отрицательная, выразится так

$$-V_1ABV_2 = -W_2 = c_V(T_1 - T_0).$$

3. При помощи электрической искры, проскакивающей в *M*, сжатая смесь загорается; происходит почти мгновенное возрастание давления до $p_2 = p_C$, температура поднимается от T_1 до T_2 (примерно до 2000°C); затрата энергии при этом *изохорическом процессе BC* представляет собой теплоту Q горения газа на пути *BC*

$$Q = c_V(T_2 - T_1);$$

здесь под c_V следует понимать среднюю теплоемкость газовой смеси для температурного промежутка $T_2 - T_1$.

Последующее расширение до V_1 происходит приблизительно по адиабате CD ; это и есть тот ход процесса, при котором газ совершает работу,

$$V_2 CDV_1 = c_V(T_2 - T_3),$$

где T_3 есть температура в конце процесса CD ; давление в точке D падает до $p_3 = p_1 D$.

4. В точке D открывается выпускной клапан II ; отработавшие газы удаляются из цилиндра, давление падает до $V_1 A = p_0$ и температура до первоначальной T_0 .

Перейдя правую мертвую точку, поршень переместится влево и при этом выталкивает отработавший газ из цилиндра через клапан III . Затем цикл начинается снова.

Из этого описания цикла следует, что работа 1 кг смеси за один цикл выразится так

$$W = V_2 CDV_1 - V_1 ABV_2 = \text{пл. } ABCDA = c_V(T_2 - T_3) - c_V(T_1 - T_0).$$

Четырехтактный двигатель Д и з е л я имеет следующий рабочий цикл.

1. При первом ходе поршня $O_2 A$ (рис. 412) в цилиндр засасывается атмосферный воздух; процесс *изобарический* при давлении почти атмосферном.

2. При втором ходе поршня (налево) воздух этот *адиабатически сжимается по AB* примерно до 40 атм (камера сгорания V_0 равна около 1/15 всего объема цилиндра). Температура воздуха сильно повышается (примерно до 1000°C). В течение этого хода совершается отрицательная работа

$$-W_1 = -V_2 ABV_0 = -c_V(T_0 - T_3).$$

3. В начале третьего хода в цилиндр впрыскивается горючее вещество в распыленном виде (керосин, бензин, нефть, мазут и т. п.). В раскаленном воздухе происходит его воспламенение и горение при *постоянном давлении* $V_0 B = p_1$, причем температура возрастает от T_0 до T_1 . Работа при этом *изобарическом* процессе выразится так

$$W_2 = V_0 B C V_1 = p_1(V_1 - V_0) = R(T_1 - T_0).$$

Теплота, затраченная при этом процессе, равна числу калорий, появившихся при сгорании во время процесса BC

$$Q = c_p(T_1 - T_0).$$

Затем смесь продуктов горения и воздуха *адиабатически расширяется по CD* и совершает работу

$$W_3 = V_1 CDV_2 = c_V(T_1 - T_2).$$

4. В D открывается выпускной клапан, и при обратном ходе поршня смесь удаляется из цилиндра.

Работа цикла Д и з е л я выразится так

$$W = \text{пл. } ABCD = -W_1 + W_2 + W_3.$$

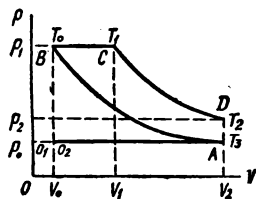


Рис. 412

Как и в случае паровой машины, реальные — *индикаторные циклы* — будут отличаться от идеальных, и вычисление работы потребует введения многих поправок; из них одна особенно существенна: при больших разностях температур (до 2000°С) *нельзя считать* c_p и c_v постоянными.

§ 153. Коэффициент полезного действия тепловой машины

Важнейшую оценку всякой тепловой машины дает ее коэффициент полезного действия.

Положим, что для осуществления какого-либо процесса в машине затрачено количество теплоты Q и при этом совершена работа W , отношение W к Q называется *коэффициентом полезного действия*

$$\eta = \frac{W}{Q}.$$

Это понятие применимо ко всякому двигателю или машине в целом; тогда Q — энергия, затраченная (например, на парообразование в паровом котле) в работающем веществе, W — полезная работа, произведенная при помощи двигателя; их отношение дает *общий или промышленный коэффициент полезного действия (к. п. д.) машины*.

Так, если паровой машиной на 1 л. с. в час расходуется около 1 кг лучшего угля, теплотворная способность которого около 8000 ккал/кг, то промышленный коэффициент полезного действия машины

$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{75 \cdot 60 \cdot 60}{427 \cdot 1 \cdot 8000} \cdot 100\% \approx 10\%.$$

Можно ставить вопрос о к. п. д. каждой части машины, например в паровой машине о к. п. д. котла, о механическом коэффициенте полезного действия, т. е. отношении работы на валу к работе в паровом цилиндре и т. д. Общий к. п. д. двигателя равен произведению всех частных коэффициентов

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots$$

Известно, что к. п. д. тепловых машин очень низки; так, для паровой машины он составляет около 10%, паровых турбин — около 18%, двигателей внутреннего сгорания — до 35% и выше.

§ 154. Обратные циклы и проблема «динамического» отопления

Машина проходит обратный цикл, если за счет совершаемой работы теплота отнимается от менее нагретого тела и передается более нагретому телу. Признаком обратного цикла в системе коор-

динат (pV) является то, что кривые расширения лежат ближе к оси абсцисс, чем кривые сжатия. К. п. д. холодильной машины

$$\eta = \frac{\text{затраченная теплота}}{\text{подведенная теплота}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Если взять обратный цикл К а р н о между $+30^\circ$ и -30° С, то

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0,247.$$

Обычно для холодильных машин определяют не к. п. д., а обратную величину, называемую *холодильным эффектом*

$$\frac{1}{\eta} = \frac{\text{подведенная теплота}}{\text{затраченная теплота}} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}.$$

Для обратного цикла К а р н о между $+30^\circ$ и -30° С холодильный эффект равен

$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} = 4,05.$$

Иногда калорию, отнятую от тела с понижением его температуры, называют *фригорией*, а машину— *тепловым насосом* (рис. 413 и 414).

При помощи тепловых насосов можно создать «динамическое» отопление жилищ. Рассмотрим пример такого отопления за счет теплоты, притекающей снаружи. Пусть при наружной температуре 0°C нужно поддерживать внутри дома температуру в 20°C ($T_1 = 293^\circ\text{K}$; $T_2 = 273^\circ\text{K}$).

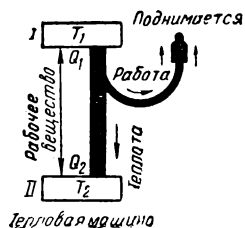


Рис. 413

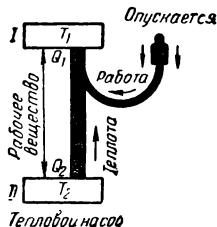


Рис. 414

Для идеального предельного случая полной обратимости имеем

$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} = 13,65.$$

При согревании жилищ электрическими печами мы получаем на киловатт-час только 860 ккал. Более «экономным» был бы другой метод: следовало бы использовать электрическую энергию для «накачки» в дом теплоты снаружи. Для этого в нашем примере достаточно было бы 7% электрической энергии, расходуемой при

обычном способе. Это значит, что, затратив 1 квт-ч, мы могли бы накачать в комнату около 12 000 кал.

Московский физик В. А. М и х е л ь с о н ¹ предложил следующий *обратный цикл*. Возьмем легко конденсирующийся газ, например аммиак, и включим его в систему труб, часть которых находится в доме, а часть — на улице. В доме поставим насос, за счет работы которого газообразный аммиак сжимается с конденсацией и выделением скрытой теплоты, идущей на нагревание дома. Жидкий аммиак выпускается в трубы, находящиеся на улице, в которых давление очень низко; вследствие этого аммиак испаряется. При испарении поглощается скрытая теплота за счет внутренней энергии окружающего воздуха, хотя бы это и происходило зимой, на морозе. Газообразный аммиак всасывается в дом, сжимается до конденсации с отдачей скрытой теплоты и т. д. Такой способ передачи теплоты от менее нагретой среды более нагретой за счет совершения работы У и л ь я м Т о м с о н назвал в 1853 г. *динамическим отоплением*.

К сожалению, *тепловые насосы* очень громоздки и дороги. Поэтому в настоящее время они редко употребляются, но их дальнейшее усовершенствование и распространение крайне желательно для сбережения энергетических ресурсов.

Само собою разумеется, что действие теплового насоса не противоречит II началу термодинамики, так как энтропия всей системы при работе теплового насоса возрастает.

¹ В л а д и м и р А л е к с а н д р о в и ч М и х е л ь с о н (1860—1927 гг.) — профессор физики Московской сельскохозяйственной Академии, ученик А. Г. Столетова; первый применил статистические методы к распределению энергии в спектре излучения черного тела, заложил основы теории взрывного горения.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абсолютная скорость, 43
— температура, 224, 229
Абсолютно твердое тело, 85
Абсолютный нуль, 228, 426
Абсорбция, 387
Авиагоризонт, 121
Автопилот, 121
Адгезия, 138
Адиабатический процесс, 297
Адсорбция, 385
Активация энергии, 389
Активированный уголь, 386
Актинометр, 251
Аморфные тела, 389, 407, 411, 425, 429
Ангстрем, 213
Анизотропные тела, 407, 430
Аномалии жидкостей, 390
Ассоциированные жидкости, 390
Атмосфера физическая, 221
— техническая, 221
Атомные столкновения, 180
— решетки, 403
Атомы, 213
Аэростат, 186

Б

Баллистика, 170
Баллистический маятник, 178
Бария, бар, 221
Барометрическая формула, 249
Барометры, 222
Барьер потенциальный, 168, 371
Бифилярный подвес, 305
Ближний порядок, 372
Броуновское движение, 211

В

Вакуум, 257, 268
Вакуумная техника, 272

Вакуумные насосы, 270
Векторы, 20, 163
Вероятность состояния, 218, 338
Вещество, 4
Взаимосвязь массы и энергии, 82
Вискозиметр, 199
Вихревая полоса, 202
Вихревое движение, 197, 198
Внутреннее трение, 195, 265
Внутренние силы, 211
Внутренняя энергия, 77
— — идеального газа, 245
— — системы, 286, 290
Внутриатомная энергия, 342
Водородный термометр, 221, 228
Водоструйный насос, 191
Водяной пар, 397
— эквивалент, 275, 280
Возгонка, 413
Воздушный термометр, 221, 228
Волчок, 119
Восстановления коэффициент, 180
Вращательное движение, 98
Вращающий момент, 95
Вращение Земли, 153
Временное сопротивление, 126
Время, 18
— полета, 172
Всемирное тяготение, 146
Второе начало термодинамики, 315, 340
Вырождение газов, 428
Высокополимерные соединения, 430
Высота подъема, 172
Вычисление энтропии, 334
Вычитание векторов, 22
Вязкость, 195

Г

Газы, плотность, 193
— идеальные, 224

Газы реальные, 343, 353
 Газов сжижение, 360
 — смесь, 236, 404
 — вырождение, 428
 Гантель, 306
 Гексагональная система, 422
 Гетерогенные системы, 432
 Гетерополярная связь, 428
 Гидравлический таран, 192
 Гидравлическое давление, 190
 Гидродинамическое давление, 190, 195
 Гидродинамическое трение, 139
 Гидростатическое давление, 190, 195
 Гипербола, 225, 295
 Гипотеза, 6
 — Вант-Гоффа, 417
 Гирокомпас, 120
 Гироскопический эффект, 116
 Гироскоп тяжелый, 119
 Главный момент количества движения, 101
 Годограф скорости, 33
 Гомеополярная связь, 428
 Гомогенные системы, 432
 Гравитационная постоянная, 149
 — масса, 153
 Гравитационное поле, 164
 Гравитационный потенциал, 166
 Градиент, 259
 — давления, 196
 — потенциала, 167
 — скорости, 203
 — температуры, 260
 Граничное трение, 138

Д

Давление в жидкостях, 183
 — в газах, 185, 221
 — гидростатическое, 184
 — гидродинамическое, 190
 — пьезометрическое, 190
 — лобовое, 204
 — критическое, 357
 — молекулярное, 348, 379
 Дальний порядок, 389
 Дальность полета, 171
 Двигатели внутреннего сгорания, 441
 Движение, 5, 15, 84
 — прямолинейное и равномерное, 18
 — равномерно-переменное, 27
 — криволинейное, 31
 — по окружности, 36
 — поступательное, 86
 — вращательное, 98
 — брошенных тел, 170
 — жидкости, 186
 Движение ламинарное, потенциальное, турбулентное, 197
 — вихревое, 198

Движение тепловое, 210
 — броуновское, 211
 — хаотическое, 212
 Двучленный закон трения, 138
 Действующих масс закон, 253
 Деформации, 122, 210
 — растяжения, 124
 — прогиба, 125
 — сдвига, 129
 — кручения, 130
 Джоуль, 64
 Диаграммы энтропийные, 404
 Дина, 56
 Динамика, 17, 40
 Динамический прогиб, 112
 Динамическое отопление, 446
 Динамометр, 121
 Диполи, 387
 Диссипативные системы, 80
 Диссипация энергии, 81
 Диффузия, 210, 265
 Дьюаровский сосуд, 281
 Дырка в кристалле, 409

Е

Естественные процессы, 317

Ж

Жидкие кристаллы, 430
 Жидкости, 182
 — идеальные, 183, 201
 — вязкие, 20
 — переохлажденные, 389
 — испарение, 390
 — кипение, 392

З

Закон Ньютона первый, 40
 — — второй, 44
 — — третий, 49
 — сохранения количеств движения, 57
 — — энергии, 78
 — — массы, 82
 — — момента колич. движения, 100
 — Гука, 123
 — трения, 135
 — Кеплера, 1, 2 и 3, 140
 — всемирного тяготения, 146
 — упругого отражения, 179
 Закон Паскаля, 183
 — истечения Торичелли, 192
 — трения, двучленный, 138
 — Стокса, 199
 — вязкости, Ньютона, 199, 399
 — кратных отношений, 209
 — периодический Менделеева, 214
 — Бойля—Мариотта, 225
 — Авогадро, 234, 241

Закон Дальтона, 237
 — действующих масс, 253
 — Джоуля, 293
 — равномерного распределения энергии, 308
 — Дюлонга и Пти, 313
 — термодинамики, основной, 342
 — абсорбции, Генри, 387
 — испарения, Дальтона, 390
 — Рауля, 420
 — кубов, Дебая, 425
 — Грюнейзена, 426
 Зоны заряженных частиц, 252

И

Идеальные жидкости, 183, 201
 — газы, 224, 230, 291
 Изобарический процесс, 226, 229, 293
 Изолированная система, 57, 286
 Изоляторы, 428
 Изотермический процесс, 225, 295
 Изотонические растворы, 417
 Изотропные тела, 128, 407, 430
 Изохорический процесс, 227, 229, 292
 Импульс силы, 47
 Инвариантная система, 433
 Инверсии слой, 252
 — точки, 363
 Индикатор, индикаторная диаграмма 440
 Индукция, 6
 Инерциальная система отсчета, 42, 103, 169, 189
 Инерция 46, 102
 Ионная решетка, 408
 Ионосфера, 251
 Искусственные процессы, 317
 Испарение жидкости, 390
 Источники энергии, 311

К

Калориметрия, 279
 Калорическое уравнение состояния, 293
 Калория, 274, 276
 Капиллярность, 211, 382
 Карданов подвес, 118
 Квантовая теория, 214, 314
 Килограмм, 65
 Кинематика, 17, 18
 Кинетическая теория газов, 240
 — энергия, 66, 68
 — — вращательного движения, 101
 Кипение, 392
 Ковалентная связь, 428
 Количество движения, 47, 59
 — теплоты, 277

Компенсация, 316, 322
 Компоненты, 432
 Конвекция, 278
 Конденсационный насос, 270
 Конический маятник, 113
 Консервативные системы, 74
 Конус нутации, 118
 — прецессии, 119
 Концентрация, 415
 Космические ракеты и корабли, 252
 Космические скорости, 143, 172
 Коэффициент упругости, 125, 127
 — сжатия, 128
 — сдвига, 129
 — поперечного сжатия, 130
 — Пуассона, 131
 — трения, 136
 — восстановления, 180
 — вязкости, 198
 — полезного действия, механический, 139
 — линейного и объемного расширения, 223, 226
 — давления при постоянном объеме 227
 — теплопроводности, 260
 — диффузии, 265
 — внутреннего трения, 265
 — теплоотдачи 278
 — абсорбции, 388
 — полезного действия цикла Карно, 324
 — — — тепловой машины, 444
 Кратных отношений закон, 209
 Криволинейное движение, 31
 Кривошипный механизм, 306
 Кривые потенциальные, 168
 — фазового равновесия, 413, 434
 Криогенные институты, 361
 Кристаллизация, 418
 Кристаллическая решетка, 407
 — система, 421
 Кристаллы, 389, 407, 411
 — жидкие, 430
 Критическая скорость, 196
 Критические параметры состояния, 358
 Критическое состояние, 351
 Круговой процесс, 289
 Кручение, 130
 Кубическая система, 421

Л

Ламинарное движение, 197, 201
 Лед, 434
 Литр, 65
 Литр-атмосфера, 235
 Лобовое сопротивление, 204
 Луны движение, 145
 Лучи Рентгена, 214

М

Макромир, 8, 53, 209
 Манометры, 221
 — вакуумные, 270
 — Пирани, 271
 радиометрические, 272
 Масса, 46, 49, 82
 — и вес, 55
 — инертная и тяжелая, 83
 — Земли, 151
 Материальная точка, 15
 Материя, 3
 Машина Линде, 362
 — Клода, 368
 Мгновенные силы, 175
 Металлов решетки, 409
 Метастабильное состояние, 359
 Метод молекулярно-кинетический,
 208
 — статистический, 215
 — термодинамический, 219
 Метр, 65
 Механика твердого тела, 85
 — небесная, 146
 — жидкости и газа, 182
 Механистическое мировоззрение, 14
 Механическая энергия, 77
 — теория теплоты, 274
 Механический эквивалент теплоты,
 274
 Микромир, 8, 53, 208
 Миллибар, 221
 Модуль упругости, 125, 127
 — сжатия, 128
 — сдвига, 129
 — кручения, 130
 Молекулы, 213, 345
 Молекулярная физика, 208
 Молекулярная теплоемкость, 294, 310
 — решетка, 409
 Молекулярное давление, 348, 379
 Молекулярно-кинетическая теория,
 213
 Молекулярно-кинетический метод, 208
 Молекулярные веса, 256
 — связи, 406
 Молекулярный вес, 235
 — пучок, 248
 Мольный объем, 221
 Момент силы, 89
 — пары сил, 92
 — инерции, 93
 — — вращающий, 95
 — количества движения, 100
 — импульса, 100
 — главный, 101
 Моноклинная система, 422
 Монокристаллы, 410, 425, 429
 Мономолекулярный слой, 385

Н

Наивероятная скорость, 247
 Напряжение, 128
 Напряженность, 164
 Насос водоструйный, 191
 — газовый, Геде, Ленгмюра, 269
 — тепловой, 445
 Насыщение, 357, 390
 Насыщенный пар, 400
 Начало термодинамики, первое, 273
 — — второе, 315
 Начало термодинамики третье, 427
 Небесная механика, 146
 Неинерциальные системы, 169
 Необратимые процессы, 316
 Неразрывности уравнение, 186
 Неупругий удар, 176
 Нулевые колебания, 169
 Нутация, 118

О

Обратимые процессы, 319
 Обратные циклы, 444
 Обтекаемые формы, 206
 Объем, 220
 — удельный, 220
 — мольный, 220
 — критический, 357
 Опыт Фуко, 157
 — Штерна, 248
 Осмос, 414, 416
 Основное уравнение кинетической теор-
 рии газов, 240
 Основной закон термодинамики, 342
 Ось свободная, 115
 — фигуры, 118
 Отвердевание, 410
 Отклонение падающих тел, 156
 Относительная скорость, 42

П

Падение, 23, 29, 71
 Пар, 397
 — насыщенный, сухой, 400
 — перегретый, 401
 Параллелограмм скоростей, 21
 — сил, 48
 Параметр удара, 181
 Параметры состояния, 220
 Пара сил, 86, 89
 Паровые машины, 437
 Первое начало термодинамики, 273,
 287
 Перегретый пар, 401
 Перенос, 259
 Переносная скорость, 42
 Переохлажденные жидкости, 369
 Периодический закон, 214
 Перпетуум-мобиле 1 рода, 291

Перпетуум мобиле 2 рода, 316
 Плавление, 410
 Планет открытие, 148
 Пластичность, 131, 424, 429
 Плотность Земли, 150
 — газов, 193
 — воздуха, 232
 Поверхности эквипотенциальные, 166
 Поверхностно-активное вещество, 385
 Поверхностное натяжение, 211, 374
 Пограничный слой, 203
 Подъемная сила, 206, 207
 Поле, 4
 — гравитационное, 164
 — напряженность, 164
 — — потенциал, 165
 Поликристаллические тела, 425
 Политропический процесс, 303
 Полное ускорение, 40
 Полный термодинамический потенциал, 433
 Полужидкостное трение, 139
 Полупроводники, 428
 Последствие упругое, 134
 Постоянная гравитационная, 149
 — Больцмана, 243, 267
 — солнечная, 341
 Постулат Клаузиуса, 322
 — Планка, 427
 Поступательное движение, 86
 Потенциал поля, 165
 — градиент, 167
 — полный термодинамический, 433
 Потенциальная энергия, 70, 168
 — кривая, 168
 — яма, 168, 371
 Потенциальное течение, 187, 197
 Потенциальный барьер, 169, 371
 Потеря напора, 195
 Поток, 259
 Правило фаз, 433
 Превращения энергии, 70, 82
 Предел упругости, 123, 127
 — прочности, 126, 127
 Пределы применимости II начала термодинамики, 340
 Превращения, 119
 Приведенное количество теплоты, 328
 Приведенные параметры, 359
 Принцип относительности, механический, 16, 43
 — независимости действия сил, 48
 — сохранения энергии, 82
 — эквивалентности, 169
 Прицельное расстояние, 181
 Пробег средний молекул, 257
 Прогиб, 112
 Произведение скалярное, 63, 163
 — векторное, 163
 Пространство, 18

Профиль Жуковского, 205
 Процесс изотермический, 225, 295
 — изобарический, 226, 229, 293
 — изохорический, 227, 229, 292
 — круговой, 289
 — адиабатический, 297
 — политропический, 303
 Процессы обратимые и необратимые, 316
 — равновесные и неравновесные, 319
 — естественные и искусственные, 317
 — экзотермические и эндотермические, 341
 — радиоактивные, 342
 Прочность, 126
 Пуаз, 198
 Пучок молекулярный, 248
 Пьезометрическое давление, 190

Р

Работа, 62, 72, 278
 Равновесие системы, 77, 216
 Равновесие устойчивое, 77, 168
 — тел, 91
 Равновесное состояние, 289
 Равновесные процессы, 319
 Равнодействующая сила, 48, 86
 Равномерно-переменное движение, 27
 Равномерное распределение энергии, 308
 Радиоактивность, 214, 342
 Радиометр, 272
 Радиометрический эффект, 271
 Радиус кривизны, 39
 Радиус молекулярного действия, 256, 345
 Разгонный вихрь, 206
 Ракеты, 61, 252
 Распределение молекул по скорости, 246
 — — Больцманово, 252
 Рассеяние частиц, 180
 — энергии, 327
 Растворы, 414
 — изотонические, 417
 Реакции, 50
 — связей, 305
 — термодерные, 342
 Реальные газы, 343
 — твердые тела, 428
 Регулятор центробежный, 114
 Решетка кристаллическая, 407
 — ионная, атомная, металлическая, молекулярная, 407, 428
 — гомеоплярная, 428
 Ромбическая система, 421
 Ромбоэдрическая система, 422

С

Сверхпроводимость, 366
 Сверхтекучесть, 367
 Свободная энергия, 77, 334, 374
 Свободные оси, 115
 Свободный пробег, 257
 Связанная энергия, 334
 Связи, 305
 — между частицами, 428, 430
 Сгорание, 342
 Сдвиг, 127, 129
 Секунда, 65
 Сепаратор, 115
 Сечение эффективное, 181
 Сжатие, 127
 Сжижение газов, 360
 Сжимаемость жидкостей, 182
 Силовые линии, 166
 Силы, 41, 122
 — реакции, 50
 — центральные, 74
 — инерции, 102
 — центrostреmitельные, 109
 — центробежные, 110
 — упругости, 121, 123
 — внутренние, 123, 211
 — трения, 135
 — всемирного тяготения, 146
 — Кориолиса, 160
 — мгновенные, 175
 — подъемные, 206
 Системы отсчета, 17
 — инерциальные, 42, 103
 — единиц, 56, 64
 — изолированные, 57
 — консервативные, 74
 — диссипативные, 80
 — неинерциальные, 169
 — кристаллов, 421
 — термодинамические, 432
 Скалярное произведение, 63
 Скаляры, 20
 Скольжение, 135
 Скорости критические, 196
 — градиент, 203
 — молекул, 246
 — наивероятные, 247
 — средние, 248
 — средние квадратичные, 240
 Скорость, 19
 — средняя, 24
 — мгновенная, 25
 — угловая, 35
 — относительная, переносная и абсолютная, 42, 43
 — космическая, 143
 — истечения газа, 172, 192
 Скрытая теплота парообразования, 393

Скрытая теплота плавления, 411
 Сложение векторов, 21
 — сил, 48
 Слой пограничный, 203
 — поверхностный, 372
 — мономолекулярный, 385
 Смазка, 137
 Смачивание, 211, 382
 Смесь газов, 236, 404
 Солнечная постоянная, 341
 Соответственные состояния, 360
 Сопло, 438
 Сопrotивление временное, 126
 — лобовое, 204
 Состояние, 220, 432
 — насыщения, 357
 — критическое, 354
 — метастабильное, 359
 — соответственное, 360
 — сфероидальное, 366
 Сохранение количества движения, 57
 — энергии, 78
 — массы, 82
 — момента количества движения, 100
 Сплавы, 420
 Способ смешения, 279
 Спутники Земли, 143, 252
 Средняя квадратичная скорость, 240
 — скорость, 24, 248
 — длина пробега, 257
 Стабилизатор, 121
 Статистический метод, 215
 Статистическое распределение, 427
 Стационарное течение, 186
 Стационарный процесс, 260
 Степени свободы, 305, 432
 Столкновений молекул число, 297
 Стратосфера, 251
 Строение твердых тел, 406, 428
 — жидкостей, 372, 389
 — газов, 345, 351
 Сублимация, 410, 413
 Сухое трение, 138
 Сухой пар, 400
 Сфероидальное состояние, 366

Т

Таран гидравлический, 192
 Твердость, 126, 424
 Твердые тела, 85, 406, 424, 428
 Текучесть, 131
 Температура, 210, 222
 — эмпирическая, 224
 — абсолютная, 224, 229
 — критическая, 357
 — инверсии, 363
 Теорема Больцмана, 253
 — Карно, 323

Теорема Нернста, 336, 426
 Теория молекулярно-кинетическая, 213
 — — — теплопроводности, 262
 Тепловая теорема Нернста, 337
 — форма движения материи, 308
 Тепловое движение, 210
 Тепловой эффект реакции, 253
 — насос, 445
 Теплоемкость, 279
 — средняя, 282
 — газов, 283
 — молекулярная, 294, 310
 — удельная, 310
 Теплопередача, 278
 Теплопроводность, 289
 Теплород, 273
 Теплосодержание, 296
 Теплота, 277
 Термический эквивалент работы, 276
 Термодинамика, 208, 219, 273, 315
 Термодинамическая шкала температур, 326
 Термодинамические поверхности, 435, 436
 Термодинамический метод, 219
 Термометр, 228
 — электрический, 366
 Термохимии закон, 342
 Термоядерные реакции, 342
 Тетрагональная система, 421
 Техническая атмосфера, 221
 — единица массы, 57
 Течение потенциальное, 187
 Торичеллиева пустота, 392
 Трение покоя, 135, 137
 — скольжения, 135
 — качения, 136
 — сухое, граничное и другие виды, 138, 139
 — внутреннее, 195
 Трения двучленный закон, 138
 Тригональная система, 422
 Триклинная система, 422
 Тройные точки, 413, 434
 Тропосфера, 251
 Трубка Пито, 190
 Туннельный эффект, 169
 Турбины водяные, 194
 — паровые, 438
 Турбогенератор, 194
 Турбодетандер, 369
 Турбулентное движение, 197, 201
 Тяготение, 146
У
 Угловая скорость, 35
 Угловое ускорение, 39
 Удар, виды его, 176
 Удара параметр, 181

Удельная газовая постоянная, 233
 — теплоемкость, 310
 Удельный объем, 220
 Универсальная газовая постоянная, 231, 234
 Упрочнение, 429
 Упругий удар, 178
 Упругое последствие, 134
 Упругость, 124, 424
 — формы, 131
 — жидкостей, 182
 Упругости силы, 409
 Уравнение неразрывности, 187
 — Бернулли, 189
 — состояния газов, 230
 — кинетической теории газов, 240
 — калориметрическое, 280
 — первого начала термодинамики, 287
 — состояния, калорическое, 293
 — Роберта Майера, 293
 — Пуассона, 298
 — Ван-дер-Ваальса, 348
 — Клапейрона — Клаузиуса, 405, 430
 — Кирхгофа, 405
 — состояния твердых тел, 409, 426
 Ускорение, 26
 — тангенциальное, 35
 — нормальное, 35
 — центростремительное, 38
 — угловое, 39
 — полное, 40
 — силы тяжести, 154
 Успокоитель, 121
 Усталость, 132
 Устойчивость, 77, 168, 218
Ф
 Фаза, 432
 Фаз правило, 433
 Фазовые превращения 1 и 2 рода, 435
 Фигуративная точка, 435
 Физика, 4, 5
 Физическая атмосфера, 221
 Флюктуации, 257, 339
 Форвакуум, 268
 Формула Бачинского, 200
 — Клапейрона, 231
 — Менделеева, 235
 — барометрическая, 250
 — теплопроводности, 260
 — диффузии, 275
 — внутреннего трения, 65
 — конвекции, 278
 — Лапласа, 379
 Формула Томсона, 397
 Формы движения материи, 5
 Фригория, 445
Х
 Хаотическое движение, 212
 Холодильный эффект, 445

Ц

Центральные силы, 74
Центрифуга, 115
Центр массы, 87
Центробежная сила инерции, 110
Центростремительная сила, 108
Центростремительное ускорение, 38
Цикл, 289
Цикл Карно, 320, 404
— паровой машины, 439
— индикаторный, 440
— Отто, 442
— Дизеля, 443
Циркуляция, 63, 76, 207

Ч

Число Циолковского, 174
— Рейнольдса, 200
— Авогадро, 241, 253
— Лошмидта, 242
— столкновений, 257

Ш

Шкала твердости, 126, 424
— температур, 326

Э

Эвтектика, 419
Эквивалент механический, 274
— водяной, 275
— термический, 276
Эквивалентность видов энергии, 82
— сил инерции и гравитационных сил, 169

Эквивалентность теплоты и работы, 273
Эквипотенциальные поверхности, 166
Экзотермический процесс, 341
Эксперимент, 7
Электрон, 214
Эмпирическая температура, 224
Эндотермический процесс, 341
Энергия, 67
— кинетическая, 67
Энергия потенциальная, 70
Энергия механическая, 77
— внутренняя, 77, 286
— свободная, 77, 334
— упругой деформации, 132
— связанная, 334
— внутриатомная, 342
— активации, 389
Энергии рассеяние, 327
— источники, 389
Энтальпия, 295
Энтропийные диаграммы, 403
Энтропия, 328, 334
— водяного пара, 401
Эрг, 64
Эфир, 11
Эффект туннельный, 169
— реакции тепловой, 253, 341
— радиометрический, 271
— Джоуля—Томсона, 345
— холодильный, 445
Эффективное сечение, 181
Эффективный радиус молекулы, 345

Я

Яма потенциальная, 168, 371

УКАЗАТЕЛЬ ИМЕН

- Авенариус, 358
 Авогадро, 234, 241, 242, 243, 253, 256, 277, 417, 418
 Адамс, 7, 148
 Амага, 182, 223, 343, 344, 370
 Амонтон, 135, 138, 226—228
 Ампер, 10
 Аристотель, 9
 Архимед, 9, 115, 183—185, 254, 255, 375, 381, 384
 Арцимович, 12
 Атвуд, 29
 Бачинский, 200, 369, 389
 Беккерель, 214
 Бернулли, 161, 189—192, 195, 202, 209, 238, 273
 Бессель, 54, 156
 Блэк, 224, 279
 Боголюбов, 12, 368, 437
 Бозе, 427
 Бойль, 209, 224, 227, 230, 244, 250, 252, 271, 273, 298, 343, 345, 417, 435
 Больцман, 10, 244, 252, 253, 255, 267, 308, 314, 337, 338, 389, 425
 Бор, 9, 11
 Борн, 258, 425
 Боровик, 270, 272
 Браве, 407
 Браге, 139, 140
 Бриджмен, 128, 182, 210, 370, 434
 Бриннель, 424
 Бройль, 9
 Броун, 211
 Брэгг, 408
 Бунзен, 10, 192, 193
 Бутлеров, 430
 Бэкон, 6, 273
 Вальлис, 176
 Ван-дер-Ваальс, 348—353, 357—360, 369—373, 388, 394, 395, 399
 Вант-Гофф, 417—420
 Векслер, 12
 Верховский, 137
 Виккерс, 425
 Вольт, 10
 Вроблевский, 362
 Вукалович, 402
 Вульф, 408
 Гааз, 229
 Галилей, 6, 9, 14, 17, 18, 22, 29, 41, 43, 44, 54, 83, 140, 153, 176, 183, 251
 Гамильтон, 32
 Ган, 11
 Гапон, 11
 Гассенди, 209
 Гаусс, 247
 Гаюн, 407
 Геде, 270
 Гейзенберг, 9
 Гей-Люссак, 226, 229, 230, 241, 245, 343—345, 417, 435
 Гельмгольц, 10, 67, 81, 122, 274, 342
 Гельмерт, 156
 Генри, 387
 Герц, 122
 Гершель, 148
 Гесс, 342
 Гиббс, 404, 432, 433
 Голицын, 151
 Громека, 186
 Грэм, 415
 Грюнейзен, 426, 427
 Гуи, 210
 Гук, 122—124, 129, 130
 Гюйгенс, 6, 9, 14, 17, 140, 176.
 Дальтон, 209, 237, 390
 Данилов, 369
 Дебай, 425, 427
 Дезорм, 299, 300

- Декарт, 6, 7, 16, 67
 Демокрит, 9, 208, 209
 Дерягин, 138, 256
 Джинс, 314
 Джоуль, 10, 67, 81, 245, 274, 275, 281
 282, 292, 293, 297, 342, 345, 347,
 348, 361—365, 427
 Джурин, 383
 Дизель, 441
 Дирак, 9
 Дьюар, 228, 281, 361—364
 Дэви, 10, 273
 Дюлонг, 307, 313, 315, 425, 426
 Дютроше, 416
 Жолно, 11
 Жуковский, 204—207
 Завойский, 12
 Зайончевский, 358
 Иваненко, 11
 Ильин, 387
 Ильюшин, 12
 Иоффе, 126
 Кавендиш, 149, 150, 224
 Кальете, 362
 Камерлинг-Оннес, 228, 229, 361,
 365—367
 Каньяр-де-Латур, 355, 357
 Капица, 361, 367, 369, 437
 Карно, 319—329, 331, 404, 405, 445
 Кеезом, 228, 365
 Кельвин (У. Томсон), 10, 224, 229,
 320, 326, 327, 345, 348, 361—363,
 397, 446.
 Кеплер, 139—143, 146, 147, 152
 Кибальчич, 60
 Кирхгоф, 10, 405
 Клапейрон, 231—234, 243, 285, 288,
 289, 293, 298—302, 320, 335, 346,
 349, 353, 403—405, 417, 427, 430,
 431, 435
 Клаузиус, 10, 238, 320—323, 330, 336,
 403—405, 430, 431
 Клеман, 299, 300
 Клеро, 146, 155
 Клод, 368
 Кнудсен, 269, 271
 Коперник, 139
 Кориолис, 161—163
 Крукс, 272
 Кузнецов, 425
 Кулон, 135, 136
 Курнаков, 437
 Курчатов, 343
 Кюри, 11
 Лаваль, 438
 Лавуазье, 83, 209, 224
 Лагранж, 9, 186
 Ландау, 437
 Лаплас, 9, 146, 148, 247, 251, 377, 379,
 383
 Лауэ, 408
 Лебедев, 84
 Леверье, 7, 146, 148
 Левкипп, 208
 Лейбниц, 68
 Ленгмюр, 269—272, 387
 Ленин, 3, 8, 10, 12, 84
 Ленуар, 441
 Лени, 281, 282
 Леонардо-да-Винчи, 41, 67, 81
 Линде, 362—364, 368, 369
 Лобачевский, 18
 Ломоносов, 10, 67, 83, 84, 209, 224,
 238, 273, 279
 Лоренц, 10, 44
 Лоуэлл, 7, 148
 Лошмидт, 242, 264, 277
 Лукреций Кар, 9, 208
 Любимов, 107
 Ляпунов, 146
 Майер, 10, 67, 274, 293, 298, 299, 304,
 335, 342, 427
 Майкельсон, 11
 Мак-Леннан, 361
 Мак-Леод, 270
 Максвелл, 7, 8 10, 246—249, 257, 308,
 314, 427, 428
 Мариотт, 224, 225, 230, 244, 250—252,
 271, 298, 343—345, 417, 435
 Маркс, 5, 10
 Мах, 10
 Менделеев, 8, 214, 234,—236, 252,
 343, 354, 415, 429
 Мещерский, 62
 Милликен, 253, 254
 Михельсон, 446
 Молье, 402
 Морен, 135
 Навье, 186
 Надеждин, 358
 Наттерер, 361
 Нернст, 280, 281, 313—315, 336, 337,
 426, 427
 Нолле, 416
 Ньюкомен, 437
 Ньютон, 6—9, 14—18, 40—50, 53—56,
 62, 67, 82, 88, 94, 98, 100—105,
 108, 109, 118, 123, 140—153, 159,
 162, 176, 193, 198, 205, 215, 239,
 265, 273, 278
 Ольшевский, 362
 Оствальд, 10
 Отто, 441

Папин, 393, 437
Паскаль, 183, 184, 348
Перрен, 211, 212, 247, 254—256
Петржак, 343
Петров, 10, 137
Пикте, 362—365
Пинкевич, 199
Пирани, 271
Пито, 161, 190
Планк, 11, 314, 337, 338
Плато, 375, 377, 380
Ползунов, 437
Попов, 8
Прандтль, 203—207
Пристли, 224
Пти, 307, 313, 315, 425, 426
Пуазейль, 198, 199
Пуассон, 130, 298, 299
Пфеффер, 416, 417

Радциг, 402
Рамзай, 361
Ранкин, 439
Рауль, 420, 421
Ребиндер, 126, 425
Резерфорд, 11, 180, 214
Рейнольдс, 196, 200, 201, 205, 206
Релей, 314, 343, 344
Рентген, 214, 408
Реньо, 280, 282, 284, 343, 344, 397, 402
Рихман, 279
Ричардсон, 247
Рише, 154
Роуланд, 275
Румфорд, 273

Савери, 437
Смолуховский, 339
Спринг, 210
Стевин, 183
Стокс, 186, 199, 256
Стьюарт, 411

Тамман, 434
Тиндаль, 274
Томсон У., см. Кельвин
Томсон Дж., 10, 214
Торичелли, 192
Туполев, 12

Уатт, 114, 437, 440
Уитстон, 271

Фарадей, 10, 360, 361
Федоров, 408
Ферми, 428
Фик, 265
Флеров, 343
Френкель, 369, 372, 389
Фуко, 157, 159
Фурье, 260

Хвольсон, 213

Хрущев, 12

Цельсий, 222, 223, 229, 279, 326
Циолковский, 60, 174

Чадвик, 11
Чаплыгин, 60, 207

Шарль, 226, 227
Шенфлис, 408
Шредингер, 9
Штерн, 248, 249
Штрассман, 11
Шюле, 402

Эйлер, 9, 84, 146, 186
Эйнштейн, 11, 18, 44, 49, 83, 425, 427
Энгельс, 4, 5, 10, 286
Эндрюс, 355—358
Эпикур, 208
Эрстед, 182
Этвеш, 55, 83, 167, 169
Юнг, 67, 125, 127, 377

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора и редактора	2
Введение	3

Часть I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Глава I

Кинематика

§ 1. Движение прямолинейное и равномерное	18
§ 2. Векторные величины	20
§ 3. Движение прямолинейное и неравномерное	22
§ 4. Движение прямолинейное равномерно-переменное	27
§ 5. Падение тел	29
§ 6. Движение криволинейное	31
§ 7. Движение по окружности	35

Глава II

Основы динамики

§ 8 Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета	40
§ 9. Второй закон Ньютона. Масса. Импульс	44
§ 10. Третий закон Ньютона. Силы реакции	49
§ 11. Измерение масс и сил	53

Глава III

Законы сохранения

§ 12. Закон сохранения количества движения	57
§ 13. Работа переменной силы	62
§ 14. Системы единиц	64
§ 15. Кинетическая энергия	66
§ 16. Потенциальная энергия	70
§ 17. Взаимные превращения кинетической и потенциальной энергий	70
§ 18. Консервативные системы	74
§ 19. Закон сохранения энергии в механике	78
§ 20. Диссипативные системы. Превращение энергии из одной формы в другую	80
§ 21. Закон сохранения массы. Взаимосвязь массы и энергии	82

Глава IV

Механика твердого тела

§ 22. Понятие абсолютно твердого тела	85
§ 23. Центр массы и его движение	87
§ 24. Моменты сил. Пара сил	89
§ 25. Моменты инерции.	93
§ 26. Экспериментальное изучение вращательного движения	98
§ 27. Закон сохранения момента количества движения	100
§ 28. Кинетическая энергия вращательного движения	101
§ 29. Силы инерции	102
§ 30. Центробежные и центростремительные силы	108
§ 31. Свободные оси	116
§ 32. Гироскопический эффект	117
§ 33. Применения гироскопического эффекта	119

Глава V

Силы упругости и трения

§ 34. Виды и категории сил в природе	121
§ 35. Деформации твердого тела. Закон Гука	122
§ 36. Модули и коэффициенты упругости	126
§ 37. Энергия упруго-деформированного тела	132
§ 38. Сила трения	135
§ 39. Физические причины трения и двучленный закон	137
§ 40. Роль смазки. Механический коэффициент полезного действия	138

Глава VI

Всемирное тяготение. Элементы теории поля

§ 41. Законы Кеплера	139
§ 42. Закон тяготения Ньютона	141
§ 43. Гравитационная постоянная и определение массы Солнца и планет	149
§ 44. Вращение Земли	153
§ 45. Вращающаяся Земля как система отсчета. Силы Кориолиса	160
§ 46. Скалярное и векторное произведения двух векторов	163
§ 47. Гравитационное поле, его напряженность	164
§ 48. Потенциал поля	165
§ 49. Потенциальные кривые. Принцип эквивалентности	167
§ 50. Физические основы внешней баллистики	170
§ 51. Космические скорости.	172

Глава VII

Упругие и неупругие столкновения тел и частиц

§ 52. Виды столкновений	175
§ 53. Удар абсолютно неупругих шаров	176
§ 54. Удар абсолютно упругих шаров	178
§ 55. Столкновения и рассеяние частиц	180

Глава VIII

Механика жидкостей и газов

§ 56. Механические свойства жидкостей	182
§ 57. Давление в неподвижных жидкостях	183
§ 58. Давление в газах	185
§ 59. Давление в текущей жидкости. Уравнение Бернулли	186

§ 60.	Следствия из уравнения Бернулли	190
§ 61.	Вязкость жидкости и газа	195
§ 62.	Коэффициент вязкости и методы его измерения	198
§ 63.	Ламинарный и турбулентный режимы течения. Числа Рейнольдса	200
§ 64.	Движение тел в жидкостях и газах	201
§ 65.	Лобовое сопротивление	204
§ 66.	Подъемная сила крыла самолета	206

Часть II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 67.	Молекулярно-кинетический метод	208
§ 68.	Статистический метод	215
§ 69.	Термодинамический метод	219

Глава IX

Свойства идеальных газов

§ 70.	Понятие идеального газа. Изопроцессы в газах	224
§ 71.	Уравнение состояния идеального газа	230
§ 72.	Универсальная газовая постоянная	231
§ 73.	Смеси газов	236

Глава X

Основы молекулярно-кинетической теории

§ 74.	Основное уравнение кинетической теории газов	237
§ 75.	Число Авогадро	241
§ 76.	Выводы из основного уравнения кинетической теории газов	243
§ 77.	Скорости молекул идеального газа	246
§ 78.	Опыт Штерна	248
§ 79.	Барометрическая формула	249
§ 80.	Больцмановское распределение частиц в потенциальном поле	252
§ 81.	Определение числа Авогадро	253
§ 82.	Молекулярные величины	256

Глава XI

Явления переноса в газах

§ 83.	Теплопроводность	259
§ 84.	Молекулярно-кинетическая теория теплопроводности в газах	262
§ 85.	Диффузия и внутреннее трение	265
§ 86.	Характеристики молекулярного мира	267
§ 87.	Свойства газов при весьма малых давлениях. Вакуумные насосы и манометры	268
§ 88.	Радиометрический эффект	271

Глава XII

Первое начало термодинамики

§ 89.	Эквивалентность теплоты и работы	273
§ 90.	Физический смысл понятий: теплота, количество теплоты и работа	277
§ 91.	Калориметрия. Теплоемкость	279
§ 92.	Теплоемкости газов	283
§ 93.	Внутренняя энергия системы. Первое начало термодинамики	286
§ 94.	Применение I начала термодинамики к процессам в идеальных газах	291
§ 95.	Адиабатический процесс	297

§ 96. Политропический процесс	303
§ 97. Степени свободы молекул	305
§ 98. Распределение энергии по степеням свободы	308
§ 99. Молекулярно-кинетическая теория теплоемкости газов	310

Глава XIII

Второе начало термодинамики

§ 100. Неравноценность теплоты и работы	315
§ 101. Необратимые и обратимые процессы	316
§ 102. Цикл Карно	320
§ 103. Коэффициент полезного действия цикла Карно	323
§ 104. Термодинамическая шкала температур	326
§ 105. Рассеяние энергии при тепловых процессах	327
§ 106. Энтропия	328
§ 107. Энтропия при необратимых процессах	331
§ 108. Вычисление энтропии	334
§ 109. Энтропия и вероятность состояния	337
§ 110. Пределы применимости II начала термодинамики	339
§ 111. Источники энергии в природе	341

Глава XIV

Реальные газы

§ 112. Отступления от законов идеальных газов	343
§ 113. Реальные газы. Эффект Джоуля—Томсона	345
§ 114. Уравнение Ван-дер-Ваальса	348
§ 115. Исследование уравнения Ван-дер-Ваальса	352
§ 116. Критическое состояние	354
§ 117. Соответственные состояния	359
§ 118. Сжижение газов	360
§ 119. Точки инверсии	363
§ 120. Сверхпроводимость и сверхтекучесть	366
§ 121. Машины охлаждения	368

Глава XV

Жидкости

§ 122. Характеристика жидкого состояния	369
§ 123. Поверхностный слой жидкости	372
§ 124. Поверхностное натяжение	374
§ 125. Формула Лапласа	377
§ 126. Смачивание. Капиллярность	382
§ 127. Адсорбция и абсорбция	385
§ 128. Понятие о молекулярно-кинетической теории жидкого состояния	388
§ 129. Испарение жидкости	390
§ 130. Кипение жидкости	392
§ 131. Молекулярно-кинетическая теория парообразования	394
§ 132. Водяной пар, его диаграммы и характеристики	397
§ 133. Пар насыщенный, сухой и перегретый	400
§ 134. Вычисление энтропии водяного пара	401
§ 135. Энтропийные диаграммы. Уравнение Клапейрона—Клаузиуса	403

Глава XVI

Твердые тела

§ 136. Строение твердых тел	406
§ 137. Плавление и отвердевание. Сублимация	410

§ 138.	Кривые фазового равновесия. Тройная точка	413
§ 139.	Растворение. Осмос	414
§ 140.	Кристаллизация	418
§ 141.	Законы Рауля	420
§ 142.	Кристаллы	421
§ 143.	Свойства твердых тел	424
§ 144.	Свойства вещества вблизи абсолютного нуля	426
§ 145.	Строение реальных твердых тел	428

Глава XVII

Фазовые равновесия и превращения

§ 146.	Уравнение Клапейрона—Клаузиуса при переходах из одного агрегатного состояния в другое	430
§ 147.	Неоднородные системы. Правило фаз Гиббса	432
§ 148.	Кривые фазового равновесия. Термодинамические поверхности. . .	434

Глава XVIII

Тепловые и холодильные машины

§ 149.	Паровые машины.	437
§ 150.	Идеальный цикл паровой машины	438
§ 151.	Индикаторный цикл	440
§ 152.	Двигатели внутреннего сгорания	441
§ 153.	Коэффициент полезного действия тепловой машины	444
§ 154.	Обратные циклы и проблема «динамического» отопления	444
	Предметный указатель	447
	Указатель имен	455
	Приложение	463

Единицы давления

Единицы	<i>атм</i>	$\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	<i>сар</i>	<i>мм рт. ст.</i>
1 <i>атм</i>	1,00000	1,033228	1,013250	760,000
1 $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	0,967841	1,000000	0,980665	735,559
1 <i>бар</i>	0,986923	1,019716	1,000000	750,062
1 <i>м рт. ст.</i>	1,315790	1,359510	1,333224	1000,000

Единицы энергии

Единицы	Абсолют- ный джоуль	Междуна- родный джоуль	<i>кГм</i>	Международ- ный ватт-час	Международ- ная калория	<i>атм·дм</i> ¹
10 ⁴ <i>а. дж</i>	10 000,0	9997,0	1019,72	2,77694	2388,17	98,6923
10 ⁴ <i>м. дж</i>	10 003,0	10 000,0	1020,02	2,7778	2388,90	98,722
100 <i>кГм</i>	980,665	980,371	100,00	0,272325	234,20	9,67841
10 <i>м. вт-ч</i>	36 011,0	36 000,0	3672,10	10,0000	8600,00	355,40
10 ³ <i>м. кал</i>	4187,3	4186,05	426,991	1,16279	1000,00	41,3255
100 <i>атм·дм</i>	10 132,5	10 129,5	1033,23	2,81374	2419,80	100,00
1 <i>л-атм</i>	101,322	101,292	10,332	0,02814	24,197	1,000027

Николай Владимирович Кашин

КУРС ФИЗИКИ

Редактор *Н. П. Суворов*
Редактор издательства *И. А. Иванов*
Технический редактор *Л. Л. Ежова*

Сдано в набор 3/VI-1960 г. Подписано к печати 22/XI-1960 г.
Бумага 60×92¹/₁₆. 29 печ. л. 30,07 уч.-изд. л. Тираж 25 000
Т—08999. Заказ 619. Цена 10 р. с 1/I-61 г. 1 р.

Государственное издательство «Высшая школа».
Москва Б-62, Подсосенский пер., 20.

Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова
Московского городского Совнархоза
Москва, Ж-54, Валовая, 28.

Цена 1 руб.

Handwritten signature or mark in blue ink.