

ВЫСШЕЕ

ОБРАЗОВАНИЕ

В. В. Горлач

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

3-е издание



Курс с онлайн-
оцениванием

УМО ВО
РЕКОМЕНДУЕТ

 **Юрайт**
ИЗДАТЕЛЬСТВО

В. В. Горлач

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

3-е издание

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом высшего образования в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по естественнонаучным направлениям*



Курс с практическими заданиями и дополнительными материалами доступен на образовательной платформе «Юрайт», а также в мобильном приложении «Юрайт.Библиотека»

Москва ■ Юрайт ■ 2024

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
Г69

Автор:

Горлач Виктор Васильевич — доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии (г. Омск).

Горлач, В. В.

Г69 Методы решения физических задач : учебное пособие для вузов / В. В. Горлач. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 333 с. — (Высшее образование). — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-534-17810-4

Описаны разнообразные методы решения задач по всем разделам курса общей физики (механике, электричеству, магнетизму и т. д.) с подробным теоретическим обоснованием. К каждому разделу приводятся формулы-определения физических величин, основные формулы-законы и примеры решений. Кроме того, включены тренировочные задания, а также итоговые тесты с ответами к ним. В приложении содержатся таблицы физических постоянных, сведения о Международной системе единиц (СИ), рекомендации по приближенным вычислениям, а также часто используемые математические соотношения.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественно-научным направлениям, а также преподавателей физики.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73

Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-5-534-17810-4

© Горлач В. В., 2021
© Горлач В. В., 2024, с изменениями
© ООО «Издательство Юрайт», 2024

Оглавление

Предисловие	7
Введение. Алгоритм решения физической задачи.....	8
Условные обозначения	12

Раздел I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Тема 1. Механика	17
1.1. Тезаурус.....	17
1.1.1. Кинематические величины	17
1.1.2. Динамика	20
1.1.3. Основные формулы специальной теории относительности.....	24
1.1.4. Механика сплошных сред	25
1.2. Примеры	26
Тема 2. Электричество.....	44
2.1. Тезаурус.....	44
2.1.1. Электростатика	44
2.1.2. Электрический ток.....	48
2.2. Примеры	51
Тема 3. Магнетизм	66
3.1. Тезаурус.....	66
3.2. Примеры	71
Тема 4. Физика колебаний	81
4.1. Тезаурус.....	81
4.2. Примеры	84
4.2.1. Кинематика гармонических колебаний	84
4.2.2. Гармонические осцилляторы.....	89
4.2.3. Свободные колебания.....	90
4.2.4. Вынужденные колебания в механических и электромагнитных колебательных системах	92
Тема 5. Физика волновых процессов.....	96
5.1. Тезаурус.....	96
5.2. Примеры	101
5.2.1. Волны в упругой среде	101
5.2.2. Свойства электромагнитных волн. Поляризация.....	106

5.2.3. Интерференция.....	110
5.2.4. Дифракция	112
Тема 6. Квантовая физика.....	115
6.1. Тезаурус.....	115
6.1.1. Теория теплового излучения.....	115
6.1.2. Квантовая механика	118
6.2. Примеры.....	120
Тема 7. Физика атомного ядра	132
7.1. Тезаурус.....	132
7.2. Примеры	134
7.2.1. Радиоактивность	134
7.2.2. Ядерные реакции	138
Тема 8. Статистическая физика и термодинамика	141
8.1. Тезаурус.....	141
8.2. Примеры	150
8.2.1. Молекулярно-кинетическая теория	150
8.2.2. Термодинамика	156
8.2.3. Свойства жидкости, обусловленные взаимодействием молекул	163
Тема 9. Физика твердого состояния	167
9.1. Тезаурус.....	167
9.2. Примеры.....	169

Раздел II

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Механика.....	179
1. Кинематика	179
2. Силы в механике. Законы Ньютона. Закон сохранения импульса	181
3. Работа и энергия	184
4. Момент инерции. Момент силы. Момент импульса	186
5. Законы сохранения в механике твердого тела.....	188
6. Элементы релятивистской механики.....	190
7. Механика сплошных сред: давление в жидкости, уравнение Бернулли, упругость твердых тел, закон Гука	190
Электричество	193
8. Напряженность и потенциал электростатического поля. Принцип суперпозиции электрических полей	193
9. Закон сохранения заряда. Емкость. Энергия электростатического поля.....	195
10. Постоянный электрический ток	197

Магнетизм	202
11. Характеристики магнитного поля. Закон Био — Савара. Принцип суперпозиции магнитных полей	202
12. Действие магнитного поля на движущиеся электрические заряды и проводники с током	204
13. Электромагнитная индукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля	205
Физика колебаний	208
14. Кинематические характеристики колебательного процесса	208
15. Сложение гармонических колебаний	209
16. Гармонические осцилляторы: колебательный контур, груз на пружине, математический и физический маятники	210
17. Свободные колебания	212
18. Вынужденные колебания	213
Физика волновых процессов	216
19. Волны в упругой среде: бегущая волна, стоячая волна, звук	216
20. Свойства электромагнитных волн. Поляризация	217
21. Интерференция	219
22. Дифракция	220
Квантовая физика	223
23. Квантовая природа электромагнитного излучения	223
24. Спектры водородоподобных атомов	224
25. Рентгеновские спектры	225
26. Тепловое излучение	226
27. Волны де Бройля; соотношения неопределенностей	228
28. Частица в потенциальной яме	229
29. Квантовомеханическая модель атома	230
Физика атомного ядра	232
30. Радиоактивность. Элементы дозиметрии	232
31. Энергия связи. Ядерные реакции. Элементарные частицы	233
Статистическая физика и термодинамика	236
32. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Уравнение состояния идеального газа	236
33. Явления переноса в газах: диффузия, теплопроводность, внутреннее трение	238
34. Термодинамика	238
35. Неидеальный (реальный) газ. Насыщенный водяной пар	242
36. Свойства жидкости, обусловленные молекулярным строением	243
Физика твердого состояния	245
37. Пространственная структура кристаллов	245
38. Теплоемкость твердых тел	245
39. Электрические свойства твердых тел	246

Раздел III ИТОГОВЫЕ ТЕСТЫ

Дидактические единицы.....	251
Рекомендации по выполнению заданий	253
Тест 1	255
Тест 2	265
Тест 3.....	277
Тест 4.....	288
Тест 5.....	299
Литература	309

Приложения

Приложение 1. Правила приближенных вычислений.....	313
Приложение 2. Некоторые сведения из математики	316
Приложение 3. Международная система единиц	321
Приложение 4. Внесистемные единицы.....	324
Приложение 5. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева.....	326
Приложение 6. Справочные таблицы физических постоянных.....	328

Предисловие

Знание — орудие, а не цель.

Л. Н. Толстой

Результат образования — это умение правильно действовать в любой жизненной ситуации. В частности, освоение курса физики открывает возможности успешного решения многих практических задач.

В настоящем пособии по сравнению с другими задачниками дано более подробное теоретическое обоснование методов решения задач. Информация, предваряющая примеры и задачи для самостоятельного решения, представлена формулами-определениями физических величин и формулами-законами с расшифровкой обозначений, иллюстрирована рисунками и диаграммами. Подробности теории рассматриваются на конкретных примерах. Сведения из математики (приложения 1, 2) позволяют более комфортно преодолеть возможные трудности в вычислениях. Справочные данные исключены из текстов задач; они вынесены в приложение 6.

Большинство задач требует осмысленного подхода, а не только подстановки чисел в формулу. В методических рекомендациях и примерах внимание обращается на анализ условий протекания процесса, объяснение физического смысла записываемых уравнений, логическое обоснование хода решения. На ряде примеров показано решение задачи различными способами. Сборник задач дополнен пятью вариантами итогового теста, каждый из которых охватывает все дидактические единицы курса физики в соответствии с государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования.

Пособие может быть использовано студентами для самостоятельного изучения физики и самоконтроля, а также преподавателями физики всех уровней обучения.

Выражаю признательность профессору А. Д. Ивлиеву (РГППУ), внесшему весомый вклад в совершенствование рукописи. Благодарю также профессора П. П. Боброва (ОмГПУ) и доцента Л. Ф. Калистратову (ОмГТУ) за полезные обсуждения.

Автор

Введение

Алгоритм решения физической задачи

Чтобы что-то узнать, нужно уже что-то знать.

Станислав Лем

Прежде всего научись называть каждую вещь ее именем, это первейшая и важнейшая из всех наук.

Пифагор

Знание некоторых принципов возмещает незнание некоторых фактов.

Клод Гельвеций

☞ Приступая к решению, прочитайте соответствующий раздел учебника или просмотрите конспект лекций по теме. Ознакомьтесь с примерами решения задач.

☞ Изучая текст задачи, выясните физическую сущность рассматриваемых процессов. Воспроизведите рисунок (если имеется), дополните его конкретными деталями, следующими из условия. Решение сопровождайте собственными рисунками, показывая различные состояния исследуемой системы. Задайте цифровые и бук-

венные обозначения тел системы и ее состояний (например, состояние 1 тела А).

☞ Запишите условие в краткой символической форме. Величины, включаемые в столбик данных, располагайте в следующем порядке: а) искомые (которые нужно определить); б) известные; в) неявно заданные (к примеру, $v_0 = 0$, если движение начинается из состояния покоя); г) найденные в справочных таблицах (приложение 6).

☞ Все числовые значения физических величин тут же следует перевести в Международную систему единиц (СИ). Требование касается не только внесистемных (тонна, час и т. п.), но также дольных или кратных единиц СИ (мм, кН и т. п.). Соотношения единиц измерения для перевода в СИ даны в приложениях 2, 4.

☞ Посредством детального анализа исходных данных и условий протекания выясните, находятся ли эти условия в границах применимости законов, описывающих рассматриваемое явление.

☞ Создайте модель физического объекта или явления. Заменяя реальные объекты идеальными, вы сможете обоснованно использовать тот или иной физический закон. Наиболее часто используемые модели: *материальная точка, точечный заряд* (не учитываются линейные размеры взаимодействующих тел); *идеально гладкие поверхности* (малы силы трения между телами рассматриваемой системы); *изолированная система* (отсутствуют внешние воздействия); *замкнутая система* (действие внешних сил компенсируется); *невесомое тело* (массой тела, например нити, связывающей движущиеся тела, можно пренебречь).

Глаза не видят факта, пока в голове нет идеи.

И. П. Павлов

Создаваемая нами модель физического объекта, с одной стороны, должна быть проста, а с другой — отражать его существенные стороны.

Г. Герц

В тех случаях, когда физическая сущность вопроса не ясна, не следует искать у математики нити для ее выяснения.

Я. И. Френкель

☞ Разобравшись в сущности задачи, приступайте к нахождению неизвестной величины через заданные. Для этого составьте одно или несколько уравнений (по числу неизвестных). Это прежде всего уравнения, выражающие известные физические законы и определения величин. Приоритет отдается законам сохранения (электрического заряда, массы, импульса, момента импульса, энергии) и теореме об изменении кинетической энергии. Основанием для составления уравнения также может служить прямое или косвенное указание на постоянство той или иной величины в ходе рассматриваемого процесса.

☞ Если расчетная формула не является основным законом или определением величины, то выведите ее, проведя математические преобразования полученной системы уравнений. При затруднениях обращайтесь к учебнику и математическому приложению (приложение 2). Если найдена готовая формула в других пособиях, воспроизведите ее вывод и сделайте ссылку на источник¹. Вывод расчетной формулы сопровождайте исчерпывающими пояснениями: а) на основе каких законов составлены уравнения; б) посредством каких математических операций совершается переход от одного уравнения к другому.

¹ Ссылаясь на электронный ресурс, укажите адрес источника и дату обращения к нему. Проверяйте достоверность сведений, найденных в Интернете.

Каждый шаг в изучении природы — это всегда только приближение к истине, вернее к тому, что мы считаем истиной.

Ричард Фейнман

Всякая точная наука основывается на приближительности.

Бертран Рассел

Математическая строгость в физике представляет собой невозможную и ненужную роскошь. Добиваться ее так же не нужно, как не нужно требовать от бригадиров лесоповала, чтобы они на работе разговаривали стихами.

А. Б. Мигдал

☞ Решив задачу в общем виде, сделайте проверку расчетной формулы по наименованию единиц. Для этого подставьте в уравнение вместо обозначений величин соответствующие наименования единиц (прил. 3, 4) и проведите с ними арифметические операции (кроме сложения и вычитания). Проверка суммы (или разности) производится для каждого слагаемого.

Совпадение наименований единиц в левой и правой частях полученного уравнения — один из признаков правильности решения.

☞ Варьируя значение той или иной переменной в полученной формуле, оцените реальность

функциональной зависимости искомой величины от параметров, входящих в формулу; рассмотрите предельные случаи, для которых результаты очевидны.

☞ Найдите искомую величину, подставляя в формулу значения заданных величин в СИ и руководствуясь при этом правилами приближенных вычислений (приложение 1). Значение полученной величины округляйте в соответствии с количеством значащих цифр в исходных данных.

☞ Числовые значения величин по ходу решения записывайте вместе с их единицами. Однако в случаях, когда все именованные числа выражены в единицах СИ и с ними выполняется длинный ряд арифметических действий по громоздкой формуле, тогда числа можно не сопровождать единицами. Но по окончании вычислений искомой величины следует выписать еще раз ее наименование вместе с числовым значением и соответствующей единицей. Например:

$$J = \sqrt{6,3 \cdot 10^{-2} + 2,1 \cdot 0,25^2} = 0,4407; J = 0,44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

☞ Избегайте записи чисел с большим количеством нулей; пользуйтесь представлением числа с множителем 10^n , где показатель степени n равен числу знаков, на которые переносится запятая, например: $0,00012 = 12 \cdot 10^{-5} = 1,2 \cdot 10^{-4}$.

☞ Для быстрой оценки числового значения искомой величины и удобства операций с калькулятором записывайте исходные данные в нормализованном виде. При этом целая часть числа содержит один разряд (работать с числами $1,2 \cdot 10^{-4}$ и $2,82 \cdot 10^2$ удобнее, чем с 0,00012 и 282). Правила, по которым выполняются действия с числами степени десяти, даны в приложении 2.

☞ Если вы представляете окончательный результат в кратных или дольных единицах СИ, то приставкой, изображающей число 10^n , снабжайте только *первую* единицу сложного наименования. Например, $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} = 73 \text{ мН/м}$. Запись вида «Н/мм» не рекомендуется.

☞ Оцените реальность полученного числового значения искомой величины.

☞ Запишите *полный ответ* на вопрос, поставленный в задаче.

Я занимался до сих пор решением ряда задач, ибо при изучении наук примеры полезнее правил.

Исаак Ньютон

То, что вы были принуждены сделать сами, оставляет в вашем уме дорожку, которой вы сможете воспользоваться снова, когда в том возникнет необходимость.

Георг Лихтенберг

Решение задач — практическое искусство...; научиться ему можно, только подражая лучшим образцам и постоянно практикуясь.

Дьердь Пойа

Условные обозначения

Физические величины

A — работа; амплитуда	q — электрический заряд
a — ускорение	R — электрическое сопротивление; энергетическая светимость
a_T — интегральная поглощательная способность (ИПС)	r_λ — спектральная плотность энергетической светимости (СПЭС)
B — индукция магнитного поля	S — энтропия; площадь
C — молярная теплоемкость	T — температура; период
c — удельная теплоемкость	t — время
D — электрическое смещение; коэффициент диффузии	V — объем
E — напряженность электрического поля; модуль упругости	U — электрическое напряжение
\mathcal{E} — электродвижущая сила (ЭДС)	Z — полное электрическое сопротивление цепи переменного тока
F — сила; фокусное расстояние	W — энергия
H — напряженность магнитного поля	w — объемная плотность энергии
I — сила электрического тока; интенсивность волны	α — плоский угол (также β, γ, θ)
J — момент инерции; сила света	β — коэффициент затухания
j — плотность тока	γ — удельная проводимость; показатель адиабаты
l, ℓ — длина	Δ — оптическая разность хода
L — момент импульса; индуктивность	δ — разность фаз
M — момент силы; молярная масса	$\xi = \xi(x, t)$ — колеблющаяся величина в уравнении волны
m — масса	ε — диэлектрическая проницаемость
N — число структурных единиц; механическая мощность	η — коэффициент полезного действия (КПД); вязкость
n — концентрация частиц	K — кинетическая энергия
P — давление; вероятность	Λ — логарифмический декремент
p — импульс тела	λ — длина волны; коэффициент теплопроводности
p_m — магнитный момент	
Q — количество теплоты; добротность	

μ — магнитная проницаемость	τ — время
v — количество вещества;	u — скорость
частота	ω — угловая скорость; угловая частота
P — потенциальная энергия	Φ — поток
ρ — плотность; электрическое сопротивление	φ — фаза; потенциал
σ — нормальное механическое напряжение; плотность заряда; поверхностное натяжение	

Математические символы

\vec{a} — вектор a	$\langle a \rangle$ — среднее значение величины a
$ \vec{a} $ — модуль (длина) вектора a	$ a $ — модуль числа a
$\vec{0}$ — нуль-вектор	\lg — десятичный логарифм ($\lg 10 = 1$)
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы (орты) декартовой системы координат	$\exp(x)$ — показательная функция e^x
$\vec{a} \cdot \vec{b}$ — скалярное произведение	$\log_a x$ — логарифм величины x по основанию a
$\vec{a} \times \vec{b}$ — векторное произведение	\ln — натуральный логарифм ($\ln e = 1$)
\cdot — умножение (точка)	$\text{grad } \varphi$ — градиент функции $\varphi(x, y, z)$
\times — умножение (косой крест)	Δx — приращение переменной x
$/$ — деление (косая черта)	dx — бесконечно малое приращение переменной x (дифференциал)
\geq — не меньше (больше или равно)	$\frac{df}{dx}$ — производная функции f по переменной x
\leq — не больше (меньше или равно)	$\frac{\partial f}{\partial x}$ — частная производная
\approx — приближенно равно	$\int_a^b f(x) dx$ — интеграл функции $f(x)$ в пределах от $x = a$ до $x = b$
\neq — не равно	
\in — знак принадлежности	
∞ — знак бесконечности	
\Rightarrow — обозначение следования	
$^\circ$ — градус	
$\%$ — процент (сотая доля)	
‰ — промилле (тысячная доля)	
\parallel — знак параллельности	
\perp — знак перпендикулярности	

Раздел I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ

И ПРИМЕРЫ

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Тема 1

МЕХАНИКА

1.1. Тезаурус¹

1.1.1. Кинематические величины

Определения² и единицы

Поступательное движение		Вращательное движение	
Величина	Единица	Величина	Единица
Путь ℓ ; перемещение $\vec{\Delta r}$	м	Угол поворота $\vec{\varphi}$	рад
Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ Путевая скорость $v = \frac{d\ell}{dt}$	м/с	Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	рад/с
Тангенциальное ускорение $a_t = \frac{dv}{dt}$	м/с ²	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	рад/с ²
Полное ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	м/с ²		

Законы кинематики материальной точки

I. Поступательное движение.

1. Пройденный путь

$$\ell = \int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt,$$

где v — скалярная путевая скорость, $v = \frac{d\ell}{dt}$; t — время. Если $v = \text{const}$, то $\ell = v(t_2 - t_1)$.

¹ Тезаурус (греч. θησαυρός — «запас, сокровище») — словарь, в котором систематизирована смысловая информация по какой-либо теме, позволяющая ориентироваться в этой области знания.

² Математическое соотношение между измеренными, ранее определенными величинами записывается в виде формулы-определения (одной для определяемой величины). Зависимости этой величины от влияющих факторов выражаются в виде формул-законов (их может быть несколько для данной физической величины).

2. Скалярная (путевая) скорость

$$v = |\vec{v}| = \int_{t_1}^{t_2} a dt,$$

где a — скалярное ускорение, $a = |\vec{a}| = \frac{dv}{dt}$; t — время. Если $a = \text{const}$, то $v = a(t_2 - t_1)$.

3. Средняя скорость

$$\langle v \rangle = \frac{l_{1,2}}{t_2 - t_1},$$

где $l_{1,2}$ — путь, пройденный за промежуток времени от t_1 до t_2 .

4. Скорость и перемещение при движении с постоянным ускорением ($\vec{a} = \text{const}$):

$$\begin{aligned}\vec{v}_2 &= \vec{v}_1 + \vec{a} \cdot (t_2 - t_1); \\ v_2^2 - v_1^2 &= 2\vec{a} \cdot \vec{\Delta r}; \\ \vec{\Delta r} &= \vec{v}_1(t_2 - t_1) + \frac{\vec{a}(t_2 - t_1)^2}{2},\end{aligned}$$

где v_1 и v_2 — скорости в моменты времени t_1 и t_2 соответственно; Δr — перемещение тела за промежуток времени $(t_2 - t_1)$.

5. Закон сложения скоростей в классической механике

$$\vec{v}_{\text{т-н}} = \vec{v}_{\text{т-п}} + \vec{v}_{\text{п-н}},$$

где $\vec{v}_{\text{т-н}}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{v}_{\text{т-п}}$ — скорость тела относительно подвижной системы отсчета; $\vec{v}_{\text{п-н}}$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной.

II. Движение по дуге окружности. Вращательное движение.

6. Угол поворота

$$\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega \cdot dt,$$

где ω — угловая скорость; t — время. Если $\omega = \text{const}$, то $\varphi = \omega(t_2 - t_1)$.

7. Угловая скорость вращения

$$\omega = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon dt,$$

где ε — угловое ускорение.

8. Угловая скорость и угол поворота при равнопеременном вращении ($\vec{\varepsilon} = \text{const}$):

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_2 &= \vec{\omega}_1 + \vec{\varepsilon} \cdot (t_2 - t_1); \\ \omega_2^2 - \omega_1^2 &= 2\vec{\varepsilon} \cdot \Delta\vec{\varphi}; \\ \Delta\vec{\varphi} &= \vec{\omega}_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{\vec{\varepsilon} \cdot (t_2 - t_1)^2}{2};\end{aligned}$$

в проекции на ось Z:

$$\begin{aligned}\omega_{2z} &= \omega_{1z} + \varepsilon_z \cdot (t_2 - t_1); \\ \Delta\varphi_z &= \omega_{1z} \cdot (t_2 - t_1) + \frac{\varepsilon_z \cdot (t_2 - t_1)^2}{2}.\end{aligned}$$

9. Полное ускорение:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ — тангенциальное ускорение; $a_n = \frac{v^2}{r}$ — нормальное (или центростремительное) ускорение; v — скорость; r — радиус дуги.

10. Взаимосвязь угловых и линейных величин:

а) длины пройденного пути и угла поворота радиус-вектора материальной точки, движущейся по окружности:

$$\overline{dr} = \overline{d\varphi} \times \vec{r} \text{ и } \ell = \Delta\varphi \cdot r,$$

где dr — перемещение точки при повороте радиус-вектора \vec{r} на угол $d\varphi$ (рис. 1.1); ℓ — длина дуги окружности при повороте на угол $\Delta\varphi$;

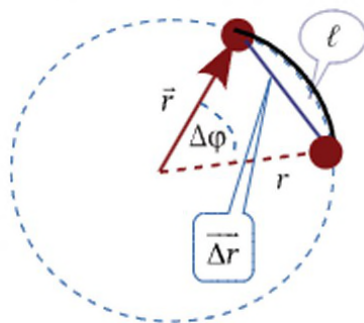


Рис. 1.1

б) линейной и угловой скорости:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \text{ или } v = \omega \cdot r, \text{ так как } \vec{\omega} \perp \vec{r},$$

где v — линейная скорость; ω — угловая скорость; \vec{r} — радиус-вектор материальной точки относительно центра окружности (рис. 1.2); $\omega = 2\pi\nu$ (ν — частота вращения);

в) тангенциального a_τ и углового ускорения ε :

$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}, \text{ или } a_\tau = \varepsilon \cdot r, \text{ так как } \vec{\varepsilon} \perp \vec{r};$$

г) нормального ускорения и угловой скорости:

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}, \text{ или } a_n = \omega^2 \cdot r, \text{ так как } \vec{\omega} \perp \vec{v} \text{ и } v = \omega \cdot r.$$

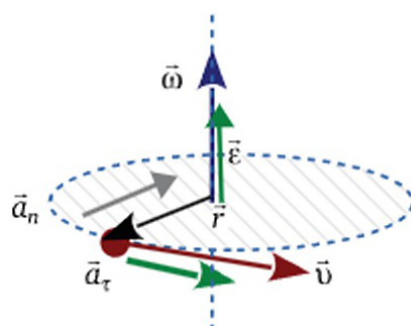


Рис. 1.2

1.1.2. Динамика

Определения и единицы величин

Величина	Единица	Величина	Единица
Масса m	кг	Момент инерции $J = \int_m r^2 dm$	кг·м ²
Импульс материальной точки $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	кг·м/с	Момент импульса материальной точки $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	кг·м ² /с
Сила \vec{F}	Н	Момент силы $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$; $M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$	Н·м
Работа $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$	Дж	Работа при вращательном движении $\delta A = \vec{M} \cdot d\vec{\phi}$	Дж
Работа — мера изменения энергии: $A = W_2 - W_1$			Дж
Мощность $N = \frac{\delta A}{dt}$			Вт

Основные законы динамики

11. **Первый закон Ньютона:** свободное тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

12. **Второй закон Ньютона для материальной точки:** $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, если $v \ll c$, где c — скорость света, то $\vec{p} = m\vec{v}$ и $\vec{F} = m\vec{a}$.

13. **Основной закон динамики вращательного движения:** $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$.

14. **Третий закон Ньютона:** $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

15. **Закон всемирного тяготения:**

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad F_{12} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2},$$

где F_{12} — гравитационная сила, действующая со стороны первой материальной точки на вторую; m_1 и m_2 — их массы; \vec{r}_{12} — радиус-вектор, проведенный от первой материальной точки ко второй; G — гравитационная постоянная.

16. **Закон сохранения механической энергии:** в консервативных системах тел (т. е. при отсутствии сил трения между телами) механическая энергия замкнутой системы тел не изменяется,

$$W = K + \Pi = \text{const},$$

где K — суммарная кинетическая энергия; Π — суммарная потенциальная энергия тел системы.

Соотношения величин в динамике

17. Координаты центра масс системы материальных точек:

$$x_C = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + \dots + m_n}; \quad y_C = \frac{m_1 \cdot y_1 + \dots + m_n \cdot y_n}{m_1 + \dots + m_n};$$

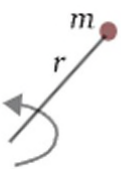
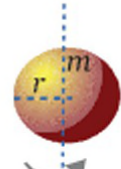
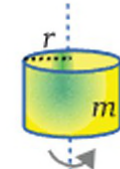
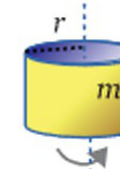
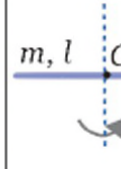
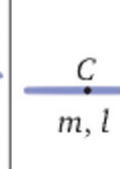
$$z_C = \frac{m_1 \cdot z_1 + \dots + m_n \cdot z_n}{m_1 + \dots + m_n}.$$

18. Теорема Штейнера:

$$J = J_C + mr_0^2,$$

где J — момент инерции тела относительно произвольной оси; J_C — момент инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс; m — масса тела; r_0 — расстояние между осями.

19. Моменты инерции тел:

Материальная точка	Шар	Цилиндр, диск	Тонкостенный цилиндр, обруч	Тонкий стержень	
					
$J = m \cdot r^2$	$J = \frac{2}{5} m \cdot r^2$	$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	$J = m \cdot r^2$	$J_C = \frac{1}{12} m \cdot l^2$	$J_O = \frac{1}{3} m \cdot l^2$

20. **Закон сохранения импульса:** импульс замкнутой системы тел ($\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i \text{ внеш}} = 0$, $\vec{F}_{i \text{ внеш}}$ — внешние силы) не изменяется во времени,

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const},$$

где $\vec{p}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_1, \dots, \vec{p}_n = m_n \cdot \vec{v}_n$ — импульсы тел. Если $\sum_{i=1}^n F_{x\text{внеш}} = 0$, то $p_{x1} + p_{x2} + \dots + p_{xn} = \text{const}$.

21. Момент импульса тела, имеющего ось вращения:

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega},$$

или $L_z = J_z \cdot \omega$ в проекции на ось Z .

22. Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой ($\sum_{i=1}^n \vec{M}_{i\text{внеш}} = 0$) системы тел не изменяется во времени,

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n = \text{const},$$

где $\vec{L}_1 = J_1 \cdot \vec{\omega}_1, \dots, \vec{L}_n = J_n \cdot \vec{\omega}_n$ — моменты импульса тел.

23. Условие равновесия материальной точки:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0.$$

24. Условие равновесия тела относительно оси вращения Z :

$$M_{1z} + M_{2z} + \dots + M_{nz} = 0,$$

где M_{1z}, \dots, M_{nz} — моменты сил относительно оси Z .

25. Силы в механике:

а) сила упругости

$$F_{\text{упр}} = k_{\Gamma} \cdot |l - l_0|, \text{ или } F_{\text{упр } x} = -k_{\Gamma} \cdot x,$$

где k_{Γ} — жесткость тела; $|x| = |l - l_0|$ — деформация;

б) сила гравитационного взаимодействия

$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где G — гравитационная постоянная; m_1 и m_2 — массы материальных точек; r — расстояние между ними;

в) сила тяжести

$$F_{\text{тяж}} = m \cdot g,$$

где m — масса; g — ускорение свободного падения;

г) сила сухого трения

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N,$$

где μ — коэффициент трения; N — сила нормальной реакции.

26. Работа силы

$$A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r};$$

если $\vec{F} = \text{const}$, то $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$, где α — угол между векторами силы \vec{F} и перемещения $\Delta \vec{r}$.

27. Взаимосвязь мощности, действующей силы и скорости

$$N = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

28. Мощность во вращательном движении

$$N = \vec{M} \cdot \vec{\omega}.$$

29. Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}}, \text{ или } \eta = \frac{N_{\text{пол}}}{N_{\text{затр}}}.$$

30. Теорема об изменении кинетической энергии:

$$A = \Delta K,$$

где A — работа равнодействующей силы, или сумма работ всех сил, действующих на тело, $A = \int_{L_1} \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{L_2} \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \dots$; $\Delta K = K_{\text{кон}} - K_{\text{нач}}$ — изменение кинетической энергии ($K_{\text{нач}}$ и $K_{\text{кон}}$ — начальное и конечное значения кинетической энергии).

31. Кинетическая энергия твердого тела

$$K = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + \frac{J_C \cdot \omega^2}{2}, \text{ или } K = K_{\text{пост } C} + K_{\text{вращ } C},$$

где m — масса тела; v_C — скорость центра масс (центра инерции); $K_{\text{пост } C}$ — кинетическая энергия поступательного движения; $K_{\text{вращ } C}$ — кинетическая энергия вращательного движения относительно оси, проходящей через центр масс; J_C — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс.

32. Взаимосвязь консервативной силы и потенциальной энергии

$$\vec{F}_{\text{конс}} = -\text{grad} \Pi; \quad F_x^{\text{конс}} = -\frac{d\Pi}{dx}.$$

33. Работа консервативной силы (теорема об изменении потенциальной энергии)

$$A_{\text{конс}} = -\Delta \Pi.$$

34. Потенциальная энергия:

а) тела в однородном поле тяготения

$$\Pi = mgy,$$

где y — координата тела; ось Y направлена в сторону, противоположную вектору силы тяжести тела mg ; в начале отсчета $y_0 = 0$ и $\Pi_0 = 0$;

б) гравитационного взаимодействия частиц

$$\Pi_{\text{гр}} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r},$$

где m_1 и m_2 — массы частиц; r — расстояние между ними; G — гравитационная постоянная;

в) тела, подвергнутого упругой деформации,

$$\Pi_{\text{упр}} = \frac{k_{\Gamma} \cdot x^2}{2},$$

где k_{Γ} — жесткость тела; x — его деформация.

35. Работа при вращательном движении относительно неподвижной оси Z

$$A = \int M_z d\varphi;$$

если $M = \text{const}$, то $A = M_z \cdot \Delta\varphi$.

36. Полная механическая энергия системы

$$W = K + \Pi.$$

1.1.3. Основные формулы специальной теории относительности

37. Закон сложения скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + v'_x \cdot v_0 / c^2},$$

где v_x — проекция на ось X скорости частицы, движущейся вдоль оси x , относительно неподвижной системы отсчета; v'_x — проекция скорости частицы в движущейся системе отсчета; v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной; c — скорость света в вакууме.

38. Импульс релятивистской частицы

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}.$$

39. Взаимосвязь массы и энергии частицы массой m

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}},$$

где W — полная энергия частицы, $W = K + W_0$; K — кинетическая энергия; $W_0 = mc^2$ — энергия покоя частицы; m — масса частицы (инвариант¹).

¹ Инвариант (лат. *invariants* — «не изменяющийся») — величина, значение которой не зависит от выбора системы отсчета.

40. Импульс безмассовых частиц (фотон, нейтрино)

$$p = W/c.$$

41. Взаимосвязь импульса p и полной энергии W

$$W^2 = W_0^2 + p^2 c^2.$$

42. Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$K = W - W_0.$$

43. Взаимосвязь импульса и кинетической энергии частицы

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2W_0)};$$

если $v \ll c$, $p \ll mc$, то $K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$.

1.1.4. Механика сплошных сред

44. Давление жидкости на глубине h

$$P = \rho gh,$$

где ρ — плотность жидкости; g — ускорение свободного падения;
 $P = \frac{\langle F_{\perp} \rangle}{S}$ — давление (формула-определение).

45. Закон Паскаля: внешние силы, приложенные к поверхности жидкости (или газа), создают давление, одинаковое в любой точке жидкости (или газа).

46. Архимедова сила

$$F_A = \rho_{\text{ср}} \cdot g \cdot V_{\text{погр}},$$

где $\rho_{\text{ср}}$ — плотность среды (жидкости или газа), в которую погружено тело; $V_{\text{погр}}$ — объем погруженной части тела.

47. Уравнение Бернулли

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const},$$

где P — внешнее давление; ρgh — гидростатическое давление; $\frac{\rho v^2}{2}$ — гидродинамическое давление; v — скорость потока жидкости.

48. Уравнение непрерывности потока

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

где S_1 и S_2 — площади поперечного сечения потока жидкости (или газа); v_1 и v_2 — скорости жидкости в соответствующих сечениях.

49. Сила сопротивления при движении сферического тела в жидкости (закон Стокса)

$$F_c = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v,$$

где η — динамическая вязкость; r — радиус тела; v — скорость тела.

50. Закон Гука

$$\sigma = \varepsilon \cdot E,$$

где $\sigma = \frac{F}{S}$ — нормальное механическое напряжение при продольной упругой деформации; F — растягивающая или сжимающая продольная сила, действующая извне на тело; S — площадь поперечного сечения тела; $\varepsilon = \frac{x}{l}$ — относительная деформация; x — деформация; l — длина тела (без нагрузки); для силы F имеем $\vec{F} = -\vec{F}_T$; F_T — сила упругости, действующая со стороны деформируемого тела; $F_{Tx} = -k_T \cdot x$ (следует из закона Гука); k_T — жесткость тела (коэффициент упругости, коэффициент Гука), $k_T = \frac{E \cdot S}{l}$.

1.2. Примеры

Пример 1.1. Скорость прямолинейного движения тела вдоль оси X задана уравнением $v_x = 4 - t^2$, где v_x — проекция скорости на ось X , м/с; t — время, с. Определить пройденный путь и перемещение тела за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 3$ с.

$t_1 = 0; v_{x1} = 4 \text{ м/с}; t_2 = 3 \text{ с}$
--

$\ell = ? \quad x_2 - x_1 = ?$

Решение

Из заданного уравнения

$$v_x = 4 - t^2 \tag{1}$$

следует: 1) в начальный момент ($t_1 = 0$) тело движется в направлении оси X (рис. 1.3), так как проекция скорости $v_{x1} = 4$ м/с положительна; 2) с течением времени модуль скорости сначала убывает до нуля, затем, когда проекция скорости на ось X меняет знак (направление вектора \vec{v} меняется на противоположное), скорость по модулю увеличивается. В таких случаях, когда направление движения не постоянно, пройденный путь не равен модулю перемещения.

Перемещение тела есть вектор, соединяющий точки, в которых находилось тело в начале и в конце движения. Так как в данном случае тело движется только вдоль оси X , то модуль перемещения равен изменению координаты, $|\Delta r_{0-3}| = |x_2 - x_1|$. Из определения скорости $v_x = \frac{dx}{dt}$ следует

$$dx = v_x \cdot dt \text{ и } x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v_x \cdot dt.$$

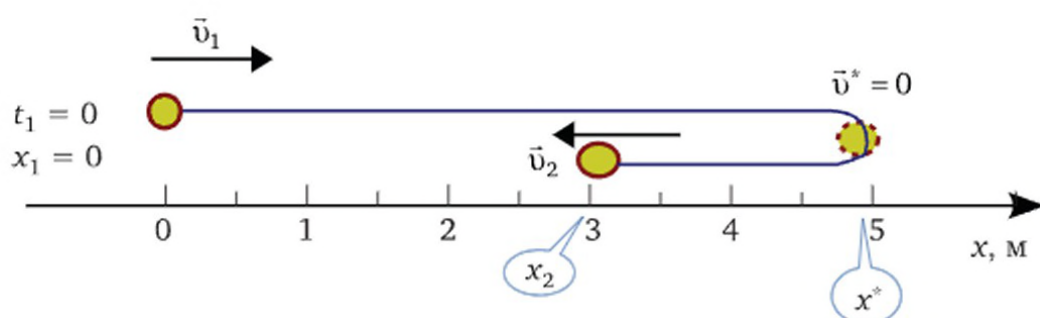


Рис. 1.3

Выберем систему отсчета так, чтобы координата тела была равна нулю в начале отсчета времени, т. е. $x_1 = 0$ при $t_1 = 0$. Тогда координата тела в конце третьей секунды:

$$x_2 = \int_0^3 (-t^2 + 4) dt = \int_0^3 (-t^2) dt + \int_0^3 4 dt;$$

$$x_2 = -\frac{1}{3} 3^3 + 4 \cdot 3 = 3; x_2 = 3 \text{ м.}$$

Модуль перемещения тела за промежуток времени $[0; 3]$ составляет $|x_2 - x_1| = (3 - 0) \text{ м} = 3 \text{ м}$.

Момент времени $t = t^*$, когда скорость становится равной нулю ($v^* = 0$), а проекция скорости меняет знак, найдем из уравнения (1):

$$0 = 4 - t^{*2} \Rightarrow t^* = \pm 2 \text{ с.}$$

Координата тела в конце второй секунды от начала отсчета

$$x^* = \int_0^2 4 dt + \int_0^2 (-t^2) dt; x^* = 4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 = \frac{24}{3} - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}.$$

Величина x^* равна пути, пройденному за две секунды, т. е. $x^* = \ell_{0-2}$, поскольку отсчет времени начался, когда тело находилось в начале координат ($x_0 = 0$), и направление движения не менялось.

В промежутке от $t^* = 2 \text{ с}$ до $t_2 = 3 \text{ с}$, когда тело двигалось в обратном направлении, изменение координаты тела также равно

пройденному пути, т. е. $\ell_{2-3} = |x_3 - x^*|$. Таким образом, $\ell_{2-3} = |3 - 16/3| \text{ м} = 7/3 \text{ м}$, а весь пройденный путь

$$\ell = \ell_{0-2} + \ell_{2-3} = 16/3 + 7/3; \ell = 23/3 \text{ м}.$$

Ответ. Тело переместилось на 3 м, пройдя путь $\ell = 7\frac{2}{3} \text{ м}$.

Пример 1.2. Дисковая пила приводится в движение электродвигателем посредством ременной передачи (рис. 1.4). Диаметры шкивов: $D_1 = 25 \text{ мм}$; $D_2 = 50 \text{ мм}$; диаметр диска $D = 300 \text{ мм}$. Двигатель начинает вращаться с частотой $\nu = 10t$, где ν — частота (число оборотов в секунду), с^{-1} ; t — время, с. Найти линейную скорость v^* , нормальное a_n^* и тангенциальное a_τ^* ускорения зубьев пилы в момент времени $t^* = 1 \text{ с}$.

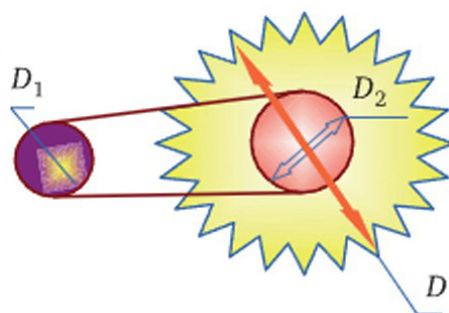


Рис. 1.4

$t^* = 1 \text{ с}; D_1 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}; D_2 = 50 \cdot 10^{-3} \text{ м};$ $D = 300 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \nu_1 = 10t$
--

$v^* = ? a_n^* = ? a_\tau^* = ?$

Решение

Если ремень и шкивы не проскальзывают относительно друг друга, то линейные скорости точек на поверхностях обоих шкивов, соприкасающихся с ремнем, совпадают, т. е.

$$v_1 = v_2. \quad (1)$$

Линейная скорость и частота вращения связаны уравнением

$$v = \pi D \nu, \quad (2)$$

где πD — длина окружности, по которой движется точка; ν — частота вращения (число оборотов в единицу времени). Тогда на основании соотношений (1) и (2)

$$D_1 \nu_1 = D_2 \nu_2 \Rightarrow \nu_2 = \frac{D_1}{D_2} \nu_1;$$

$$\nu_2 = 5t. \quad (3)$$

Результат (3) показывает, что частота вращения второго шкива в два раза меньше, чем первого. Второй шкив жестко связан с диском пилы, поэтому их частоты одинаковы. Зная частоту вращения пилы (3) и диаметр диска D , можно найти линейную скорость зубьев:

$$v = \pi D \cdot \nu_2; \quad v = \pi \cdot 0,3 \cdot 5t; \quad v = 1,5\pi t,$$

где v — скорость, м/с; t — время, с.

В момент $t^* = 1$ искомая скорость зубьев $v^* = 4,7$ м/с.

Тангенциальное ускорение найдем как производную от модуля скорости:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a_\tau = \frac{d(1,5\pi t)}{dt}; \quad a_\tau^* = 1,5\pi \text{ м/с}^2 = 4,7 \text{ м/с}^2.$$

Нормальное ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_n = \frac{(1,5\pi t)^2}{0,15}.$$

В момент времени t , равный $t^* = 1$ с, $a_n^* = 15\pi^2 = 147$ м/с².

Ответ. Характеристики движения зубьев пилы в момент времени $t^* = 1$ с: линейная скорость зубьев пилы $v^* = 4,7$ м/с; нормальное ускорение $a_n^* = 147$ м/с²; тангенциальное ускорение $a_\tau^* = 4,7$ м/с².

Пример 1.3. Небольшой грузик подвешен к потолку на длинной невесомой нити. Кратковременным воздействием его привели в движение по окружности в горизонтальной плоскости. Нить при этом описывает конус высотой 2,3 м вокруг вертикальной оси. Найти период обращения грузика.

$h = 2,3 \text{ м}; g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$T = ?$

Решение

Если пренебречь сопротивлением воздуха, то модуль скорости грузика не изменяется. Один оборот совершается за промежуток времени

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad (1)$$

где T — период обращения; v — скорость; r — радиус вращения (удаление грузика от оси вращения в горизонтальном направлении).

Две силы, действующие на грузик: сила тяжести \overline{mg} и сила упругости нити \vec{F}_n (рис. 1.5) сообщают ему нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{r}.$$

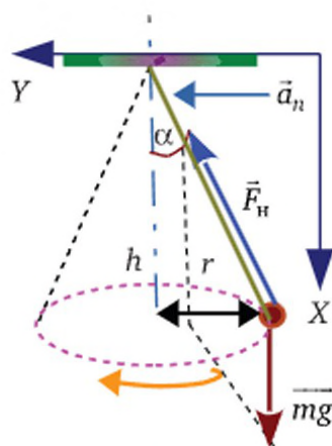


Рис. 1.5

Второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ приводит к уравнению $\vec{mg} + \vec{F}_H = m\vec{a}$. Проецируя векторы на координатные оси X и Y , получим два уравнения:

$$F_H \sin \alpha = ma_n, \quad (2)$$

$$F_H \cos \alpha = mg, \quad (3)$$

где α — угол между осью вращения и нитью.

Деление (2) на (3) дает:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{g}, \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}.$$

С другой стороны, как очевидно из рис. 1.5, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}$.

Тогда

$$\frac{v^2}{rg} = \frac{r}{h},$$

следовательно,

$$v = r \sqrt{\frac{g}{h}}.$$

Подставляя в (1) выражение для скорости v , найдем период обращения:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}; T = 6,28 \sqrt{\frac{2,3}{9,81}}; T = 3,0 \text{ с.}$$

Ответ. Период обращения грузика $T = 3,0$ с.

Пример 1.4. Трамвайный вагон массой $m = 5,0$ т движется прямолинейно. От остановки до остановки ускорение вагона изменяет-

ся по закону $a_x = 5 - 0,05x$, где a_x — проекция ускорения на ось X , м/с^2 ; x — координата вагона относительно начальной остановки. Найти: а) расстояние между остановками; б) максимальную скорость; в) время разгона.

$$a_{0x} = 5 \text{ м/с}^2; m = 5,0 \cdot 10^3 \text{ кг}; k = \frac{da}{dx} = 0,05 \text{ с}^{-2}$$

$$\ell = ? v_m = ? t^* = ?$$

Решение

По условию начальная скорость вагона $v_0 = 0$, когда его координата $x = 0$. При достижении следующей остановки, когда $x = \ell$, конечная скорость также равна нулю. Ускорение вагона изменяется по закону

$$a_x = a_0 - kx,$$

где $a_{0x} = 5 \text{ м/с}^2$ — начальное ускорение; $k = 0,05 \text{ с}^{-2}$.

График функции $a_x(x)$ представляет собой прямую линию, пересекающую ось абсцисс в точке $x = \ell/2$ (рис. 1.6). Скорость вагона с начала движения возрастает, поскольку $a_x > 0$, затем, после половины пути, убывает. Максимум скорости достигается, когда $a_x = 0$. С этого момента прекращается разгон и начинается торможение, поскольку проекция ускорения становится отрицательной ($a_x < 0$).

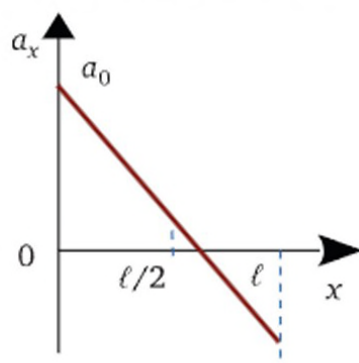


Рис. 1.6

Согласно теореме об изменении кинетической энергии работа равнодействующей силы (или работа всех сил, действующих на тело) равна изменению кинетической энергии тела:

$$A = \Delta K. \quad (1)$$

В данном случае как ускорение, так и равнодействующая сила — величины переменные, поэтому следует применять дифференциальную форму уравнения (1):

$$\delta A = dK. \quad (2)$$

Так как $\delta A = \vec{F} \cdot \vec{dl}$, где $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ и $|\vec{dl}| = dx$ в данном случае, то $\delta A = m \cdot a_x \cdot dx$. Учитывая закон изменения ускорения $a_x = a_0 - kx$ и интегрируя по всему пути (от 0 до l), получим из уравнения (2)

$$\int_0^l m(a_0 - kx)dx = \int_{K_1}^{K_2} dK,$$

следовательно,

$$m \left(a_0 \cdot l - \frac{k \cdot l^2}{2} \right) = K_2 - K_1.$$

Правая часть уравнения равна нулю, поскольку $K_1 = K_2 = 0$. Тогда и левая часть, представляющая собой суммарную работу всех сил на всем пути, также равна нулю.

Так как $m \neq 0$, то

$$a_0 \cdot l - \frac{k \cdot l^2}{2} = 0 \Rightarrow l = \frac{2a_0}{k}.$$

Тот же результат можно получить, используя понятия скорости как производной пути по времени и ускорения как производной скорости по времени: $v_x = \frac{dx}{dt}$ и $a_x = \frac{dv_x}{dt}$:

$$a_x = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv_x}{dx} \Rightarrow a_x \cdot dx = v_x \cdot dv_x.$$

Учитывая выражение $a_x = a_0 - kx$ и интегрируя, получим искомую величину l :

$$a_0 \cdot l - \frac{k \cdot l^2}{2} = 0 \Rightarrow l = \frac{2 \cdot a_0}{k}.$$

Подставляем численные значения и получаем

$$l = \frac{2 \cdot 5}{0,05}; l = 200 \text{ м.}$$

Максимальную скорость будем искать, полагая, что максимум скорости, а следовательно, и максимум кинетической энергии K_m достигаются на середине пути, в точке с координатой $x = l/2$.

Согласно теореме об изменении кинетической энергии (2)

$$\int_0^{l/2} m(a_0 - kx)dx = \int_0^{K_m} dK \Rightarrow m \left(a_0 \cdot \frac{l}{2} - \frac{k \cdot (l/2)^2}{2} \right) = K_m.$$

Подставляя числовые значения, получим максимальную кинетическую энергию $K_m = 7,5 \cdot 10^5$ Дж.

Так как $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$, то

$$v_m = \sqrt{\frac{2K_m}{m}}; \quad v_m = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,5 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^3}} = \sqrt{500}.$$

Время разгона оценим из уравнения

$$v_m = \langle a \rangle t^*, \quad (3)$$

где $\langle a \rangle$ — среднее ускорение; t^* — время разгона.

Учитывая линейность функции $a(x)$, найдем среднее значение $\langle a \rangle$ как полусумму начального и конечного значений:

$$\langle a \rangle = \frac{a_0 + 0}{2} = \frac{a_0}{2}. \quad \langle a \rangle = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

Искомую величину t^* вычислим по формуле (3):

$$t^* = \frac{v_m}{\langle a \rangle}; \quad t^* = \frac{\sqrt{500}}{2,5} \text{ с.}$$

Чтобы убедиться в правильности расчетов с использованием среднего ускорения, найдем путь ℓ^* за время t^* , полагая, что вагон движется с постоянным по модулю ускорением $\langle a \rangle^1$ и начальной скоростью $v_0 = 0$:

$$\ell^* = \frac{\langle a \rangle \cdot t^{*2}}{2}; \quad \ell^* = \frac{2,5 \cdot (500 / 6,25)}{2} = 100.$$

За время разгона трамвай проходит путь $\ell^* = 100$ м, равный половине расстояния между остановками.

Ответ. а) Расстояние между остановками $l = 200$ м; б) максимальная скорость вагона $v_m \approx 22$ м/с; в) время разгона $t^* \approx 8,9$ с.

Пример 1.5. Прямолинейное движение тела в вязкой среде описывается законом $\ell = 3,0t^2$, где ℓ — пройденный путь, м; t — время, с. На тело действует сила сопротивления $F = 5,0v^2$, где F — сила, Н; v — скорость, м/с. Найти работу данной силы в промежутке от 0 до 10 с.

$F = 20v^2; \ell = 3,0t^2; t_0 = 0; t = 10 \text{ с}$

$A = ?$

Решение

Элементарная работа (по определению) равна

$$\delta A = \vec{F} \cdot \vec{dr} \Rightarrow \delta A = F \cdot d\ell \cdot \cos \alpha,$$

¹ Использование среднего значения аргумента функции, когда она изменяется линейно, позволяет при решении ряда задач обойтись без интегрирования.

где α — угол между векторами силы и перемещения. Сила сопротивления всегда направлена в сторону, противоположную перемещению, т. е. $\alpha = \pi$ рад, $\cos \pi = -1$, следовательно, работа силы сопротивления всегда отрицательна:

$$A = -\int F d\ell.$$

Найдем скорость движения тела как производную пути по времени:

$$v = \frac{d\ell}{dt} = \frac{d(3,0t^2)}{dt} \Rightarrow v = 6t.$$

Подставив выражение для скорости в формулу силы $F = 5,0v^2$, получим

$$F = 5,0 \cdot (6t)^2.$$

Так как по условию $\ell = 3,0t^2$, то $d\ell = 6,0tdt$ и элементарная работа

$$\delta A = -(180t^2) \cdot (6,0tdt); \quad A = -1080t^3 dt.$$

Тогда

$$A = -\int_0^{10} 1080t^3 dt = -1080 \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_0^{10} = -2,7 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Ответ. Работа силы сопротивления $A = -2,7$ МДж.

Пример 1.6. Тело массой 10 кг перемещается под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где F — сила, Н; t — время, с; \vec{i}, \vec{j} — орты координатных осей X и Y . Начальная скорость тела равна нулю. Найти зависимость мощности от времени $N(t)$ и значение мощности N^* в момент $t^* = 1$ с.

$m = 10 \text{ кг}; F_x = 2t; F_y = 3t^2; v_0 = 0; t^* = 1 \text{ с}$

$N(t) = ? N^* = ?$

Решение

По определению $N = \frac{\delta A}{dt}$, где N — мощность; $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ — элементарная работа; $d\vec{r}$ — перемещение под действием силы F . Отсюда следует:

$$N = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ и } N = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (1)$$

По второму закон Ньютона $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ найдем ускорение:

$$\vec{a} = \frac{2t}{m} \vec{i} + \frac{3t^2}{m} \vec{j}.$$

Так как $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (по определению), то

$$d\vec{v} = \vec{a} \cdot dt \text{ и } \vec{v} = \int \vec{a} dt.$$

Интегрируя, получим скорость

$$\vec{v} = \frac{t^2}{m} \vec{i} + \frac{t^3}{m} \vec{j}$$

и, подставив это выражение в формулу (1), найдем мощность:

$$N = (2t \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j}) \cdot \left(\frac{t^2}{m} \vec{i} + \frac{t^3}{m} \vec{j} \right).$$

Скалярные произведения единичных векторов $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$ и $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ (см. приложение 2). Тогда выражение зависимости мощности от времени приобретает вид

$$N = \frac{2t^3 + 3t^5}{m}.$$

В момент $t^* = 1$ с значение мощности $N^* = (2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^5) / 10 = 0,5$.

Ответ. $N = \frac{2t^3 + 3t^5}{m}$ и $N^* = 0,5$ Вт.

Пример 1.7. Две платформы собственной массой по 400 кг катятся по инерции навстречу друг другу по параллельным рельсам со скоростями $v_{01} = v_{02} = 2,0$ м/с. На одной из них лежит груз 100 кг. Определить: а) скорости платформ после того, как они поравняются и груз будет переброшен с одной на другую; б) изменение кинетической энергии данной системы.

$v_{01} = v_{02} = 2,0$ м/с; $m_1 = m_2 = m$; $m = 400$ кг; $m_{\text{гр}} = 100$ кг
$v_1 = ?$ $v_2 = ?$ $\Delta K = ?$

Решение

Полагая, что движение происходит в горизонтальной плоскости, направим координатную ось X инерциальной системы отсчета, связанной с Землей, горизонтально, вдоль вектора скорости первой платформы (рис. 1.7). Трение мало, сила тяжести уравновешивается силой реакции рельсов.

Считая замкнутой *систему тел*, включающую две платформы и груз, в данной *системе отсчета* можно применить закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_{\text{сист}} = \text{const} \Rightarrow p_{\text{сист } x} = \text{const}.$$

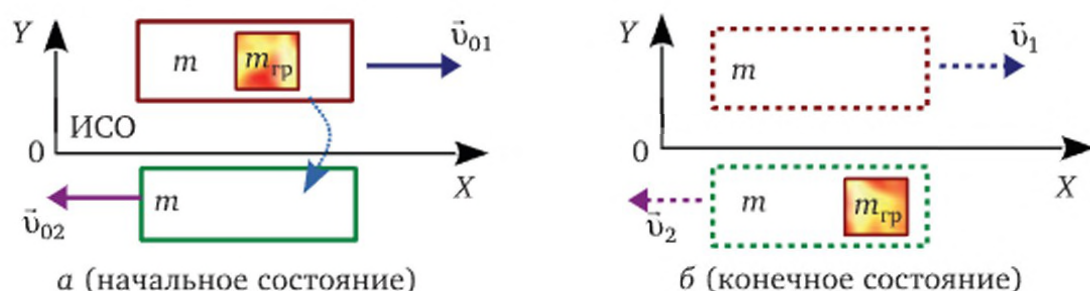


Рис. 1.7

Условия сохранения импульса относительно оси X выполняются также для каждой из двух систем взаимодействующих тел: «платформа 1 — груз» и «платформа 2 — груз», поскольку проекции внешних сил на ось X равны нулю:

$$p_{x \text{ пл1}} + p_{x \text{ гр}} = \text{const}; \quad (1)$$

$$p_{x \text{ пл2}} + p_{x \text{ гр}} = \text{const}. \quad (2)$$

В процессе переброски проекции скоростей платформы 1 и груза на ось X не могут измениться из-за внутренних сил, так они действуют перпендикулярно оси X .

Из уравнения (1) следует:

$$(m + m_{\text{гр}}) \cdot v_{01} = m \cdot v_{x1} + m_{\text{гр}} \cdot v_{01};$$

$$v_{x1} = \frac{(m + m_{\text{гр}}) \cdot v_{01} - m_{\text{гр}} \cdot v_{01}}{m},$$

где v_{01} и v_1 — скорости первой платформы до и после переброски груза; $v_{0\text{гр}}$ — скорость груза, проекция вектора которой на ось X не изменяется под действием внутренних сил в системе «платформа 1 — груз».

Учитывая, что проекция скорости груза в процессе переброски остается равной v_{01} вплоть до соприкосновения груза со второй платформой, из уравнения (2) получим

$$-m \cdot v_{02} + m_{\text{гр}} \cdot v_{01} = (m + m_{\text{гр}}) \cdot v_{x2};$$

$$v_{x2} = \frac{-m \cdot v_{02} + m_{\text{гр}} \cdot v_{01}}{m + m_{\text{гр}}},$$

где v_{02} и v_2 — скорости второй платформы до и после неупругого взаимодействия с грузом. Тогда

$$v_{x1} = \frac{500 \cdot 2 - 100 \cdot 2}{400} = 2; \quad v_{x2} = \frac{-400 \cdot 2 + 100 \cdot 2}{400 + 100} = -1,2.$$

Скорости платформ после переброски груза: $v_1 = 2,0$ м/с и $v_2 = 1,2$ м/с, причем движение второй платформы продолжается в сторону, противоположную оси X , на что указывает знак проекции вектора \vec{v}_2 на ось X .

Проверим сохранение импульса для системы из двух платформ и груза:

$$(m + m_{\text{гр}}) \cdot v_{01} - m \cdot v_{02} = m \cdot v_1 - (m + m_{\text{гр}}) \cdot v_2, \\ (400 + 100) \cdot 2 - 400 \cdot 2 = 400 \cdot 2,0 - (400 + 100) \cdot 1,2; 200 = 200.$$

Изменение кинетической энергии системы тел: $\Delta K = K - K_0$, где

$$K_0 = \frac{(m + m_{\text{гр}}) \cdot v_{01}^2}{2} + \frac{m \cdot v_{02}^2}{2}; \quad K = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{(m + m_{\text{гр}}) \cdot v_2^2}{2}.$$

Имеем $K_0 = 1800$ Дж; $K = 1160$ Дж; $\Delta K = -640$ Дж.

Знак «минус» величины ΔK означает, что в результате неупругого удара груза и второй платформ кинетическая энергия системы уменьшилась. Потенциальная энергия не изменяется, так как движение происходит в горизонтальной плоскости. Следовательно, часть механической энергии превратилась во внутреннюю энергию.

Ответ. а) $v_1 = 2,0$ м/с; $v_2 = 1,2$ м/с; б) $\Delta K = -640$ Дж.

Пример 1.8. Два груза $m_1 = m_2 = 0,50$ кг связаны нитью длиной $l = 36$ см и надеты на стержень массой $m_{\text{ст}} = 1,0$ кг. Длина стержня $l_{\text{ст}} = 60$ см. Размерами грузов можно пренебречь. Ось вращения проходит перпендикулярно стержню через его середину (рис. 1.8). Когда система раскручивается вокруг оси до угловой скорости $\omega_0 = 20$ рад/с, нить разрывается и грузы перемещаются без трения на концы стержня. Считая, что действие внешних моментов сил с момента разрыва нити прекращается, найти конечную угловую скорость системы.

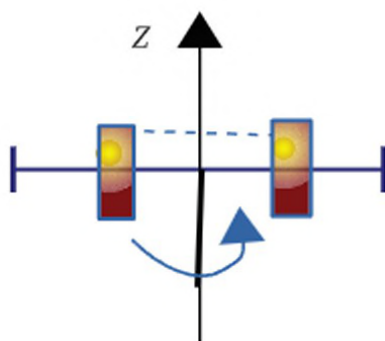


Рис. 1.8

$m_{\text{гр}} = 0,50$ кг; $m_{\text{ст}} = 1,0$ кг; $l_{\text{ст}} = 2r = 0,60$ м; $l = 2r_0 = 0,36$ м; $\omega_0 = 20$ рад/с

$\omega = ?$

Решение

С момента разрыва нити, поскольку внешние моменты сил отсутствуют, систему тел можно считать замкнутой и применить к ней закон сохранения момента импульса:

$$\vec{L}_{\text{ст}} + 2\vec{L}_{\text{гр}} = \overline{\text{const}},$$

или в проекции на ось Z

$$L_{\text{ст}z} + 2L_{\text{гр}z} = \text{const}.$$

Момент импульса тела относительно оси вращения (ось Z) по определению равен произведению момента инерции тела на его угловую скорость:

$$L_z = J_z \cdot \omega.$$

Моменты инерции стержня и каждого из грузов относительно данной оси (см. рис. 1.8) выражаются формулами

$$J_{\text{ст}} = \frac{1}{12} m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 \text{ и } J_{\text{гр}} = m_{\text{гр}} \cdot r^2,$$

где $l_{\text{ст}}$ — длина стержня; r — расстояние от груза до оси.

Приравнявая моменты импульса в начальном и конечном состояниях системы, получим в проекции на ось вращения

$$\frac{1}{12} m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 \cdot \omega_0 + 2m_{\text{гр}} \cdot r_0^2 \cdot \omega_0 = \frac{1}{12} m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 \omega + 2m_{\text{гр}} \cdot r^2 \cdot \omega.$$

Конечная угловая скорость

$$\omega = \frac{m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 \cdot \omega_0 + 24m_{\text{гр}} \cdot r_0^2 \cdot \omega_0}{m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 + 24m_{\text{гр}} \cdot r_2^2};$$
$$\omega = \frac{(1 \cdot 0,60^2 + 24 \cdot 0,50 \cdot 0,18^2) \cdot 20}{1 \cdot 0,60^2 + 24 \cdot 0,50 \cdot 0,30^2}; \omega = 10 \text{ рад/с}.$$

Ответ. $\omega = 10 \text{ рад/с}$.

Пример 1.9. На поверхности барабана (рис. 1.9), поднятого на некоторую высоту, закреплен конец легкого троса. Другой конец троса с привязанным к нему грузом 50 кг лежит на земле. Момент инерции барабана 10 кг·м², его радиус 50 см. Барабан раскручивают относительно неподвижной оси и прекращают внешнее воздействие, когда трос натягивается, а угловая скорость достигает 10 рад/с. Определить максимальную высоту, на которую поднимется груз.

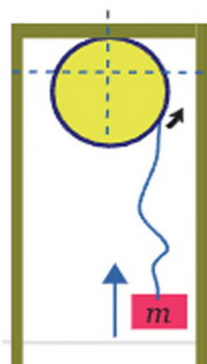


Рис. 1.9

$m = 50 \text{ кг}; J = 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; R = 0,50 \text{ м};$ $\omega_1 = 10 \text{ рад/с}; \omega_2 = 0; g = 9,8 \text{ м/с}^2$
$h_2 = ?$

Решение

Способ 1. Если предположить, что силы трения в системе отсутствуют, то можно применить закон сохранения механической энергии ($W_{\text{мех}} = \text{const}$) и записать для данной замкнутой системы «барабан — груз — Земля» уравнение

$$K_1 + \Pi_1 = K_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

где $K_1 = \frac{J \cdot \omega_1^2}{2}$ — кинетическая энергия барабана в начале подъема груза; $\Pi_1 = 0$ (потенциальная энергия груза на поверхности земли принимается равной нулю); $K_2 = 0$ (в конце подъема движение прекращается); $\Pi_2 = mgh_2$ — потенциальная энергия груза в конце подъема. Из уравнения (1) следует:

$$\frac{J\omega_1^2}{2} = mgh_2.$$

Отсюда

$$h_2 = \frac{J\omega_1^2}{2mg}. \quad (2)$$

Способ 2. Используем теорему об изменении кинетической энергии:

$$A = \Delta K, \quad (3)$$

где в данном случае A — суммарная работа *внешних* сил, действующих на систему «барабан — груз», $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$; $F = mg$ — сила тяжести; $s = h_2$; $\cos \alpha = -1$.

Кинетическая энергии груза за время подъема не изменилась ($0 - 0 = 0$), а изменение кинетической энергии данной системы обусловлено только уменьшением угловой скорости барабана: $\Delta K = 0 - \frac{J \cdot \omega_1^2}{2}$. Подставляя выражения для величин A и ΔK в равенство (3), получим выражение искомой величины h_2 , совпадающее с (2):

$$mgh_2 = \frac{J\omega_1^2}{2} \Rightarrow h_2 = \frac{J \cdot \omega_1^2}{2mg}.$$

Вычисляя, получим $h_2 = 1,0$ м.

Ответ. Максимальная высота поднятия груза $h_2 = 1,0$ м.

Пример 1.10. Скорости двух электронов (рис. 1.10) относительно Земли: $\vec{v}_1 = (0,80c \cdot \vec{i}, 0, 0)$ и $\vec{v}_2 = (-0,80c \cdot \vec{i}, 0, 0)$, где c — скорость света в вакууме. Определить скорость v_{1-2} и кинетическую энергию K_{1-2} одной из частиц в системе отсчета, связанной с другой движущейся частицей.

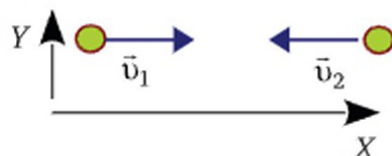


Рис. 1.10

$v_{x1} = 0,8c; v_{x2} = -0,8c; v_{y1} = v_{z1} = 0; v_{y2} = v_{z2} = 0$
$v_{1-2} = ? K_{1-2} = ?$

Решение

Так как скорости электронов близки к скорости света, то скорость одной частицы относительно другой найдем с помощью релятивистского закона сложения скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + v'_x \cdot v_0 / c^2},$$

где v_x — проекция на ось X скорости частицы, движущейся вдоль оси X , относительно неподвижной системы отсчета; v'_x — проекция скорости частицы в движущейся системе отсчета; v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной; c — скорость света в вакууме.

Скорости электронов по модулю одинаковы: $v_1 = v_2 = v$. Скорость одной частицы относительно другой v_{1-2} обозначим $v_{отн}$:

$$v_{отн} = \frac{v+v}{1+v^2/c^2},$$

где $v = 0,80c$; $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с. Тогда $v_{отн} = 0,976c = 2,9 \cdot 10^8$ м/с.

Кинетическая энергия частицы:

$$K = W - W_0,$$

где $W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ — полная энергия; $W_0 = mc^2$ — энергия покоя; $v = v_{\text{отн}}$ — скорость частицы в выбранной системе отсчета; m — масса частицы (инвариант).

Кинетическая энергия электрона в данной системе отсчета

$$K_{1-2} = K_{\text{отн}} = W_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v_{\text{отн}}/c)^2}} - 1 \right),$$

где в данном случае $v_{\text{отн}} = 0,976c$; $W_0 = 0,511$ МэВ — энергия покоя электрона (см. приложение 6). Тогда $K_{\text{отн}} = 3,59W_0 = 1,8$ МэВ.

Ответ. Относительная скорость данной частицы в системе отсчета, связанной с другой движущейся частицей, $v_{\text{отн}} = 2,9 \cdot 10^8$ м/с; ее кинетическая энергия $K_{\text{отн}} = 1,8$ МэВ.

Пример 1.11. Определить расход жидкости Q (в л/мин) из широкого сосуда (рис. 1.11) через узкое отверстие диаметром $d = 5,0$ мм. Высота столба жидкости над отверстием $h = 1,5$ м.

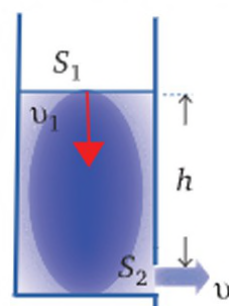


Рис. 1.11

$h = 1,50$ м; $d = 5,0 \cdot 10^{-3}$ м; $g = 9,81$ м/с ²
--

$Q = ?$

Решение

Расход жидкости равен отношению объема жидкости V , протекающей через какое-либо сечение потока, ко времени t :

$$Q = V/t.$$

Поскольку жидкость практически несжимаема, можно приравнять объемы жидкости, проходящей через сечение S_1 , где расположена свободная поверхность (см. рис. 1.10), и через сечение S_2 отверстия:

$$V_1 = V_2, \text{ или } S_1 v_1 t = S_2 v_2 t.$$

Поделив на множитель t , получим уравнение неразрывности потока жидкости

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Для нахождения скорости v_2 применим уравнение Бернулли:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const} \Rightarrow p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Поскольку $S_1 \gg S_2$ в данном случае, из уравнения неразрывности следует, что $v_1 \ll v_2$, и слагаемым в уравнении Бернулли, содержащим малую величину второго порядка (v_1^2), можно пренебречь.

Полагая $p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$, $v_2 = v$, $h_1 = h$, $h_2 = 0$, получим

$$p_{\text{атм}} + \rho gh = p_{\text{атм}} + \rho v^2 / 2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}.$$

Расход жидкости $Q = \frac{V}{t}$ (по определению) зависит от площади отверстия и скорости вытекания по закону

$$Q = Sv, \text{ или } Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{2gh}.$$

Проверка по наименованию единиц: $[Q] = \text{м}^2 \cdot \text{м}^{1/2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{1/2} = \text{м}^3/\text{с}$.

Вычисляя, получаем $Q = 107 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$.

Ответ. Расход жидкости $Q = 107 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с} = 6,4 \text{ л/мин}$.

Пример 1.12. Стальная балка сечением $S = 40 \text{ см}^2$ закреплена между двумя неподвижными упорами. С какой силой будет действовать балка на упоры, если она нагреется от температуры 0°C до 30°C ? Температурный коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$.

$S = 40 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $\Delta T = 30 \text{ К}$; $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$; $E = 2,10 \cdot 10^{11} \text{ Па}$

$F = ?$

Решение

По закону Гука механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению:

$$\sigma = \epsilon E, \quad (1)$$

где $\sigma = \frac{F}{S}$ — нормальное механическое напряжение (отношение продольной нагрузки на образец к площади его поперечного сечения); $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ — относительная продольная деформация; $\Delta l = |l - l_0|$; l_0 и l — длина до и после приложения нагрузки; E — модуль упругости материала.

Вследствие температурного расширения балка должна была удлиниться до размера

$$l = l_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad (2)$$

где l — длина после нагревания; l_0 — начальная длина; α — температурный коэффициент расширения; ΔT — изменение температуры. Поскольку упоры препятствуют удлинению, балка будет находиться в напряженном состоянии.

В соответствии с законом Гука (1)

$$\frac{F}{S} = \frac{|l - l_0|}{l_0} \cdot E,$$

следовательно,

$$F = \frac{S \cdot |l - l_0|}{l_0} \cdot E. \quad (3)$$

Подставим в формулу (3) длину l после нагревания (2) и, полагая, что поперечные размеры балки не изменяются ($S = \text{const}$), получим выражение силы упругости

$$F = \frac{S \cdot |l_0(1 + \alpha \cdot \Delta T) - l_0|}{l_0} \cdot E;$$

$$F = S \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta T.$$

Проверка по наименованию единиц: $[F] = \text{м}^2 \cdot (\text{Н}/\text{м}^2) \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{К} = \text{Н}$.
Вычисляем:

$$F = 40 \cdot 10^{-4} \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 30 = 3,0 \cdot 10^5.$$

Ответ. Сила, с которой балка действует на упоры, $F = 0,30 \text{ МН}$.

Задания

Механика

Два автомобиля движутся относительно центра перекрестка. Их начальные координаты: $x_1 = 0$ м; $y_1 = 45$ м; $x_2 = -60$ м; $y_2 = 0$ м. Проекции скоростей движущихся объектов: $v_{1x}=10$ м/с, $v_{1y}=-15$ м/с; $v_{2x}=-10$ м/с; $v_{2y}=0$ м/с.

Найти:

1. модуль и направление скорости первого автомобиля относительно второго;
2. расстояние между ними в момент, когда один из них достигнет центра перекрестка.

Материальная точка массой 0,2 кг начинает двигаться под действием переменной силы $F=3t^2$, где F — сила, Н; t — время, с. Какова скорость точки в конце второй секунды движения?

Найти работу силы, под действием которой скорость тела массой 2 кг возросла с 4 до 6 м/с

Движение маховика с моментом инерции $2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ описывается уравнением $\varphi=t+t^2$, где φ — угол поворота, рад; t — время, с. Найти угловое ускорение и момент импульса маховика через $t^* = 2$ с после начала отсчета времени.

Вычислить скорость, импульс и полную энергию протона, получившего в ускорителе кинетическую энергию 1,0 ГэВ.

Начальная скорость трубы, катящейся по горизонтальной плоскости, $v_0=4$ м/с. На какое расстояние переместится труба до остановки, если коэффициент трения $\mu = 0,080$?

Определить время истечения несжимаемой жидкости из открытого цилиндрического сосуда высотой 4,9 м, заполненного до краев. Диаметр отверстия в дне сосуда в 60 раз меньше диаметра сосуда.

Тема 2

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

2.1. Тезаурус

2.1.1. Электростатика

Формулы-определения и единицы величин

Величина	Формула-определение	Единица
Напряженность электрического поля	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$	В/м
Поток вектора напряженности электрического поля	$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$; $\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha$	В·м
Линейная плотность заряда	$\sigma_l = \frac{dq}{dl}$; $\langle \sigma_l \rangle = \frac{q}{l}$	Кл/м
Поверхностная плотность заряда	$\sigma_s = \frac{dq}{dS}$; $\langle \sigma_s \rangle = \frac{q}{S}$	Кл/м ²
Объемная плотность заряда	$\sigma_v = \frac{dq}{dV}$; $\langle \sigma_v \rangle = \frac{q}{V}$	Кл/м ³
Диэлектрическая проницаемость [*]	$\epsilon = \frac{E_0}{E} = \frac{\text{Напряжённость поля в вакууме}}{\text{Напряжённость поля в среде}}$	1
Электрическое смещение ^{**}	$D = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot E$	Кл/м ²
Потенциал	$\varphi = \frac{\Pi_{эл}}{q}$	В
Разность потенциалов	$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{эл}}{q}$	В
Емкость проводника	$C = \frac{q}{\varphi}$	Ф
Емкость конденсатора	$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, или $C = \frac{q}{U}$	Ф

^{*} Определение справедливо для изотропной среды.

^{**} Для изотропной среды.

Основные законы

1. Сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме (закон Кулона):

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}; F_{12} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2},$$

где F_{12} — сила, действующая со стороны первого заряда на второй; q_1 и q_2 — точечные электрические заряды; \vec{r}_{12} — радиус-вектор, проведенный от первого заряда ко второму; ϵ_0 — электрическая постоянная; $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ м/Ф; r_{12} — расстояние между зарядами.

2. Теорема Гаусса для напряженности электрического поля в вакууме:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \sigma_V dV.$$

3. Закон сохранения электрического заряда: в замкнутой системе алгебраическая сумма электрических зарядов не изменяется,

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const.}$$

4. Принцип суперпозиции электрических полей:

а) для напряженности результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$;

б) для потенциала результирующего поля $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$, где $\vec{E}_1, \dots, \vec{E}_n$ — векторы напряженностей; $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ — потенциалы полей, созданных отдельными источниками.

Соотношения величин

5. Напряженности электрических полей в веществе:

а) точечного заряда и заряженной сферы ($r > R$)

$$E = k \frac{q}{\epsilon \cdot r^2},$$

где r — расстояние от заряда или от центра сферы; R — радиус сферы; ϵ — диэлектрическая проницаемость; если $r < R$ (внутри сферы), то $E = 0$.

б) бесконечной заряженной нити

$$E = \frac{\sigma_l}{2\pi r \epsilon \epsilon_0};$$

в) бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma_s}{2\epsilon \epsilon_0};$$

г) между пластинами плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma_s}{\epsilon \epsilon_0},$$

где σ_l и σ_s — линейная и поверхностная плотности заряда.

6. Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , расположенных на расстоянии r ,

$$\Pi_{\text{эл}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\epsilon r}.$$

7. Связь напряженности и потенциала

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad} \varphi},$$

где $\overline{\text{grad} \varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}$; отсюда $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$; $\langle E_x \rangle = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta x}$.

8. Потенциал поля точечного заряда q

$$\varphi = k \cdot \frac{q}{\epsilon r}.$$

9. Потенциал поля заряженной сферы ($r > R$)

$$\varphi = k \cdot \frac{q}{\epsilon r},$$

где q — заряд сферы; r — расстояние от центра сферы; R — радиус сферы; если $r \leq R$, то $\varphi = k \cdot \frac{q}{\epsilon R} = \text{const.}$

10. Разность потенциалов в однородном поле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x(x_1 - x_2).$$

11. Работа перемещения заряда

$$A_{\text{эл}} = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов точек электрического поля, между которыми переносится заряд q .

12. Емкости:

а) шара радиусом R

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

б) плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где S — площадь обкладки; d — расстояние между обкладками.

в) цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln(r_2 / r_1)},$$

где r_1 и r_2 — радиусы обкладок; l — длина конденсатора.

13. Соотношения емкостей C_i , зарядов q_i , разностей потенциалов U_i на обкладках отдельных конденсаторов и на батарее C, q, U :

а) при параллельном соединении конденсаторов (рис. 2.1):

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + \dots = C, \\ q_1 + q_2 + \dots = q, \\ U_1 = U_2 = \dots = U; \end{cases}$$

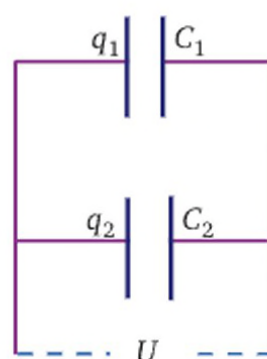


Рис. 2.1

б) при последовательном соединении (рис. 2.2):

$$\begin{cases} \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots, \\ q_1 = q_2 = \dots = q, \\ U_1 + U_2 + \dots = U. \end{cases}$$

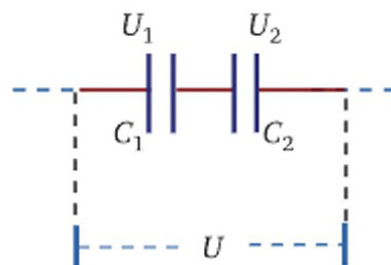


Рис. 2.2

14. Энергия поля конденсатора

$$W_{\text{эл}} = \frac{C \cdot U^2}{2}, \text{ или } W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}.$$

15. Объемная плотность энергии электрического поля

$$w_{\text{эл}} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2.$$

2.1.2. Электрический ток

Формулы-определения и единицы величин

Величина	Формула	Единица
Сила тока	$I = \frac{dq}{dt}; \langle I \rangle = \frac{q}{t}$	А
Плотность тока	$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \cdot \vec{n}; \langle j \rangle = \frac{I}{S}$	А/м²
Электродвижущая сила	$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$	В
Напряжение	$U = \frac{A_{\text{ст}} + A_{\text{эл}}}{q}; U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}$	В
Удельное сопротивление	$\rho = \frac{R \cdot S}{l}$	Ом·м
Удельная проводимость	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	Ом⁻¹·м⁻¹

Основные законы

16. Закон Ома:

а) в интегральной форме

$$I = \frac{U}{R}.$$

б) в локальной (дифференциальной) форме

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}, \text{ или } \vec{j} = -\gamma \cdot \overline{\text{grad} \varphi},$$

где j — плотность тока проводимости; $\gamma = 1/\rho$ — удельная проводимость; E — напряженность электрического поля в проводнике; $\text{grad} \varphi$ — градиент потенциала.

в) для однородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}.$$

г) для замкнутой цепи с источником тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где \mathcal{E} — ЭДС источника тока; r — внутреннее сопротивление; R — сопротивление внешней цепи (сопротивление нагрузки).

д) для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1-2}}{R_{1-2}},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2) = -\Delta\varphi$ — разность потенциалов на концах участка; R_{1-2} — сопротивление участка цепи; \mathcal{E}_{1-2} — суммарная ЭДС источников, включенных в данную цепь.

17. Закон Джоуля — Ленца:

а) в интегральной форме

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t, \text{ или } Q = \frac{U^2}{R} \cdot t, \text{ или } Q = U \cdot I \cdot t,$$

где Q — электрическая энергия, преобразованная в теплоту при протекании тока в проводнике; I — сила электрического тока; t — время протекания тока;

б) в локальной (дифференциальной) форме

$$w = \vec{j} \cdot \vec{E}, \text{ или } w = \gamma \cdot E^2, \text{ или } w = \rho \cdot j^2,$$

где $w = \frac{Q}{V \cdot t}$ — объемная плотность тепловой мощности, создаваемой в проводнике при протекании тока; t — время, за которое выделяется теплота Q в объеме проводника V .

Соотношения величин

18. Электрический заряд, перемещаемый через поперечное сечение проводника,

$$q = \int I(t) dt,$$

где I — сила тока в проводнике; t — время протекания тока. Если $I = \text{const}$, то $q = It$.

19. Взаимосвязь плотности электрического тока j и скорости v упорядоченного движения заряженных частиц

$$\vec{j} = q_0 \cdot n \cdot \vec{v},$$

где n — концентрация частиц; q_0 — заряд одной частицы.

20. Электрическое сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление; l — длина; S — площадь поперечного сечения проводника.

21. Соотношения напряжений U_i , сил токов I_i , сопротивлений R_i на отдельных проводниках и на границах всего участка U, I, R :

а) при параллельном соединении (рис. 2.3):

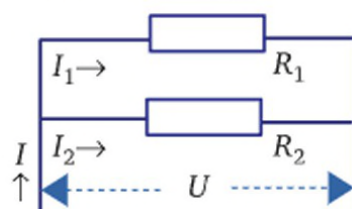
$$\begin{cases} U = U_1 = U_2 = \dots, \\ I = I_1 + I_2 + \dots, \\ \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots; \end{cases}$$


Рис. 2.3

б) при последовательном соединении (рис. 2.4):

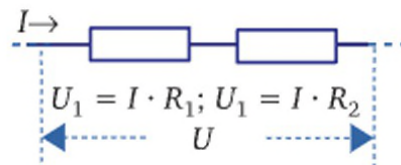
$$\begin{cases} I = I_1 = I_2 = \dots, \\ U = U_1 + U_2 + \dots, \\ R = R_1 + R_2 + \dots \end{cases}$$


Рис. 2.4

22. Температурная зависимость удельного сопротивления металлов и сплавов:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \cdot (T - T_0)],$$

где ρ и ρ_0 — удельные сопротивления при температурах T и T_0 соответственно; α — температурный коэффициент электросопротивления.

23. Зависимость заряда конденсатора q от времени в цепи сопротивлением R :

а) при подключении источника тока

$$q_{\text{подкл}} = C \cdot \mathcal{E} \cdot (1 - e^{-t/(RC)});$$

б) при отключении источника тока

$$q_{\text{откл}} = \mathcal{E} \cdot C \cdot e^{-t/(RC)},$$

где C — емкость конденсатора; t — время; \mathcal{E} — электродвижущая сила подключаемого источника.

2.2. Примеры

Пример 2.1. Точечный заряд $q = 50$ нКл находится на расстоянии 10 см от конца заряженной нити на ее продолжении (рис. 2.5). Линейная плотность заряда на нити $5,0$ нКл/м. Ее длина 30 см. Определить силу кулоновского взаимодействия точечного заряда и нити.

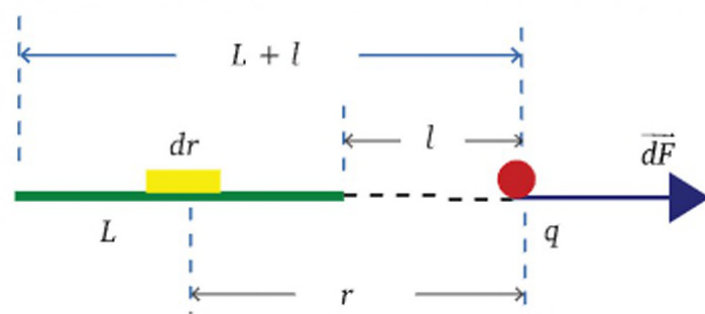


Рис. 2.5

$l = 0,30$ м; $L = 0,10$ м; $q = 50 \cdot 10^{-9}$ Кл; $\tau = 5,0 \cdot 10^{-9}$ Кл/м; $\epsilon = 1$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
$F = ?$

Решение

Взаимодействие точечных зарядов описывается законом Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\epsilon r^2}.$$

В данном случае заряд нити нельзя считать точечным, так как он распределен по всей длине, а длиной нити нельзя пренебречь по сравнению с расстоянием до точечного заряда. Однако закон Кулона можно применить, используя способ дифференцирования и интегрирования (ДИ), т. е. действуя по принципу «разделяй и властвуй». Для этого разобьем нить на бесконечно малые участки длиной dr и зарядом τdr , где τ — линейная плотность заряда на нити. Для каждого из них найдем силу dF кулоновского взаимодействия с точечным зарядом q , расположенным на расстоянии r (см. рис. 2.5):

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau dr \cdot q}{\epsilon r^2},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная; ϵ — диэлектрическая проницаемость (для воздуха $\epsilon = 1$).

Искомая сила, действующая со стороны всей нити, равна определенному интегралу:

$$F = \frac{\tau q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \int_L^{L+l} \frac{dr}{r^2},$$

где интегрирование проводится по всей длине нити l , т. е. от $r_1 = L$ до $r_2 = L + l$.

В результате интегрирования получаем

$$F = \frac{\tau q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{L+l} \right).$$

Проверка по наименованию единиц:

$$\begin{aligned} [F] &= \text{Кл} \cdot \text{Кл} / \text{м} \cdot (\text{Ф} / \text{м})^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \text{Кл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{В} / (\text{Кл} \cdot \text{м}) = \\ &= \text{Кл} \cdot \text{В} / \text{м} = \text{Дж} / \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} / \text{м} = \text{Н}. \end{aligned}$$

Ответ. Сила кулоновского взаимодействия заряженной нити и точечного заряда $F = 27 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 27 \text{ мкН}$.

Пример 2.2. Два одинаковых по модулю точечных заряда, расположенные на расстоянии $2r$, сближаются по направлению к точке M (рис. 2.6) по дуге окружности радиусом r . Как изменяются напряженность и потенциал электростатического поля в центре окружности (точка C), если: а) заряды разноименные, $|q_1| = |q_2|$; $q_1 > 0$; $q_2 < 0$; б) заряды одноименные, $q_1 = q_2 > 0$.

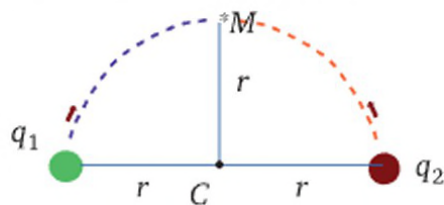


Рис. 2.6

Решение

Напряженность E и потенциал φ поля системы зарядов определяются по принципу суперпозиции:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2; \quad (1)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (2)$$

Рассмотрим случай а (заряды разноименные). Согласно определению напряженности электрического поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 направлены в сторону силы F , которая действовала бы со стороны данных зарядов q_1 и q_2 соответственно на точечный положительный

заряд q , помещенный в данную точку поля. Направление и модуль результирующего вектора \vec{E} определяются по принципу суперпозиции (1). Направления векторов \vec{E}_1 , \vec{E}_2 и \vec{E} , когда заряды находятся в исходном (нижнем) положении, показаны на рис. 2.7.

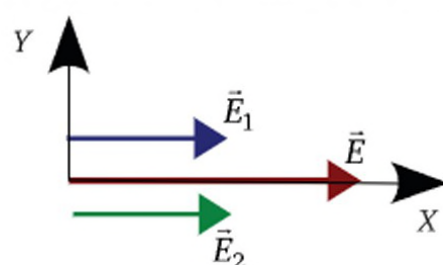


Рис. 2.7

Модуль вектора \vec{E} в начальном состоянии системы зарядов найдем через проекции¹ векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 на координатные оси:

$$E_{1x} = E_1; E_{2x} = E_2; E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 + E_2.$$

$$E_y = 0, \text{ так как } E_{1y} = 0 \text{ и } E_{2y} = 0. E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}.$$

Модули напряженности E_1 , E_2 и потенциалы φ_1 , φ_2 рассчитываются по формулам

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\epsilon r^2}; E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{\epsilon r^2}; \quad (3)$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\epsilon r}; \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{\epsilon r}, \quad (4)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость (для воздуха $\epsilon = 1$); ϵ_0 — электрическая постоянная.

В начальном состоянии результирующая напряженность в точке С максимальна, так как складываются одинаково направленные векторы (см. рис. 2.7), и равна по модулю арифметической сумме:

$$E_{Ca \max} = E_1 + E_2, \quad (5)$$

где величины E_1 и E_2 можно рассчитать по формуле (3).

При сближении зарядов угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , равный 2θ (рис. 2.8), возрастает от 0 до 180° , а модуль вектора \vec{E} уменьшается. В конечном положении результирующая напряженность поля данной системы зарядов равна нулю, так как слагаемые векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 противоположны:

$$E_{Ca \min} = E_1 - E_2 = 0.$$

¹ Проекция вектора \vec{E} на ось X (см. приложение 2) находится по формуле $E_x = E \cos \theta$, где E — модуль вектора \vec{E} ; θ — угол между вектором и осью.

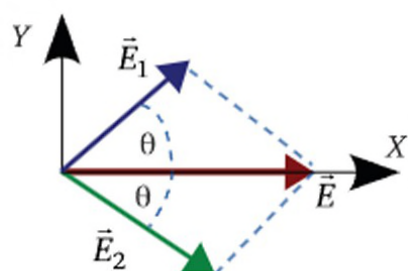


Рис. 2.8

В случае *a* слагаемые потенциалы поля в точке *C* равны по модулю, но противоположны по знаку в соответствии с формулой (4), так как равны по модулю заряды q_1 и q_2 , создающие поле, равны также расстояния r от зарядов до точки *C*, но $q_1 > 0$; $q_2 < 0$:

$$|\varphi_1| = |\varphi_2|; \varphi_1 > 0; \varphi_2 < 0. \quad (6)$$

Следуя принципу суперпозиции (2), с учетом соотношений (6) получаем, что результирующий потенциал точки *C* в начальном состоянии данной системы зарядов равен нулю:

$$|\varphi_{Ca}| = |\varphi_1| - |\varphi_2| = 0.$$

При сближении зарядов по дуге окружности потенциал точки *C* поля данной системы разноименных зарядов не изменяется и остается равным нулю, поскольку ни модули, ни знаки слагаемых в сумме (2) не меняются:

$$\varphi_{Ca} = \varphi_1 + \varphi_2 = \text{const} = 0.$$

В случае *б* результирующий потенциал одноименных зарядов при их сближении также остается постоянным:

$$\varphi_{Cb} = \varphi_1 + \varphi_2 = \text{const} = 2\varphi_1.$$

Напряженность поля в случае одноименных зарядов вначале равна нулю, так как в точке *C* складываются противоположные векторы (рис. 2.9). Затем по мере сближения зарядов по дуге окружности модуль напряженности возрастает. Когда заряды перейдут в верхнее положение, а угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 уменьшится до нуля (рис. 2.10), тогда

$$E_{Cb} = E_y = E_1 + E_2.$$

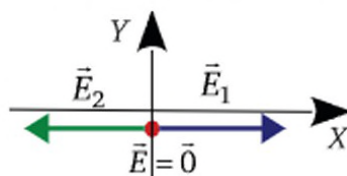


Рис. 2.9

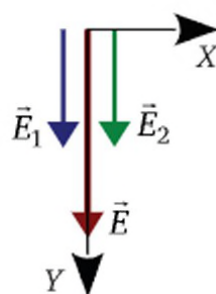


Рис. 2.10

Ответ. а) При сближении разноименных зарядов по дуге окружности модуль напряженности в центре монотонно убывает до нуля; потенциал электростатического поля данной системы зарядов не изменяется и остается равным нулю; б) если заряды одноименные, то при сближении зарядов результирующая напряженность поля возрастает от нуля (в начальном состоянии системы) до максимума (в конечном состоянии), а потенциал остается постоянной величиной, не равной нулю.

Пример 2.3. Две пластины, имеющие форму круга площадью 100 см^2 , расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины равен 100 нКл , другой — минус 200 нКл . Какова сила кулоновского взаимодействия этих пластин, если расстояние между ними составляет: 1) $2,0 \text{ мм}$; 2) $2,0 \text{ м}$.

$l_1 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}; l_2 = 2,0 \text{ м}; S = 100 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$ $q_1 = 100 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}; q_2 = -200 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}; \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
$F_1 = ? F_2 = ?$

Решение

Диаметр D круглой пластины можно оценить, зная ее площадь:

$$S = \pi D^2 / 4 \Rightarrow D = \sqrt{4S/\pi}, D = 113 \text{ мм}.$$

В первом случае расстояние l_1 между пластинами мало по сравнению с размерами пластин. Принимая во внимание данное соотношение $D \gg l_1$, будем использовать для расчета напряженности поля каждой пластины модель *бесконечной плоскости*. На основании теоремы Гаусса для электростатического поля получим

$$E = \frac{\sigma_s}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где σ_s — поверхностная плотность заряда; ϵ — диэлектрическая проницаемость; ϵ_0 — электрическая постоянная.

Кулоновскую силу найдем из определения напряженности:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow F = qE.$$

Сила, действующая на вторую пластину с зарядом q_2 в однородном поле первой пластины с поверхностной плотностью заряда σ_1 ,

$$F_1 = \frac{q_2 \sigma_{s1}}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{q_2 \cdot (q_1 / S)}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где $\sigma_{s1} = q_1 / S$; q_1 — заряд первой пластины; S — ее площадь.

Вычисляя, получим $F_1 = 0,11$ Н.

В случае 2 размерами пластин по сравнению с расстоянием между заряженными телами можно пренебречь, поскольку $D \ll l_2$, и использовать модель *точечного заряда*. Тогда сила взаимодействия данных зарядов, расположенных на расстоянии $r = 2,0$ м, вычисляется по закону Кулона

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

откуда $F_2 = 4,5 \cdot 10^{-5}$ Н.

Ответ. Силы взаимодействия пластин: а) $F_1 = 0,11$ Н; б) $F_2 = 4,5 \cdot 10^{-5}$ Н = 45 мкН.

Пример 2.4. Разность потенциалов пластин, находящихся на расстоянии $d = 3,0$ мм друг от друга, $\varphi_A - \varphi_B = 10$ В. Пространство между пластинами заполнено двухслойным диэлектриком. К одной пластине прилегает слой парафина (толщина $d_1 = 1,0$ мм), к другой — фарфора ($d_2 = 2,0$ мм). Найти напряженность электростатического поля в парафине E_1 и в фарфоре E_2 .

$\varphi_A - \varphi_B = 10$ В; $d = 3,0 \cdot 10^{-3}$ м; $d_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ м; $d_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}$ м; $\epsilon_1 = 2$; $\epsilon_2 = 6$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $E_1 = ?$ $E_2 = ?$

Решение

Напряженность E электрического поля равна скорости убывания потенциала вдоль силовой линии поля:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \Rightarrow E = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{d} \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = E \cdot d,$$

где d — расстояние между точками A и B , расположенными на одной силовой линии однородного поля; φ_A и φ_B — электрические потенциалы этих точек.

В данном случае разность потенциалов пластин складывается из падений потенциала электрического поля в парафине и в фарфоре:

$$\varphi_A - \varphi_B = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d_2. \quad (1)$$

Число неизвестных в уравнении (1) можно уменьшить, если выразить напряженность через электрическое смещение¹ — величину, не зависящую от диэлектрической проницаемости среды:

$$D = \epsilon \epsilon_0 E, \quad (2)$$

где D — электрическое смещение; ϵ — диэлектрическая проницаемость вещества; ϵ_0 — электрическая постоянная; E — напряженность поля в веществе.

Тогда уравнение (1) приобретает вид

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} d_1 + \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} d_2. \quad (3)$$

Из уравнения (3) можно найти величину D :

$$D = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) \cdot \epsilon_0}{d_1 / \epsilon_1 + d_2 / \epsilon_2} = \frac{10 \cdot \epsilon_0}{\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{6}\right) \cdot 10^{-3}} = 12 \cdot 10^3 \cdot \epsilon_0.$$

Подставляя величину D в формулу (2), находим искомые величины E_1 и E_2 — напряженности электрического поля в отдельных слоях диэлектрика между пластинами:

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_1 \cdot \epsilon_0}; E_1 = 6 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_2 \cdot \epsilon_0}; E_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = \frac{E_0}{E}$ показывает, во сколько раз напряженность электрического поля в веществе меньше, чем в вакууме ($\epsilon \geq 1$). Так как $\epsilon_1 < \epsilon_2$, то $E_1 > E_2$.

Для проверки решения подставим значения E_1 и E_2 в формулу (1) и получим разность потенциалов, совпадающую с заданной по условию:

$$\varphi_A - \varphi_B = 6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ В}.$$

Ответ. Напряженности электростатического поля в парафине и фарфоре равны соответственно $E_1 = 6 \text{ кВ/м}$; $E_2 = 2 \text{ кВ/м}$.

Пример 2.5. Два металлических шарика радиусов 5,0 и 2,5 см находятся в воздухе на расстоянии 20 см друг от друга (рис. 2.11, а).

¹ Электрическое смещение (электрическая индукция) — векторная физическая величина, $\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$, не зависящая от электрических свойств среды, характеризующая электрическое поле, создаваемое данной системой зарядов.

Первый из них заряжен до потенциала 2,70 кВ и отключен от источника, другой не заряжен. Определить: заряды и потенциалы шаров после соединения тонким проводником; энергию электрического поля данной системы зарядов до и после соединения.

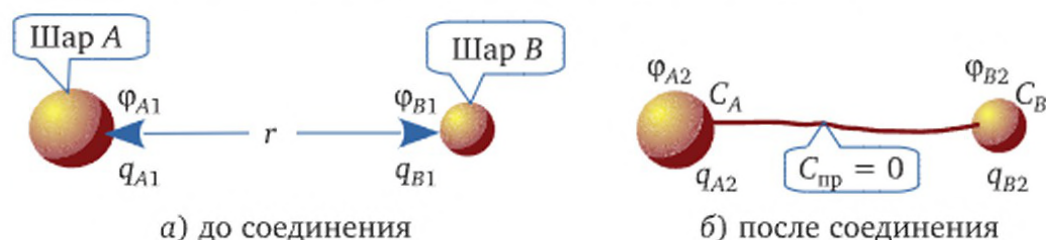


Рис. 2.11

$R_A = 3,00 \cdot 10^{-2} \text{ м}; R_B = 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{A1} = 2,70 \cdot 10^3 \text{ В};$ $q_{B1} = 0; \varphi_{B1} = 0; \varepsilon = 1; \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
$\varphi_{A2} = ? \varphi_{B2} = ? q_{A2} = ? q_{B2} = ? W_1 = ? W_2 = ?$

Решение

Систему можно считать замкнутой, так как источник зарядов отключен. По закону сохранения заряда алгебраическая сумма зарядов замкнутой системы не изменяется, т. е.

$$q_{A1} + q_{B1} = q_{A2} + q_{B2},$$

где буквами A, B обозначены тела, а цифрами 1 и 2 — состояния системы до и после соединения.

Так как второй шар не заряжен ($q_{B1} = 0$), а заряд соединительного проводника пренебрежимо мал в силу его малой электроемкости, то

$$q_{A1} = q_{A2} + q_{B2}. \quad (1)$$

Из определения емкости проводника $C = \frac{q}{\varphi}$ следует

$$q = C\varphi, \quad (2)$$

где q — заряд проводника; φ — его потенциал.

Подставим выражения для зарядов (2) в формулу (1):

$$C_A \varphi_{A1} = C_A \varphi_{A2} + C_B \varphi_{B2}, \quad (3)$$

где $C_A = 4\pi\varepsilon_0 R_A$; $C_B = 4\pi\varepsilon_0 R_B$; $\varphi_{A1} = \frac{q_{A1}}{C_A}$; $\varphi_{A2} = \frac{q_{A2}}{C_A}$; $\varphi_{B2} = \frac{q_{B2}}{C_B}$.

Числовые значения электроемкостей шаров:

$$C_A = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 0,03 \text{ м}; C_A = 3,34 \text{ пФ};$$

$$C_B = 1,67 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,67 \text{ пФ}.$$

Когда шары соединяются проводником (рис. 2.11, б), происходит перемещение зарядов, обусловленное различием потенциалов шаров.

После соединения потенциалы проводников выравниваются, т. е. $\varphi_{A2} = \varphi_{B2} = \varphi$, и напряженность электрического поля, равная по модулю градиенту потенциала, $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$, внутри соединяющего проводника становится равной нулю. Движение зарядов прекращается, так как кулоновская сила $\vec{F}_{\text{кул}} = q\vec{E}$ на них больше не действует.

Уравнение (3) приводится к виду

$$C_A \cdot \varphi_{A1} = C_A \cdot \varphi + C_B \cdot \varphi,$$

что позволяет вычислить потенциалы шаров после соединения:

$$\varphi = \frac{C_A \cdot \varphi_{A1}}{C_A + C_B};$$

$$\varphi = \frac{3,34 \cdot 10^{-12} \cdot 2,7 \cdot 10^3}{3,34 \cdot 10^{-12} + 1,67 \cdot 10^{-12}} = 1,80 \cdot 10^3 \text{ В} = 1,80 \text{ кВ}.$$

Зная потенциалы шаров и их емкости, можно найти соответствующие заряды до и после соединения:

$$q_{A1} = \varphi_{A1} \cdot C_A; q_{A1} = 9,02 \text{ нКл};$$

$$q_{A2} = \varphi \cdot C_A = 6,02 \text{ нКл}; q_{B2} = \varphi \cdot C_B = 3,00 \text{ нКл}.$$

Проверка решения на основе закона сохранения заряда:

$$6,02 + 3,00 = 9,02.$$

Как и следовало ожидать, численные значения суммарного электрического заряда системы до и после соединения совпадают.

Энергия электростатического поля до соединения:

$$W_1 = \frac{q_{A1}^2}{2C} + 0 = \frac{9,02^2 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-12}} = 12,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Энергия поля данной системы зарядов после соединения:

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{q_{A2}^2}{2C_A} + \frac{q_{B2}^2}{2C_B} = \frac{6,02^2 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 3,34 \cdot 10^{-12}} + \frac{3,00^2 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-12}} = \\ &= 5,425 \cdot 10^{-6} + 2,716 \cdot 10^{-6} = 8,14 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Энергия электрического поля системы уменьшилась, так как при соединении шаров произошло перемещение зарядов (кратковременный импульс тока). Часть энергии системы рассеяна в окружающее пространство в виде излучения.

Ответ. Заряды шаров после соединения тонким проводником $q_{A2} = 6,02 \text{ нКл}$; $q_{B2} = 3 \text{ нКл}$; их потенциалы $\varphi_{A2} = \varphi_{B2} = 1,8 \text{ кВ}$; энер-

гия электрического поля до и после соединения $W_1 = 12,2$ мкДж; $W_2 = 8,14$ мкДж.

Пример 2.6. Найти разность потенциалов на концах участка электрической цепи (рис. 2.12). ЭДС источников: $\mathcal{E}_1 = 6,0$ В; $\mathcal{E}_2 = 12,0$ В; сопротивления элементов цепи: $r_1 = 1,0$ Ом; $r_2 = 2,0$ Ом; $R = 12$ Ом; сила тока $I = 5,0$ А.

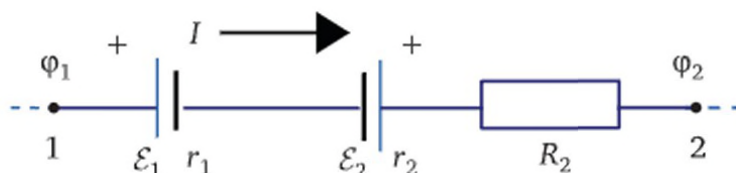


Рис. 2.12

$\mathcal{E}_1 = 6$ В; $\mathcal{E}_2 = 12$ В; $r_1 = 1$ Ом; $r_2 = 2$ Ом;
 $R = 12$ Ом; $I = 5,0$ А

$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$

Решение

Используем закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{\text{уч}}}{R_{\text{уч}}}, \quad (1)$$

где I — сила тока; $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка; $\mathcal{E}_{\text{уч}}$ — суммарная ЭДС на участке; $R_{\text{уч}}$ — сопротивление участка.

В данном случае на основе закона (1) получим уравнение

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir_1 + Ir_2 + IR - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2). \quad (2)$$

Величину IR , равную произведению силы тока на сопротивление, для краткости называют электрическим напряжением на участке цепи (падением напряжения) $U_{1-2} = IR_{1-2}$. Разность потенциалов на концах однородного участка цепи, когда на участке нет источников тока ($\mathcal{E}_{1-2} = 0$), равна напряжению:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR_{1-2}.$$

При определении знаков скалярных величин: \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , Ir_1 , Ir_2 и IR следует обходить цепь от начальной точки к конечной по направлению тока. Тогда все величины, содержащие силу тока: Ir_1 , Ir_2 и IR — положительны, т. е. складываются со знаком «плюс». Знак ЭДС зависит от порядка следования полюсов источника при обходе контура вдоль направления тока. Если встречается сначала «+» затем «-» источника, его ЭДС считается отрицательной. Когда же ток идет внутри источника от минуса к плюсу («-» \rightarrow «+»), тогда ЭДС источника положительна.

Знаки алгебраических величин учитываются после того, как составлено уравнение в общем виде (2), одновременно с подстановкой числовых значений в уравнение.

В данном случае (см. рис. 2.12) имеем $\mathcal{E}_2 > 0$, но $\mathcal{E}_1 < 0$. Искомую разность потенциалов на концах участка получим, подставляя в уравнение (2) числовые значения исходных данных и одновременно учитывая их знаки:

$$\begin{aligned}\varphi_1 - \varphi_2 &= 5 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 12 - (-6 + 12) = \\ &= 75 - 6 = 69; \varphi_1 - \varphi_2 = 69 \text{ В.}\end{aligned}$$

Ответ. Разность потенциалов равна 69 В.

Пример 2.7. Два аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 6 \text{ В}$ и $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ В}$ соединены одноименными полюсами. Внутренние сопротивления данных источников тока: $r_1 = 1 \text{ Ом}$ и $r_2 = 2 \text{ Ом}$. Найти разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ точек A и B цепи (рис. 2.13).

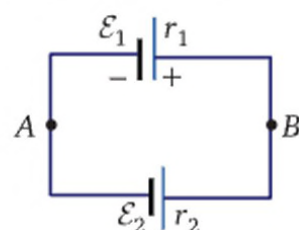


Рис. 2.13

$\mathcal{E}_1 = 6 \text{ В}; \mathcal{E}_2 = 12 \text{ В}; r_1 = 1 \text{ Ом}; r_2 = 2 \text{ Ом}$

$\varphi_A - \varphi_B = ?$

Решение

Для нахождения разности потенциалов используем закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) + \mathcal{E}_{A-B}}{R_{A-B}} \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = IR_{A-B} - \mathcal{E}_{A-B}.$$

Силу тока I , одинаковую на всех участках данной цепи, можно определить по закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r_1 + r_2},$$

где $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ — суммарная ЭДС источников тока в данной цепи; $r_1 + r_2$ — сопротивление всей цепи.

Если предположить, что ток идет по часовой стрелке, то значение I получится отрицательным:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} = \frac{6 + (-12)}{2 + 1}; I = -2 \text{ А.}$$

Следовательно, ток в цепи направлен против часовой стрелки, что можно было предвидеть, так как $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$.

Разность потенциалов найдем по закону Ома для участка $A\mathcal{E}_2B$ (нижнего, см. рис. 2.13), обходя участок вдоль направления тока:

$$\varphi_A - \varphi_B = Ir_2 - \mathcal{E}_2 = 2 \cdot 2 - 12 = -8 \text{ В.}$$

Для проверки решения вычислим разность потенциалов $\varphi_B - \varphi_A$ на концах участка $B\mathcal{E}_1A$ (верхнего, см. рис. 2.13):

$$\varphi_B - \varphi_A = Ir_1 - \mathcal{E}_1 = 2 \cdot 1 - (-6) = 8 \text{ В.}$$

Как и следовало ожидать, числовые значения получились равными по модулю.

Ответ. Разность потенциалов равна -8 В .

Пример 2.8. На диаграмме (рис. 2.14) показано изменение силы тока со временем в вольфрамовой нити. Длина нити $l = 2,5 \text{ м}$; сечение $S = 0,20 \text{ мм}^2$. Определить: а) электрическую энергию, преобразованную в теплоту за промежуток от 0 до 2 с; б) заряд, прошедший через поперечное сечение нити за то же время. Температурной зависимостью сопротивления от температуры пренебречь.

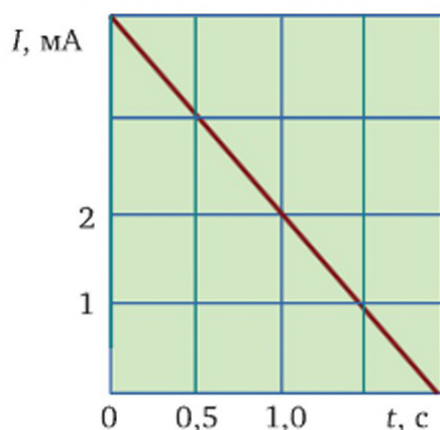


Рис. 2.14

$\ell = 2,5 \text{ м}; S = 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; t_1 = 0; t_2 = 2 \text{ с};$ $\rho = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$Q = ? q = ?$

Решение

Сила тока I изменяется по линейному закону (см. рис. 2.14):

$$I = I_1 + kt. \quad (1)$$

Подставив в равенство (1) начальное значение силы тока $I_1 = 4 \text{ мА}$ в момент времени $t_1 = 0$ и значение скорости изменения силы тока $k = \Delta I / \Delta t = -2 \text{ мА/с}$, получим зависимость $I(t)$ в виде

$$I = 10^{-3} \cdot (4 - 2t), \quad (2)$$

где I — сила тока, А; t — время, с.

В данном случае электрический заряд q , прошедший через поперечное сечение проводника, можно найти несколькими способами.

1. *Универсальный способ ДИ* (дифференцирования и интегрирования). Из выражения силы тока $I = \frac{dq}{dt}$ как производной заряда по времени получим

$$dq = I \cdot dt \Rightarrow q = \int_{t_1}^{t_2} I dt, \quad (3)$$

где величина I определена формулой (2).

Интегрируя в заданном промежутке времени от 0 до 2 с, найдем электрический заряд:

$$q = 10^{-3} \cdot \int_0^2 (4 - 2t) dt; \quad q = (4t \Big|_0^2 - t^2 \Big|_0^2) \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

2. *Использование среднего значения величины, изменяющейся по линейному закону.* Если переменная величина, входящая в расчетную формулу, изменяется по линейному закону, то можно обойтись без интегрирования, используя в вычислениях среднее арифметическое начального и конечного значений переменной. Закон убывания тока со временем представляет собой линейную функцию (2), поэтому уравнение (3) в данном случае преобразуется к виду

$$q = \langle I \rangle \cdot t, \quad (4)$$

где $\langle I \rangle$ — средняя сила тока в промежутке времени от нуля до $t = 2$ с.

Используя значения $\langle I \rangle = \frac{4+0}{2} \cdot 10^{-3}$ А, $t = 2$ с и формулу для вычисления заряда (4), получим искомую величину: $q = 2 \cdot 2 \times 10^{-3} \text{ Кл} = 4 \text{ мКл}$.

3. *Графический способ.* Исходя из геометрического смысла интеграла $q = \int_{t_1}^{t_2} I dt$, найдем площадь, ограниченную сверху графиком $I(t)$, а снизу — осью Ot (площадь треугольника, см. рис. 2.14):

$$q = \frac{1}{2} \cdot (t_2 - t_1) \cdot I_1; \quad q = \frac{1}{2} \cdot (2 - 0) \cdot 4 \cdot 10^{-3}; \quad q = 4 \text{ мКл.}$$

Проведем расчет энергии, преобразованной в теплоту при протекании тока. Использование среднего значения квадрата силы тока $\langle I^2 \rangle$ в выражении закона Джоуля — Ленца $Q = I^2 R t$ некорректно, поскольку функция $I^2(t)$ нелинейна (рис. 2.15). Поэтому применим универсальный способ ДИ: $\delta Q = I^2 \cdot R \cdot dt$;

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2(t) \cdot R \cdot dt, \quad (5)$$

где I — сила тока, изменяющаяся по закону (2); R — сопротивление вольфрамовой нити; t — время.

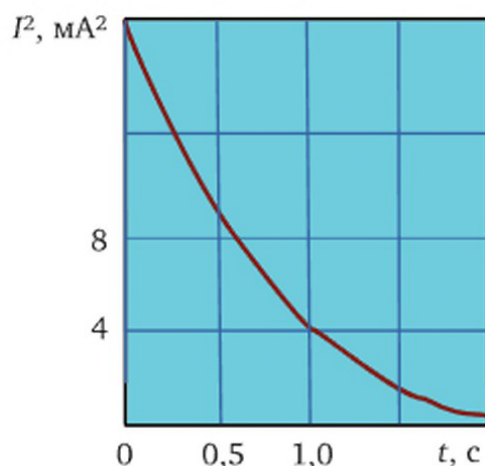


Рис. 2.15

Сопротивление проводника рассчитаем по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление; l — длина; S — площадь поперечного сечения.

В данном случае $R = 0,69$ Ом, а количество теплоты

$$Q = 0,69 \cdot \left(\int_0^2 (4 - 2t)^2 dt \right) \cdot 10^{-3};$$

$$Q = 0,69 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\int_0^2 16 dt - \int_0^2 16t dt + \int_0^2 4t^2 dt \right). \quad (6)$$

Вычислим отдельные интегралы в выражении (6):

$$\int 16 dt = 16t; \quad \int 16t dt = 16 \frac{t^2}{2}; \quad \int 4t^2 dt = 4 \frac{t^3}{3}.$$

Искомое количество теплоты

$$Q = 0,69 \cdot \left(16 \cdot 2 - 16 \cdot \frac{2^2}{2} + 4 \cdot \frac{2^3}{3} \right) \cdot 10^{-6}; \quad Q = 7,3 \text{ мкДж}.$$

Чтобы убедиться в правильности решения, величину Q можно оценить исходя из геометрического смысла интеграла $\int_{t_1}^{t_2} I^2(t) dt$ в вы-

ражении (5). Для этого нужно найти приближенное значение этого интеграла по площади под кривой $I^2(t)$ на диаграмме (см. рис. 2.15).

В данном случае площадь составляет около 5 клеток; цена клетки $2 \text{ мА}^2 \cdot \text{с}$. Вычисленное таким образом значение интеграла равно

$$5 \text{ Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ А}^2 \cdot \text{с} / \text{кл} = 10^{-5} \text{ А}^2 \cdot \text{с}.$$

После умножения на величину $R = 0,69 \text{ Ом}$ получим приближенное значение количества теплоты $Q^* \approx 7 \text{ мкДж}$. Оценка Q^* совпадает, как и следовало ожидать, со значением $Q = 7,3 \text{ мкДж}$, найденным более строгим способом.

Ответ. а) Электрическая энергия, преобразованная в теплоту, $Q = 7,3 \text{ мкДж}$; б) заряд, прошедший через поперечное сечение нити, $q = 4 \text{ мКл}$.

Задания

Электричество

Две квадратные пластины площадью $1,0 \text{ м}^2$ каждая расположены параллельно друг другу на расстоянии $1,0 \text{ см}$. После того как пластинам сообщили разноименные, равные по модулю заряды, между ними установилась разность потенциалов 1000 В . Найти поверхностную плотность заряда и силу кулоновского взаимодействия пластин, пренебрегая краевыми эффектами.

Конденсаторы $C_1 = 2 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 0,5 \text{ мкФ}$ были предварительно заряжены до напряжений $U_1 = 100 \text{ В}$ и $U_2 = 50 \text{ В}$ соответственно и затем отключены от источника. Сколько энергии электрического поля будет преобразовано в теплоту при соединении конденсаторов одноименно заряженными обкладками?

Ток в проводнике изменяется по линейному закону (см. табл.). Какое количество теплоты будет получено при пропускании тока в течение двадцать первой миллисекунды, если скорость нарастания тока со временем сохранится?

Сопротивление проводника $R = 10 \text{ Ом}$.

Сила тока, А	0	2	4	6	7	8
Время, мс	0	5	10	15	18	20

Замкнутая цепь образована двумя аккумуляторами, по ошибке соединенными в батарею разноименными полюсами. ЭДС и внутренние сопротивления источников: $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ В}$, $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$; $r_2 = 0,2 \text{ Ом}$. Определить силу тока в данной цепи и разность потенциалов на полюсах источников тока.

Рассчитать объемную плотность тепловой мощности w при протекании тока плотностью $j = 10 \text{ А/мм}^2$ в медном проводнике.

Тема 3

МАГНЕТИЗМ

3.1. Тезаурус

Определяющие формулы и единицы величин

Величина	Формула	Единица
Магнитная индукция	$B = \frac{F_{\max}}{I \cdot l}$ или $B = \frac{M_{\max}}{I \cdot S}$	Тл = = кг/(с ² ·А)
Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)	$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S}$; $\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos \alpha$	Вб = = кг·м ² /(с ² ·А)
Потокоосцепление, или полный магнитный поток	$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i = N\Phi_i$	Вб
Магнитный момент	$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$; $p_m = I \cdot S$	А·м ²
Магнитная проницаемость изотропной среды	$\mu = \frac{B}{B_0} = \frac{\text{Индукция поля в среде}}{\text{Индукция поля в вакууме}}$	1
Напряженность H и индукция B магнитного поля в изотропной среде	$B = \mu\mu_0 H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu\mu_0}$	[H] = А/м
Индуктивность	$L = \frac{\Psi}{I}$	Гн = = кг/(м ² ·с ² ·А ²)
Плотность тока смещения	$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{d\vec{D}}{dt}$	А/м ²

Основные законы

1. Закон Био — Савара

$$d\vec{B} = \mu_0 \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3},$$

где $d\vec{B}$ — вектор магнитной индукции поля, созданного элементом проводника dl с током I (рис. 3.1) в вакууме; \vec{r} — радиус-вектор, проведенный от элемента тока $I d\vec{l}$ в точку, в которой определяется вектор $d\vec{B}$; $|d\vec{l} \times \vec{r}| = dl \cdot r \cdot \sin \alpha$; α — угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

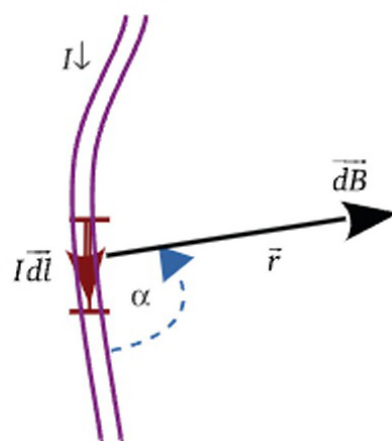


Рис. 3.1

2. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S},$$

где S — площадь, охваченная замкнутым контуром l .

3. Принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots,$$

где $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots$ — векторы магнитной индукции полей, созданных отдельными источниками.

4. Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (сила Ампера)

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B},$$

где I — сила тока в проводнике (рис. 3.2); $I d\vec{l} \times \vec{B} = dl \cdot B \cdot \sin \alpha$; α — угол между вектором $I d\vec{l}$ и вектором индукции \vec{B} магнитного поля.

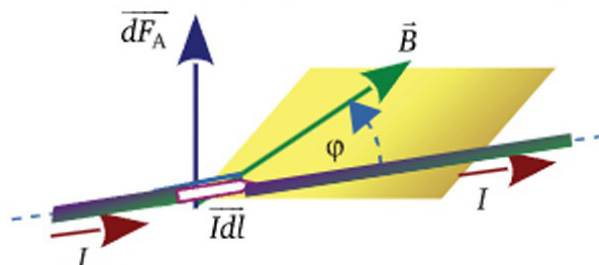


Рис. 3.2

Если $\vec{B} = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$, то $F = Ibl \sin \alpha$, где l — длина прямого проводника в магнитном поле.

5. Сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (сила Лоренца)

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}, \text{ или } F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где q — заряд; v — скорость; α — угол между векторами \vec{v} и \vec{B} (рис. 3.3).

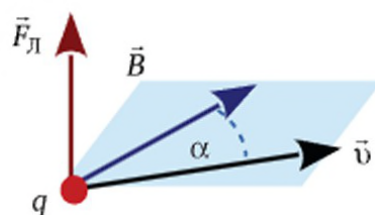


Рис. 3.3

6. Закон электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где \mathcal{E}_i — ЭДС индукции в контуре; $\frac{d\Phi}{dt}$ — скорость изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром.

Соотношения величин

7. Магнитная индукция поля проводников с током I :

а) созданного отрезком прямого проводника

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где α_1, α_2 — углы между элементами тока, расположенными соответственно на одном и на другом концах проводника, и радиус-векторами, проведенными от них к точке, в которой определяется вектор \vec{B} ; b — кратчайшее расстояние от точки наблюдения до линии, вдоль которой расположен проводник;

б) бесконечно длинного прямого проводника на расстоянии r

$$B = \mu\mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r};$$

в) на оси кругового тока

$$B = \mu\mu_0 \cdot I \frac{R^2}{2(R^2 + d^2)^{3/2}},$$

где R — радиус окружности, образуемой проводником с током I ; d — расстояние вдоль оси от центра витка;

г) в центре кругового тока

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R};$$

д) внутри соленоида и тороида

$$B = \mu\mu_0 \cdot n \cdot I,$$

где n — число витков на единицу длины.

8. Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

где I — сила тока в контуре; \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности S , ограниченной контуром.

9. Момент силы, действующий на контур с током в магнитном поле

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}.$$

10. Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле

$$\Pi_{\text{мех}} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}.$$

11. Работа перемещения контура в магнитном поле

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

где I — сила тока в контуре; $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока через поверхность, охватываемую контуром.

12. Собственный магнитный поток контура с током (магнитный поток самоиндукции)

$$\Phi_c = L \cdot I,$$

где L — индуктивность контура; I — сила тока.

13. Электродвижущая сила самоиндукции

$$\mathcal{E}_c = -L \cdot \frac{dI}{dt},$$

где L — индуктивность; $\frac{dI}{dt}$ — скорость изменения силы тока.

14. Разность потенциалов на концах прямого проводника, движущегося поступательно в магнитном поле,

$$\mathcal{E} = B \cdot v \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

где B — индукция магнитного поля ($\vec{B} = \text{const}$), в котором движется проводник; v — скорость проводника; l — длина проводника; α — угол между направлениями векторов

15. Индуктивность катушки

$$L = \mu\mu_0 n^2 V \text{ или } L = \mu\mu_0 \frac{N^2 \cdot S}{l},$$

где V — объем; S — площадь сечения; N — число витков катушки; l — длина соленоида (или осевой линии тороида); $n = N/l$.

16. Сила тока в цепи с индуктивностью L и сопротивлением R :

а) при подключении источника тока

$$I_{\text{зам}} = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot (1 - e^{-(R/L)t});$$

б) после отключения источника тока

$$I_{\text{разм}} = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot e^{(-R/L)t},$$

где \mathcal{E} — ЭДС источника тока; R — сопротивление цепи; t — время.

17. Энергия магнитного поля катушки с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

18. Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w_m = \frac{1}{2\mu\mu_0} \cdot B^2.$$

19. Уравнения Максвелла:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \sigma_V dV; \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0;$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}; \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{смещ}}) \cdot d\vec{S},$$

где σ_V — объемная плотность заряда; $j_{\text{пров}}$ — плотность тока проводимости; $j_{\text{смещ}} = \frac{dD}{dt}$ — плотность тока смещения.

20. Материальные уравнения:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \cdot \vec{E}; \vec{B} = \mu\mu_0 \cdot \vec{H}; \vec{j} = \gamma \cdot \vec{E},$$

где D — электрическое смещение; ϵ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; ϵ_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные; E и H — напряженности электрического и магнитного полей; B — магнитная индукция; j — плотность тока; γ — удельная проводимость.

21. Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w_{\text{эл.м}} = \epsilon\epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

3.2. Примеры

Пример 3.1. Электрон, ускоряясь из состояния покоя, проходит в электрическом поле между точками с разностью потенциалов 71 В. Затем он влетает в однородное магнитное поле под углом 45° к силовым линиям и движется по винтовой линии радиусом $R = 10$ см. Найти индукцию B магнитного поля, период T обращения данной частицы, шаг h винтовой линии.

$R = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \alpha = 45^\circ = \pi/4 \text{ рад}; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$ $v_0 = 0; q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}; U = 71 \text{ В}$
--

$B = ? \quad T = ? \quad h = ?$

Решение

Представим вектор скорости \vec{v} частицы, движущейся в магнитном поле, как сумму двух взаимно перпендикулярных составляющих:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp},$$

где вектор \vec{v}_{\parallel} направлен вдоль силовой линии магнитного поля, а вектор \vec{v}_{\perp} перпендикулярен ей (рис. 3.4).

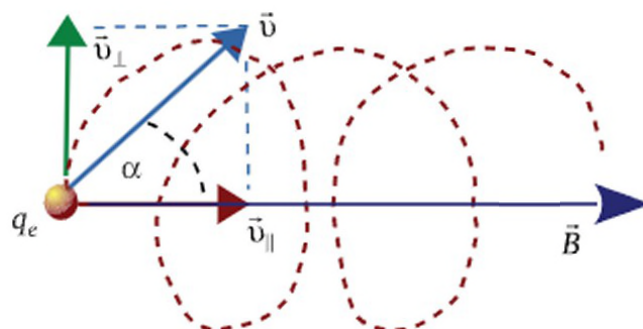


Рис. 3.4

Составляющие скорости:

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha; \quad v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha,$$

где α — угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

На частицу, имеющую заряд q , движущуюся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B , действует сила Лоренца $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, или

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (1)$$

Учитывая, что $q = q_e$ (заряд электрона) и $v \cdot B \cdot \sin \alpha = v_{\perp} \cdot B$, запишем уравнение (1) в виде

$$F_L = q_e \cdot v_{\perp} \cdot B.$$

Вектор \vec{F}_L перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} (рис. 3.5). Сила Лоренца, сообщая частице нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$, заставляет ее двигаться по окружности радиусом R в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{B} , с постоянной по модулю скоростью v_\perp .

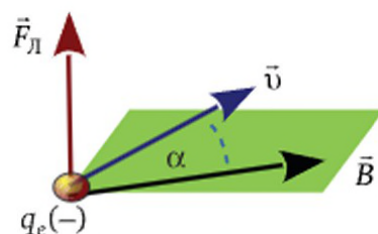


Рис. 3.5

Вектор составляющей скорости \vec{v}_\parallel , направленный вдоль вектора \vec{B} , не изменяется, поскольку проекция силы Лоренца на это направление равна нулю и ускорение частицы в этом направлении отсутствует.

Электрон участвует одновременно в двух движениях: 1) описывает окружность со скоростью v_\perp в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{B} ; 2) смещается равномерно со скоростью v_\parallel вдоль вектора \vec{B} . Результирующая траектория электрона представляет собой винтовую линию (см. рис. 3.4).

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$,

$$q_e \cdot v_\perp \cdot B = m \cdot \frac{v_\perp^2}{R}, \quad (2)$$

где в данном случае $F = F_L = q_e \cdot v_\perp \cdot B$ — сила Лоренца; $a = a_n = v^2 / R$ — нормальное ускорение.

Из уравнения (2) получаем формулу для расчета магнитной индукции

$$B = \frac{m_e \cdot v_\perp}{R \cdot q_e}. \quad (3)$$

Для нахождения скорости используем известную из механики теорему об изменении кинетической энергии: работа всех сил, действующих на тело, равна изменению кинетической энергии тела,

$$A = \Delta K.$$

В данном случае $A = q_e(\varphi_1 - \varphi_2)$ — работа кулоновской силы; q_e — заряд частицы; φ_1 и φ_2 — потенциалы начальной и конечной точек; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$. Изменение кинетической электрона $\Delta K = \frac{m_e v^2}{2} - 0$, где

m_e — масса электрона; v — скорость, приобретенная электроном под действием электрического поля. Тогда

$$q_e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{m_e v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q_e \cdot U}{m_e}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 71}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с.}$$

Скорость частицы $v = 5,0 \cdot 10^6$ м/с. Значения составляющих скорости:

$$v_{||} = v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5,0 \cdot 10^6 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м/с};$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5,0 \cdot 10^6 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м/с.}$$

Искомую величину B вычислим по формуле (3):

$$B = \frac{9,31 \cdot 10^{-31} \cdot 5,0 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{2} / 2}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Период обращения (время, за которое частица совершает один оборот) найдем по формуле

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}},$$

где $2\pi R$ — длина окружности; v_{\perp} — скорость, с которой движется частица:

$$T = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{5,0 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{2}} = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ с} \approx 0,18 \text{ мкс.}$$

Расстояние h , проходимое частицей за время одного оборота T со скоростью $v_{||}$, есть шаг винтовой линии, $h = v_{||} \cdot T$, где $v_{||}$ — скорость равномерного движения частицы вдоль силовой линии магнитного поля:

$$h = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi R}{v \cdot \sin \alpha}; \quad h = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$h = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{1} = 0,63 \text{ м. } h = 0,63 \text{ м.}$$

Ответ. Индукция магнитного поля $B = 2,1 \cdot 10^{-4}$ Тл; период обращения $T = 0,18$ мкс; шаг $h = 0,63$ м.

Пример 3.2. Длинный изолированный проводник с током $I_1 = 10$ А расположен перпендикулярно плоскости кругового витка с током $I_2 = 3$ А, касаясь его в одной точке. Радиус витка $R = 3$ см. Найти магнитную индукцию (модуль и направление вектора) поля, созданного обоими проводниками в центре витка.

$$I_1 = 10 \text{ А}; I_2 = 3 \text{ А}; R = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \mu = 1; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$$\vec{B} = ?$$

Решение

Когда магнитное поле создано несколькими источниками, тогда для нахождения индукции результирующего поля применяется принцип суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots$$

Формулы для расчета индукции B_1 поля длинного прямого проводника с током и индукции B_2 поля кругового тока в его центре можно получить на основе закона Био — Савара:

$$d\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r} \text{ и } B_2 = \mu\mu_0 \cdot \frac{I_2}{2} R,$$

где I_1 — сила тока в прямом проводнике; μ — магнитная проницаемость среды; μ_0 — магнитная постоянная; r — расстояние от проводника до точки, где определяется индукция магнитного поля, равное в данном случае радиусу кругового витка ($r = R$); I_2 — сила тока в витке.

Направления векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 определяются тем же законом Био — Савара. В простейших случаях (прямой проводник, круговой ток) можно воспользоваться правилом правого винта (буравчика).

Правило для прямого проводника с током: поступательное движение винта совпадает с направлением тока, если головку винта вращать по силовой линии, охватывающей проводник (рис. 3.6, а).

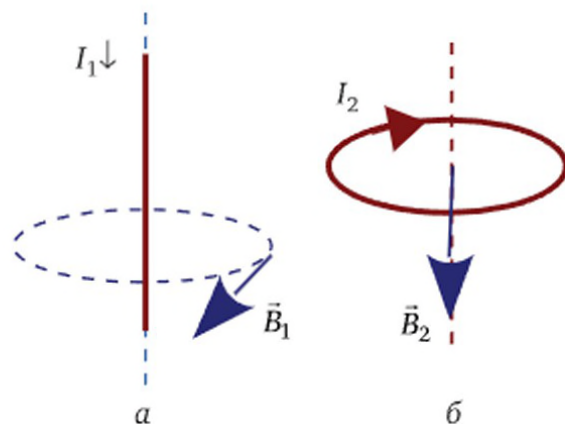


Рис. 3.6

Правило для кругового тока: если вращать головку винта в плоскости витка, вдоль кругового тока, то поступательное движение винта покажет направление вектора \vec{B} в центре витка (рис. 3.6, б).

В данном случае вектор \vec{B}_1 поля прямого проводника в центре витка направлен к наблюдателю; вектор \vec{B}_2 поля кругового тока в той же точке — вертикально вниз, перпендикулярно вектору \vec{B}_1 (рис 3.7):

$$B_1 = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \text{ Тл}; \quad B_2 = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \text{ Тл}.$$

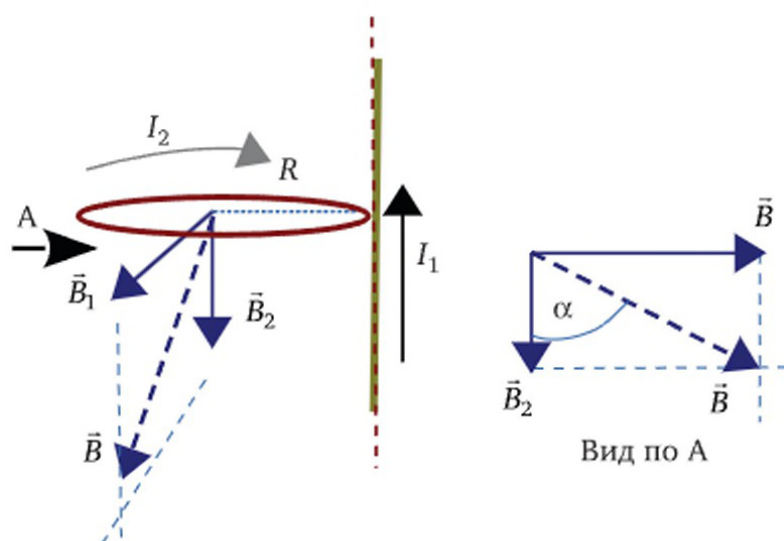


Рис. 3.7

По теореме Пифагора модуль результирующего вектора \vec{B}

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2};$$

$$B = 10^{-6} \cdot \sqrt{67^2 + 21^2} = 70 \cdot 10^{-6}; \quad B = 70 \text{ мкТл}.$$

Направление искомого вектора \vec{B} определяется углом α отклонения от вертикали (см. рис. 3.7, вид по А):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_1}{B_2} = \frac{67}{21} = 3,17; \quad \alpha = \operatorname{arctg}(3,17) = 73^\circ.$$

Ответ. Модуль вектора магнитной индукции $B = 70$ мкТл, его направление под углом 73° от вертикали.

Пример 3.3. Определить, какова индукция магнитного поля B в центре кругового витка с током $I = 3,0$ А, если магнитный момент витка $p_m = 500$ мА·м².

$I = 3 \text{ А}; p_m = 0,500 \text{ А} \cdot \text{м}^2; \mu = 1; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

$B = ?$

Решение

Формула-закон для индукции магнитного поля в центре витка имеет вид

$$B = \mu\mu_0 \cdot \frac{I}{2R}, \quad (1)$$

где μ — магнитная проницаемость среды; μ_0 — магнитная постоянная; I — сила тока в витке; R — радиус витка.

Так как в данном случае площадь S поверхности, охватываемой контуром, $S = \pi R^2$ — площадь круга, то из определения магнитного момента контура $p_m = I \cdot S$ следует

$$p_m = I \cdot \pi R^2. \quad (2)$$

Решая систему полученных уравнений (1) и (2), находим искомую индукцию магнитного поля в центре кругового витка с током:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot I^3}{p_m}}. \quad (3)$$

Проверка расчетной формулы по наименованию единиц:

$$\begin{aligned} [B] &= \text{Гн/м} \cdot (\text{А}^3/(\text{А} \cdot \text{м}^2))^{1/2} = \text{Гн} \cdot (\text{А}/\text{м}^2) = \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}/(\text{А} \cdot \text{м}^2) = \\ &= \text{Дж}/(\text{А} \cdot \text{м}^2) = \text{Н} \cdot \text{м}/(\text{А} \cdot \text{м}^2) = \text{Н}/(\text{А} \cdot \text{м}) = \text{Тл}. \end{aligned}$$

Численное значение искомой величины B по формуле (3)

$$B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2} \cdot \sqrt{\frac{3,14 \cdot 3,0^3}{0,500}}; B = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}.$$

Ответ. Индукция магнитного поля в центре кольца $B = 8,2$ мкТл.

Пример 3.4. Контур с током $I = 10$ А в виде квадрата площадью $S = 400$ см² (рис. 3.8) свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0,2$ Тл). Вычислить работу A при повороте контура на 180° относительно оси, проходящей через одну из его сторон. Сила тока в контуре поддерживается постоянной.

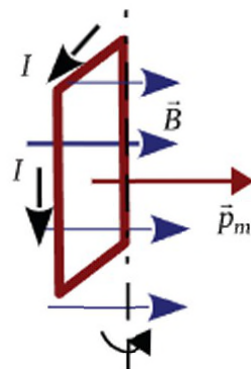


Рис. 3.8

$I = 10 \text{ A}; S = 400 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; B = 0,20 \text{ Тл}; \varphi^* = 180^\circ = \pi \text{ рад}$
$A = ?$

Решение

На контур, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$, или

$$M = p_m \cdot B \cdot \sin \varphi, \quad (1)$$

где $p_m = IS$ — магнитный момент; B — индукция магнитного поля; φ — угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} . Вектор \vec{p}_m направлен по нормали к плоскости контура в соответствии с правилом правого винта по отношению к направлению тока.

В начальном положении контура момент силы равен нулю (по условию), следовательно $\varphi = 0$ в уравнении (1), т. е. векторы \vec{p}_m и \vec{B} направлены в одну сторону. Если внешним воздействием вывести контур из равновесия, то возникает момент силы, возвращающий контур в исходное положение.

Момент сил меняется в зависимости от угла φ , поэтому работу рассчитаем способом ДИ:

$$\delta A = M \cdot d\varphi. \quad (2)$$

Учитывая соотношения (1) и (2), получим

$$\delta A = I \cdot B \cdot S \cdot \sin \varphi d\varphi. \quad (3)$$

Работа, совершаемая при повороте контура на конечный угол $\varphi^* = \pi$ рад, равна интегралу от выражения (3) в пределах от нуля до π рад:

$$A = IBS \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi \Rightarrow A = IBS(-\cos \varphi) \Big|_0^{\pi};$$

$$A = I \cdot B \cdot S(-\cos \pi + \cos 0) = 2 \cdot I \cdot B \cdot S. \quad (4)$$

Подобный результат можно получить, применяя формулу взаимосвязи работы консервативных сил и потенциальной энергии

$$A = -\Delta \Pi,$$

где в данном случае $\Pi = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$, или $\Pi = -p_m \cdot B \cdot \cos \alpha$ — потенциальная энергия контура с током в магнитном поле; p_m — магнитный момент контура с током, $p_m = IS$; α — угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} :

$$A = -(ISB \cos \pi - ISB \cos 0); A = 2ISB,$$

что совпадает с предыдущим результатом (4).

Проверка наименования единиц:

$$[A] = A \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = A \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2 / (A \cdot \text{м}) = \text{Дж}.$$

Вычисляем: $A = 2 \cdot 10 \cdot 0,20 \cdot 400 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,16 \text{ Дж}.$

Ответ. Работа, совершенная при повороте контура, $A = 0,16 \text{ Дж}.$

Пример 3.5. Проводящий стержень вращается в постоянном во времени однородном магнитном поле. Ось вращения параллельна силовым линиям магнитного поля и проходит через один из концов стержня перпендикулярно ему (рис. 3.9). Частота вращения $n = 300$ оборотов в минуту, длина стержня $l = 50$ см, индукция поля $B = 20$ мТл. Найти разность потенциалов, возникающую на концах данного проводника.

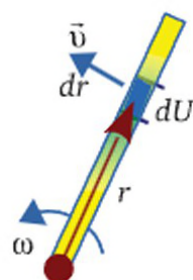


Рис. 3.9

$l = 0,50 \text{ м}; \alpha = 90^\circ = \pi/2 \text{ рад};$
$B = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}; n = 300/60 \text{ с}^{-1}$
$\varphi_1 - \varphi_2 = U = ?$

Решение

На заряд q_0 , движущийся со скоростью v в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q_0 \cdot \vec{v} \times \vec{B} \text{ или } F = q_0 v B \sin \alpha,$$

где B — магнитная индукция; α — угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Свободные электроны, двигаясь вместе с проводником, смещаются под действием силы Лоренца к одному из концов проводника, тогда как ионы металла, образующие кристаллическую решетку, остаются на своих местах. По мере разделения зарядов создается электрическое поле с возрастающей напряженностью E .

Кулоновская сила $F_K = q_0 E$ уравнивает силу Лоренца, так как действует в противоположном направлении, и дальнейшее смещение зарядов прекращается. Из условия равновесия $\vec{F} = \vec{0}$ следует:

$$F_K = F_L; q_0 E = q_0 v B \sin \alpha,$$

где q_0 — заряд каждого из свободных электронов проводника; v — скорость их упорядоченного движения.

Учитывая связь напряженности электрического поля с разностью потенциалов $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}$, или $E = \frac{U}{l}$, где l — длина проводника, найдем искомую величину U :

$$U = B \cdot v \cdot l \sin \alpha. \quad (1)$$

Однако формула (1) неприменима для расчета разности потенциалов на концах вращающегося стержня, поскольку скорость v различных точек стержня не постоянна (см. рис. 3.9), а линейно возрастает с удалением от оси вращения по закону

$$v = \omega r,$$

где ω — угловая скорость ($\omega = \text{const}$); r — расстояние от оси вращения до точки стержня, движущейся со скоростью v .

Разность потенциалов в данном случае можно найти двумя способами.

1. *Способ ДИ (дифференцирования и интегрирования)*. Разность потенциалов на концах бесконечно малого отрезка dr проводника, удаленного от оси вращения на расстояние r , согласно уравнению (1)

$$dU = B \cdot \omega \cdot \sin \alpha \cdot r \cdot dr,$$

где $\omega = 2\pi n$; n — частота вращения.

Так как по условию угол $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$, то

$$dU = B \cdot \omega \cdot r dr;$$

$$U = \int dU = B \cdot \omega \int_0^l r \cdot dr = B \omega \frac{l^2}{2};$$

$$U = B \cdot \pi n \cdot l^2. \quad (2)$$

2. *Способ с использованием среднего значения переменной величины*. Так как скорость v , входящая в формулу разности потенциалов, изменяется по линейному закону, то для вычисления искомой величины U по формуле (1) можно использовать *среднее арифметическое значение* $\langle v \rangle$ в интервале изменения переменной величины v . Скорость частиц стержня, усредненная по длине, в данном случае равна полусумме:

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\omega \cdot r_1 + \omega \cdot r_2}{2}.$$

Так как $r_1 = 0$; $r_2 = l$, то $\langle v \rangle = \frac{\omega \cdot l}{2}$.

Тогда разность потенциалов на концах вращающегося проводника

$$U = B \cdot \langle v \rangle \cdot l \sin \alpha, \text{ или } U = \frac{B \cdot \omega \cdot l}{2} \cdot l \cdot \sin \alpha = \frac{B \cdot \omega \cdot l^2}{2} \cdot \sin \alpha.$$

Так как $\omega = 2\pi n$ и $\sin \alpha = 1$, то $U = B\pi n l^2$, что совпадает с уравнением (2).

Вычисляем:

$$U = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{300}{60} \cdot \frac{0,50^2}{2} = 79 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

Ответ. Разность потенциалов на концах вращающегося проводника в заданных условиях $U = 79 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 79 \text{ мВ}$.

Задания

Магнетизм

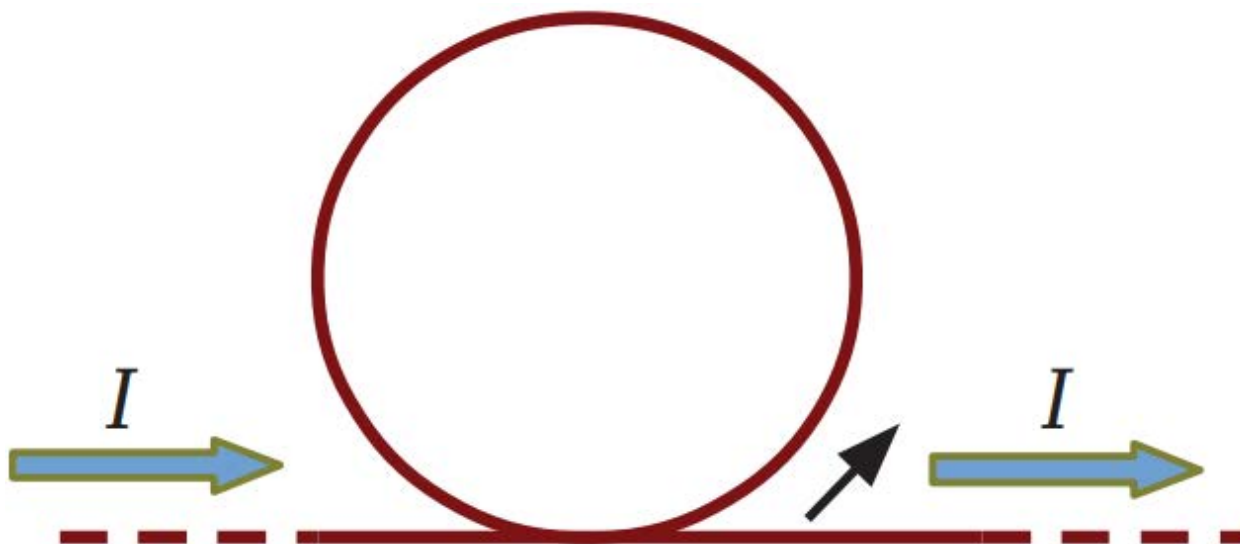
Определить индукцию магнитного поля, созданного отрезком прямого проводника с током $I = 1,0$ А длиной $\ell = 1,0$ м, в точке, удаленной от середины проводника на расстояние $b = 50$ см по перпендикуляру к нему.

Определить скорость (модуль и направление) электрона, движущегося по винтовой линии, имеющей радиус $R = 5$ см и шаг $h = 20$ см, в однородном магнитном поле. Магнитная индукция поля $B = 0,10$ мТл.

Магнитный поток через поверхность, ограниченную проводящим витком радиусом 5,0 см, изменяется с 30 до 10 мВб за промежуток времени 2,0 мс. Найти напряженность E вихревого электрического поля в витке.

Контур площадью 5 см^2 размещен в зазоре электромагнита, в котором магнитное поле изменяется по закону $B = 0,01 \cos(2\pi t)$, где B — магнитная индукция, Тл; t — время, с. Плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Найти среднее значение ЭДС индукции в контуре в промежутке времени от 0 до 0,25 с.

Длинный изолированный прямой провод с током образует посередине петлю в виде кольца радиусом 15 см (рис.), так что прямая часть провода проходит по касательной к кольцу. Индукция магнитного поля, созданного током в центре кольца, равна 50 мкТл. Найти силу тока в проводнике.



Тема 4

ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ

4.1. Тезаурус

Определяющие формулы и единицы величин

Величина	Формула	Единица	Величина	Формула	Единица
Фаза	φ	рад	Коэффициент затухания	$\beta = \frac{r}{2m}$	с^{-1}
Период колебаний	$T = \frac{t}{N}$	с	Логарифмический декремент	$\Lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}}$	1
Частота	$\nu = \frac{N}{t}$	Гц	Добротность колебательной системы	$Q = \frac{\pi}{\Lambda}$	1
Угловая частота	$\omega = 2\pi\nu$	с^{-1}			

Основные соотношения величин

1. Динамические уравнения гармонических колебаний:

а) материальной точки

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$

где x — координата колеблющейся точки; t — время; ω_0 — собственная угловая частота;

б) заряда в колебательном контуре

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

2. Кинематические уравнения гармонических колебаний:

а) смещения материальной точки от равновесного положения

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$$

б) скорости материальной точки ($v = \frac{dx}{dt}$)

$$v = v_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x_m — амплитуда смещения; v_m — амплитуда скорости, $v_m = x_m \omega_0$;
 $\omega_0 t + \varphi_0 = \varphi$ — фаза колебаний; φ_0 — начальная фаза; t — время;

в) заряда в колебательном контуре

$$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$$

г) силы тока в контуре ($I = \frac{dq}{dt}$)

$$I = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

3. Взаимосвязь периода и частоты колебаний

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ и } \omega = \frac{2\pi}{T},$$

где ν — частота; ω — угловая частота; T — период.

4. Период собственных колебаний гармонических осцилляторов:

а) груза массой m на пружине жесткости k

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

б) физического маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

где J — момент инерции тела, подвешенного в поле тяготения, относительно оси, проходящей через подвес; d — расстояние от оси до центра тяжести; m — масса маятника; g — ускорение свободного падения;

в) колебательного контура

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC},$$

где L — индуктивность; C — емкость контура.

5. Энергетические соотношения для гармонических осцилляторов:

а) груза на пружине

$$W_{\text{мех}} = \Pi + K = \frac{k_{\Gamma} \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}; \quad W_{\text{мех}} = \Pi_m = K_m = \frac{k_{\Gamma} \cdot x_m^2}{2} = \frac{m \cdot v_m^2}{2};$$

б) LC-контур

$$W_{\text{эл.м}} = W_{\text{эл}} + W_{\text{м}} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2},$$

где x_m , v_m , U_m и I_m — амплитуды смещения, скорости, напряжения и силы тока соответственно; K_m и Π_m — максимальные значения кинетической и потенциальной энергий осциллятора.

6. Амплитуда A и начальная фаза φ_0 результирующего колебания при сложении гармонических колебаний одного направления с одинаковой частотой:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \text{ и } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \cdot \sin \varphi_{01} + A_2 \cdot \sin \varphi_{02}}{A_1 \cdot \cos \varphi_{01} + A_2 \cdot \cos \varphi_{02}},$$

где A_1 и A_2 — амплитуды складываемых колебаний; φ_{01} и φ_{02} — начальные фазы складываемых колебаний.

7. Амплитуда свободных колебаний

$$A = A_0 \cdot e^{-\beta t},$$

где A_0 — начальная амплитуда; $\beta = \frac{\alpha}{2m}$ — коэффициент затухания; t — время; α — коэффициент сопротивления (коэффициент вязкого трения).

8. Угловая частота свободных колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

где ω_0 — частота собственных колебаний.

9. Взаимосвязь логарифмического декремента колебаний Λ и коэффициента затухания

$$\Lambda = \beta T.$$

10. Амплитуда вынужденных колебаний груза массой m на пружине жесткости k

$$A = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}},$$

где F_0 — амплитуда вынуждающей силы F ; Ω — угловая частота колебаний вынуждающей силы, изменяющейся по гармоническому закону $F = F_0 \sin \Omega t$; β — коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — собственная угловая частота колебаний.

11. Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{v_p}{\Delta v},$$

где v_p — резонансная частота системы; $\Delta v = v_2 - v_1$; v_1 и v_2 — частоты вынужденных колебаний, на которых амплитуда колебаний в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем при резонансе.

12. Закон Ома для участка цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{Z}.$$

13. Полное сопротивление цепи, содержащей R , L , C -элементы,

$$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2},$$

где R — активное сопротивление участка цепи; $X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление; $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — емкостное сопротивление; L — индуктивность; C — электроемкость участка цепи; $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота; ν — частота переменного тока.

4.2. Примеры

4.2.1. Кинематика гармонических колебаний

Пример 4.1. Уравнение движения материальной точки имеет вид $x = 4\sin(10\pi t)$, где x — смещение точки, см; t — время, с. Найти моменты времени, ближайšie к началу отсчета, но не равные нулю, в которые достигаются максимальные значения модуля скорости v и модуля ускорения a . Показать на одной диаграмме два графика: I) зависимости скорости от времени $v(t)$; II) зависимости ускорения от времени $a(t)$.

$A = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \omega = 10\pi \text{ с}^{-1}; \varphi_0 = 0; v^* = v_m; a^{**} = a_m$
$t^* = ? \quad t^{**} = ? \quad v(t) = ? \quad a(t) = ?$

Решение

Дифференцируя данное по условию уравнение

$$x = 0,04\sin(10\pi t), \quad (1)$$

где x — смещение точки, м; t — время, с, найдем скорость и ускорение:

$$v_x = \frac{dx_x}{dt} = 0,4\pi \cos(10\pi t); \quad (2)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -4\pi^2 \sin(10\pi t), \quad (3)$$

где v_x — проекция скорости данной точки на ось X , м/с; t — время, с; a_x — проекция ускорения на ось X , м/с².

Амплитуда и частота исследуемых колебаний определяются путем сравнения имеющихся уравнений (1), (2), (3) с выражениями для $x(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$ в общем виде:

$$x = A \sin(\omega t); \quad (4)$$

$$v_x = A\omega \cos(\omega t); \quad (5)$$

$$a_x = -A\omega^2 \sin(\omega t), \quad (6)$$

где A — амплитуда колебаний (максимальное смещение); $\omega = 10\pi \text{ с}^{-1}$ — угловая частота.

Амплитудные (максимальные) значения смещения $x_m = 4 \text{ см}$, скорости $v_m = 0,4\pi \text{ м/с}$ и ускорения $a_m = 4\pi^2 \text{ м/с}^2$ получаются исходя из того, что максимальное значение как косинуса, так и синуса равно единице,

На диаграмме (рис. 4.1) сплошной линией показана зависимость $v_x(t)$ скорости от времени (график I), а штриховой — $a_x(t)$ ускорения от времени (график II). Экстремумы функции $v_x(t)$ достигаются в те моменты времени, когда косинус приобретает наибольшие по модулю значения:

$$\cos(10\pi t) = \pm 1 \Rightarrow 10\pi t = \pm n\pi; t = \pm 0,1n,$$

где t — время, с; $n = 0, 1, 2, \dots$

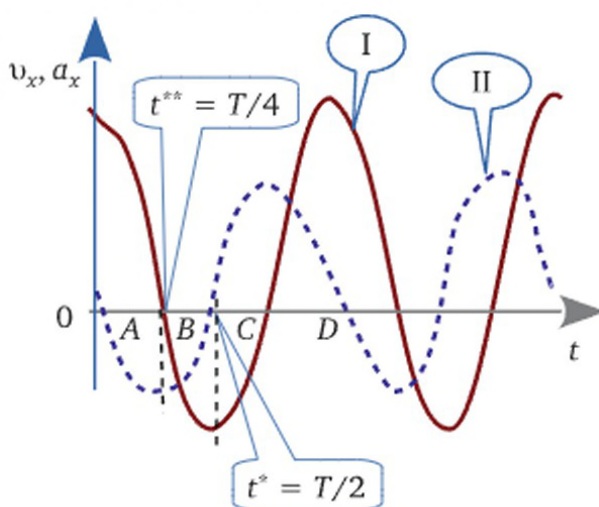


Рис. 4.1

Отбрасывая значения $t < 0$ и учитывая, что $t^* \neq 0$ (по условию), получаем $t = 0,1 \text{ с}; 0,2 \text{ с}; 0,3 \text{ с}; \dots$. Моменты времени, в которые модуль скорости достигает максимума, следуют через $0,1 \text{ с}$.

Из уравнения (1) по известной угловой частоте $\omega = 10\pi \text{ с}^{-1}$ найдем период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, T = 0,2 \text{ с}.$$

Сравнивая с полученными значениями времени, видим, что максимумы модуля скорости повторяются через половину периода.

На оси t диаграммы (см. рис. 4.1) указан ближайший к началу отсчета момент времени, когда модуль скорости $|v_x|$ достигает максимума, $t^* = 0,1$ с, т. е. $t^* = 0,5T$.

Аналогично находим, что максимумы величины $|a_x|$ достигаются также через половину периода, в те моменты времени, когда выполняется условие

$$\sin(10\pi t) = \pm 1 \Rightarrow 10\pi t = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{2n+1}{20},$$

где t — время, с; $n = 0, 1, 2, \dots$.

Получаем $t = 0,05$ с; $0,15$ с; $0,25$ с; \dots .

Ближайший к началу отсчета момент времени t^{**} , когда модуль ускорения достигает максимума, $t^{**} = 0,05$ с, или $t^{**} = 0,25T$.

Ответ. Моменты времени для скорости $t^* = 0,1$ с, для ускорения $t^{**} = 0,05$ с.

Пример 4.2. Колебания в контуре совершаются по закону $u = 50\cos(10^4\pi t)$, где u — напряжение на обкладках конденсатора колебательного контура, В; t — время, с. Емкость конденсатора $C = 0,10$ мкФ. Найти закон изменения силы тока в цепи $i(t)$ и амплитуду силы тока.

$U_m = 50$ В; $\omega = \pi \cdot 10^4$ с ⁻¹ ; $\varphi_0 = 0$; $C = 0,10 \cdot 10^{-6}$ Ф
--

$i(t) = ?$ $I_m = ?$

Решение

Сила тока равна производной заряда по времени: $i = \frac{dq}{dt}$. Из определения емкости $C = \frac{q}{u}$, где q — заряд конденсатора; u — напряжение на его обкладках, следует соотношение $q = Cu$.

Подставляя данные по условию выражение $u = 50\cos(10^4\pi t)$ и значение емкости $C = 0,10 \cdot 10^{-6}$ Ф, получим закон изменения заряда со временем $q(t)$ и закон изменения силы тока в контуре $i(t)$:

$$q = 0,10 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cos(10^4 \pi t);$$

$$i = -5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4 \pi \cdot \sin(10^4 \pi t),$$

где q — заряд, Кл; t — время, с; i — сила тока, А; t — время, с.

Ток достигает наибольшей (по модулю) силы, когда значение синуса равно ± 1 . Анализируя полученную функцию $i(t)$, находим амплитудное значение силы тока

$$I_m = 0,05\pi \text{ А} = 0,16 \text{ А}.$$

Ответ. Закон изменения силы тока i от времени t — $i = -0,5\pi \times \sin(10^4\pi t)$; амплитуда силы тока $I_m = 0,16$ А.

Пример 4.3. На вход Y осциллографа подано электрическое напряжение $u_y = 3\cos(10\pi t)$, а на вход X — $u_x = 4\cos(10\pi t + \pi/2)$, где u_y и u_x — напряжения, В; t — время, с. Смещения электронного луча на экране: $y = k_y u_y$ и $x = k_x u_x$, где y и x — отклонения луча по вертикали и по горизонтали, см; $k_y = k_x = 2$ см/В — коэффициенты пропорциональности между напряжением и смещением луча. Зарисовать траекторию луча с соблюдением масштаба.

$u_x = 4\cos(10\pi t + \pi/2); u_y = 3\cos(10\pi t); k_y = k_x = 2$ см/В
$y(x) = ?$

Решение

Согласно условию координаты электронного луча:

$$y = 2 \cdot 3 \cdot \cos(10\pi t); \quad (1)$$

$$x = 2 \cdot 4 \cdot \cos(10\pi t + \pi/2), \quad (2)$$

где y и x — координаты, см; t — время, с.

Преобразуем уравнения (1) и (2) к виду

$$\frac{y}{6} = \cos 10\pi t; \quad \frac{x}{8} = \sin 10\pi t.$$

Возведем оба уравнения в квадрат и сложим их. В результате получим уравнение эллипса (рис. 4.2)

$$\frac{y^2}{6^2} + \frac{x^2}{8^2} = 1,$$

полуоси которого по вертикали и по горизонтали равны 6 и 8 см соответственно.

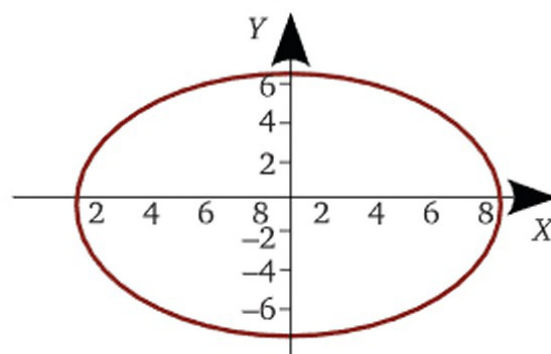


Рис. 4.2

Пример 4.4. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами. Амплитуды колебаний: $A_1 = 2,0$ см и $A_2 = 3,0$ см; начальные фазы $\varphi_{01} = \pi/2$ рад и $\varphi_{02} = \pi/3$ рад. Определить амплитуду и начальную фазу результирующей.

щего колебания. Записать его уравнение и построить векторную диаграмму амплитуд.

$$A_1 = 0,020 \text{ м}; A_2 = 0,030 \text{ м}; T_1 = T_2;$$

$$\varphi_{01} = \pi/2 \text{ рад}; \varphi_{02} = \pi/3 \text{ рад}$$

$$A = ? \varphi_0 = ?$$

Решение

Первый способ (графический). В прямоугольной системе координат XOY с помощью линейки и транспортира строим векторную диаграмму (рис. 4.3). Из начала координат под углом $\varphi_{01} = 90^\circ$ к оси X проведем вектор \vec{A}_1 — направленный отрезок, длина которого в выбранном масштабе соответствует модулю вектора. Из той же точки в том же масштабе строим вектор \vec{A}_2 под углом $\varphi_{02} = 60^\circ$ к оси X .

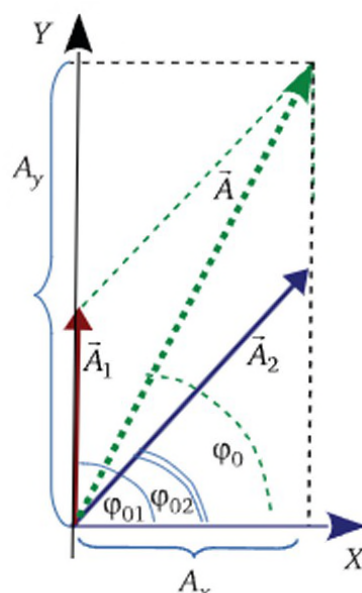


Рис. 4.3

Складывая векторы по правилу параллелограмма, получаем вектор амплитуды \vec{A} результирующего колебания. Модуль вектора \vec{A} равен длине диагонали в выбранном масштабе. Измерив угол между вектором \vec{A} и осью X , найдем начальную фазу φ_0 результирующего колебания.

Второй способ (аналитический). Для вычисления амплитуды A результирующего колебания воспользуемся теоремой Пифагора:

$$A^2 = \sqrt{A_x^2 + A_y^2},$$

где $A_x = A_{1x} + A_{2x}$ и $A_y = A_{1y} + A_{2y}$ — проекции вектора \vec{A} на координатные оси (см. рис. 4.3).

Проекции слагаемых векторов \vec{A}_1 и \vec{A}_2 на оси X и Y вычисляются по формулам (см. приложение 2)

$$A_{1x} = A_1 \cdot \cos \varphi_{01}, \quad A_{2x} = A_2 \cdot \cos \varphi_{02}$$

и

$$A_{1y} = A_1 \cdot \sin \varphi_{01}, \quad A_{2y} = A_2 \cdot \sin \varphi_{02}.$$

Начальную фазу φ_0 результирующего колебания определим из очевидного соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_y}{A_x}, \text{ или } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \cdot \sin \varphi_{01} + A_2 \cdot \sin \varphi_{02}}{A_1 \cdot \cos \varphi_{01} + A_2 \cdot \cos \varphi_{02}}.$$

Подставляя числовые значения, получим $A = 4,8$ см;

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 0,866}{0 + 3 \cdot 0,5} = 3,07; \quad \varphi_0 = 72^\circ = 1,3 \text{ рад.}$$

Ответ. Амплитуда результирующего колебания $A = 4,8$ см; его начальная фаза $\varphi_0 = 1,3$ рад.

4.2.2. Гармонические осцилляторы

Пример 4.5. Однородный диск радиусом R подвешивают двумя различными способами. В первом случае ось, относительно которой могут совершаться колебания, проходит через образующую диска перпендикулярно его плоской поверхности; во втором — параллельно оси симметрии диска на расстоянии $R/2$ от нее. Доказать, что периоды колебаний физического маятника, получаемого такими способами, одинаковы в том и другом случае.

$r_{01} = R; r_{02} = R/2$

$T_2/T_1 = ?$

Решение

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgr_0}},$$

где J — момент инерции тела относительно оси, проходящей через точку подвеса; m — масса тела; g — ускорение свободного падения; r_0 — расстояние от точки подвеса до центра тяжести.

По теореме Штейнера

$$J = J_C + mr_0^2,$$

где $J_C = \frac{1}{2}mR^2$ — момент инерции диска относительно оси, проходящей через центр тяжести перпендикулярно плоскости диска параллельно выбранной оси; r_0 — расстояние между осями.

Период колебаний данного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mR^2 + mr_0^2}{mgr_0}}.$$

Так как в первом случае $r_0 = r_{01} = R$, то

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mR^2 + mR^2}{mgR}} = 2\pi \sqrt{1,5 \frac{R}{g}}.$$

Во втором случае, когда $r_0 = r_{02} = \frac{R}{2}$,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{4}mR^2}{\frac{1}{2}mgR}} = 2\pi \sqrt{1,5 \frac{R}{g}}; T_1 = T_2.$$

Ответ. Период колебаний не изменился при переносе оси, что и требовалось доказать.

4.2.3. Свободные колебания

Пример 4.6. В промежутке времени от $t = 0$ до $t = 2T$ амплитуда свободных колебаний уменьшилась на 60,0 %. Коэффициент затухания $\beta = 1,83 \text{ с}^{-1}$. Определить собственную частоту колебательной системы.

$\beta = 1,83 \text{ с}^{-1}; t = 2T; \frac{A_0 - A}{A_0} = 0,600$
--

$\nu_0 = ?$

Решение

Амплитуда свободных колебаний уменьшается со временем по экспоненциальному закону

$$A = A_0 \cdot e^{-\beta t},$$

где A_0 — начальная амплитуда; β — коэффициент затухания; t — время.

По условию имеем уравнение

$$A = 0,400A_0, \text{ или } A_0 e^{-\beta t} = 0,400A_0. \quad (1)$$

Учитывая равенство $t = 2T$ и логарифмируя соотношение (1), получим

$$\beta \cdot 2T = \ln 2,50. \quad (2)$$

Из уравнения (2) найдем период свободных колебаний: $T = 0,2504$ с.

Угловая частота свободных колебаний ω связана с собственной угловой частотой ω_0 уравнением

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2, \quad (3)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$; $\omega_0 = 2\pi\nu_0$; ν_0 — собственная частота колебательной системы.

Из уравнения (3) следует:

$$(2\pi\nu_0)^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \beta^2 \Rightarrow \nu_0^2 = \left(\frac{1}{T}\right)^2 + \frac{\beta^2}{4\pi^2};$$

$$\nu_0^2 = \left(\frac{1}{0,2504}\right)^2 + \frac{1,83^2}{39,5};$$

$$\nu_0^2 = 16,031 \text{ с}^{-2}; \nu_0 \approx 4,00 \text{ Гц.}$$

Ответ. Собственная частота $\nu = 4,00$ Гц.

Пример 4.7. Колебательный контур обладает емкостью $C = 0,20$ мкФ и индуктивностью $L = 5,1$ мГн. Амплитуда колебаний напряжения на обкладках конденсатора уменьшается в три раза за промежуток времени $t = 1,0$ мс. Определить активное сопротивление контура и логарифмический декремент данной колебательной системы.

$C = 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}; L = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}; U_0/U = 3; t^* = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ с}$
--

$\Lambda = ? \quad R = ?$

Решение

Закон изменения амплитуды свободных колебаний имеет вид

$$U = U_0 \cdot e^{-\beta t}, \quad (1)$$

где U_0 — амплитуда напряжения в начальный момент времени; $\beta = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания; R — активное сопротивление контура.

Логарифмический декремент Λ связан с периодом свободных колебаний T формулой

$$\Lambda = \beta T, \quad (2)$$

где коэффициент затухания β определяется из уравнения (1).

Подставляя данное в условии соотношение $U_0/U = 3$ в формулу (1), найдем коэффициент затухания:

$$\frac{U_0}{U} = e^{\beta t} \Rightarrow \ln 3 = \beta \cdot 10^{-3} \Rightarrow \beta = 1,1 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Величину T можно найти, используя взаимосвязь периода колебаний и угловой частоты

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ — собственная угловая частота,

$$\omega_0^2 = \frac{1}{0,20 \cdot 10^{-6} \cdot 5,1 \cdot 10^{-3}} \text{ с}^{-2} = 0,98 \cdot 10^9 \text{ с}^{-2}.$$

Так как в данном случае $\omega_0^2 \gg \beta^2$, то $\omega \approx \omega_0$. Тогда

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}; T = \frac{2 \cdot 3,14}{\sqrt{9,8 \cdot 10^8}} \text{ с} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ с} = 0,20 \text{ мс}.$$

Зная период, вычислим логарифмический декремент данной колебательной системы по формуле (2):

$$\Lambda = 1,1 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1} \cdot 0,20 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \Lambda = 0,22.$$

Сопротивление контура $R = 2\beta L$; $R = 11 \text{ Ом}$.

Ответ. Активное сопротивление контура $R = 11 \text{ Ом}$; логарифмический декремент $\Lambda = 0,22$.

4.2.4. Вынужденные колебания в механических и электромагнитных колебательных системах

Пример 4.8. Электрическая цепь (рис. 4.4) содержит последовательно соединенные резистор $R = 30 \text{ Ом}$, конденсатор $C = 20 \text{ мкФ}$ и катушку $L = 4 \text{ мГн}$. К концам цепи подведено переменное напряжение с амплитудой $U_0 = 12,8 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Определить: а) амплитуду силы тока I_0 в цепи; б) амплитуды напряжений U_{0R} , U_{0L} , U_{0C} на отдельных элементах (резисторе, катушке, конденсаторе); в) сдвиг фаз φ колебаний силы тока и напряжения на концах цепи.

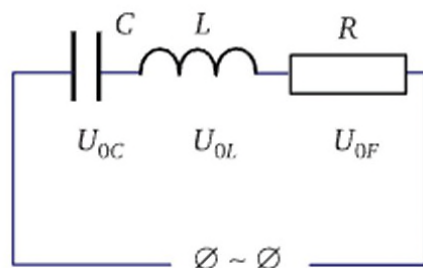


Рис. 4.4

$R = 30 \text{ Ом}; L = 45 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}; C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$ $U_0 = 12,8 \text{ В}; \nu = 50 \text{ Гц}$
$I_0 = ? \quad U_{0R} = ? \quad U_{0L} = ? \quad U_{0C} = ? \quad \varphi = ?$

Решение

Для нахождения искомых величин построим векторную диаграмму амплитуд (рис. 4.5) и используем закон Ома $I_0 = \frac{U_0}{Z}$, где I_0 — амплитуда силы тока в цепи; U_0 — амплитуда напряжения на концах цепи (на зажимах источника); Z — полное сопротивление.

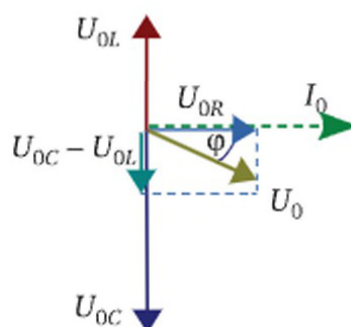


Рис. 4.5

На векторной диаграмме показаны: амплитуда силы тока I_0 (штриховая линия); амплитуды напряжений на отдельных элементах, U_{0R} , U_{0L} , U_{0C} ; сдвиг фаз φ колебаний силы тока I_0 и колебаний напряжения U_0 в данной цепи.

Напряжение на резисторе совпадает по фазе с колебаниями силы тока; тогда как напряжение на катушке U_{0L} отстает на 90° от колебаний силы тока в цепи, а на конденсаторе U_{0C} — опережает их на те же 90° .

Складывая векторы U_{0R} , U_{0L} , U_{0C} (см. рис. 4.5) и применяя теорему Пифагора, получим

$$U_0^2 = (U_{0C} - U_{0L})^2 + U_{0R}^2, \quad (1)$$

где $U_0 = I_0 Z$; $U_{0C} = I_0 X_C$; $U_{0L} = I_0 X_L$; $U_{0R} = I_0 R$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — емкостное сопротивление; $X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление; R — активное сопротивление; $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота; ν — частота колебаний тока.

Запишем уравнение (1) в виде

$$(I_0 Z)^2 = (I_0 X_C - I_0 X_L)^2 + (I_0 R)^2$$

и выразим из него полное сопротивление:

$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2}.$$

Подставляя числовые значения, получим $X_L = 141 \text{ Ом}$; $X_C = 159 \text{ Ом}$;

$$Z = \sqrt{(141 - 159)^2 + 30^2}; Z = 35 \text{ Ом}.$$

Амплитуда силы тока

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}; I_0 = \frac{12,8}{35} = 0,37 \text{ А}.$$

Амплитуды напряжений:

— на конденсаторе $U_{0C} = I_0 \cdot X_C = 0,37 \cdot 159 = 58 \text{ В}$;

— на катушке $U_{0L} = I_0 \cdot X_L = 0,37 \cdot 141 = 52 \text{ В}$;

— на резисторе $U_{0R} = I_0 \cdot R = 0,37 \cdot 30 = 11 \text{ В}$.

По диаграмме (см. рис. 4.5) находим сдвиг фаз между колебаниями силы тока в цепи и напряжения на зажимах источника:

$$\cos \varphi = \frac{U_{0R}}{U_0} = \frac{11}{12,8} = 0,857; \varphi = 31^\circ = 0,54 \text{ рад}.$$

Ответ. а) $I_0 = 0,37 \text{ А}$; б) $U_{0R} = 11 \text{ В}$, $U_{0L} = 52 \text{ В}$, $U_{0C} = 58 \text{ В}$; в) $\varphi = 0,54 \text{ рад}$.

Пример 4.9. Если катушка подключена к источнику переменного тока частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$ и напряжением $U = 220 \text{ В}$, то сила тока равна $I_{\text{пер}} = 6,0 \text{ А}$. Если эту же катушку подключить к источнику постоянного тока того же напряжения, то сила тока $I_{\text{пост}} = 11 \text{ А}$. Какова индуктивность катушки?

$I_{\text{пер}} = 6 \text{ А}; I_{\text{пост}} = 11 \text{ А}; U = 220 \text{ В}; \nu = 50 \text{ Гц}$
--

$L = ?$

Решение

Катушка обладает активным сопротивлением при прохождении через нее как постоянного, так и переменного тока. Кроме того, когда ток изменяется ($\omega \neq 0$), проявляется и реактивное индуктивное сопротивление катушки $X_L = \omega L$.

Используя закон Ома для участка цепи *постоянного* тока, $I_{\text{пост}} = \frac{U}{R}$, где R — активное сопротивление, найдем величину R :

$$R = \frac{U}{I_{\text{пост}}}; R = \frac{220}{11} = 22 \text{ Ом}.$$

Для участка цепи *переменного* тока закон Ома выражается в виде $I_{\text{пер}} = \frac{U}{Z}$, где U — действующее¹ напряжение; I — действующая сила

¹ Если приводятся данные силы тока и напряжения для цепей переменного тока без указаний о характере этих величин, то имеются в виду действующие значения этих величин.

тока; Z — полное сопротивление участка. Из данного уравнения найдем величину Z :

$$Z = \frac{U}{I_{\text{пер}}}; \quad Z = \frac{220}{6} = 36,7 \text{ Ом.}$$

С другой стороны (см. предыдущий пример),

$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2}, \quad (1)$$

где $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — емкостное сопротивление; $X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление; C — емкость; L — индуктивность; $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота; ν — частота переменного тока.

Так как емкостное сопротивление X_C в данной цепи отсутствует, то уравнение (1) приобретает вид

$$Z = \sqrt{X_L^2 + R^2}, \text{ или } Z = \sqrt{(\omega L)^2 + R^2}.$$

Отсюда индуктивность

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi\nu}. \quad (2)$$

Проверка по наименованию единиц: $[L] = \text{Ом}/\text{Гц} = \text{В} \cdot \text{с}/\text{А} = \text{Вб}/\text{А} = \text{Гн}.$

По формуле (2) получим $L = \frac{\sqrt{36,7^2 - 22^2}}{2 \cdot 3,14 \cdot 50}$; $L = 0,094 \text{ Гн}.$

Ответ. Индуктивность данной катушки $L = 94 \text{ мГн}.$

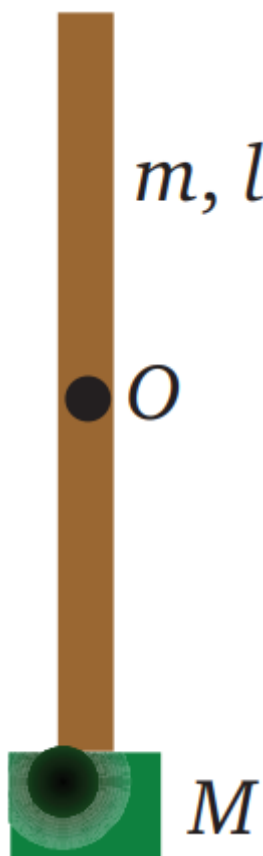
Задания

Физика колебаний

Определить частоту колебаний и начальную скорость тела, совершающего колебания по закону $x=2,0\sin(2,5\pi t+\pi/4)$, где x — смещение точки, см; t — время, с.

Найти уравнение результирующего колебания $x(t)$ при сложении двух синфазных гармонических колебаний в направлении оси X с амплитудами $A_1 = 2$ см; $A_2 = 4$ см, с одинаковым периодом $T = 2$ с. Начальные условия: $t = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0$.

На конце стержня (см. рис.) массой $m_{\text{ст}} = m$ и длиной 1,0 м прикреплен груз массой $M = 2m$. Чему равна частота колебаний данной системы в поле тяготения Земли относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину?



Груз на пружине совершает свободные колебания с частотой $\nu = 6,0$ Гц. Масса груза $m = 0,16$ кг; жесткость пружины $k_{\Gamma} = 250$ Н/м. Найти коэффициент затухания.

Собственная частота колебательной системы $\nu_0 = 10,0$ кГц. Резонанс наблюдается на частоте, которая меньше собственной на 0,2 кГц. Определить логарифмический декремент данной системы.

Тема 5

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

5.1. Тезаурус

Определяющие формулы и единицы величин

Колебания			Волны		
Величина	Формула	Единица	Величина	Формула	Единица
Показатель преломления	$n = \frac{c}{v}$	1	Оптическая разность хода	$\Delta = L_1 - L_2$	м
Относительный показатель преломления	$n_{2,1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$	1	Длина волны	$\lambda = \Delta \cdot \frac{2\pi}{\delta}$	м
Оптическая длина пути	$L = n \cdot l$	м	Интенсивность волны, плотность потока энергии	$I = \frac{W}{S \cdot t}$	Вт/м ²
Разность хода (геометрическая)	$\Delta x = l_1 - l_2$	м	Разрешающая способность дифракционной решетки	$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$	1
Разность фаз	$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$	рад			

Основные соотношения величин

1. Одномерное волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где $\xi = \xi(x, t)$ — отклонение колеблющегося переменного величина от положения равновесия (в общем случае величина ξ является функцией четырех параметров $\xi = \xi(x, y, z, t)$; v — фазовая скорость волны; t — время).

2. Уравнение плоской бегущей волны

$$\xi = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

$$\text{или } \xi = A \cos(\omega t - kx), \text{ или } \xi = A \cos\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T}\right) - 2\pi \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

где ξ — смещение частиц среды в момент времени t в точке с координатой x ; A — амплитуда; T — период; ω — угловая частота; λ — длина волны; $k = 2\pi/\lambda$ — модуль волнового вектора.

3. Зависимость длины волны от фазовой скорости

$$\lambda = v \cdot T.$$

4. Разность фаз точек волны

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (x_2 - x_1),$$

где x_1 и x_2 — координаты точек среды вдоль распространения волны, фазы колебаний в которых φ_1 и φ_2 ; $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$.

5. Уравнение стоячей волны

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{\omega \cdot x}{v}\right) \cdot \cos(\omega \cdot t),$$

$$\text{или } \xi = A \cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right),$$

где ω — угловая частота; ξ — смещение частицы среды; x — координата частицы; t — время; λ — длина волны; T — период колебаний; A — амплитуда бегущих волн, суперпозицией которых является стоячая волна; $2A \cos\left(\frac{\omega \cdot x}{v}\right)$ — амплитуда стоячей волны.

6. Интенсивность волны в упругой среде (плотность потока энергии, вектор Умова)

$$\vec{I} = \frac{1}{2} A^2 \rho \cdot \omega^2 \cdot \vec{v}, \text{ или } I = wv,$$

где $w = \frac{1}{2} A^2 \rho \cdot \omega^2$ — средняя объемная плотность энергии; A — амплитуда бегущей волны. Для стоячей волны объемная плотность энергии в два раза больше, чем для бегущей: $w_{\text{ст}} = A^2 \cdot \rho \cdot \omega^2$.

7. Уровень интенсивности звуковой волны

$$L = \lg \frac{I}{I_0},$$

где I — интенсивность звука; $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м² — порог слышимости.

8. Скорость продольных упругих волн в газах в рамках адиабатной модели

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \text{ или } v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}},$$

где γ — показатель адиабаты (для воздуха $\gamma = 1,40$); R — молярная газовая постоянная; T — температура; M — молярная масса; P — давление; ρ — плотность газа.

9. Скорость продольных волн в твердых телах

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E — модуль упругости (модуль Юнга); ρ — плотность вещества.

10. Скорость звука в струнах

$$v = \sqrt{\frac{F_H}{S \cdot \rho}}, \text{ или } v = \sqrt{\frac{F_H}{\rho_l}},$$

где F_H — сила натяжения струны; S — площадь поперечного сечения; ρ — плотность вещества; $\rho_l = \frac{\rho \cdot S \cdot d}{l}$ — линейная плотность.

11. Продольный акустический эффект Доплера

$$v = v_0 \frac{1 \pm v_{\text{пр}} / u}{1 \mp v_{\text{ист}} / u},$$

где v — частота звука, воспринимаемого приемником (или ухом); v_0 — частота звука, испускаемого источником; u — скорость звука; $v_{\text{пр}}$ — скорость приемника; $v_{\text{ист}}$ — скорость источника звука; верхние знаки соответствуют сближению источника и приемника, нижние — удалению.

12. Скорость электромагнитных волн

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}},$$

где $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме; ϵ — диэлектрическая проницаемость; μ — магнитная проницаемость среды.

13. Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$\langle w_{\text{эл.м}} \rangle = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} B^2 / (\mu \mu_0).$$

14. Плотность потока энергии электромагнитной волны (вектор Пойнтинга)

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad \vec{S} = \langle w_{\text{эл.м}} \rangle \cdot \vec{v},$$

где E и H — напряженности электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля соответственно; $w_{\text{эл.м}}$ — плотность энергии электромагнитного поля; v — скорость волны.

15. Интенсивность электромагнитной волны, средняя плотность потока энергии

$$I_{\text{эл.м}} = \langle S \rangle = \frac{1}{2} v \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2.$$

16. Закон преломления

$$n_{2-1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma},$$

где $n_{2-1} = \frac{n_2}{n_1}$ или $n_{2-1} = \frac{v_1}{v_2}$ — относительный показатель преломления; v_1 и n_1 , v_2 и n_2 — фазовые скорости и показатели преломления для первой и второй сред соответственно; $n = c/v$ — показатель преломления среды, в которой скорость света v ; c — скорость света в вакууме; α — угол падения; γ — угол преломления.

17. Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где $1/F = D$ — оптическая сила линзы; F — фокусное расстояние; d — расстояние от предмета до линзы, $d > 0$ в любом случае; f — расстояние от линзы до изображения, $f > 0$, если линза дает действительное изображение, но $f < 0$, если изображение мнимое.

18. Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где n — показатель преломления вещества внутри линзы; n_0 — показатель преломления вещества, окружающего линзу; R_1 и R_2 — радиусы кривизны поверхностей, ограничивающих линзу.

19. Оптическая сила системы линз

$$D = D_1 + D_2 + \dots$$

20. Эффект Вавилова — Черенкова

$$\cos \alpha = \frac{c}{n \cdot v},$$

где α — угол между направлениями распространения излучения и вектором скорости частицы; n — показатель преломления среды.

21. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = n_{2-1},$$

где $\alpha_{\text{Б}}$ — угол Брюстера — угол падения, при котором электромагнитная волна, отраженная от диэлектрика, полностью поляризована.

22. Закон изменения интенсивности поляризованного света I , проходящего через анализатор при вращении его главной плоскости (**закон Малюса**)

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \varphi,$$

где I_0 — интенсивность плоско поляризованного света, падающего на анализатор; φ — угол между плоскостью поляризации падающего света и главной плоскостью анализатора.

23. Взаимосвязь разности фаз δ и оптической разности хода Δ

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \Delta,$$

где $\Delta = L_2 - L_1$ — оптическая разность хода волн; $L_1 = n_1 l_1$; $L_2 = n_2 l_2$ — оптические длины пути в однородных средах с показателями преломления n_1 и n_2 ; l_1 и l_2 — геометрические длины пути; λ_0 — длина электромагнитной волны в вакууме.

24. Условия максимального усиления колебаний при интерференции (условия максимума):

разность фаз

$$\delta = \pm 2\pi m;$$

оптическая разность хода

$$\Delta = m \cdot \lambda_0,$$

где λ_0 — длина волны в вакууме; m — порядок (номер) максимума.

25. Условия максимального ослабления колебаний при интерференции (условия минимума):

разность фаз

$$\delta = \pm (2m + 1)\pi;$$

оптическая разность хода

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

26. Координаты максимумов при интерференции волн от двух источников (двойной щели):

$$y_m = \pm m \cdot \frac{L \cdot \lambda}{d},$$

где m — порядок максимума; L — расстояние от источников до экрана; d — расстояние между источниками; λ — длина волны.

27. Оптическая разность хода волн, отраженных от пленки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1 \sin^2 \alpha} + g \frac{\lambda_0}{2},$$

где d и n — толщина и показатель преломления пленки; α — угол падения; n_1 — показатель преломления среды, из которой волна падает на пленку; g — число отражений от оптически более плотной среды; λ_0 — длина волны в вакууме (если g — число четное, то слагаемое, содержащее $\frac{\lambda_0}{2}$, можно отбросить).

28. Радиусы зон Френеля для сферической волновой поверхности:

$$r_m \approx \sqrt{m\lambda \frac{r_0 \cdot b}{r_0 + b}},$$

где m — номер зоны; λ — длина волны; r_0 — радиус сферической волновой поверхности; b — кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения (точки, где рассматривается результат дифракции).

29. Условие минимумов при дифракции на щели:

$$a \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda,$$

где a — ширина щели; φ — угол дифракции (угол между нормалью к решетке и направлением на минимум m -го порядка; $m = 1, 2, 3, \dots$).

30. Условие главных максимумов при дифракции на решетке

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda,$$

где d — период дифракционной решетки; φ — угол между направлением луча, падающего на решетку, и направлением на максимум (угол дифракции); m — порядок максимума, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$.

31. Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = m \cdot N,$$

где m — порядок максимума; N — общее число штрихов решетки.

5.2. Примеры

5.2.1. Волны в упругой среде

Пример 5.1. Амплитуда колебаний частиц упругой среды в бегущей волне $A = 2,0$ мм. Период колебаний $T = 10$ мс. Расстояние между частицами, колеблющимися с разностью фаз $\delta = \pi/4$ рад со-

ставляет $\Delta x = 5,0$ см. Определить фазовую скорость волны и максимальную скорость частиц среды.

$\Delta x = 0,050$ м; $\Delta \varphi = \delta = \pi/4$ рад; $A = 2,0 \cdot 10^{-3}$ м; $T = 0,010$ с

$v = ?$ $v_{\max}^* = ?$

Решение

Уравнение бегущей волны имеет вид

$$\xi = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right], \quad (1)$$

где ξ — смещение точек среды с координатой x в момент времени t , A — амплитуда; $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ — угловая частота; ν — частота; T — период колебаний.

Уравнение плоской гармонической волны (1) позволяет определить смещение $\xi(x, t)$ любой точки, участвующей в волновом процессе, в любое время. Периодичность колебательного процесса в пространстве характеризуется длиной волны λ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\delta} \cdot \Delta x \text{ (формула-определение),} \quad (2)$$

где Δx — разность хода волн.

По определению (2) *длина волны — это кратчайшее расстояние между точками среды, колеблющимися с разностью фаз 2π рад.* Длина волны равна расстоянию, на которое перемещается волновая поверхность с фазовой скоростью v за время, равное периоду T колебаний частиц среды:

$$\lambda = v \cdot T \text{ (формула-закон).} \quad (3)$$

Чтобы определить скорость смещения частиц, запишем уравнение (1) колебаний какой-либо частицы среды с фиксированной координатой x_0 :

$$\xi = A \cos \left(\omega t - \omega \frac{x_0}{v} \right),$$

где $\omega \frac{x_0}{v} = \varphi_0$ — фаза в момент времени $t_0 = 0$.

Скорость смещения частиц v^* есть производная:

$$v^* = \frac{d\xi}{dt}, \quad v^* = -A\omega \cdot \sin(\omega t - \varphi_0).$$

Так как максимальное значение синуса равно единице, то максимальная скорость частиц среды

$$v_{\max}^* = A\omega,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая частота колебаний частиц среды.

Вычисляем:

$$v_{\max}^* = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3}}, \quad v_{\max}^* = 1,3 \text{ м/с.}$$

Значение длины волны, рассчитанное по формуле (2), $\lambda = 0,40 \text{ м.}$

По закону (3) фазовая скорость волны $v = \frac{\lambda}{T}$:

$$v = \frac{0,40}{10 \cdot 10^{-3}}, \quad v = 40 \text{ м/с.}$$

Ответ. Фазовая скорость волны $v = 40 \text{ м/с}$; максимальная скорость частиц среды $v_{\max}^* = 1,3 \text{ м/с}$.

Пример 5.2. Неподвижный локатор (сонар) посылает ультразвуковой импульс на частоте $\nu_0 = 30,0 \text{ кГц}$ в сторону приближающегося автомобиля с целью определения его скорости. Чему равен доплеровский сдвиг частоты посланного и принятого сигналов, если скорость автомобиля 30 м/с , а скорость звука 331 м/с ?

$u = 331 \text{ м/с}; \nu_0 = 30,0 \cdot 10^3 \text{ Гц}; \nu = 30 \text{ м/с}$

$\Delta\nu = ?$

Решение

При относительном движении источника колебаний и приемника наблюдается эффект Доплера. Воспринимаемая частота при приближении или удалении соответственно увеличивается или уменьшается.

1. Сонар S (источник) неподвижен, автомобиль A (приемник) приближается вдоль прямой, их соединяющей (рис. 5.1).

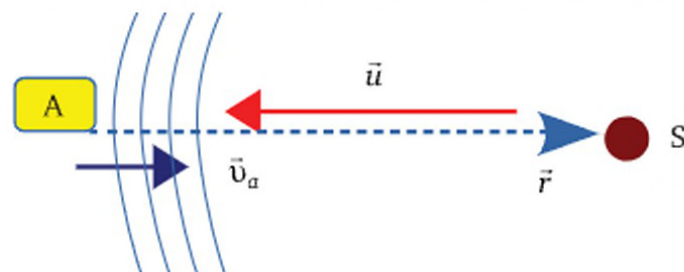


Рис. 5.1

Скорость распространения звука в среде не зависит от движения источника, а только от свойств среды. Однако воспринимаемая автомобилем скорость волны составляет $u + v_a$, где u — скорость зву-

ка в воздухе; v_a — проекция скорости автомобиля на направление радиус-вектора \vec{r} , соединяющего приемник с источником.

Для приемника (А), движущегося навстречу источнику (S) со скоростью v_a (см. рис. 5.1), состояния волны с одинаковой фазой повторяются через меньшие промежутки времени. Отсюда становится ясным, что частота ν_a , регистрируемая приближающимся приемником, больше частоты ν_0 неподвижного источника.

По известной формуле $\nu = \frac{v}{\lambda}$ найдем величину ν_a ¹:

$$\nu_a = \frac{u + v_{\text{пр}}}{\lambda_0}, \text{ или } \nu_a = \nu_0 \left(1 + \frac{v_{\text{пр}}}{u} \right), \quad (1)$$

где $\lambda_0 = \frac{u}{\nu_0}$ — длина волны источника (сонара); ν_0 — его частота.

Сдвиг частоты происходит на величину $\nu_a - \nu_0 = \nu_0 \cdot \frac{v_a}{u}$, пропорциональную скорости автомобиля.

По формуле (1) найдем значение частоты ультразвука, воспринимаемого автомобилем:

$$\nu_a = 30 \cdot 10^3 \left(1 + \frac{30}{331} \right); \nu_a = 32,72 \text{ кГц.}$$

Очевидно, что при удалении источника от приемника воспринимаемая скорость волны составит $u - v_{\text{пр}}$, а частота ν будет меньше частоты источника ν_0 .

2. Источник А отраженных звуковых волн приближается к неподвижному приемнику S (рис. 5.2).

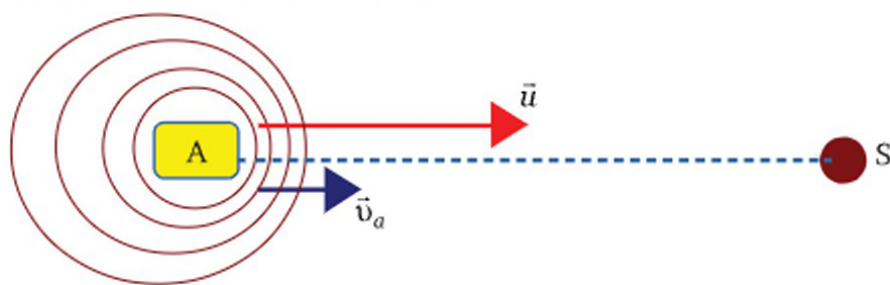


Рис. 5.2

Отраженная от автомобиля ультразвуковая волна регистрируется сонаром. Теперь сонар выступает в роли неподвижного приемника, а автомобиль — движущегося источника. Из-за движения этого нового источника длина волны $\lambda_{\text{пр.с.}}$, принимаемой сонаром, уменьшается:

¹ В теории акустического эффекта Доплера подразумевается, что скорости источника и приемника звука малы по сравнению со скоростью звука.

$$\lambda_{\text{пр.с}} = \frac{u - v_a}{v_a}, \quad (2)$$

где u — скорость звука; v_a — скорость источника (в данном случае автомобиля); $u - v_a$ — скорость волны относительно источника (см. рис. 5.2); v_a — частота колебаний, найденная ранее.

Частоту звука $v_{\text{пр.с}}$, воспринимаемого сонаром, рассчитаем по формуле $v = v / \lambda$, где в данном случае $v = v_{\text{пр.с}}$; $v = u$ — скорость ультразвука; $\lambda = \lambda_{\text{пр.с}}$ — длина волны (2):

$$v_{\text{пр.с}} = \frac{u}{(u - v_a) / v_a}, \text{ или } v_{\text{пр.с}} = \frac{v_a}{1 - v_a / u}. \quad (3)$$

Подставляя в формулу (3) значения частоты отраженной волны $v_a = 32,72$ кГц, скорости автомобиля $v_a = 30$ м/с и скорости звука $u = 331$ м/с, получим $v_{\text{пр.с}} = 35,98$ кГц.

Сдвиг частоты посланного и принятого сигналов найдем как разность частоты $v_{\text{пр.с}}$ воспринимаемого сонаром звука, смещенной в результате двойного эффекта Доплера, и частоты посланного сигнала v_0 :

$$\Delta v = v_{\text{пр.с}} - v_0 = 35,98 - 30,0; \Delta v \approx 6 \text{ кГц}.$$

Ответ. Суммарный доплеровский сдвиг частоты $\Delta v = 6,0$ кГц.

Пример 5.3. Найти длину волны и частоту колебаний из уравнения стоячей волны

$$\xi = 20 \cos \frac{\pi x}{0,080} \cdot \cos(2,4 \cdot 10^3 \pi t),$$

где ξ — смещение частиц, мм; x — координата, м; t — время, с.

Решение

Запишем уравнение стоячей волны в общем виде:

$$\xi = 2A \cos \frac{\omega x}{v} \cdot \cos \omega t, \quad (1)$$

где A — постоянная величина; ω — угловая частота колебаний, $\omega = 2\pi\nu$; ν — частота; v — фазовая скорость волны.

Сопоставив уравнение (1) с заданным по условию, получим

$$\frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{0,080}; \quad (2)$$

$$\omega = 2,4 \cdot 10^3 \pi. \quad (3)$$

Используя значение угловой частоты (3), найдем из уравнения (2) фазовую скорость:

$$v = \frac{0,080\omega}{\pi} = \frac{0,080 \cdot 2,4 \cdot 10^3 \pi}{\pi}; v = 1,9 \cdot 10^2 \text{ м/с}.$$

Так как $\omega = 2\pi\nu$, то частота колебаний

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}; \nu = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Гц.}$$

Для расчета длины волны используем взаимосвязь $\lambda = \frac{v}{\nu}$:

$$\lambda = \frac{1,92 \cdot 10^2}{1,2 \cdot 10^3} = 0,16; \lambda = 0,16 \text{ м.}$$

Ответ. Длина волны $\lambda = 0,16$ м; частота колебаний $\nu = 1,2$ кГц.

5.2.2. Свойства электромагнитных волн. Поляризация

Пример 5.4. На границу раздела «лед — вода» падает электромагнитное излучение частотой $\nu = 4,52 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти: а) скорости $v_{\text{л}}$ и $v_{\text{в}}$ электромагнитных волн в первой и второй средах соответственно; б) длины волн $\lambda_{\text{л}}$ и $\lambda_{\text{в}}$; в) угол $\alpha_{\text{Б}}$ падения на границу раздела, при котором отраженная волна будет полностью поляризована.

$n_{\text{л}} = 1,31; n_{\text{в}} = 1,33; \nu = 4,52 \cdot 10^{14} \text{ Гц}; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
$v_{\text{л}} = ? v_{\text{в}} = ? \lambda_{\text{л}} = ? \lambda_{\text{в}} = ? \alpha_{\text{Б}} = ?$

Решение

Показатель преломления вещества определяет, во сколько раз скорость v электромагнитной волны в веществе меньше, чем в вакууме:

$$n = \frac{c}{v} \text{ (формула-определение).}$$

Значения показателей преломления $n_{\text{л}} = 1,31$ и $n_{\text{в}} = 1,33$ для льда и воды находим в таблице (см. приложение 6) и вычисляем соответствующие скорости:

$$v_{\text{л}} = \frac{c}{n_{\text{л}}}; v_{\text{л}} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1,31} = 2,288 \cdot 10^8 \text{ м/с}; v_{\text{л}} = 229 \text{ Мм/с};$$

$$v_{\text{в}} = \frac{c}{n_{\text{в}}}; v_{\text{в}} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1,33} = 2,254 \cdot 10^8 \text{ м/с}; v_{\text{в}} = 225 \text{ Мм/с}.$$

Длины волн $\lambda_{\text{л}}$ и $\lambda_{\text{в}}$ для льда и воды соответственно находим, используя взаимосвязь длины волны λ и частоты ν , $\lambda = v/\nu$:

$$\lambda_{\text{л}} = \frac{v_{\text{л}}}{\nu}; \lambda_{\text{л}} = \frac{2,29 \cdot 10^8}{4,52 \cdot 10^{14}}; \lambda_{\text{л}} = 506 \text{ нм};$$

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{v_{\text{в}}}{\nu}; \lambda_{\text{в}} = \frac{2,25 \cdot 10^8}{4,52 \cdot 10^{14}}; \lambda_{\text{в}} = 499 \text{ нм}.$$

Условие полной поляризации отраженной волны (и максимальной поляризации проходящей волны) определено законом Брюстера

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{2-1},$$

где α_B — угол падения (угол Брюстера); n_{2-1} — относительный показатель преломления, в данном случае равный показателю преломления воды относительно льда, $n_{2-1} = n_{\text{в-л}} = \frac{v_{\text{л}}}{v_{\text{в}}} = \frac{n_{\text{в}}}{n_{\text{л}}}$. Тогда

$$n_{2-1} = \frac{1,33}{1,31} = 1,015; \alpha_B = \operatorname{arctg} 1,015 = 45,43^\circ; \alpha_B = 0,793 \text{ рад.}$$

Ответ. Скорости волн во льду и воде равны соответственно 229 и 225 Мм/с, длины волн 506 и 499 нм; угол Брюстера 0,793 рад.

Пример 5.5. Найти амплитуду магнитной составляющей B_m радиоволны в воздухе и в бензине при одинаковой плотности среднего потока электромагнитной энергии $I = 40 \text{ мкВт/м}^2$.

$I = 40 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2; v_1 = c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \mu_1 = \mu_2 = 1;$ $n_1 = 1; n_2 = 1,40; \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
$B_{m1} = ? B_{m2} = ?$

Решение

Из уравнений Максвелла следует:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \text{ и } S = v \cdot w_{\text{эл.м}},$$

где S — плотность потока энергии электромагнитной волны; E и H — напряженности электрической и магнитной составляющей; v — скорость волны; $w_{\text{эл.м}}$ — суммарная объемная плотность энергий электрического и магнитного полей,

$$w_{\text{эл.м}} = w_{\text{эл}} + w_{\text{м}} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2, \quad (1)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, в которой распространяется волна; μ — магнитная проницаемость; ϵ_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные.

Интенсивность волны, или средняя плотность потока энергии,

$$I_{\text{эл.м}} = \langle S \rangle = v \cdot \langle w_{\text{эл.м}} \rangle.$$

Если считать волну гармонической функцией времени и учесть, что $\vec{E} \perp \vec{H}$ и $\vec{H} \parallel \vec{B}$, то на основании соотношения (1) можно записать:

$$\langle w_{\text{эл.м}} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon \epsilon_0 E_m^2}{2} + \frac{B_m^2}{2 \cdot \mu \mu_0} \right), \quad (2)$$

где E_m и H_m — амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей; $H_m = B_m/(\mu\mu_0)$; B_m — амплитуда магнитной индукции.

Взаимопревращение энергии магнитного и электрического полей подчиняется закону сохранения энергии:

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2} = \frac{B_m^2}{2\mu\mu_0}.$$

Тогда $I_{\text{эл.м}} = \frac{1}{2\mu\mu_0} v \cdot B_m^2$, следовательно,

$$B_m^2 = \frac{2\mu\mu_0}{v} \cdot I_{\text{эл.м}}. \quad (3)$$

Проверка по наименованию единиц:

$$\text{Тл}^2 = \text{Гн} \cdot \text{с} / (\text{м} \cdot \text{м}) \cdot \text{Вт} / \text{м}^2 = \text{В} \cdot \text{с}^2 / (\text{А} \cdot \text{м}^2) \cdot \text{В} \cdot \text{А} / \text{м}^2 = \text{В}^2 \cdot \text{с}^2 / \text{м}^4;$$

$$\text{Тл} = \text{В} \cdot \text{с} / \text{м}^2 = \text{Вб} / \text{м}^2 = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 / \text{м}^2 = \text{Тл}.$$

Из уравнения (3) найдем амплитуду магнитной индукции для электромагнитного поля в воздухе:

$$B_{m1} = \sqrt{\frac{2\mu_1\mu_0}{v_1} \cdot I_{\text{эл.м}}};$$

$$B_{m1} = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ Тл} = 0,58 \text{ нТл}.$$

Скорость электромагнитной волны в бензине

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Соответствующая амплитуда магнитной индукции

$$B_{m2} = \sqrt{\frac{2\mu_2\mu_0 I_{\text{эл.м}}}{v_2}};$$

$$B_{m2} = 6,9 \cdot 10^{-10} \text{ Тл} = 0,69 \text{ нТл}.$$

Ответ. Амплитуда магнитной составляющей B_m радиоволны в воздухе 0,58 нТл, в бензине 0,69 нТл.

Пример 5.6. Два поляроида (поляризатор и анализатор) ориентированы так, что интенсивность проходящего через них света максимальна. На какой угол φ^* нужно повернуть анализатор относительно своего начального положения вокруг оси, проходящей через луч (ось Y на рис. 5.3), чтобы интенсивность света на выходе стала в 4 раза меньше интенсивности естественного света? Каким будет

угол поворота φ^{**} анализатора, если учесть, что каждый из поляроидов дополнительно поглощает 20 % падающего на него излучения?

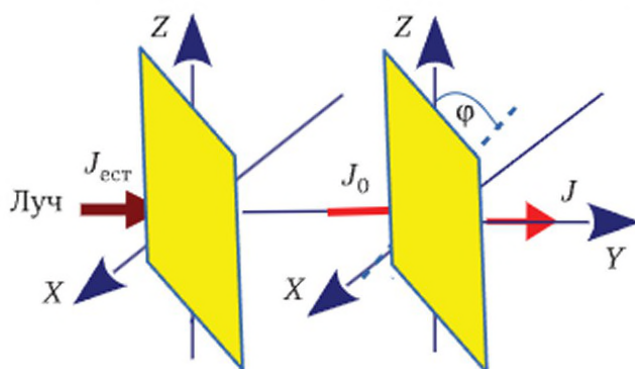


Рис. 5.3

$I_{\text{ест}}/I = 4; K_{\text{пол}} = 0,8; K_{\text{ан}} = 0,8$ $\varphi^* = ? \varphi^{**} = ?$

Решение

Интенсивность электромагнитной волны, прошедшей анализатор, подчиняется закону Малюса

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

где I_0 и I — интенсивности света, падающего на анализатор и прошедшего через него; φ — угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

Учитывая, что идеальный поляризатор уменьшает в два раза интенсивность падающего на него неполяризованного излучения, т. е.

$I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$, по закону (1) получим

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cdot \cos^2 \varphi. \quad (2)$$

Подставляя в равенство (2) заданное соотношение $\frac{I}{I_{\text{ест}}} = \frac{1}{4}$, вычислим искомый угол без учета дополнительного поглощения:

$$\cos^2 \varphi^* = 0,5; \cos \varphi^* = 0,707; \varphi^* = 45^\circ.$$

Если учесть дополнительное поглощение света в обоих поляроидах, то интенсивность света, выходящего из анализатора,

$$I = K_{\text{пол}} \cdot K_{\text{ан}} \cdot 0,5 I_{\text{ест}} \cdot \cos^2 \varphi^{**},$$

где $K_{\text{пол}}$ и $K_{\text{ан}}$ — коэффициенты пропускания поляризатора и анализатора соответственно, $K_i = 1 - k$; k — коэффициент поглощения

($k = 0,2$); $I_{\text{ест}}$ — интенсивность света, падающего на поляризатор. Тогда

$$\frac{I}{I_{\text{ест}}} = \frac{1}{2} K_{\text{пол}} K_{\text{ан}} \cos^2 \varphi^{**};$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot \cos^2 \varphi^{**}; \cos \varphi^{**} = 0,781; \varphi^{**} = 39^\circ.$$

Ответ. В случае идеальных поляроидов для четырехкратного ослабления естественного света нужно повернуть анализатор на 45° ; с учетом коэффициента поглощения достаточно повернуть анализатор относительно поляризатора на угол $\varphi^{**} = 39^\circ$ ($\varphi^{**} < \varphi^*$), чтобы ослабить свет в 4 раза.

5.2.3. Интерференция

Пример 5.7. Пространство между линзой и пластинкой в приборе «Кольца Ньютона» заполнено жидкостью с показателем преломления меньшим, чем у стекла. Радиус пятого красного ($\lambda_0 = 690$ нм) интерференционного кольца в отраженном свете $r_5 = 1,1$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,50$ м. Определить показатель преломления жидкости.

$\lambda_0 = 690 \cdot 10^{-9}$ м; $r_5 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ м; $R = 0,50$ м
--

$n = ?$

Решение

Волны, возникающие в результате отражения света от границы «линза — жидкость» (рис. 5.4) и от границы «жидкость — стекло», когерентны. Накладываясь, они дают интерференционную картину в виде колец. Если падает белый свет, то в каждом кольце чередуются все цвета видимого спектра. Если же прибор освещается монохроматическим светом, например красным, то все кольца будут одного цвета — красного.

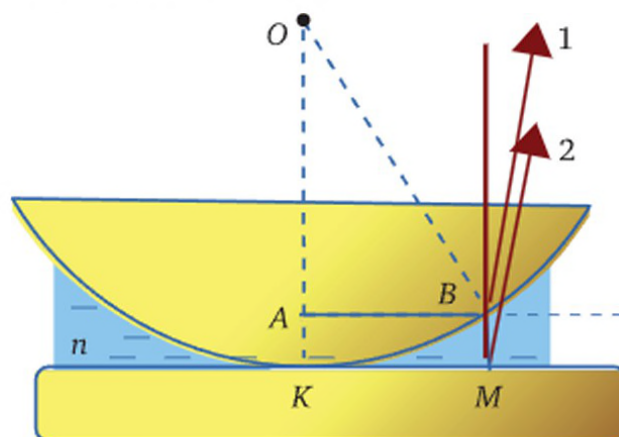


Рис. 5.4

При отражении от границы «жидкость — стекло» фаза волны меняется на π рад, так как по условию показатель преломления стекла больше, чем жидкости. Оптические длины пути от места разделения волн (на первой границе «линза — жидкость») до места соединения отраженных волн (на той же границе):

$$L_1 = 0; L_2 = 2dn + \lambda_0/2,$$

где d — расстояние между линзой и пластиной; n — показатель преломления жидкости; λ_0 — длина волны в вакууме.

Разность хода $\Delta = L_2 - L_1$, или

$$\Delta = 2dn + \lambda_0/2. \quad (1)$$

Картина имеет вид колец, так как геометрическое место точек на поверхности линзы, где толщина слоя жидкости d между линзой и пластинкой одинакова, представляет собой окружность.

В прямоугольном треугольнике OAB (см. рис. 5.4) катет AB равен радиусу интерференционного кольца r ; $OB = OK = R$ — радиус линзы; $AK = d$; $OA = R - d$.

По теореме Пифагора $R^2 = r^2 + (R - d)^2$.

Так как $d \ll R$, то $r^2 = 2dR$, следовательно,

$$d = \frac{r^2}{2R}. \quad (2)$$

Интерференционные максимумы (светлые кольца) наблюдаются, когда оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн:

$$\Delta = m\lambda. \quad (3)$$

Объединяя уравнения (1) — (3), получим

$$\begin{aligned} 2d_m \cdot n + \frac{\lambda}{2} &= m \cdot \lambda_0 \Rightarrow \frac{r_m^2}{R} n + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \Rightarrow \\ \Rightarrow r_m &= \sqrt{\frac{R(2m-1)}{n} \cdot \frac{\lambda_0}{2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ — номер кольца; r_m — радиус m -го светлого кольца в отраженном свете; λ_0 — длина световой волны в вакууме; n — показатель преломления жидкости между пластинкой и линзой.

Из уравнения (4) найдем искомую величину:

$$n = \frac{R \cdot (2m-1) \cdot \lambda_0}{2r_m^2} = \frac{0,50 \cdot (2 \cdot 5 - 1) \cdot 690 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,1^2 \cdot 10^{-6}} = 1,3.$$

Ответ. Показатель преломления жидкости равен 1,3.

5.2.4. Дифракция

Пример 5.8. Плоская электромагнитная волна ($\lambda = 3$ см) падает нормально на широкую металлическую пластину с круглым отверстием, диаметр которого 0,6 м. Интенсивность волны, прошедшей через отверстие, регистрируется точечным детектором, расположенным на оси отверстия. Найти наибольшее расстояние между детектором и пластиной, при котором детектор покажет: а) максимальное усиление сигнала; б) дифракционный минимум сигнала.

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; d = 0,6 \text{ м}$$

$$L_1 = ? L_2 = ?$$

Решение

По Гюйгенсу каждая точка волнового фронта представляет собой источник вторичных волн. В теории Френеля волновой фронт разбивается на зоны — участки примерно равной площади, каждый из которых является источником когерентных волн. Зоны выбираются таким образом, чтобы расстояния от соседних зон до точки наблюдения отличались на половину длины волны ($\lambda/2$), что соответствует разности фаз волн, излучаемых смежными участками π рад). Таким образом, соседние зоны попарно «гасят» друг друга, поскольку амплитуды одинаковы, а фазы противоположны (см. пример 5.2 на сложение колебаний одного направления).

Если в отверстии укладывается четное число зон Френеля, то амплитуда колебаний в точке наблюдения (точка Д на рис. 5.5) уменьшается до нуля. Если же число зон окажется нечетным, наблюдается дифракционный максимум, поскольку одна зона оказывается некомпенсированной.

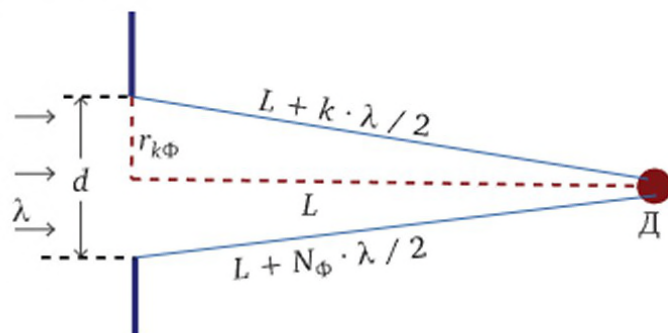


Рис. 5.5

Радиус k -й зоны Френеля можно найти по теореме Пифагора:

$$r_{k\phi}^2 = \left(L + k \cdot \frac{1}{2} \lambda \right)^2 - L^2, \quad (1)$$

где L — расстояние, на которое удалена точка наблюдения Д (см. рис. 5.5) от преграды с отверстием; λ — длина волны.

Радиус последней зоны под номером N_Φ приближенно равен половине диаметра отверстия, $r_{N_\Phi} = d/2$. Тогда из соотношения (1) получим

$$\frac{d^2}{4} = L^2 + 2N_\Phi \cdot \frac{1}{2} \lambda \cdot L + \frac{k^2 \cdot \lambda^2}{4} - L^2. \quad (2)$$

Пренебрегая слагаемым, содержащим квадрат длины волны в уравнении (2), поскольку $\lambda \gg L$, найдем число зон Френеля, укладывающихся в отверстии, при заданной длине волны:

$$N_\Phi = \frac{d^2}{4L\lambda}. \quad (3)$$

Полученная формула (3) показывает, что величина N_Φ прямо пропорциональна квадрату диаметра отверстия и обратно пропорциональна расстоянию от отверстия до точки наблюдения.

Искомое расстояние L_1 найдем из уравнения (3) и условия дифракционного максимума $N_\Phi = 2k_\Phi + 1$ (нечетное число зон), где $k_\Phi = 0, 1, 2, 3, \dots$:

$$2k_\Phi + 1 = \frac{d^2}{4L\lambda}.$$

Так как наибольшему расстоянию L соответствует наименьшее значение k_Φ , т. е. $k_{\Phi 1} = 0$, то $L_1 = \frac{d^2}{4\lambda}$.

Минимумы в центре дифракционной картины наблюдаются, когда число зон N_Φ , укладывающихся в отверстии, четное:

$$N_\Phi = 2k_\Phi, \text{ где } k_\Phi = 0, 1, 2, \dots$$

Из уравнения (3) получаем

$$2k_\Phi = \frac{d^2}{4L\lambda}.$$

Наибольшее расстояние L_2 между детектором и отверстием соответствует наименьшему значению $k_\Phi = 1$:

$$L_2 = \frac{d^2}{8\lambda}; \quad L_2 = \frac{0,6^2}{8 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \text{ м} = 1,5 \text{ м}.$$

Ответ. а) При приближении детектора к отверстию первый ($k_\Phi = 0$) максимум наблюдается на расстоянии $L_1 = 3$ м (следующий максимум ($k_\Phi = 1$) будет на расстоянии 1 м); б) первый дифракционный минимум ($k_\Phi = 1$) при данной длине волны наблюдается на расстоянии $L_2 = 1,5$ м от отверстия.

Пример 5.9. Свет с длиной волны 530 нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом 1,5 мкм. Найти угол дифракции, под которым наблюдается максимум наибольшего порядка.

$$\lambda = 530 \cdot 10^{-9} \text{ м}; d = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\varphi_{\text{наиб}} = ?$$

Решение

Углы, под которыми наблюдаются главные максимумы при дифракции на решетке, удовлетворяют условию

$$d \cdot \sin \varphi = m \cdot \lambda, \quad (1)$$

где d — период решетки; φ — угол между первоначальным направлением света и направлением на максимум m -го порядка (угол дифракции); $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ (считая от центрального максимума, для которого $m = 0$); λ — длина волны.

Очевидно, что угол дифракции не может быть больше 90° и

$$\sin \varphi \leq 1. \quad (2)$$

Выразив $\sin \varphi$ из условия максимумов (1)

$$\sin \varphi = m\lambda/d,$$

с учетом условия (2) получим

$$\frac{m\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow m_{\text{наиб}} \approx \frac{d}{\lambda}, \quad (3)$$

где $m_{\text{наиб}}$ — наибольший номер максимума.

Расчет по формуле (3) дает нецелое значение

$$m_{\text{наиб}} \approx \frac{1,5 \cdot 10^{-6}}{530 \cdot 10^{-9}} \approx 2,8.$$

Анализируя полученный результат, следует учесть два обстоятельства: 1) число m (номер максимума) может быть только целым; 2) округление в большую сторону противоречит условию $\varphi \leq 90^\circ$. Из этих соображений номер максимума наибольшего порядка получается округлением в меньшую сторону: $m_{\text{наиб}} = 2$. Угол дифракции, соответствующий номеру $m_{\text{наиб}}$, найдем, используя условие главных максимумов:

$$d \sin \varphi_{\text{наиб}} = m_{\text{наиб}} \lambda; \sin \varphi_{\text{наиб}} = m_{\text{наиб}} \cdot \frac{\lambda}{d};$$

$$\sin \varphi_{\text{наиб}} = 0,707; \varphi_{\text{наиб}} = \pi/4 \text{ рад} = 45^\circ.$$

Ответ. Угол дифракции, под которым наблюдается максимум наибольшего порядка, $\varphi_{\text{наиб}} = 45^\circ$.

Задания

Физика волновых процессов

Определить длины ультразвуковых волн с частотой $\nu = 500$ кГц в воздухе и в воде. Скорость звука в воздухе $v_1 = 0,34$ км/с, а в воде $v_2 = 1,5$ км/с.

Уровень шума от одного вибростенда 50 дБ. На сколько децибелов повысится уровень шума, если одновременно в одном месте будут работать десять таких устройств?

Плоская радиоволна переходит из воздуха в диэлектрик. Угол падения $\alpha = 54^\circ$, угол преломления $\gamma = 30^\circ$. Определить скорость данной электромагнитной волны в диэлектрике.

Оптические длины пути электромагнитных волн ($\lambda = 600$ нм) от двух когерентных источников до точки наблюдения составляют $L_1 = 12\,400$ и $L_2 = 10\,900$ нм.

Усиливаются или ослабляются волны при интерференции?

Расстояния от точечного источника электромагнитных волн ($\lambda = 0,5$ мкм) до волновой поверхности и от нее до точки наблюдения одинаковы, $R = L = 1$ м.

Вычислить радиусы первых трех зон Френеля.

Тема 6

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

6.1. Тезаурус

6.1.1. Теория теплового излучения

Определяющие формулы и единицы величин в теории теплового излучения

Величина	Формула	Единица
Энергетическая светимость	$R = \frac{W_{\text{изл}}}{St}$	Вт/м ²
Спектральная плотность энергетической светимости	$r_\lambda = \frac{dR}{d\lambda}$ и $r_\nu = \frac{dR}{d\nu}$	Вт/м ³ и Дж/м ²
Интегральная поглотительная способность (степень черноты)	$a_T = \frac{R}{R^{\text{ч.т}}}$	1
Спектральная поглотительная способность	$a_\lambda = \frac{dW_{\lambda\text{погл}}}{dW_{\lambda\text{пад}}}$	1

Основные соотношения величин

1. Энергия кванта излучения

$$W_{\text{кв}} = h\nu, \text{ или } W_{\text{кв}} = h \frac{c}{\lambda},$$

где h — постоянная Планка; ν — частота электромагнитного излучения; c — скорость света; λ — длина электромагнитной волны.

2. Импульс фотона

$$p = \frac{W_{\text{кв}}}{c}, \text{ или } p = \frac{h}{\lambda}.$$

3. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{в}} + K_{\text{е}},$$

где $A_{\text{в}}$ — работа выхода электрона из вещества; $K_{\text{е}}$ — кинетическая энергия фотоэлектрона (электрона, вылетевшего в результате фотоэффекта).

4. Изменение длины волны электромагнитного излучения при рассеянии его свободными электронами или нуклонами (эффект Комптона)

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta), \text{ или } \Delta\lambda = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где θ — угол рассеяния; m — масса частицы, на которой происходит рассеяние; λ — длина волны падающего излучения; λ' — длина волны рассеянного излучения; c — скорость света в вакууме.

5. Давление электромагнитного излучения

$$P = \frac{I}{c}(1 + \rho),$$

где $I = \frac{W_{\text{пад}}}{S \cdot t}$ — интенсивность падающего излучения (облученность поверхности); c — скорость света в вакууме; S — площадь поверхности; t — время; ρ — коэффициент отражения.

6. Первый постулат Бора (правило квантования момента импульса электрона в атоме)

$$L_e = n \cdot h,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$; $h = h/(2\pi)$.

7. Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = W_i - W_f,$$

где W_i и W_f — энергии атома в начальном и конечном состояниях.

8. Серийные формулы:

а) для спектра водорода

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ и } \nu = R_\nu \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right);$$

б) для спектров водородоподобных ионов

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

в) для характеристического рентгеновского спектра

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda (Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

где λ — длина волны излучения при переходе с уровня n_i на уровень n_f ($n_i > n_f$); $R_\lambda = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ — постоянная Ридберга (см. приложение 6) для расчета длин волн излучения; $R_\nu = 3,28 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ — постоянная Ридберга для расчета частот излучения; Z — порядковый

номер элемента в таблице Д. И. Менделеева; σ — постоянная экранирования.

9. Граница сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\text{гр}} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_{\text{уск}}},$$

где $\lambda_{\text{гр}}$ — наибольшая частота излучения; e — заряд электрона; $U_{\text{уск}}$ — ускоряющее напряжение.

10. Энергия атома водорода и водородоподобных ионов

$$W_n = hcR_{\lambda} Z^2 \cdot \frac{1}{n^2},$$

где c — скорость света; n — номер энергетического уровня.

Законы теплового излучения

11. Первый закон Вина (закон смещения)

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где λ_m — длина волны, на которую приходится максимум распределения по спектру энергии теплового излучения при температуре T ; $b_1 = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ — постоянная Вина.

12. Второй закон Вина

$$r_{\lambda,m} = b_2 \cdot T^5,$$

где $r_{\lambda,m}$ — максимальная спектральная плотность энергетической светимости черного тела при температуре T ; $b_2 = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-5}$.

13. Зависимость энергетической светимости от температуры:

а) для черного тела (закон Стефана — Больцмана)

$$R = \sigma \cdot T^4;$$

б) для серого тела

$$R = a_T \cdot \sigma \cdot T^4; \quad R = a_T \cdot \sigma \cdot T^4,$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана; a_T — интегральная поглощающая способность тела (коэффициент излучения, степень черноты).

14. Энергия теплового излучения

$$W_{\text{изл}} = R \cdot S \cdot t,$$

где R — энергетическая светимость тела, излучающего за счет своей внутренней энергии; S — площадь излучающей поверхности; t — время.

6.1.2. Квантовая механика

Соотношения величин

15. Длина волны де Бройля

$$\lambda_B = \frac{h}{p},$$

где h — постоянная Планка; p — импульс частицы, $p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

16. Соотношения неопределенностей¹:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar / 2 \text{ и } \Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar / 2,$$

где $\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x$ — неопределенность импульса частицы, Δv_x и Δx — неопределенности скорости и координаты; ΔW — неопределенность энергии; Δt — время пребывания частицы в состоянии с данной энергией; $\hbar = h/(2\pi)$.

17. Уравнения Шредингера:

а) одномерное стационарное

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(W + \Pi(x))\psi = 0;$$

б) для гармонического осциллятора

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(W + \frac{kx^2}{2}\right)\psi = 0;$$

в) для электрона в атоме водорода

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(W + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}\right)\psi = 0;$$

г) для свободной частицы ($\Pi = 0$)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}W\psi = 0,$$

где ψ — волновая функция; m — масса частицы; W и Π — полная и потенциальная энергии частицы.

18. Вероятность нахождения частицы в интервале координат от x_1 до x_2

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ — квадрат модуля волновой функции.

¹ В учебной литературе встречаются варианты, отличающиеся множителем при постоянной Планка.

19. Собственная энергия и собственная волновая функция частицы в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками

$$W_n = \frac{h^2}{8m \cdot \ell^2} \cdot n^2 \text{ и } \psi_n(x) = A \sin \frac{\pi x n}{\ell},$$

где m — масса частицы; ℓ — ширина ямы; x — координата частицы; $n = 1, 2, 3, \dots$ — главное квантовое число (номер уровня энергии); $A = \sqrt{2/\ell}$ — постоянная, определяемая из условия нормировки.

20. Значения квантовых чисел, определяющих энергетическое состояние частицы в квантовой системе:

- а) главное $n = 1, 2, 3, \dots \infty$;
- б) орбитальное $\ell = 0, \pm 1, 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm(n-1)$;
- в) магнитное орбитальное $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \ell$;
- г) магнитное спиновое $m_s = \pm 1/2$.

21. Орбитальный момент импульса частицы

$$L_\ell = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}.$$

22. Проекция орбитального момента импульса на направление вектора магнитной индукции внешнего поля (ось Z)

$$L_{\ell Z} = \hbar \cdot m_\ell.$$

23. Магнитный момент электрона в атоме

$$p_{mf} = \mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)},$$

где $\mu_B = \hbar \cdot \frac{e}{2m_e}$ — магнетон Бора (e — заряд электрона; m_e — его масса).

24. Спиновый момент импульса (спин)

$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hbar.$$

25. Проекция спинового момента импульса (спина) на направление вектора магнитной индукции внешнего поля (ось Z)

$$L_{sZ} = m_s \cdot \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar.$$

26. Спиновый магнитный момент электрона

$$p_{ms} = \frac{e}{m_e} \cdot L_s,$$

где e — заряд электрона; m_e — его масса.

27. Разрешенное изменение орбитального квантового числа ℓ при излучении или поглощении фотона (правило отбора)

$$\Delta\ell = \pm 1.$$

6.2. Примеры

Пример 6.1. Оценить число квантов видимого света, регистрируемых глазом человека за время 1 с на расстоянии 1 м от лампы накаливания мощностью 100 Вт. Доля излучения лампы, приходящаяся на видимую область, составляет около 1 %. Диаметр зрачка глаза $d = 4$ мм; средняя длина волны видимого света $\langle\lambda\rangle = 0,6$ мкм. Лампу считать изотропным источником¹.

$P_{\text{эл}} = 100 \text{ Вт}; r = 1 \text{ м}; d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \langle\lambda\rangle = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \eta = 0,01;$ $t = 1 \text{ с}; h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
--

$N_{\text{вид}} = ?$

Решение

По закону сохранения энергии подведенная электрическая энергия равна энергии излучения: $W_{\text{подв}} = W_{\text{изл}}$, или для видимого излучения

$$\eta \cdot P_{\text{эл}} \cdot t = N_{\text{вид}} \cdot h \frac{c}{\langle\lambda\rangle}, \quad (1)$$

где $W_{\text{подв}} = P_{\text{эл}} t$ — энергия, подводимая к лампе за время t ; η — доля видимого света в излучении лампы; $P_{\text{эл}}$ — электрическая мощность лампы; $W_{\text{изл}} = N_{\text{вид}} h\nu$ — энергия видимого излучения; $N_{\text{вид}}$ — число квантов видимого света; $h\nu$ — энергия кванта (согласно гипотезе Планка); $\nu = c/\lambda$ — частота излучения; c — скорость света; λ — длина волны.

Число квантов, попадающих в глаз, находящийся на расстоянии r от точечного источника света (рис. 6.1), во столько раз меньше числа излучаемых квантов, во сколько площадь зрачка меньше площади сферы радиусом r :

$$\frac{N_{\text{гл}}}{N_{\text{вид}}} = \frac{S_{\text{гл}}}{S_{\text{сф}}}, \quad (2)$$

где $S_{\text{гл}} = \frac{\pi d^2}{4}$ — площадь зрачка; d — диаметр зрачка; $S_{\text{сф}} = 4\pi r^2$; r — расстояние от глаза до лампы.

¹ Изотропный источник (*isos* — «равный, одинаковый»; *tropos* — «поворот, направление») — источник, излучающий одинаково во всех направлениях.



Рис. 6.1

Из уравнений (1) и (2) находим

$$N_{\text{вид}} = \frac{\eta \cdot P_{\text{эл}} \cdot t \cdot \langle \lambda \rangle}{h \cdot c} \cdot \frac{d^2}{16r^2}. \quad (3)$$

Размерность: $[N_{\text{вид}}] = \text{Вт} \cdot \text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / (\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}) \cdot \text{м}^2 / \text{м}^2 = \text{Дж} / \text{Дж} = 1$.

Рассчитываем по формуле (3): $N_{\text{вид}} = 9 \cdot 10^{12}$.

Ответ. Число квантов видимого излучения $N_{\text{вид}} = 9 \cdot 10^{12}$.

Пример 6.2. Какой максимальный потенциал приобретет серебряный шарик, изолированный от других тел, в результате длительного облучения ультрафиолетовым светом с длиной волны 63 нм?

$\lambda = 63 \cdot 10^{-9} \text{ м}; A_{\text{в}} = 4,3 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; q_e = e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$ $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$\phi_{\text{ш}}^{\text{max}} = ?$

Решение

В данном случае имеет место фотоэффект — явление, при котором кванты света (фотоны), бомбардирующие поверхность металлического шарика, выбивают из него электроны. Энергия фотона расходуется на вырывание электрона из металла и на сообщение кинетической энергии:

$$W_{\text{кв}} = A_{\text{в}} + K_e, \quad (1)$$

где $W_{\text{кв}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ — энергия фотона (кванта излучения); h — постоянная Планка; ν — частота падающего излучения; λ — длина волны; c — скорость света в вакууме; $A_{\text{в}}$ — работа выхода (см. приложение 6); $K_e = \frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия фотоэлектрона (электрона, выбитого квантом света с поверхности металла).

Энергия кванта, рассчитанная по формуле $W_{\text{кв}} = hc/\lambda$, равна $31,57 \cdot 10^{-19}$ Дж, что больше работы выхода электрона из серебра. Следовательно, под действием света с данной длиной волны электроны будут покидать серебряный шарик. Положительный заряд q и соответствующий электрический потенциал $\varphi_{\text{ш}}$ шарика (рис. 6.2) будут возрастать.

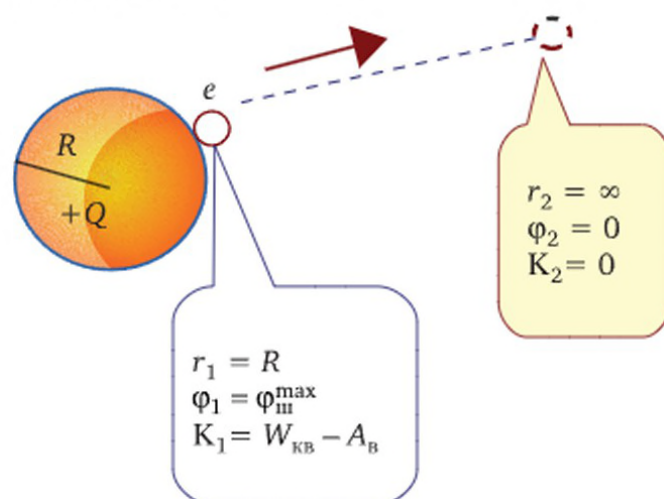


Рис. 6.2

Потенциал электрического поля заряженного шара

$$\varphi = k \cdot \frac{q}{r},$$

где q — заряд шара; r — расстояние от центра шара ($r > R$); R — радиус шара; $k = 9,00 \cdot 10^9$ В·м/Кл.

Потенциал поверхности

$$\varphi_{\text{ш}} = k \cdot \frac{q}{R}.$$

Электрическое поле *положительно* заряженного шара тормозит вырываемые *отрицательно* заряженные частицы. С достижением некоторого максимального заряда шара Q и соответствующего потенциала $\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}}$ скорость вылетевших электронов под действием кулоновской силы уменьшается до нуля и они возвращаются обратно. Дальнейшее облучение не увеличивает заряд шарика и, следовательно, его потенциал. Максимальный потенциал поверхности шарика

$$\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = k \cdot \frac{Q}{R}.$$

Чтобы найти искомую величину $\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}}$, используем теорему об изменении кинетической энергии. Согласно этой теореме работа

всех сил, действующих на тело, равна изменению его кинетической энергии: $A = \Delta K$, или в данном случае

$$e(\varphi_1 - \varphi_2) = K_2 - K_1, \quad (2)$$

где $A = e(\varphi_1 - \varphi_2)$ — работа кулоновской силы; $\varphi_1 = \varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = k \cdot \frac{Q}{R}$; $\varphi_2 = 0$; K_1 — начальная энергия фотоэлектрона, $K_1 = W_{\text{кв}} - A_{\text{вых}}$ согласно (1); $K_2 = 0$.

Подставляя в соотношение (2) выражения для величин φ_1 , φ_2 , K_1 , K_2 и $W_{\text{кв}}$, получим

$$e \cdot \varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = 0 - K_1;$$

$$e \cdot \varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = 0 - (h\nu - A_{\text{вых}});$$

$$\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = \frac{-\left(h \frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{e};$$

$$\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = \frac{-[6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8 / (63 \cdot 10^{-9}) - 6,848 \cdot 10^{-19}]}{-1,602 \cdot 10^{-19}} = 15,4 \text{ В.}$$

Ответ. Максимальный электрический потенциал, приобретаемый данным шариком при облучении, $\varphi_{\text{ш}}^{\text{max}} = 15,4 \text{ В}$.

Пример 6.3. Определить наибольшую длину волны K -серии излучения рентгеновской трубки с молибденовым анодом.

$$Z = 42; \sigma = 1; n_i = 2; n_f = 1; R_\lambda = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$

$$\lambda_{\text{max}} = ?$$

Решение

В отличие от сплошного рентгеновского спектра, вид которого определяется ускоряющим напряжением, спектр характеристического излучения состоит из отдельных линий. Положение линий в спектре можно рассчитать по серийной формуле

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda (Z - \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

где λ — длина волны, соответствующая спектральной линии, наблюдаемой при переходе электрона с энергетического уровня с номером n_i на уровень с номером n_f ($n_i > n_f$); R_λ — постоянная Ридберга; Z — целое число, характеризующее вещество анода рентгеновской трубки (порядковый номер химического элемента в таблице Д. И. Менделеева); σ — постоянная экранирования для данной серии спектральных линий, определяемой номером уровня n_f .

Для К-серии $n_f = 1$, так как данная серия спектральных линий образуется при переходах электронов на *первую* (считая от ядра) оболочку со всех более удаленных ($n_i = 2, 3, 4, \dots, \infty$). Постоянная экранирования для К-серии $\sigma = 1$.

Молибден имеет порядковый номер $Z = 42$. Поскольку в данной задаче Z и σ — постоянные величины, то длины волн рентгеновского излучения определяются только номерами начального n_i и конечного n_f уровней. Очевидно, что наибольшей длине волны соответствует переход электрона с ближайшей (второй) оболочки на первую, т. е. $n_i = 2, n_f = 1$.

Подставляя числовые значения в сериальную формулу, получим

$$\lambda^{-1} = 1,10 \cdot 10^7 \cdot (42-1)^2 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right); \lambda = 7,23 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 72 \text{ пм}.$$

Ответ. Наибольшая длина волны К-серии излучения рентгеновской трубки с молибденовым анодом равна 72 пм.

Пример 6.4. Определить давление света, излучаемого нитью накала 60-ваттной лампы, на внутреннюю стенку стеклянной колбы этой лампы. Колба имеет вид цилиндра диаметром 20 мм и длиной 100 мм, по оси которого расположена нить. Стенки лампы пропускают 90 % энергии, излучаемой нитью; 2 % света поглощается в стекле и 8 % — отражается.

$P_{\text{эл}} = 60 \text{ Вт}; W_{\text{пр}} = 0,90W_0; W_{\text{погл}} = 0,02W_0; W_{\text{отр}} = 0,08W_0;$ $d = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}; l = 100 \cdot 10^{-3} \text{ м}; c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$P = ?$

Решение

На основе квантовой гипотезы Планка и закона сохранения импульса можно получить формулу светового давления на *непрозрачную* поверхность:

$$P = \frac{I}{c}(1 + \rho), \quad (1)$$

где I — интенсивность падающего света; c — скорость света в вакууме; ρ — коэффициент отражения.

Величина I по определению

$$I = \frac{W}{S \cdot t}, \quad (2)$$

где $W = W_{\text{погл}} + W_{\text{отр}}$ — сумма поглощенной и отраженной энергий; S — площадь поверхности, на которую падает свет; t — время облучения.

По условию задачи поглощенная и отраженная энергии составляют в сумме 10 % излучаемой энергии W_0 , т. е. $W = 0,10W_0$. Соот-

ветствующая мощность за единицу времени — $W/t = 6$ Вт. Из этого количества, учитываемого в расчетах давления света, отраженная часть составляет 4,8 Вт; поглощенная — 1,2 Вт. Следовательно, коэффициент отражения света от стенки лампы в формуле (1) в данном случае $\rho = \frac{4,8}{6,0} = 0,8$.

Можно считать, что вся энергия, излучаемая нитью, распределяется по цилиндрической поверхности колбы, поскольку по сравнению с ней суммарная площадь торцевых поверхностей мала ($2\pi r^2 = 2\pi rl$). Тогда

$$S \approx 2\pi rl = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-3}; S = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Давление света на основании формул (1) и (2)

$$P = \frac{W}{t \cdot S} \cdot \frac{1 + \rho}{c}. \quad (3)$$

Проверка расчетной формулы (3) по наименованию единиц:

$$[P] = \text{Дж} \cdot \text{с} / (\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2) = \text{Н} \cdot \text{м} / \text{м}^3 = \text{Н} / \text{м}^2 = \text{Па}.$$

Вычисления по формуле (3) дают значение $P = 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ Па} = 5,7 \text{ мкПа}$.

Ответ. Давление света на внутреннюю поверхность лампы $P = 5,7 \text{ мкПа}$.

Пример 6.5. Найти длину волны де Бройля для электрона, обладающего кинетической энергией 3,0 МэВ.

$K = 3,0 \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с};$ $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}; W_0 = 0,51 \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$
$\lambda = ?$

Решение

Дебройлевская длина волны

$$\lambda_B = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

где h — постоянная Планка; p — импульс частицы.

Приступая к расчетам, следует сначала выяснить, применимы ли формулы классической механики $p = mv$ и $K = \frac{mv^2}{2}$, или $K = \frac{p^2}{2m}$, где m — масса; v — скорость частицы; K — кинетическая энергия, к описанию поведения данного электрона.

Энергия покоя электрона $E_0 = 0,511 \text{ МэВ}$ (см. приложение 6), тогда как по условию задачи его кинетическая энергия $K = 3,0 \text{ МэВ}$.

Использование классических формул оправдано при условии $K = E_0$, или $v = c$, где c — скорость света в вакууме. Если же энергия частиц порядка энергии покоя и выше, то в расчетах применяются определения и законы релятивистской теории

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad (2)$$

$$K = W - W_0; \quad (3)$$

$$W^2 = W_0^2 + p^2 c^2, \quad (4)$$

где p — импульс; K — кинетическая энергия; W — полная энергия релятивистской частицы; $W_0 = mc^2$ — энергия покоя.

Из уравнений (2) — (4) следует взаимосвязь импульса и кинетической энергии

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2W_0)}. \quad (5)$$

Подставив выражение для импульса (5) в формулу де Бройля (1), найдем искомую величину:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\sqrt{K(K + 2E_0)}}. \quad (6)$$

Проверка по наименованию единиц:

$$[\lambda] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / (\text{с} \cdot \text{Дж}) = \text{м}.$$

Вычисления по формуле (6) дают¹ $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ м} = 0,36 \text{ пм}$.

Ответ. Длина волны де Бройля для электрона, обладающего заданной кинетической энергией, $\lambda = 0,36 \text{ пм}$.

Пример 6.6. До перехода в основное состояние с испусканием фотона атом находился в возбужденном состоянии в течение промежутка времени $t^* \approx 12 \text{ нс}$. Средняя длина волны излучения $\langle \lambda \rangle = 120 \text{ нм}$. Найти минимальную неопределенность длины волны.

$t^* = \Delta t = 12 \cdot 10^{-9} \text{ с}; \langle \lambda \rangle = 120 \cdot 10^{-9} \text{ м};$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
$\Delta \lambda = ?$

Решение

Соотношение неопределенностей, связывающее энергию и продолжительность события, имеет вид

¹ Применение классической формулы импульса $p = \sqrt{2mK}$ дает значение $\lambda_{\text{кл}} = 0,71 \text{ пм}$.

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar / 2, \quad (1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; h — постоянная Планка; $W = \frac{hc}{\lambda}$ — энергия фотона.

Так как $dE = \frac{hc}{\lambda^2} d\lambda$, то

$$\Delta W = \frac{hc}{\langle \lambda^2 \rangle} \Delta \lambda. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получим

$$\Delta \lambda \geq \frac{\langle \lambda^2 \rangle}{4\pi \cdot \Delta t \cdot c}; \Delta \lambda \geq \frac{(1,2 \cdot 10^{-7})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \cdot 3,0 \cdot 10^8} = 0,032 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

Ответ. Неопределенность длины волны $\Delta \lambda$ (ширина спектральной линии) излучения данного атома составляет не менее $0,32 \text{ фм}$.

Пример 6.7. Вычислить вероятность P обнаружения микрочастицы в промежутке координат $0 \leq x \leq (1/3)\ell$, когда частица находится в первом возбужденном состоянии ($n = 2$) в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ .

$n = 2; x_1 = 0; x_2 = (1/3)\ell; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
--

$P = ?$

Решение

Вероятность обнаружения частицы в промежутке координат от x_1 до x_2 вычисляется исходя из физического смысла волновой функции по формуле

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \psi_n^2(x) dx,$$

где $\psi_n(x)$ — волновая функция частицы в n -м состоянии.

Волновая функция частицы, заключенной в потенциальную яму с бесконечно высокими стенками,

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi x n}{\ell},$$

где $A = \sqrt{2/\ell}$; n — квантовое число (номер состояния), $n = 1, 2, 3, \dots$

По условию данной задачи имеем $n = 2$; $x_1 = 0$; $x_2 = \ell/3$. Тогда

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell/3} \left(\sin^2 \frac{\pi x n}{\ell} \right) \cdot dx = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell/3} \left(1 - \cos \frac{2\pi x n}{\ell} \right) \cdot dx = \\ &= \int_0^{\ell/3} \frac{1}{\ell} \cdot dx - \int_0^{\ell/3} \frac{1}{\ell} \left(\cos \frac{2\pi x n}{\ell} \right) \cdot dx = \frac{1}{3} - \frac{1}{\ell} \cdot \frac{\ell}{2\pi n} \cdot \left(\sin \frac{(1/3)\ell \cdot 2\pi n}{\ell} - \sin 0 \right). \end{aligned}$$

Учитывая, что частица находится не в основном ($n = 1$), а в первом возбужденном ($n = 2$) состоянии, получим искомое значение вероятности

$$P = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right); P = 0,333 - (-0,0690) = 0,402.$$

Можно проверить правильность расчетов, принимая во внимание геометрический смысл интеграла

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \psi_n^2(x) dx.$$

Вся площадь, ограниченная сверху графиком $\psi^2(x)$, а снизу осью Ox (рис. 6.3), считается равной единице, поскольку вероятность обнаружить частицу в промежутке координат от 0 до ℓ равна $P_{0-\ell} = 1$. Приближенное значение искомой вероятности $P_{0-\ell/3} \approx 0,4$ найдем, оценив площадь под кривой в промежутке от 0 до $\ell/3$ (слева от штриховой линии) и разделив ее на всю площадь под графиком в промежутке от 0 до ℓ .

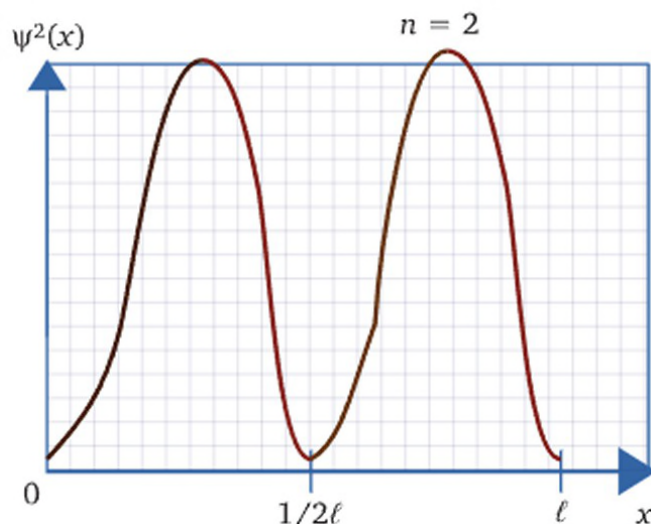


Рис. 6.3

Ответ. Вероятность обнаружения частицы в заданном промежутке координат $P = 0,402$.

Пример 6.8. Найти момент импульса электрона в атоме водорода в состояниях: 1) $3s$; 2) $3p$.

$n = 3; l_1 = 0; l_2 = 1; \hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
--

$L_1 = ? L_2 = ?$

Решение

Обозначения электронных оболочек и спектроскопические символы подоболочек приводятся в табл. 6.1 и 6.2.

Таблица 6.1

Обозначения электронных оболочек

Главное квантовое число n	1	2	3	4	5
Обозначение оболочки	K	L	M	N	O
Число электронов $2n^2$ в оболочке	2	8	18	32	50

Таблица 6.2

Спектроскопические символы орбитальных квантовых чисел

Орбитальное квантовое число ℓ	0	1	2	3	4	5	и т. д. до $n - 1$
Спектроскопический символ подоболочки	s	p	d	f	g	h	и т. д. по алфавиту

Первое из данных состояний $3s$ расшифровывается следующим образом. Электрон в атоме находится на третьей оболочке (главное квантовое число $n = 3$), обозначаемой буквой M (см. табл. 6.1), и обладает орбитальным квантовым числом $\ell = 0$. Подоболочка, где электроны имеют квантовое число $\ell = 0$, обозначается спектроскопическим символом s (см. табл. 6.2).

В состоянии $3p$ главное квантовое число $n = 3$, орбитальное число $\ell = 1$.

Один из квантовых постулатов Бора утверждает, что электрон как материальная точка, движущаяся по орбите вокруг ядра, всегда имеет ненулевой момент импульса $L = n \cdot \hbar$. Однако в квантовой механической модели атома электрон представляется в виде электронного облака, распределенного вокруг ядра. В состояниях s ($\ell = 0$), когда имеет место сферически-симметричное распределение электронной плотности, электрон не обладает моментом импульса. В теории Шредингера орбитальный момент импульса электрона вычисляется по формуле

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

где $\hbar = h/(2\pi)$; h — постоянная Планка; l — орбитальное квантовое число.

Так как в первом данном случае $l_1 = 0$, то $L_1 = \hbar \sqrt{0 \cdot (0+1)} = 0$.

Во втором случае $l_2 = 1$. По формуле (1) получаем

$$L_2 = \hbar \sqrt{2}; L_2 = 1,48 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}.$$

Для сравнения найдем значение L_2 по теории Бора:

$$L_B = 3 \cdot \hbar; L_{2B} = 3,16 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}.$$

Получили $L_2 \neq L_{2B}$.

Ответ. Момент импульса электрона в атоме водорода в состоянии $3s$ равен нулю, а в состоянии $3p$ $L = 1,48 \cdot 10^{-34}$ кг·м/с.

Пример 6.9. Определить электронную конфигурацию атома кремния и число электронов в оболочках K , L и M .

Решение

Порядковый номер элемента в таблице Д. И. Менделеева (приложение 5) определяет число протонов в ядре атома (число положительных элементарных зарядов) и, поскольку атом электрически нейтрален, полное число электронов в атоме.

Кремний ${}_{14}\text{Si}^{28,1}$ находится в таблице на четырнадцатом месте, следовательно имеет 14 электронов. Согласно принципу минимума энергии заполнение электронных оболочек начинается с ближайших к ядру, где энергия электрона наименьшая. Принцип Паули утверждает, что не может быть более одного электрона в данном состоянии, если это состояние полностью описывается четырьмя квантовыми числами n, l, m_l, m_s .

Возможные значения квантовых чисел:

$n = 1, 2, 3, \dots$ — главное квантовое число;

$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ — орбитальное квантовое число;

$m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$ — магнитное орбитальное квантовое число;

$m_s = \pm 1/2$ — магнитное спиновое квантовое число.

Энергетическое состояние электрона определяется в основном главным квантовым числом n . Соответственно квантовому числу $n = 1, 2, 3, \dots$ электроны атома распределяются по оболочкам K, L, M, \dots .

Наибольшее число электронов в оболочке рассчитывается как $2n^2$, что составляет для внутренней (ближайшей к ядру) K -оболочки $2 \cdot 1^2 = 2$. В следующей оболочке L содержится $2 \cdot 2^2 = 8$, а в M -оболочке ($n = 3$) может находиться $2 \cdot 3^2 = 18$ электронов. На этой внешней оболочке располагается лишь 4 электрона, поскольку в атоме кремния их всего 14.

Рассмотрим заполнение электронных оболочек в соответствии с их квантовыми числами.

Для первой K -оболочки ($n = 1$) орбитальное квантовое число l , которое может иметь значения от 0 до $n - 1$, приобретает единственное значение $l = 0$. Электроны, обладающие одним и тем же квантовым числом l , составляют подоболочку. Очевидно, K -оболочка состоит из одной подоболочки. Единственно возможное магнитное орбитальное число электронов этой оболочки $m_l = 0$ из набора $-l, \dots, 0, \dots, +l$. Таким образом, состояния двух электронов в K -оболочке, описываемые квантовыми числами: $(1; 0; 0; +1/2)$ и $(1; 0; 0; -1/2)$, различаются только спиновым квантовым числом m_s , т. е. ориентацией собственного механического момента (спина).

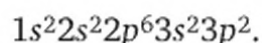
Оболочка L ($n = 2$) содержит 8 электронов в двух подоболочках, различающихся квантовым числом l , которое в данном случае мо-

жет приобретать значения 0 и 1 ($2 - 1 = 1$). Первая подоболочка, где $l = 0$, содержит 2 электрона с противоположно направленными спинами, а во второй подоболочке, где $l = 1$, находятся 6 электронов, так как $m_l = -1, 0, +1$; $m_s = \pm 1/2$.

Квантовые числа этих шести электронов: $(2; 1; -1; +1/2)$, $(2; 1; -1; -1/2)$, $(2; 1; 0; +1/2)$, $(2; 1; 0; -1/2)$, $(2; 1; +1; +1/2)$, $(2; 1; +1; -1/2)$.

На M -оболочке ($n = 3$) атома кремния располагаются 4 электрона: два электрона в подоболочке с $l = 0$ (квантовые числа: $l = 0$; $m_s = \pm 1/2$) и два электрона в подоболочке с $l = 1$ ($l = 1$; $m_s = \pm 1/2$). Для заполнения внешней подоболочки с $l = 1$ и образования устойчивой конфигурации инертного газа аргона не хватает четырех электронов.

Пользуясь спектроскопической символикой (см. табл. 6.1, 6.2 в предыдущем примере), можно представить электронную конфигурацию атома кремния в сокращенном виде:



Первая цифра обозначает номер электронной оболочки, или главное квантовое число n , буква — спектроскопический символ подоболочки, указывающий ее номер, или орбитальное квантовое число, верхний индекс — число электронов в подоболочке. Таким образом в атоме кремния на первой оболочке ($n = 1$) располагаются 2 электрона в s -состоянии ($l = 0$), на второй оболочке ($n = 2$) — 2 электрона в s -состоянии и 6 электронов в p -состоянии ($l = 1$), на внешней незавершенной оболочке ($n = 3$) находятся 2 электрона в s -состоянии и 2 электрона в p -состоянии.

Задания

Квантовая физика

Под воздействием электронов, имеющих кинетическую энергию 4,9 эВ, атомы ртути излучают в ультрафиолетовой области спектра. Найти длину волны излучения.

Электрон в однократно ионизованном атоме гелия находится в основном состоянии. Какая наименьшая энергия потребуется для полного отрыва этого электрона от атома?

Металлическая заготовка, нагретая до 1000 К, излучает с поверхности площадью 1 см² 4 Дж тепловой энергии за одну секунду. Определить степень черноты заготовки.

В электронно-лучевой трубке электроны разгоняются до скорости 100 Мм/с. Используя релятивистское соотношение между кинетической энергией и импульсом частицы, определить дебройлевскую длину волны.

Электрон находится в основном состоянии ($n = 1$) в одномерной потенциальной яме бесконечной глубины. Оценить ширину ямы ℓ , при которой наименьшая собственная энергия электрона сравнима с его энергией покоя.

Тема 7

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

7.1. Тезаурус

Определяющие формулы и единицы величин
в физике атомного ядра

Величина	Формула	Единица	Величина	Формула	Единица
Вероятность распада ядра атома	$P = \left \frac{\Delta N}{N_0} \right $	1	Удельная активность	$a_m = \frac{A}{m}$	Бк/кг
Активность образца (скорость распада)	$A = \left \frac{dN}{dt} \right $	Бк	Объемная активность	$a_v = \frac{A}{V}$	Бк/м ³
Поглощенная доза	$D = \frac{W_{\text{изл}}}{m}$	Гр	Эквивалентная доза	$H = \text{ОБЭ} \cdot D^*$	Зв
Мощность поглощенной дозы	$\dot{D} = \frac{dD}{dt}$	Гр/с	Удельная энергия связи	$\frac{W_{\text{св}}}{A_{\text{ат}}}$	Дж/нуклон

* ОБЭ — относительная биологическая активность ионизирующих излучений.

Основные законы и соотношения величин ядерной физики

1. Закон радиоактивности

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 — начальное число радиоактивных атомов; N — их число в момент времени t ; λ — постоянная распада, $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$; $T_{1/2}$ — период полураспада.

2. Число ядер, распавшихся за данный промежуток времени,

$$\Delta N = N_0 - N, \text{ или } \Delta N = P N_0,$$

где P — вероятность распада отдельного ядра; N_0 — начальное число радиоактивных ядер.

3. Зависимость активности от времени

$$A = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

4. Условие радиоактивного равновесия

$$A = A', \text{ или } \lambda \cdot N = \lambda' \cdot N',$$

где λ и λ' — постоянные распада; N и N' — числа ядер материнского и дочернего изотопов соответственно.

5. Энергия связи атомного ядра

$$W_{\text{св}} = \Delta m c^2,$$

где $\Delta m = Z \cdot m_p + (A_{\text{ат}} - Z) \cdot m_n - m_{\text{я}}$ — дефект массы; Z — номер элемента (число протонов в ядре); $A_{\text{ат}}$ — относительная атомная масса (число нуклонов в ядре, массовое число); m_p — масса протона; m_n — масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ — масса ядра; c — скорость света в вакууме.

6. Формула для практических расчетов энергии связи ядра

$$W_{\text{св}} = 931,494 \cdot [Z \cdot m_{\text{H}} + (A_{\text{ат}} - Z) \cdot m_n - m_{\text{ат}}],$$

где $W_{\text{св}}$ — энергия связи, МэВ; m_{H} — масса атома водорода, а. е. м.; m_n — масса нейтрона, а. е. м.; $m_{\text{ат}}$ — масса атома, а. е. м. (см. приложение 6).

7. Законы сохранения, используемые при идентификации продуктов ядерных реакций:

а) зарядового числа

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4;$$

б) числа нуклонов (массового числа)

$$A_{\text{ат1}} + A_{\text{ат2}} = A_{\text{ат3}} + A_{\text{ат4}};$$

в) релятивистской полной энергии

$$W_1 + W_2 = W_3 + W_4;$$

г) импульса

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4,$$

где величины в левой части приведенных уравнений характеризуют частицы до реакции, в правой части — после реакции.

8. Энергетический эффект ядерной реакции

$$Q_p = \Delta m_p c^2,$$

где Q_p — освобождаемая энергия; Δm_p — разность масс частиц до и после реакции; c — скорость света в вакууме.

9. Формула для практических расчетов энергии ядерной реакции

$$Q_p = 931,494 \cdot \Delta m_p,$$

где Q_p — энергия, МэВ; Δm_p — разность масс, а. е. м.

7.2. Примеры

7.2.1. Радиоактивность

Пример 7.1. Вычислить вероятность P того, что определенное ядро радиоактивного изотопа Po-218 распадется в течение ближайшей минуты.

$t^* = 60 \text{ с}; T_{1/2} = 3 \cdot 60 \text{ с}$
--

$P = ?$

Решение

Вероятность распада определяется формулой

$$dP = -\frac{dN}{N_0} \text{ или } P = -\frac{\Delta N}{N_0},$$

где dN — приращение числа радиоактивных ядер; $\Delta N = N - N_0$; N_0 — начальное число радиоактивных ядер в момент времени $t = 0$. Знак «минус» обусловлен тем, что $dN < 0$, тогда как вероятность — положительная величина, $P > 0$.

Число радиоактивных ядер уменьшается по закону

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

где t — время; $N = N_0$ в момент $t_0 = 0$; $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ — постоянная распада; $T_{1/2}$ — период полураспада.

Тогда вероятность распада

$$P = \frac{N_0 - N_0 \cdot e^{-\lambda t}}{N_0} \Rightarrow P = 1 - e^{-\lambda t} \Rightarrow P = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Подставляя числовые значения: $T_{1/2} = 3$ мин (приложение 6) и $t = t^* = 1$ мин, получим $P = 0,2$.

Ответ. Для данного изотопа с периодом полураспада $T_{1/2} = 3$ мин вероятность распада отдельного атома в течение ближайшей минуты составляет $P = 0,2$, т. е. 20 %.

Пример 7.2. Из каждого миллиарда атомов некоторого радиоактивного изотопа за одну минуту распадается в среднем пятьсот атомов. Вычислить период полураспада и определить, какому изотопу (см. приложение 6) он соответствует.

$N_0 = 1,0 \cdot 10^9; t^* = 1,0 \cdot 60 \text{ с}; \Delta N = 500$
$T_{1/2} = ?$

Решение

Способ 1. Число радиоактивных атомов уменьшается со временем по статистическому закону $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, или

$$N = N_0 \cdot e^{-(\ln 2 / T_{1/2})t}, \quad (1)$$

где N_0 — число их в момент $t = 0$; $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ — постоянная распада; $T_{1/2}$ — период полураспада — время, за которое количество радиоактивных атомов уменьшается вдвое.

Уравнение (1) перепишем в виде

$$N = N_0 \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Анализ исходных данных показывает, что $t^* \ll T_{1/2}$, поскольку $500 \ll \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^9$. Учитывая приближенное равенство $e^x \approx 1 + x$, справедливое при малых x (приложение 5), получим

$$N = N_0 \left(1 - \ln 2 \frac{t}{T_{1/2}} \right). \quad (2)$$

Подставим выражение (2) в формулу $|\Delta N| = N_0 - N$ для числа распавшихся атомов и найдем период полураспада:

$$T_{1/2} = \ln 2 \frac{N_0}{|\Delta N|} t.$$

Способ 2. Активность радиоактивного нуклида по определению

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right|.$$

Для малого промежутка времени ($t^* \ll T_{1/2}$) можно записать

$$A = \frac{|\Delta N|}{t}. \quad (3)$$

По условию $A = \frac{500}{60}$ Бк. С другой стороны, $A = \lambda N$, где $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$; $N \approx N_0$, так как $t^* \ll T_{1/2}$. Следовательно,

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N_0. \quad (4)$$

Период полураспада найдем из равенства правых частей (3) и (4):

$$\frac{|\Delta N|}{t} = N_0 \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \ln 2 \frac{N_0}{|\Delta N|} t.$$

Способ 3. Приращение числа радиоактивных ядер dN за бесконечно малый промежуток времени dt определяется законом радиоактивного распада в дифференциальной форме

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt, \quad (5)$$

где λ — постоянная распада, $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$; $T_{1/2}$ — период полураспада; N — число радиоактивных атомов на данный момент времени.

Число ядер, распавшихся за данное время, много меньше половины их начального числа ($500 \ll \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^9$), следовательно, $t^* \ll T_{1/2}$, т. е. время наблюдения t очень мало по сравнению с периодом полураспада. В таком случае уравнение (5) можно переписать в виде

$$|\Delta N| = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N_0 \cdot t, \quad (6)$$

где $|\Delta N|$ — число распавшихся ядер.

Из уравнения (6) найдем период полураспада:

$$T_{1/2} = \ln 2 \frac{N_0}{|\Delta N|} t.$$

Вычисляя, получаем

$$T_{1/2} = 0,693 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^9}{500} \cdot 1,0 \text{ мин} = 139 \cdot 10^4 \text{ мин} = 2,6 \text{ года}.$$

Это значение соответствует изотопу Na-22 (см. приложение 6).

Ответ. Период полураспада составляет 2,6 года, что соответствует изотопу Na-22.

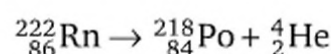
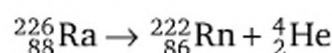
Пример 7.3. Выделено 0,20 г химически чистого изотопа Ra-226 и помещено в закрытую капсулу. В результате альфа-распада в капсуле накопился радиоактивный газ радон и установилось радиоактивное равновесие. Записать уравнения распада радия и радона. Определить активности радия и радона после одного года распада.

$m = 0,20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; M_{\text{Ra}} = 0,226 \text{ кг/моль};$ $M_{\text{Rn}} = 0,222 \text{ кг/моль}; t^* = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с};$ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}; T_{1/2 \text{ Ra}} = 1620 \text{ лет};$ $T_{1/2 \text{ Rn}} = 3,823 \text{ сут}.$

$A_{\text{Ra}} = ? A_{\text{Rn}} = ?$

Решение

Уравнения α -распадов радия и радона:



Из определения активности и закона радиоактивного распада

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| \text{ и } N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

следует закон изменения активности со временем

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где $A = \lambda N$ — активность в данный момент времени t ; N — число радиоактивных атомов.

Для α -распада радия в данном примере имеет место соотношение $t^* \ll T_{1/2}$, где t^* — время распада; $T_{1/2}$ — период полураспада. Тогда число радиоактивных атомов N можно найти, как показано в предыдущем примере, по упрощенной формуле

$$N = N_0 \left(1 - \ln 2 \frac{t}{T_{1/2}} \right). \quad (2)$$

Условие радиоактивного равновесия имеет вид

$$A_1 = A_2 = \dots, \text{ или } \lambda_1 \cdot N_1 = \lambda_2 \cdot N_2 = \dots,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ — постоянные распада; N_1, N_2, \dots — числа атомов членов радиоактивного семейства.

Из уравнений (1) и (2) находим активность радия:

$$\lambda_{\text{Ra}} = \lambda_{\text{Ra}} \cdot N_{\text{Ra}};$$
$$A_{\text{Ra}} = \frac{N_{0\text{Ra}} \ln 2}{T_{1/2\text{Ra}}} \left(1 - \frac{\ln 2t}{T_{1/2\text{Ra}}} \right),$$

где $N_{0\text{Ra}} = \frac{m}{M} N_A$ — начальное число атомов радия; m — масса; M — молярная масса; N_A — постоянная Авогадро.

При достижении равновесия активности всех членов радиоактивного семейства выравниваются. В данном случае $A_{\text{Ra}} = A_{\text{Rn}}$.

Произведя вычисления, получим начальное число атомов радия $N_{0\text{Ra}} = 5,3 \cdot 10^{20}$ и активности радия и радона $A_{\text{Ra}} = A_{\text{Rn}} = 7,2$ ГБк.

Ответ. Активности радия и радона составляют 7,2 ГБк.

7.2.2. Ядерные реакции

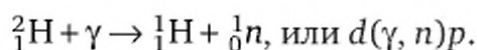
Пример 7.4. Покоящийся дейтрон поглощает γ -квант и распадается на две частицы: протон и нейтрон. Кинетическая энергия образовавшихся частиц в сумме составляет 2,3 МэВ. Определить импульс γ -кванта и длину волны соответствующего электромагнитного излучения.

$$\begin{aligned} m_d &= 2,0135532 \text{ а. е. м.}; m_p = 1,0072765 \text{ а. е. м.}; \\ m_n &= 1,008665 \text{ а. е. м.}; c^2 = 931,49 \text{ МэВ/а. е. м.}; \\ c &= 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}; h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; \\ K_p + K_n &= 3,68 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \end{aligned}$$

$$|\vec{p}_\gamma| = ? \quad \lambda = ?$$

Решение

Схема данной ядерной реакции



Закон сохранения энергии приводит к уравнению

$$W_{0d} + W_\gamma = W_{0p} + W_{0n} + (K_p + K_n), \quad (1)$$

где $W_{0d} = m_d c^2$, $W_{0p} = m_p c^2$ и $W_{0n} = m_n c^2$ — энергии покоя дейтрона, протона и нейтрона соответственно; W_γ — энергия γ -кванта; K_p и K_n — кинетические энергии протона и нейтрона.

Дейтрон до реакции покоился, следовательно, его полная энергия

$$W_d = W_{0d} + 0 = m_d \cdot c^2.$$

Подставляя числовые данные¹ в уравнение (1), получим уравнение

$$2,0135532 \text{ а. е. м.} \cdot 931,49 \text{ МэВ/а. е. м.} + W_\gamma =$$

$$= (1,0072765 + 1,008665) \text{ а. е. м.} \cdot 931,49 \text{ МэВ/а.е.м.} + 2,3 \text{ МэВ.}$$

Отсюда находим энергию кванта W_γ :

$$W_\gamma = 4,54 \text{ МэВ, или } W_\gamma = 4,54 \cdot 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Согласно гипотезе М. Планка энергия кванта связана с частотой ν и длиной волны λ электромагнитного излучения формулами

$$W_\gamma = h\nu \text{ и } W_\gamma = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2)$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме.

¹ В задачах ядерной физики удобно использовать внесистемные единицы (см. приложение 4): 1 а. е. м. = $1,6605 \cdot 10^{-27}$ кг; 1 МэВ = 10^6 эВ = $1,602176 \cdot 10^{-13}$ Дж.

Из уравнений (2) следует, что

$$\lambda = \frac{hc}{W_\gamma}; \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{7,26 \cdot 10^{-13}} \text{ м.}$$

Импульс фотона

$$p = \frac{h}{\lambda}; p_\gamma = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,7 \cdot 10^{-13}} \text{ Дж} \cdot \text{с/м.}$$

Ответ. $p_\gamma = 2,4 \cdot 10^{-21} \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \lambda = 0,27 \text{ пм.}$

Пример 7.5. По условию предыдущей задачи (пример 7.4) определить, освобождается или поглощается энергия в результате ядерной реакции.

Решение

Энергетический эффект ядерной реакции можно выразить не только как $W_p = \Delta m \cdot c^2$, где Δm — дефект массы ядерной реакции (разность масс частиц до и после реакции); c — скорость света в вакууме, но и как $W_p = \Sigma K_{II} - \Sigma K_I$, где ΣK_I — суммарная кинетическая энергии частиц до реакции; ΣK_{II} — то же после реакции. Энергия освобождается, если $\Sigma K_{II} > \Sigma K_I$, $W_p > 0$ (эффект положителен), т. е. на осуществление реакции тратится энергии меньше, чем получается в результате ее протекания. Ответ на вопрос задачи следует из сравнения величин ΣK_I и ΣK_{II} .

Полная энергия частицы складывается из энергии покоя и кинетической энергии: $W = W_0 + K$. Поскольку кванты излучения не обладают массой, их энергия покоя равна нулю, $W_0 = mc^2 = 0$. Тогда вся энергия γ -кванта $W_{p\gamma} = K_\gamma = 4,54 \text{ МэВ}$.

Кинетическая энергия образовавшихся частиц (протона и нейтрона) $K_p + K_n = 2,3 \text{ МэВ}$ оказывается меньше энергии налетающего кванта. Следовательно, энергетический эффект реакции отрицателен: $2,3 - 4,5 = -2,2 < 0$. В данной реакции поглощается больше энергии, чем освобождается.

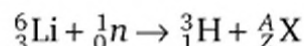
Ответ. Энергия поглощается.

Пример 7.6. Ядро Li-6 захватывает медленный нейтрон с образованием изотопа водорода H-3 . Определить второй продукт реакции и его энергию.

$m_{\text{Li-6}} = 6,015126 \text{ а. е. м.}; m_{\text{H-3}} = 3,016049 \text{ а. е. м.};$ $m_\alpha = 4,002603 \text{ а. е. м.}; m_n = 1,008665 \text{ а. е. м.};$ $c^2 = 931,49 \text{ МэВ/а. е. м.}$
$Z_x = ? A_x = ? K_x = ?$

Решение

Запишем схему ядерной реакции:



Характеристики микрочастиц найдем в таблицах (см. приложение 6). Учитывая сохранение числа нуклонов¹ (верхние индексы) и заряда (нижние индексы), путем несложных расчетов получим: $A_X = 4$; $Z_X = 2$.

Следовательно, неизвестный продукт реакции — это α -частица, или ядро изотопа гелий-4 (${}^4_2\text{He}$).

Энергетический эффект ядерной реакции

$$W_p = c^2 \cdot \Delta m, \text{ или } W_p = 931,49 \cdot \Delta m,$$

где W_p — энергия, освобождаемая в ходе реакции, МэВ; Δm — разность масс частиц до и после реакции, а. е. м., $\Delta m = (m_{\text{Li-6}} + m_n) - (m_{\text{H-3}} + m_\alpha)$.

Численные значения: $\Delta m = 0,005139$ а. е. м.; $W_p = 4,787$ МэВ.

Полагая, что исходные компоненты до реакции покоились, в соответствии с законами сохранения энергии и импульса имеем уравнения:

$$W_p = K_{\text{H-3}} + K_\alpha;$$

$$m_{\text{H-3}} \cdot v_{\text{H-3}} = m_\alpha \cdot v_\alpha \Rightarrow 3 \cdot v_{\text{H-3}} = 4 \cdot v_\alpha,$$

а также соотношения масс и скоростей α -частицы и ядра трития:

$$\frac{m_{\text{H-3}}}{m_\alpha} = \frac{3}{4} \text{ и } \frac{v_{\text{H-3}}}{v_\alpha} = \frac{4}{3}.$$

Кинетическая энергия, с одной стороны, пропорциональна массе в первой степени, а с другой — квадрату скорости. Следовательно,

$$\frac{K_\alpha}{K_{\text{H-3}}} = \frac{m_{\text{H-3}}}{m_\alpha} = \frac{3}{4}; K_\alpha = \frac{3}{7} W_p; K_\alpha = \frac{3}{7} \cdot 4,787 \text{ МэВ}.$$

Ответ. Кинетическая энергия α -частицы $K_\alpha = 2,052$ МэВ.

¹ Нуклоны — собирательное название частиц, входящих в состав ядра, — протонов и нейтронов.

Задания

Физика атомного ядра

Изотоп радия Ra-226, испускающий α -частицы с энергией 4,78 МэВ, помещен в закрытую капсулу. Продукты распада задерживаются стенками капсулы. Начальная масса радия составляет 0,18 мг. Какое количество теплоты (в единицах СИ) нужно отвести от капсулы в первую минуту, чтобы она не разогрелась?

Определить, какое из ядер — Tl-210 или Pb-210 — более стабильно по результатам расчета их энергии связи.

Нейтроны можно получить путем облучения γ -квантами ядер изотопа Be-9. Записать схему реакции. Какой должна быть энергия γ -квантов для осуществления данной реакции?

Человек получает дозу облучения $D = 0,18$ мГр в год за счет распада радиоизотопов калия, содержащихся в мышцах. Сколько ядер распадается в теле человека массой 70 кг за сутки и какую эквивалентную дозу получает человек за это время? Скорость β -частиц, испускаемых ядрами калия, принять равной $v = 1,6 \cdot 10^8$ м/с.

Во сколько раз отличается энергия аннигиляции двух нуклонов от энергии того же процесса для двух бета-частиц?

Тема 8

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

8.1. Тезаурус

Определяющие формулы и единицы величин

Величина	Формула	Единица
Давление газа	$P = \frac{\langle F_{\perp} \rangle}{S} \Rightarrow P = \frac{\partial^2 p_{\perp}}{\partial S \cdot \partial t}$	Па
Средняя квадратическая скорость молекул	$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle};$ $v_{\text{кв}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2} / N$	м/с
Температура (по молекулярно-кинетической теории — МКТ)	$T = \frac{2}{3k} \cdot \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$	К
Внутренняя энергия газа (по МКТ)	$U = \langle W_0 \rangle \cdot N$	Дж
Концентрация молекул	$n = \frac{N}{V}$	м ⁻³
Теплоемкость тела	$C_{\tau} = \frac{\delta Q}{dT}$	Дж/К
Молярная теплоемкость	$C = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}$	Дж/(моль·К)
Удельная теплоемкость	$c = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}$	Дж/(кг·К)
Энтропия (по МКТ)	$S = k \ln \Omega$	Дж/К
Изменение энтропии (термодинамическое определение)	$dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$	Дж/К

* Равенство справедливо для обратимых процессов; для необратимых процессов $dS > \frac{\delta Q}{T}$.

Основные законы молекулярно-кинетической теории и термодинамики

1. Уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ) идеального газа

$$P = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \cdot \langle v^2 \rangle, \text{ или } P = \frac{2}{3} n \cdot \langle W_{\text{пост}} \rangle,$$

где P — давление газа; m_0 — масса одной молекулы; n — концентрация молекул; $\langle v^2 \rangle$ — средний квадрат скорости; $\langle W_{\text{пост}} \rangle = \frac{m_0 \cdot \langle v^2 \rangle}{2}$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

2. Уравнение состояния идеального газа

$$P \cdot V = \nu \cdot R \cdot T, \text{ или } P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

(уравнение Клапейрона — Менделеева), где P , V и T — макроскопические параметры состояния: давление, объем и температура соответственно; ν — количество вещества, $\nu = N / N_A$, или $\nu = m / M$; N — число молекул в газе; n — их концентрация; N_A — постоянная Авогадро (число структурных элементов, которое содержит вещество в количестве $\nu = 1$ моль); m — масса газа; M — молярная масса газа; $R = k N_A$ — молярная газовая постоянная; k — постоянная Больцмана.

3. Первый закон термодинамики (закон сохранения энергии в термодинамических процессах)

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

или в интегральном виде

$$Q = \Delta U + A,$$

где δQ — бесконечно малое количество теплоты, переданное телу; dU — приращение внутренней энергии тела; δA — бесконечно малая работа, совершенная телом, $\delta A = PdV$; $A = \int_1^2 PdV$ (для равновесных процессов).

4. Второй закон термодинамики: энтропия замкнутой системы не может уменьшаться самопроизвольно¹, $\Delta S \geq 0$.

5. Закон распределения модулей скоростей молекул (закон распределения Максвелла по скоростям)

$$F(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}},$$

¹ Существует несколько различных формулировок второго закона термодинамики.

где $F(v) = \frac{dN}{N \cdot dv}$ — функция распределения, а $F(v) \cdot dv = \frac{dN}{N}$ — относительное число молекул, модули скоростей которых находятся в промежутке от v до $v + dv$; m_0 — масса молекулы.

6. **Закон Больцмана** о равномерном распределении энергии молекулы по степеням свободы

$$\langle W_i \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

где $\langle W_i \rangle$ — средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; T — температура.

МКТ и термодинамика: соотношения величин

7. Скорости молекул в газе:

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}}, \quad v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

где $v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ — средняя квадратическая скорость; $\langle v \rangle$ — средняя арифметическая скорость; $v_{\text{в}}$ — наиболее вероятная скорость, соответствующая максимуму распределения молекул по скоростям; R — молярная газовая постоянная; M — молярная масса; T — температура.

8. Длина свободного пробега молекул в газе

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

где d — эффективный диаметр молекул.

9. Распределение частиц в потенциальном поле (закон Больцмана)

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\Pi}{kT}},$$

где n — концентрация частиц; n_0 — концентрация частиц на начальном уровне, где потенциальная энергия частицы равна Π_0 .

10. Давление смеси газов (закон Дальтона)

$$P_{\text{см}} = P_1 + P_2 + \dots,$$

где P_1, P_2, \dots — парциальные давления, т. е. давления, оказываемые каждым из компонентов смеси, если ему предоставить весь объем.

5. Молярная масса смеси газов

$$M_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\nu_{\text{см}}},$$

где $\nu_{\text{см}} = \nu_1 + \nu_2 + \dots$ — количество вещества смеси; $m_{\text{см}}$ — масса смеси.

6. Средняя кинетическая энергия молекулы газа

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2} \cdot kT,$$

где i — число степеней свободы; k — постоянная Больцмана; T — температура.

7. Число степеней свободы молекулы

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}},$$

где $i_{\text{пост}}$, $i_{\text{вр}}$, $2i_{\text{кол}}$ — числа степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы соответственно.

При невысоких температурах ($10^2 < T < 10^3$ К), когда колебаниями атомов в молекуле можно пренебречь ($i_{\text{кол}} = 0$), тогда $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}}$ (рис. 8.1, а — в); для двухатомных молекул $i = 5$, а если молекула газа состоит из трех и более атомов, то $i = 6$.

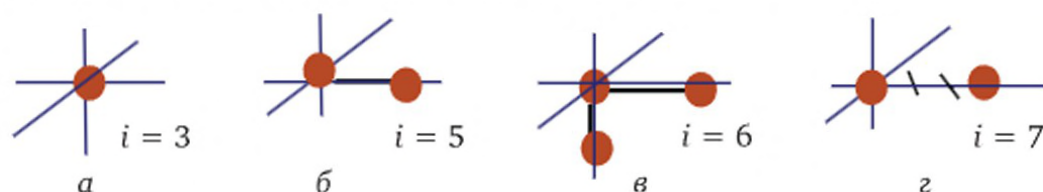


Рис. 8.1

При наличии колебательного движения атомов в двухатомной молекуле (рис. 8.1, г) $i = 7$.

8. Средняя кинетическая энергия молекулы

$$\langle W_0 \rangle = \frac{i}{2} \cdot kT.$$

9. Внутренняя энергия газа без учета собственного объема молекул и их взаимодействия

$$U = \frac{i}{2} \nu RT,$$

где ν — количество вещества; R — молярная газовая постоянная.

10. Взаимосвязь теплоемкостей:

$$C_T = C \cdot \nu; C_T = c \cdot m; C = c \cdot M,$$

где C_T — теплоемкость тела; C — молярная теплоемкость; c — удельная теплоемкость; ν — количество вещества; m — масса; M — молярная масса.

11. Уравнение Р. Майера

$$C_p = C_v + R,$$

где C_p — молярная теплоемкость при постоянном давлении; C_v — молярная теплоемкость при постоянном объеме; R — молярная газовая постоянная.

12. Изменение энтропии:

а) в изохорном процессе

$$\Delta S = \nu \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где C_v — молярная теплоемкость при постоянном объеме; T_1 и T_2 — начальная и конечная температуры; ν — количество вещества

б) в изобарном процессе

$$\Delta S = \nu \cdot C_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1};$$

где C_p — молярная теплоемкость при постоянном давлении;

в) в изотермическом процессе

$$\Delta S_T = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

где ν — количество вещества; R — молярная газовая постоянная; V_1 и V_2 — начальный и конечный объемы;

г) при фазовом переходе ($T_{\text{фп}} \approx \text{const}$)

$$\Delta S_{\text{фп}} = \frac{Q_{\text{фп}}}{T_{\text{фп}}} = \frac{m \cdot r_{\text{фп}}}{T_{\text{фп}}},$$

где $Q_{\text{фп}}$ — теплота фазового перехода; m — масса вещества; $r_{\text{фп}}$ — удельная теплота фазового перехода;

д) при теплообмене

$$\Delta S = \nu_I C_I \ln \frac{T_C}{T_I} + \nu_{II} C_{II} R \ln \frac{T_C}{T_{II}},$$

где ν_I и ν_{II} — количества вещества тел, которые обмениваются теплом; C_I и C_{II} — их молярные теплоемкости; T_I и T_{II} — начальные температуры; T_C — конечная температура системы тел в состоянии теплового равновесия.

13. КПД тепловых машин:

а) теплового двигателя

$$\eta = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{подв}}},$$

где $A_{\text{цикла}}$ — механическая работа, совершенная рабочим телом в ходе одного цикла, т. е. суммарная работа сил давления газа во всех процессах цикла; $Q_{\text{подв}}$ — количество подведенной теплоты;

б) максимальный КПД двигателя, работающего по циклу Карно,

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где T_1 — температура нагревателя; T_2 — температура охладителя;

в) холодильной машины, кондиционера

$$\eta = \frac{Q_{\text{отв}}}{A_{\text{затр}}},$$

где $Q_{\text{отв}}$ — количество отведенной теплоты; $A_{\text{затр}}$ — затраченная работа;

г) теплового насоса

$$\eta = \frac{Q_{\text{подв}}}{A_{\text{затр}}},$$

где $Q_{\text{подв}}$ — количество теплоты, полученной нагреваемым помещением.

14. Уравнения изопроцессов в газах представлены в табл. 8.1.

15. Общее описание явлений переноса представлено в табл. 8.2.

Свойства неидеальных (реальных) газов

16. Уравнение состояния газа Ван-дер-Ваальса (реального газа) (уравнение Ван-дер-Ваальса):

$$\left(P + v^2 \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - vb) = vRT,$$

где P , V и T — давление, объем и температура газа; v — количество вещества; R — молярная газовая постоянная; a и b — параметры газа, учитывающие взаимодействие (притяжение) молекул и собственный объем молекул соответственно.

17. Внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса

$$U = v \cdot C_V \cdot T - v^2 \frac{a}{V}.$$

Свойства жидкости, обусловленные взаимодействием молекул

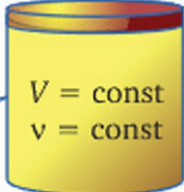
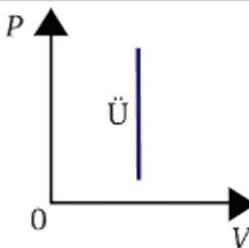
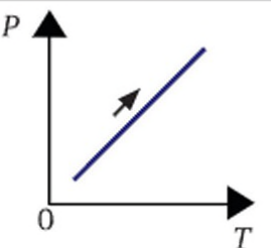
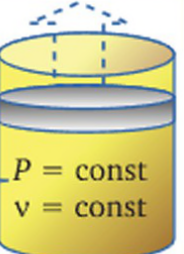
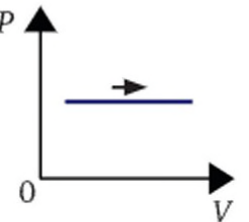
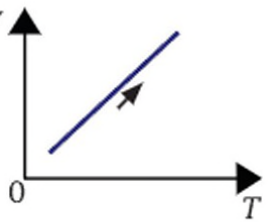
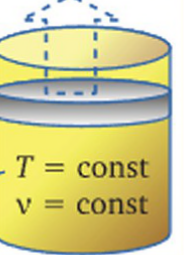
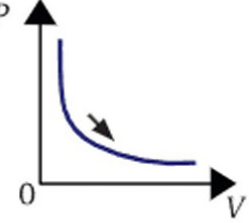
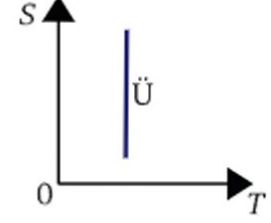
18. Поверхностное натяжение

$$\sigma = \frac{F}{l} \text{ (определение), или } \sigma = \frac{A}{\Delta S},$$

где F — сила поверхностного натяжения; l — длина границы поверхностного слоя; A — работа сил поверхностного натяжения, совершаемая при изменении площади поверхности жидкости на величину ΔS .

Таблица 8.1

Уравнения изопроцессов в газах

Наименование процесса	Уравнения	Диаграммы процесса в различных координатах	Работа газа	Молярная теплоемкость
Изохорный	$V = \text{const}$ $P = \text{const} \cdot T$ $A = 0$ $Q = \Delta U$ 	 	$A = 0$	$C_V = \frac{i}{2}R$
Изобарный	$P = \text{const}$ $V = \text{const} \cdot T$ $Q = \Delta U + A$ 	 	$A = p\Delta V$, или $A = \nu R\Delta T$	$C_P = C_V + R$
Изотермический	$T = \text{const}$ $P \cdot V = \text{const}$ $\Delta U = 0$ $Q = A$ 	 	$A = \nu RT_a \cdot \ln \frac{V_{\text{кон}}}{V_{\text{нач}}}$, или $A = \nu RT_a \cdot \ln \frac{P_{\text{нач}}}{P_{\text{кон}}}$	$C_T = \pm \infty$; $C_T > 0$ при нагревании; $C_T < 0$ при охлаждении

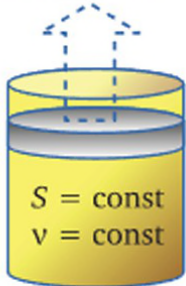
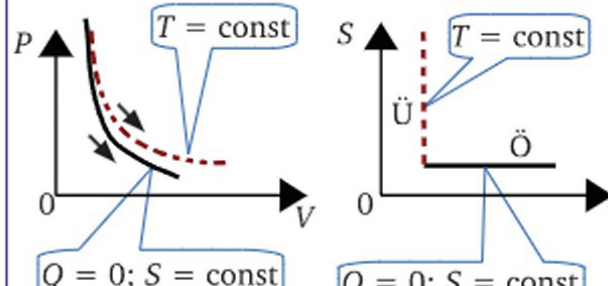
Наименование процесса	Уравнения	Диаграммы процесса в различных координатах	Работа газа	Молярная теплоемкость
Адиабатный	$S = \text{const}$ $PV^\gamma = \text{const}$ $Q = 0$ $A = -\Delta U$ 		$A = -\Delta U;$ $A = -\nu C_V \Delta T$	$C_S = 0$

Таблица 8.2

Общее описание явлений переноса

Явление переноса	Что переносится	Условие	Плотность потока				Коэффициент переноса и его единица
			Наименование	Определение	Формула-закон*	Единица	
Диффузия	Масса вещества	Градиент концентрации частиц вещества	Плотность потока частиц	$j_N = \frac{N}{S_\perp \cdot \Delta t}$	$\vec{j}_N = -D \overline{\text{grad} n}$	$\text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle$ $[D] = \text{м}^2/\text{с}$
Теплопроводность	Внутренняя энергия	Градиент температуры	Плотность потока тепла	$j_Q = \frac{Q}{S_\perp \cdot \Delta t}$	$\vec{j}_Q = -\lambda \overline{\text{grad} T}$	$\text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$\lambda = \frac{1}{3} C_{уд} \nu \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ $[\lambda] = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$

Явление переноса	Что переносится	Условие	Плотность потока				Коэффициент переноса и его единица
			Наименование	Определение	Формула-закон*	Единица	
Внутреннее трение	Импульс	Градиент скорости	Плотность потока импульса	$j_N = \frac{\Delta p}{S_{\perp} \cdot \Delta t};$ $j_N = \frac{F_c}{S_{\perp}}$	$\vec{j}_p = -\eta \overline{\text{grad} u}$	Н/м ²	$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle$ $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$
Электропроводность	Электрический заряд	Градиент потенциала	Плотность тока	$j_q = \frac{q}{S_{\perp} \cdot \Delta t};$ $j_q = \frac{I}{S_{\perp}}$	$\vec{j}_q = -\gamma \overline{\text{grad} \varphi}$	А/м ²	$\gamma = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{m_0} \cdot \frac{n}{\langle v \rangle} \cdot \langle l \rangle$ $[\gamma] = \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$

* — $\overline{\text{grad} n} = \frac{\partial n}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial n}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial n}{\partial z} \vec{k}$ — градиент концентрации; $\overline{\text{grad} T}$, $\overline{\text{grad} u}$ и $\overline{\text{grad} \varphi}$ выражаются аналогично. Одномерное уравнение диффузии (в проекции на ось X) $j_{Nx} = -D \frac{dn}{dx} \Rightarrow \langle j_{Nx} \rangle = -D \frac{\Delta n}{\Delta x}$, где $\frac{\Delta n}{\Delta x}$ — средний градиент концентрации в проекции на ось X в промежутке Δx ; Δn — изменение концентрации в промежутке Δx .

19. Добавочное давление под изогнутой поверхностью жидкости (формула Лапласа)

$$P_{\text{л}} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны поверхности, измеренные во взаимно перпендикулярных плоскостях.

20. Высота подъема жидкости в капилляре радиусом R при условии полного смачивания

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}.$$

21. Сила внутреннего трения (закон Ньютона)

$$F_z = \eta \cdot \left| \frac{du}{dx} \right| \cdot S,$$

где η — динамическая вязкость; u — скорость жидкости; $\frac{du}{dx}$ — проекция градиента скорости жидкости на ось X , перпендикулярную направлению движения слоев; S — площадь соприкосновения слоев.

8.2. Примеры

8.2.1. Молекулярно-кинетическая теория

Пример 8.1. Определить среднее расстояние между молекулами газа при нормальных условиях.

$P_{\text{н}} = 101 \cdot 10^3 \text{ Па}; T_{\text{н}} = 273 \text{ К}; k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
--

$a = ?$

Решение

Пусть N молекул занимают объем V . На одну молекулу приходится объем $V_0 = V/N$. Представим пространство, занятое одной молекулой, в виде кубика с ребром a (рис. 8.1):

$$V_0 = a^3; \frac{V}{N} = a^3 \Rightarrow \frac{1}{n} = a^3, \quad (1)$$

где $n = N/V$ — концентрация молекул.

Тогда среднее расстояние между молекулами также равно a .

Концентрацию молекул можно выразить из уравнения состояния идеального газа:

$$PV = \nu \cdot R \cdot T \Rightarrow P = n \cdot k \cdot T,$$

$$n = \frac{P}{k \cdot T}. \quad (2)$$

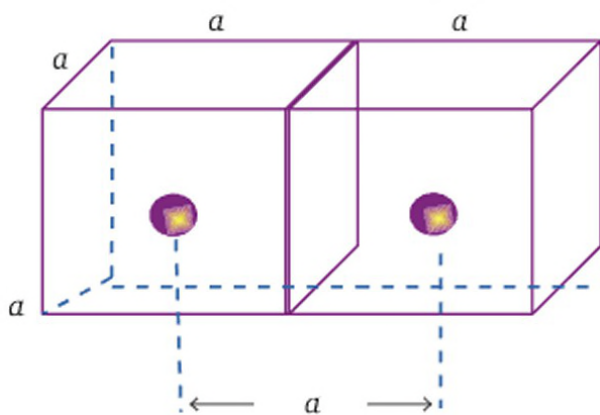


Рис. 8.1

Выражение концентрации (2) подставим в уравнение (1) и получим

$$a^3 = \frac{k \cdot T}{P}.$$

где P — давление газа; T — температура; k — постоянная Больцмана.

Нормальные условия (см. приложение 6): $P_n = 101$ кПа, $T_n = 273$ К. Тогда

$$a^3 = \frac{k \cdot T_n}{P_n}. \quad (3)$$

Проверка уравнения (3) по наименованию единиц:

$$[a^3] = \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^2 / (\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Н}) = \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 / \text{Н} = \text{м}^3.$$

Вычисляем:

$$a^3 = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{1,01 \cdot 10^5}; a = 3,34 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Ответ. Среднее расстояние между молекулами $a = 3,34$ нм.

Пример 8.2. Сосуд в форме куба объемом $V = 8$ л содержит идеальный газ в количестве $\nu = 0,5$ моль. Средняя квадратическая скорость молекул $v_{\text{кв}} = 400$ м/с. Найти число соударений молекул с одной из шести стенок сосуда за промежуток времени $\Delta t = 3$ мкс.

$V = 0,008 \text{ м}^3; \nu = 0,5 \text{ моль}; v_{\text{кв}} = 400 \text{ м/с};$ $\Delta t = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}; N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
$Z = ?$

Решение

Давление газа обусловлено соударениями молекул о стенки сосуда. Согласно основному уравнению МКТ идеального газа

$$P = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle, \quad (1)$$

где P — давление газа; m_0 — масса одной молекулы; n — концентрация молекул в сосуде, $n = \frac{N}{V}$; N — число молекул в сосуде; V — его объем; $\langle v^2 \rangle$ — средний квадрат скорости хаотического движения молекул.

С другой стороны, давление — это отношение нормальной силы давления к площади поверхности, на которую действует сила, $P = \frac{F_{\perp}}{S}$ (по определению). Сила, с которой стенка действует на молекулы, по третьему закону Ньютона равна по модулю и противоположна силе, действующей со стороны молекул на стенку: $\vec{F}_{\text{ст}} = -\vec{F}_{\text{м}}$. Каждая из молекул газа, упруго сталкиваясь со стенкой, меняет только направление движения (рис. 8.2), но модули скоростей (и соответственно, импульсов) до и после удара одинаковы.

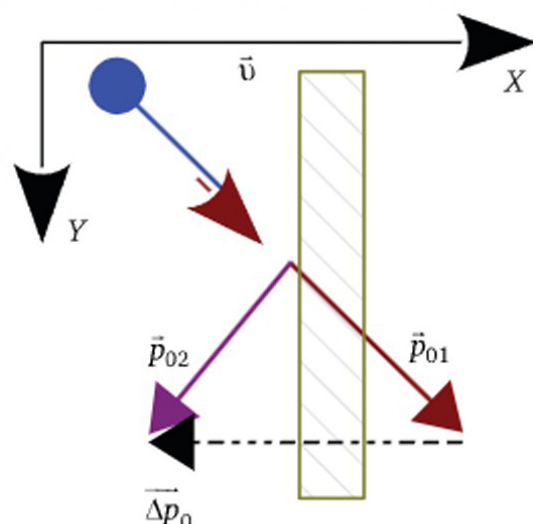


Рис. 8.2

Изменение импульса

$$\overline{\Delta p_0} = \vec{p}_{02} - \vec{p}_{01}, \quad (2)$$

где $\vec{p}_{01} = -m_0 \vec{v}$ и $\vec{p}_{02} = m_0 \vec{v}$ — импульсы молекулы до и после удара о стенку.

Уравнение (2) в проекциях на ось X имеет вид

$$\Delta(m_0 \cdot v)_x = -m_0 \cdot v_x - m_0 \cdot v_x = -2m_0 \cdot v_x.$$

Если за малый промежуток времени Δt происходит Z столкновений молекул газа со стенкой, то результирующее изменение импульса равно $-Z \cdot 2m_0 \cdot \langle v_x \rangle$, где $\langle v_x \rangle$ — среднее значение проекции скорости молекул на ось X .

По второму закону Ньютона

$$\vec{F}_0 = \frac{d(m_0 \cdot \vec{v})}{dt} \Rightarrow \langle F_x \rangle = \frac{-Z \cdot 2m_0 \cdot \langle v_x \rangle}{\Delta t},$$

где \vec{F}_0 — сила взаимодействия одной молекулы со стенкой; $F_x = Z \cdot F_{0x}$ — сила (в проекции на ось X), действующая на стенку со стороны всех N молекул; $\langle F_x \rangle$ — средняя сила за время Δt .

Подставив полученное выражение силы в формулу-определение $P = \frac{F_{\perp}}{S}$, получим давление газа

$$P = \frac{2Z(m_0 \cdot \langle v \rangle)_x}{S \cdot \Delta t}. \quad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) выразим искомую величину Z :

$$\frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle = \frac{2Z(m_0 \cdot \langle v_x \rangle)}{S \cdot \Delta t} \Rightarrow Z = \frac{n \cdot S \cdot \Delta t}{6} \cdot \frac{\langle v^2 \rangle}{\langle v_x \rangle}.$$

Поскольку число молекул газа велико и движутся они хаотически, имеет место соотношение $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$. Кроме того, по теореме Пифагора $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Отсюда следует $\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$.

Тогда число столкновений

$$Z = \frac{nS \cdot \Delta t}{6} \cdot \frac{\langle v^2 \rangle}{\sqrt{\langle v^2 \rangle / 3}};$$

$$Z = \frac{nS \cdot \Delta t}{2\sqrt{3}} \cdot v_{\text{кв}},$$

где $n = \frac{vN_A}{V}$ — концентрация молекул; $S = V^{\frac{2}{3}}$ — площадь одной стенки; $v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ — средняя квадратическая скорость; v — количество вещества; N_A — постоянная Авогадро.

Число столкновений молекул со стенкой за время Δt

$$Z = \frac{v \cdot N_A \cdot \Delta t}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{V}} \cdot v_{\text{кв}}.$$

Проверка по наименованию единиц:

$$[Z] = \text{моль} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / (\text{моль} \cdot \text{м} \cdot \text{с}) = 1.$$

Вычисляем:

$$Z = \frac{0,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,73 \cdot \sqrt[3]{8 \cdot 10^{-3}}} \cdot 400; Z = 5 \cdot 10^{20}.$$

Ответ. За промежуток времени $\Delta t = 3$ мкс происходит $5 \cdot 10^{20}$ соударений молекул газа со стенкой данного сосуда.

Пример 8.3. Воздух — это смесь газов, среди которых молярная доля¹ азота (N_2) составляет 78 %, кислорода (O_2) — 21 %. Среди остальных компонентов преобладает аргон (Ar). Определить молярную массу воздуха.

$A_{\text{аз}} = 14; K_{\text{аз}} = 0,78; A_{\text{кисл}} = 16;$ $K_{\text{кисл}} = 0,21; A_{\text{ар}} = 40; K_{\text{ар}} \approx 0,01$
$M = ?$

Решение

Полагая, что воздух состоит из трех компонентов (азота, кислорода и аргона), определим сначала молярную массу каждого компонента смеси по формуле

$$M_{\text{ком}} = \sum_i A_{i \text{ ат}} \cdot N_i \cdot 10^{-3},$$

где $M_{\text{ком}}$ — молярная масса компонента смеси газа, кг/моль; $A_{i \text{ ат}}$ — относительная атомная масса элемента i -го сорта, входящего в состав молекулы (см. периодическую таблицу Д. И. Менделеева, приложение 5); N_i — число атомов i -го сорта в молекуле.

Результаты вычислений:

$$M_{\text{аз}} = 14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$M_{\text{кисл}} = 16 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$M_{\text{ар}} = 40 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Затем рассчитаем молярную массу воздуха, учитывая молярные доли $K_{\text{аз}}$, $K_{\text{кисл}}$ и $K_{\text{ар}}$ отдельных компонентов:

$$M = M_{\text{аз}} K_{\text{аз}} + M_{\text{кисл}} K_{\text{кисл}} + M_{\text{ар}} K_{\text{ар}};$$

$$M = (28 \cdot 0,78 + 32 \cdot 0,21 + 40 \cdot 0,01) \cdot 10^{-3};$$

$$M = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Ответ. Молярная масса воздуха $M = 28,96$ г/моль.

Пример 8.4. При каком давлении в пространстве между стенками термоса теплопроводность при откачке воздуха начнет уменьшаться? Расстояние между стенками $L = 5,0$ мм; температура воздуха 20°C .

¹ Молярная доля компонента — отношение количества вещества компонента к количеству вещества системы.

$T = (20 + 273) \text{ К}; L = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ м};$ $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}; d = 0,27 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
$P = ?$

Решение

В общем случае теплопроводность газа зависит от концентрации молекул n , скорости хаотического движения молекул $\langle v \rangle$ и длины свободного пробега молекул $\langle l \rangle$ по закону

$$\lambda = \frac{i}{6} n k \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle, \quad (1)$$

где i — число степеней свободы молекулы; k — постоянная Больцмана; $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ — средняя скорость молекул; R — молярная газовая постоянная; T — температура; M — молярная масса воздуха.

Длина свободного пробега в свою очередь зависит от концентрации и эффективного диаметра d молекул газа:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi d^2 \cdot n}, \quad (2)$$

При подстановке выражения длины свободного пробега (2) в формулу (1) обнаруживается, что теплопроводность газа *не зависит* от концентрации молекул:

$$\lambda = \frac{i}{6} \cdot \frac{k \cdot \langle v \rangle}{\sqrt{2} \cdot \pi d^2}. \quad (3)$$

Однако формула (3) справедлива, пока уменьшение концентрации при откачке газа сопровождается увеличением длины свободного пробега. Когда же длина свободного пробега $\langle l \rangle$ сравняется с расстоянием между стенками термоса L , тогда ее рост прекращается из-за того, что величина $\langle l \rangle$ ограничена размером L .

Таким образом, теплопроводность воздуха при откачке начнет уменьшаться при достижении условия $\langle l \rangle = L$.

Из уравнения состояния идеального газа $P = nkT$ следует: $n = \frac{P}{kT}$, где P — давление газа. Подставим выражение концентрации молекул n в формулу (2) длины свободного пробега и, учитывая условие $\langle l \rangle = L$, получим искомое давление:

$$P = \frac{kT}{\sqrt{2} \cdot \pi d^2 \cdot L}. \quad (4)$$

Как очевидно из формулы (4), давление P , начиная с которого теплопроводность воздуха уменьшается при откачке, зависит от расстояния L между стенками сосуда и от температуры.

Проверка по наименованию единиц:

$$[P] = \text{Дж} \cdot \text{К} / (\text{К} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}) = \text{Н} \cdot \text{м} / (\text{м}^2 \cdot \text{м}) = \text{Н} / \text{м}^2 = \text{Па}.$$

Вычисляем:

$$P = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{1,414 \cdot 3,14 \cdot (0,27 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3}} = 2,5; P = 2,5 \text{ Па}.$$

Ответ. Теплопроводность воздуха при данной температуре и данном расстоянии между стенками термоса уменьшается при откачке, начиная с давления 2,5 Па.

8.2.2. Термодинамика

Пример 8.5. В результате изобарного нагревания азота массой 1,4 кг его температура повысилась с 17 до 37 °С. Рассчитать: а) молярную теплоемкость газа; б) изменение внутренней энергии; в) количество теплоты, переданное газу в данном процессе; г) изменение энтропии.

$m = 1,4 \text{ кг}; T_1 = (17 + 273) \text{ К}; T_2 = (37 + 273) \text{ К};$
$M = 0,028 \text{ кг/моль}; i = 5; p_1 = p_2; R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
$C = ? \Delta S = ? \Delta U = ? Q = ?$

Решение

Из определения молярной теплоемкости и первого закона термодинамики следует уравнение Р. Майера:

$$C_p = C_v + R,$$

где C_p — молярная теплоемкость газа при постоянном давлении; C_v — молярная теплоемкость при постоянном объеме; R — молярная газовая постоянная.

Величина $C_v = \frac{i}{2}R$, где i — число степеней свободы молекулы, определяется на основе закона Больцмана о равномерном распределении энергии молекулы по степеням свободы. Двухатомная молекула азота (N_2) обладает пятью степенями свободы, поскольку кроме трех степеней свободы поступательного движения есть еще две степени свободы, ответственные за вращательное движение: $i = 3 + 2 = 5$.

Значения молярных теплоемкостей двухатомного газа:

$$C_v = \frac{5}{2} \cdot 8,31 = 20,8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)};$$

$$C_p = \left(\frac{5}{2} + 1 \right) \cdot 8,31 = 29,1 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

Внутренняя энергия идеального газа $U = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot T$ зависит только от температуры. Ее изменение $\Delta U = U_{\text{кон}} - U_{\text{нач}}$ вычисляется для всех процессов по одной и той же формуле

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}), \text{ или } \Delta U = C_V \cdot \nu \cdot (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}), \quad (1)$$

где ν — количество вещества; $T_{\text{нач}}$ и $T_{\text{кон}}$ — начальная и конечная температуры.

Количество вещества можно определить по формуле

$$\nu = \frac{m}{M},$$

где m — масса вещества; M — молярная масса.

В данном примере

$$\nu = \frac{1,4 \text{ кг}}{0,028 \text{ кг/моль}} = 50 \text{ моль.}$$

Изменение внутренней энергии данного газа по формуле (1):

$$\Delta U = 20,8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 50 \text{ моль} \cdot (310 - 290) \text{ К} = 20,8 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты можно подсчитать двумя способами.

Способ 1. На основе первого закона термодинамики имеем

$$Q = A + \Delta U. \quad (2)$$

В случае изобарного процесса ($P = \text{const}$) формулу работы

$$A = P \cdot \Delta V$$

с помощью уравнения состояния идеального газа:

$$PV = \nu RT \Rightarrow P \Delta V = \nu R \Delta T$$

можно преобразовать к виду

$$A = \nu \cdot R \cdot \Delta T, \quad (3)$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$; T_1 и T_2 — начальная и конечная температуры, значения которых заданы по условию.

Работа в данном процессе, рассчитанная по формуле (3):

$$A = 50 \cdot 8,31 \cdot 20 \text{ Дж} = 8,3 \text{ кДж.}$$

Тогда количество теплоты по формуле (2)

$$Q = 8,3 \text{ кДж} + 20,8 \text{ кДж} \approx 29 \text{ кДж.}$$

Способ 2. Из определения молярной теплоемкости $C = \frac{Q}{\nu \cdot \Delta T}$ следует формула для расчета количества теплоты

$$Q = C \cdot \nu \cdot \Delta T.$$

Так как в данном случае $P = \text{const}$, то

$$Q = C_p \cdot \nu \cdot \Delta T, \quad (4)$$

где $C_p = C_v + R$ — молярная теплоемкость газа при постоянном давлении; ν — количество вещества; ΔT — изменение температуры; C_v — молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Для данного газа $C_p = (20,8 + 8,31) \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Таким образом, по формуле (4) получим

$$Q = 29,1 \cdot 50 \cdot 20 \text{ Дж} \approx 29 \text{ кДж},$$

что совпадает со значением искомой величины Q , полученным первым способом.

Изменение энтропии ΔS будем искать, исходя из термодинамического определения

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

где $\delta Q = dU + \delta A$; $dU = C_v \cdot \nu \cdot dT$; $\delta A = P \cdot dV$, или, если $P = \text{const}$, то $\delta A = \nu \cdot R \cdot dT$.

Приращение энтропии в изобарном процессе ($P = \text{const}$)

$$dS = \frac{\nu R dT + C_v \nu dT}{T},$$

следовательно,

$$\Delta S = (\nu R + C_v \nu) \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (\nu R + C_v \nu) \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\Delta S = (50 \cdot 8,31 + 20,8 \cdot 50) \ln \left(\frac{310}{290} \right); \Delta S = 97 \text{ Дж/К}.$$

Ответ. а) $C_p = 29,1 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$; б) $\Delta U = 20,8 \text{ кДж}$; в) $Q = 29 \text{ кДж}$; г) $\Delta S = 97 \text{ Дж/К}$.

Пример 8.6. Рассчитать работу сил давления газа, изменение внутренней энергии и количество подведенного тепла в процессах: а) изотермического расширения; б) адиабатного расширения двухатомного газа. Объем газа увеличивается вдвое. Количество газа 0,5 кмоль. Начальные параметры: температура 37 °С; давление 500 кПа.

$m = 1,4 \text{ кг}; V_2/V_1 = 2; T_1 = (37 + 273) \text{ К}; P_1 = 500 \cdot 10^3 \text{ Па};$ $M = 0,028 \text{ кг/моль}; i = 5; R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$
--

$A = ? \Delta U = ? Q = ?$

Решение

Изменение внутренней энергии для всех процессов вычисляется по одной и той же формуле

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}), \text{ или } \Delta U = C_V \cdot \nu \cdot \Delta T, \quad (1)$$

где $C_V = \frac{i}{2} R$ — молярная теплоемкость при постоянном объеме; $i = 5$ (см. предыдущий пример); R — молярная газовая постоянная; $\nu = \frac{m}{M}$ — количество вещества; m — масса; M — молярная масса; $\Delta T = T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}$ — изменение температуры.

Работа сил давления газа:

а) в *изотермическом* процессе ($T = \text{const}$)

$$A = \nu \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right); \quad (2)$$

б) в *адиабатном* процессе ($Q = 0$) $A = -\Delta U$ (по первому закону термодинамики $Q = A + \Delta U$), или

$$A = -\frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}).$$

Количество теплоты, переданное газу в *изотермическом* процессе, равно работе, $Q = A$. Это следует из первого закона термодинамики: $Q = A + \Delta U$, где $\Delta U = 0$, поскольку $\Delta T = 0$.

Для нахождения работы в *адиабатном* процессе, как и для нахождения изменения внутренней энергии газа, нужно знать изменение температуры $\Delta T = T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}$. Начальная температура известна, $T_{\text{нач}} = T_1$, а конечную, $T_{\text{кон}} = T_2$, найдем, воспользовавшись уравнением адиабаты $P \cdot V^\gamma = \text{const}$.

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} = 1 + \frac{R}{(i/2)R};$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{i}; \quad \gamma = 1 + \frac{2}{5} = 1,40.$$

Чтобы найти взаимосвязь объема и температуры, выразим величину P из уравнения состояния $PV = \nu RT$. Затем, подставив выражение $P = \frac{\nu RT}{V}$ в уравнение адиабаты, получим

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}.$$

Температура в конце адиабатного расширения

$$T_2 = \frac{T_1}{(V_2/V_1)^{\gamma-1}}; T_2 = \frac{310}{2^{1,4-1}} = \frac{310}{1,32} = 235 \text{ К.}$$

Искомые величины: работа A , изменение внутренней энергии ΔU и количество теплоты Q , вычисляются с использованием значений величин γ и T_2 , найденных ранее, а также количества вещества $\nu = (1,4/0,028) \text{ моль} = 50 \text{ моль}$.

В изотермическом процессе $\Delta U = 0$, так как $T = \text{const}$ (по определению процесса); $Q = A$ (по первому закону термодинамики). По формуле (2)

$$A = 50 \cdot 8,31 \cdot 310 \cdot \ln 2; A \approx 88\,875 \text{ Дж} \approx 89 \text{ кДж.}$$

В адиабатном процессе: $Q = 0$ (по определению) и $A = -\Delta U$ (по первому закону термодинамики). По формуле (1)

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 50 \cdot (235 - 310); \Delta U = -77\,906 \text{ Дж} \approx -78 \text{ кДж.}$$

Ответ. а) $A = 89 \text{ кДж}$; $\Delta U = 0$; $Q = 89 \text{ кДж}$; б) $\Delta U = -78 \text{ кДж}$; $A = 78 \text{ кДж}$; $Q = 0$.

Пример 8.7. Определить КПД теплового двигателя, работающего по заданному циклу, состоящему из четырех изопроцессов (рис. 8.3). Рабочее тело — двухатомный газ в количестве $\nu = 0,05 \text{ моль}$. Данные, необходимые для расчета, указаны на диаграмме.

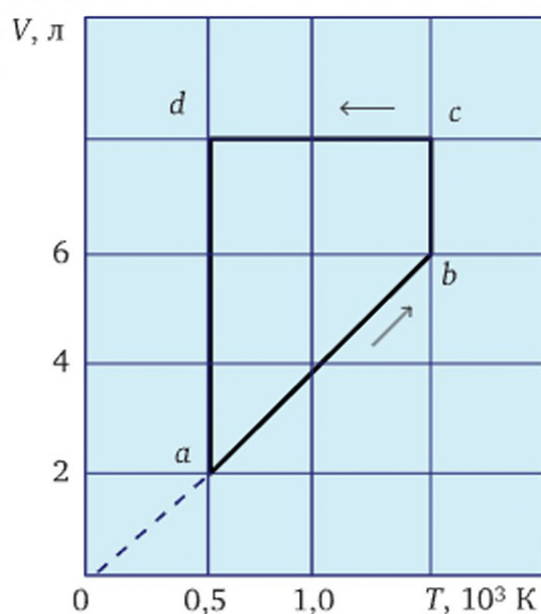


Рис. 8.3

Решение

Коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя определяется отношением механической работы, совершенной рабочим телом в ходе одного цикла, к количеству подведенной при этом теплоты:

$$\eta = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{подв}}},$$

где $A_{\text{цикла}}$ — суммарная работа сил давления газа во всех процессах цикла; $Q_{\text{подв}}$ — сумма количеств теплоты в тех процессах, где теплота подводится.

Механическую работу, совершенную рабочим телом в ходе всего цикла, можно вычислить двумя способами:

1) как сумму работ в процессах цикла $A_{\text{цикла}} = A_{ab} + A_{bc} + A_{cd} + A_{da}$;

2) как сумму количеств теплоты в процессах цикла $A_{\text{цикла}} = Q_{\text{цикла}}$, где $Q_{\text{цикла}} = Q_{\text{подв}} + Q_{\text{отв}} = |Q_{\text{подв}}| - |Q_{\text{отв}}|$ (так как изменение внутренней энергии за цикл равно нулю, то $A = Q$ по первому закону термодинамики).

Суммирование работ и количеств теплоты производится с учетом знака этих скалярных величин. Знак величины A в том или ином процессе определяется знаком изменения объема газа: если $\Delta V > 0$ (газ расширяется), то $A > 0$.

Работа газа в процессе $a-b$ (см. рис. 8.3), где $P = \text{const}$, рассчитывается по формуле $A_{a-b} = P \cdot \Delta V_{a-b}$, или $A_{a-b} = \nu \cdot R \cdot \Delta T_{a-b}$, а в изотермическом процессе $b-c$ — по формуле $A_{b-c} = \nu R T_b \cdot \ln \left(\frac{V_c}{V_b} \right)$. При $V = \text{const}$

(процесс $c-d$) работа не совершается, $A_{c-d} = 0$. Для процесса $d-a$ ($T = \text{const}$) работа газа вычисляется аналогично тому, как для процесса $b-c$.

Формула для расчета изменения внутренней энергии одинакова для всех процессов:

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T,$$

где $i = 5$ для двухатомных молекул данного газа. Очевидно, $\Delta U > 0$, если $\Delta T > 0$.

Количество теплоты, переданной газу, можно подсчитать двумя способами:

1) на основании первого закона термодинамики $Q = A + \Delta U$;

2) по формуле $Q = C \nu \Delta T$, где C — молярная теплоемкость газа; ν — количество вещества; ΔT — изменение температуры.

В соответствии с первым законом термодинамики $Q = \Delta U + A$ знак величины Q определяется знаком алгебраической суммы

$\Delta U + A$. Если получившееся значение Q положительно, то это означает, что в данном процессе теплота подводится ($Q_{\text{подв}} > 0$). В противном случае теплота отводится ($Q_{\text{отв}} < 0$).

Параметры газа p , V , T (две величины из трех) отсчитываем по шкалам диаграммы цикла (см. рис. 8.3); недостающий параметр вычисляем с помощью уравнения состояния $PV = \nu RT$. Значения начальных и конечных параметров состояния газа (P , V , T), а также величин, характеризующих отдельные термодинамические процессы цикла (A , ΔU , Q), по результатам расчетов занесены в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Состояния	P , 10^5 Па	V , 10^{-3} м^3	T , 10^3 К	Процессы	A , 10^3 Дж	ΔU , 10^3 Дж	Q , 10^3 Дж
a	1,04	2	0,5	$a-b$	0,42	1,04	1,46
b	1,04	6	1,5	$b-c$	0,18	0	0,18
c	0,78	8	1,5	$c-d$	0	-1,04	-1,04
d	0,26	8	0,5	$d-a$	-0,29	0	-0,29

Механическая работа в ходе всего цикла, подсчитанная суммированием работ в каждом процессе (см. табл. 8.3) $A_{\text{цикла}} = 0,31 \text{ кДж}$.

Суммарное количество теплоты $Q_{\text{цикла}} = 0,31 \text{ кДж}$.

Равенство $A_{\text{цикла}} = Q_{\text{цикла}}$ выполняется, что свидетельствует о правильности расчетов.

Количество подведенной теплоты в ходе цикла $Q_{\text{подв}} = 1,64 \text{ кДж}$.

$$\text{КПД цикла } \eta = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{подв}}}, \eta = \frac{0,31}{1,64} = 0,19.$$

Для сравнения найдем КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно в том же интервале температур ($T_{\text{max}} = 1500 \text{ К}$; $T_{\text{min}} = 500 \text{ К}$), считая температуру нагревателя равной максимальной температуре заданного цикла, $T_1 = T_{\text{max}}$, а температуру охладителя — минимальной температуре, $T_2 = T_{\text{min}}$:

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \eta_c = \frac{1500 - 500}{1500} = 0,67.$$

Полученный результат $\eta < \eta_c$ не противоречит теореме Карно о максимальном коэффициенте полезного действия тепловой машины: если термодинамическая система совершает замкнутый квазистатический процесс в режиме тепловой машины, то КПД цикла не может превышать КПД цикла Карно, работающего в диапазоне от максимальной температуры в данном цикле T_1 до ее минимального значения T_2 .

Ответ. КПД двигателя, работающего по заданному циклу, равен 0,19.

8.2.3. Свойства жидкости, обусловленные взаимодействием молекул

Пример 8.8. На поверхности жидкости плотностью $\rho_{\text{ж}} = 1,0 \text{ г/см}^3$ плавает несмачиваемая игла ($\rho = 7,5 \text{ г/см}^3$), так что ее центр тяжести находится на горизонтальном уровне жидкости (рис. 8.4). Диаметр иглы $d = 2,0 \text{ мм}$. Определить поверхностное натяжение жидкости. Архимедовой силой пренебречь¹.

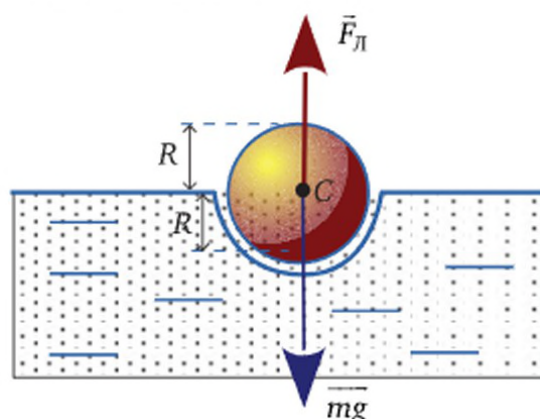


Рис. 8.4

$g = 9,81 \text{ м/с}^2; \rho_{\text{иг}} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \rho_{\text{ж}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$ $d = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}; h_{\text{погр}} = R = 0,5d$

$\sigma = ?$

Решение

Способ 1. Игла не смачивается жидкостью, а лишь касается ее нижней частью своей поверхности. Представим иглу в виде цилиндра длиной L и радиусом R и предположим, что поверхность жидкости, прогибаемая под действием силы тяжести иглы, близка по форме к боковой поверхности иглы и составляет половину этой поверхности. Площадь этой поверхности

$$S = \pi RL. \quad (1)$$

Чтобы увеличить площадь свободной поверхности жидкости на величину ΔS , требуется совершить работу A . При этом поверхностная энергия жидкости пропорционально возрастает на $\Delta W_{\text{п.н}}$.

Отношение

$$\sigma = \frac{\Delta W_{\text{п.н}}}{\Delta S}, \text{ или } \sigma = \frac{A}{\Delta S}, \quad (2)$$

называется поверхностным натяжением жидкости σ .

¹ Оценка архимедовой силы показывает, что она в данном случае на порядок меньше силы, обусловленной поверхностным натяжением.

Так как система «игла — жидкость» не подвержена внешним воздействиям, то по закону сохранения энергии увеличение поверхностной энергии жидкости происходит за счет уменьшения потенциальной энергии иглы в поле тяготения Земли:

$$\Delta W_{\text{п.н}} = -\Delta \Pi_{\text{тяж}}^1. \quad (3)$$

Из формулы-определения (2) следует

$$\Delta W_{\text{п.н}} = \sigma \cdot \Delta S,$$

где $\Delta S = \pi R L$, если принять предположение (1)

Изменение потенциальной энергии иглы

$$\Delta \Pi_{\text{тяж}} = mg \Delta y,$$

где $m = \rho V = \rho \pi R^2 L$ — масса иглы; ρ — ее плотность; $V = \pi R^2 L$ — объем; $|\Delta y| = R$ (см. рис. 8.4); L — длина иглы.

Тогда из уравнения (3) получим $\sigma \Delta S = mgR$, или

$$\sigma \cdot \pi \cdot R \cdot L = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot L \cdot g \cdot R. \quad (4)$$

Расчетная формула поверхностного натяжения жидкости из уравнения (4) получается в виде

$$\sigma = \rho g R^2. \quad (5)$$

Способ 2. При опускании несмачиваемой иглы на поверхность жидкости под изогнутой поверхностью создается добавочное давление, вычисляемое по формуле Лапласа

$$P_{\text{л}} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где σ — поверхностное натяжение жидкости; R_1 и R_2 — радиусы кривизны поверхности, измеренные во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Так как для цилиндрической поверхности $R_1 \approx R$; $R_2 = \infty$, то в данном случае лапласово давление

$$P_{\text{л}} = \frac{\sigma}{R}. \quad (6)$$

Давление иглы на жидкость, распределенное (по закону Паскаля) по всей вогнутой поверхности, уравновешивается лапласовым давлением $P_{\text{л}}$:

¹ Изменением потенциальной энергии вытесняемой жидкости $\Delta \Pi_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж}} g V^* \Delta y^*$, где $V^* = V/2$ — объем вытесненной жидкости; Δy^* — высота, на которую она поднимается, по сравнению с $\Delta \Pi_{\text{п.н}}$ и $\Delta \Pi_{\text{тяж}}$ можно пренебречь, поскольку малы величины $\rho_{\text{ж}}$ и Δy^* .

$$P_{\text{л}} = P_{\text{тяж}}, \quad (7)$$

где $P_{\text{тяж}} = \frac{mg}{S_{\perp}}$ — давление, обусловленное силой тяжести иглы mg ;
 $m = \rho V = \rho \pi R^2 L$ — масса иглы; ρ — ее плотность; $V = \pi R^2 L$ — объем иглы; L — длина иглы; $S_{\perp} = \frac{2\pi RL}{2}$ — площадь поверхности жидкости, на которую игла оказывает давление, принятая равной половине площади боковой поверхности иглы.

Из условия равновесия (7) с учетом выражения (6) лапласова давления следует:

$$\frac{\sigma}{R} = \frac{\rho \pi R^2 \cdot L \cdot g}{\pi R \cdot L},$$

$$\sigma = \rho g R^2. \quad (8)$$

Расчетные формулы поверхностного натяжения (5) и (8), полученные двумя разными способами, совпадают.

Проверка по наименованию единиц:

$$[\sigma] = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 / (\text{м}^3 \cdot \text{с}^2) = \text{Н/м}.$$

Вычисляем: $\sigma = 7,5 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} = 73,725 \cdot 10^{-3}$.

Ответ. Поверхностное натяжение жидкости равно $74 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Пример 8.9. Ультразвуковой распылитель производит 5 кг водяного тумана за один час. Оценить полезную мощность прибора для распыления жидкости. Размер частиц тумана принять равным 20 мкм.

$m = 5 \text{ кг}; \sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}; \rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$ $d = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}; t = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$
$N = ?$

Решение

Туман — это взвешенные в воздухе капельки жидкости. Под действием сил поверхностного натяжения площадь поверхности стремится к минимуму и капли приобретают форму, близкую к сферической.

При распылении свободная поверхность жидкости возрастает на величину $\Delta S = S_2 - S_1$. В данном случае имеют место очевидные соотношения: $S_2 \gg S_1$; $\Delta S \approx S_2$.

Площадь свободной поверхности капель жидкости

$$S_2 = \frac{m}{m_0} \cdot S_0 \Rightarrow S_2 = \frac{6m}{\rho d}, \quad (1)$$

где m — масса жидкости; ρ — ее плотность; m/m_0 — число капель; $m_0 = \rho \cdot V_0 = \rho \cdot (4/3)\pi R^3$ — масса одной капли; V_0 — ее объем; $S_0 = 4\pi R^2$ — площадь поверхности одной капли; $d = 2R$ — диаметр капли; R — радиус.

Чтобы увеличить свободную поверхность жидкости на величину ΔS , требуется, согласно определению поверхностного натяжения $\sigma = \frac{A}{\Delta S}$, совершить работу

$$A = \sigma \cdot \Delta S. \quad (2)$$

Подставляя выражения площади поверхности (1) и работы (2) в формулу-определение мощности $N = \frac{A}{t}$, находим искомую величину:

$$N = \frac{6\sigma m}{\rho dt}.$$

Проверка расчетной формулы по наименованию единиц:

$$[N] = \text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} / (\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}) = \text{Н} \cdot \text{м} / \text{с} = \text{Дж} / \text{с} = \text{Вт}.$$

Вычисляем:

$$N = \frac{6 \cdot 73 \cdot 10^{-3} \cdot 5}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 3,6 \cdot 10^3} \text{ Вт} \approx 0,03 \text{ Вт}.$$

Ответ. Полезная мощность распылителя $N \approx 0,03 \text{ Вт}$.

Задания

Статистическая физика и термодинамика

Определить среднюю квадратическую скорость взвешенных в воздухе капелек воды радиусом 10 нм при температуре 17 °С?

Рассчитать коэффициент диффузии D азота при температуре 17 °С и давлении 100 кПа. Как изменится величина D , если, не меняя температуру, увеличить плотность газа в 2 раза?

Показатель адиабаты ($\gamma = \frac{c_p}{c_v}$) некоторого газа равен 1,40. Определить его молярную теплоемкость при постоянном объеме.

Углекислому газу в количестве 1 моль предоставлен объем 1 л. Оценить внутреннее давление данного газа, обусловленное притяжением его молекул.

В дне сосуда с водой имеются отверстия. Каким может быть наибольший диаметр отверстий при высоте столба воды 10 мм, чтобы жидкость из сосуда не выливалась?

Тема 9

ФИЗИКА ТВЕРДОГО СОСТОЯНИЯ

9.1. Тезаурус

1. Расстояние d между соседними узлами кубической¹ кристаллической решетки и число n атомов в элементарной ячейке: простой кубической решетки (ПК, рис. 9.1, а)

$$d = a, n = 1;$$

объемноцентрированной кубической решетки (ОЦК, рис. 9.1, б)

$$d = a \cdot \sqrt{3} / 2, n = 2;$$

гранецентрированной кубической решетки (ГЦК, рис. 9.1, в)

$$d = a \cdot \sqrt{2} / 2, n = 4,$$

где a — размер элементарной ячейки ($a^3 = V_0$ — объем ячейки).

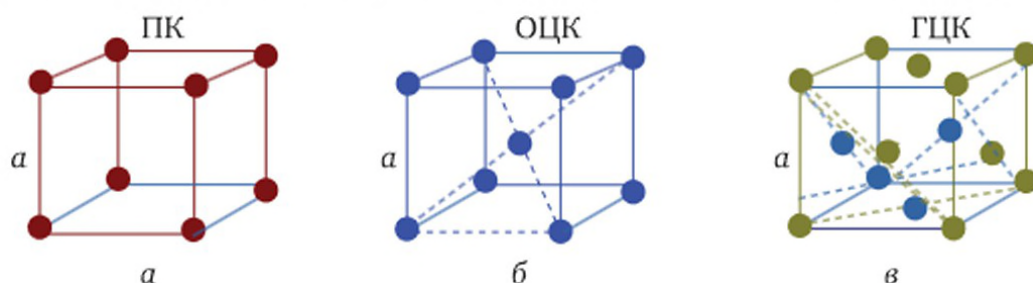


Рис. 9.1

2. Формула Брэгга — Вульфа

$$2d \cdot \sin \theta_m = m \cdot \lambda,$$

где d — расстояние между атомными плоскостями; θ_m — угол скольжения рентгеновских лучей, соответствующий m -му максимуму от-

¹ Существует семь кристаллических систем: кубическая ($a = b = c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$, где a, b, c — параметры элементарной ячейки, или длины ребер решетки; α, β, γ — углы между ребрами решетки в точке их пересечения); тетрагональная ($a = b \neq c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$); гексагональная ($a = b \neq c$; $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$); тригональная; ромбическая; триклинная; моноклинная.

раженной волны; m — номер дифракционного максимума; λ — длина волны падающего излучения.

3. Температурная зависимость сопротивления полупроводников

$$R = C \cdot e^{\frac{\Delta W}{2kT}},$$

где ΔW — ширина запрещенной зоны; C — постоянная величина для данного полупроводника; k — постоянная Больцмана; T — температура.

4. Красная граница внутреннего фотоэффекта в твердых телах

$$\nu_{\text{гр}} = \frac{\Delta W}{h} \text{ и } \lambda_{\text{гр}} = \frac{c \cdot h}{\Delta W},$$

где $\nu_{\text{гр}}$ и $\lambda_{\text{гр}}$ — наименьшая частота и наибольшая длина волны, при которых еще возможен фотоэффект; ΔW — ширина запрещенной зоны; h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме.

5. Максимальная энергия фононов в кристалле

$$h \cdot \nu_m = k \cdot T_D,$$

где ν_m — максимальная частота колебаний атомов (граница спектра фононов); k — постоянная Больцмана; T_D — температура Дебая — характеристическая температура для данного вещества.

6. Молярная теплоемкость твердого тела при низких температурах ($T = T_D$) по Дебаю

$$C = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{T_D} \right)^3,$$

где R — молярная газовая постоянная; T — температура вещества.

7. Молярная теплоемкость кристаллических твердых тел при высоких температурах ($T > T_D$)

$$C = 3Rn_a,$$

где n_a — число атомов в молекуле твердого соединения.

8. ТермоЭДС

$$\mathcal{E}_T = U_a + U_b, \text{ или } \mathcal{E}_T = c(T_a - T_b),$$

где $U_a = \frac{k \cdot T_a}{e} \cdot \ln \left(\frac{n_1}{n_2} \right) + \frac{A_2 - A_1}{e}$ и $U_b = \frac{k \cdot T_b}{e} \cdot \ln \left(\frac{n_2}{n_1} \right) + \frac{A_1 - A_2}{e}$ — контактные разности потенциалов в замкнутой цепи двух разнородных двух металлов или полупроводников; k — постоянная Больцмана; T_a и T_b — температуры контактов; n_1 и n_2 — концентрации электронов; A_1 и A_2 — работы выхода электрона; c — удельная термоЭДС.

9.2. Примеры

Пример 9.1. Определить число ионов натрия Na^+ и число ионов хлора Cl^- в элементарной ячейке кристалла каменной соли NaCl (рис. 9.2), имеющего кубическую гранецентрированную пространственную структуру. Зная параметр решетки $d = 0,5628 \text{ нм}$, определить плотность кристалла и сравнить с табличным значением (см. приложение 6).

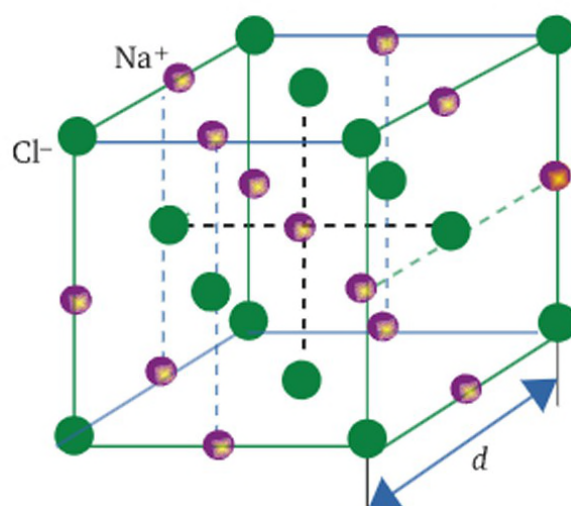


Рис. 9.2

$\alpha = 0,5628 \cdot 10^{-9} \text{ м}; M_{\text{Na}} = 0,02299 \text{ кг/моль};$ $M_{\text{Cl}} = 0,03543 \text{ кг/моль}; N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ кг/м}^3$
$N_{\text{Na}} = ? N_{\text{Cl}} = ? \rho = ?$

Решение

Пространственная решетка NaCl состоит из двух гранецентрированных кубических подрешеток, одна из которых образована ионами Na^+ , другая — ионами Cl^- . Подрешетки сдвинуты одна относительно другой на расстояние $0,5d$ (см. рис. 9.2).

В углах элементарной ячейки NaCl , имеющей форму куба с ребром d , располагаются 8 ионов Cl^- . Однако к данной ячейке относится только $1/8$ часть иона, поскольку каждый из них принадлежит восьми ячейкам. В центрах шести граней куба находятся еще по одному иону хлора, каждый из которых принадлежит этому кубу наполовину. Таким образом, число ионов Cl^- в элементарной ячейке NaCl равно

$$\frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 4.$$

Каждый из 12 ионов Na^+ , располагающихся на ребрах куба, принадлежит этой ячейке на $1/4$ часть. Еще один ион Na^+ находит-

ся полностью в данной элементарной ячейке кристалла NaCl (см. рис. 9.2). Общее число ионов Na^+ , принадлежащих данной ячейке,

$$\frac{1}{4} \cdot 12 + 1 = 4.$$

Для вычисления плотности используем формулу-определение

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Величину m найдем как суммарную массу атомов в элементарной ячейке кристалла NaCl, т. е. четырех ионов Na^+ и четырех ионов Cl^- :

$$m = \frac{M_{\text{Na}}}{N_A} \cdot 4 + \frac{M_{\text{Cl}}}{N_A} \cdot 4, \quad (2)$$

где M_{Na} — молярная масса натрия; M_{Cl} — молярная масса хлора; N_A — постоянная Авогадро.

Если в качестве величины V возьмем элементарной ячейки

$$V = d^3, \quad (3)$$

то, подставляя выражения для массы (2) и объема (3) в уравнение (1), получим расчетную формулу плотности

$$\rho = \frac{4(M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}})}{N_A \cdot d^3}.$$

Проверка расчетной формулы по наименованию единиц:

$$[\rho] = (\text{кг/моль}) \cdot (\text{моль/м}^3) = \text{кг/м}^3.$$

Искомая плотность твердого соединения NaCl

$$\rho = \frac{4 \cdot (22,99 + 35,45) \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 5,628^3 \cdot 10^{-30}}; \rho = 2,18 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

По результатам расчета для идеальной кристаллической решетки значение $\rho = 2,18 \text{ г/м}^3$ получилось больше табличного значения плотности каменной соли $\rho_{\text{табл}} = 2,17 \text{ г/см}^3$ (см. приложение 6), что объясняется наличием дефектов структуры в реальном кристалле.

Ответ. Число ионов Na^+ и Cl^- в элементарной ячейке — по 4; плотность кристалла — $2,18 \text{ г/м}^3$.

Пример 9.2. Какое количество теплоты потребуется для нагревания кристобалита (SiO_2) объемом 18 мм^3 в интервале температур: 1) от 100 до 200 К; 2) от 800 до 900 К?

$$V = 18 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3; T_1 = 100 \text{ К}; T_2 = 200 \text{ К}; T_3 = 800 \text{ К}; \\ T_4 = 900 \text{ К}; T_D = 732 \text{ К}; M = 0,060 \text{ кг/моль}; \\ \rho = 2,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

$$Q_1 = ? \quad Q_2 = ?$$

Решение

Теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении можно считать одинаковыми: $C_V = C_p = C$, поскольку объем твердого тела при нагревании изменяется незначительно. Из определения молярной теплоемкости $C = \frac{\delta Q}{\nu dT}$ следует

$$\delta Q = C \cdot \nu \cdot dT \text{ и } Q = \int_{T_1}^{T_2} C \nu dT. \quad (1)$$

По закону Дебая теплоемкость кристаллических твердых тел при низких температурах (от нуля до $T \approx \frac{T_D}{4}$) *возрастает* пропорционально кубу температуры, а при высоких ($T > T_D$) практически не изменяется. Следует ожидать, что искомые количества теплоты будут различными, а именно $Q_2 > Q_1$, поскольку при одинаковом изменении температуры теплоемкость во втором случае больше.

При низких температурах ($T = T_D$), что имеет место в случае 1, молярная теплоемкость простых твердых тел (молекулы которых состоят из одного атома) рассчитывается по закону кубов Дебая:

$$C = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{T_D} \right)^3, \quad (2)$$

где R — молярная газовая постоянная; T — температура; T_D — характеристическая температура Дебая для данного вещества.

Если молекула состоит из n_a атомов, то молярная теплоемкость соответственно в n_a раз больше. Для данного кристалла $n_a = 3$.

В первом случае имеем на основании формул (2) и (1) уравнения

$$C_1 = n_a \cdot \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{T_D} \right)^3 \text{ и } Q_1 = n_a \cdot \nu \cdot \frac{12 \pi^4 \cdot R}{5 T_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT.$$

Зная плотность ρ вещества и его объем V , найдем количество вещества $\nu = m/M$, где $m = \rho V$ — масса вещества; M — молярная масса.

Подставив выражение для количества вещества $\nu = \frac{\rho V}{M}$, получим

$$Q_1 = \frac{12 n_a \rho V \pi^4 R}{5 T_D^3 M} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT. \quad (3)$$

Молярную массу вычислим, принимая во внимание состав молекулы SiO_2 , по формуле

$$M = \sum_i n_i \cdot A_{i \text{ ат}} \cdot 10^{-3},$$

где M — молярная масса, кг/моль; n_i — число атомов i -го сорта, входящих в состав молекулы; $A_{i \text{ ат}}$ — относительная атомная масса элемента i -го сорта (см. приложение 5):

$$M_{\text{SiO}_2} = (28 + 2 \cdot 16) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 60 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

По формуле (3) находим:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 1,025 \cdot 10^{-8} \cdot \int_{100}^{200} T^3 dT = \\ &= 1,025 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{200^4}{4} - \frac{100^4}{4} \right) = 1,025 \cdot 10^{-8} \cdot 3,75 \cdot 10^8; \\ Q_1 &= 3,8 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

В случае 2 при нагревании от 800 до 900 К, т. е. при температурах выше температуры Дебая ($T_D = 732 \text{ К}$ для SiO_2), молярная теплоемкость может быть вычислена по классической формуле

$$C_2 = n_a \cdot 3R,$$

где $n_a = 3$ — число атомов в молекуле кристобалита; R — молярная газовая постоянная.

Количество теплоты, необходимое для нагревания,

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_2 \nu \Delta T \Rightarrow Q_2 = n_a \cdot 3R \nu \Delta T = 3 \cdot 3 \cdot 8,31 \cdot 0,69 \cdot 10^{-3} \cdot (900 - 800); \\ Q_2 &= 5,2 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Результаты расчетов ($Q_2 > Q_1$) не противоречат закону Дебая.

Ответ. Количество теплоты для нагревания кристобалита в первом случае равно 3,8 Дж, во втором — 5,2 Дж.

Пример 9.3. Найти концентрацию свободных электронов в меди и в вольфраме. Считать, что в кристалле меди коллективизированы по одному электрону от каждого атома, а вольфраме — по два.

$M_{\text{Cu}} = 63,55 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \rho_{\text{Cu}} = 8,93 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$ $M_{\text{W}} = 184 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \rho_{\text{W}} = 10,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$ $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
$n_{e \text{ Cu}} = ? \quad n_{e \text{ W}} = ?$

Решение

Концентрация свободных электронов n_e в кристалле пропорциональна концентрации атомов n . Последнюю выразим через плотность вещества и его молярную массу. По определению

$$n = \frac{N}{V},$$

где $N = \frac{m}{m_0}$ — число атомов; $m_0 = \frac{M}{N_A}$ — масса одной молекулы; $V = \frac{m}{\rho}$ — объем вещества; m — масса; ρ — плотность вещества; N_A — постоянная Авогадро; M — молярная масса.

Концентрация атомов

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m \cdot \rho}{m_0 \cdot m} = \frac{N_A \cdot \rho}{M}.$$

Учитывая, что медь содержит один свободный электрон на каждый атом вещества, а вольфрам — два, как определено условием задачи, получим выражения концентрации свободных электронов в меди и в вольфраме:

$$n_{eCu} = 1 \cdot \frac{N_A \cdot \rho_{Cu}}{M_{Cu}} \text{ и } n_{eW} = 2 \cdot \frac{N_A \cdot \rho_W}{M_W}.$$

Проверка по наименованию единиц:

$$[n_e] = \text{кг} \cdot \text{моль} / (\text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3) = \text{м}^{-3}.$$

Искомые концентрации:

$$n_{eCu} = 1 \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 8,93 \cdot 10^3}{63,55 \cdot 10^{-3}}; \quad n_{eCu} = 8,46 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3};$$

$$n_{eW} = 2 \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 10,3 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-3}}; \quad n_{eW} = 6,74 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Медь содержит в 1,26 раза больше электронов проводимости в единице объема, чем вольфрам.

Ответ. Концентрацию свободных электронов в меди $8,46 \times 10^{28} \text{ м}^{-3}$, в вольфраме $6,74 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Пример 9.4. Определить отношения напряженностей электрического поля и скоростей упорядоченного движения электронов при одинаковой плотности тока в меди и в вольфраме. Считать, что в проводимости меди участвует по одному электрону от каждого атома, а в проводимости вольфрама — по два.

$$M_{Cu} = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad \rho_{Cu}^{эл} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м};$$

$$M_W = 184 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad \rho_W^{эл} = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$\frac{v_{Cu}}{v_W} = ? \quad \frac{E_{Cu}}{E_W} = ?$$

Решение

Связь напряженности электрического поля E в проводнике с плотностью тока j выражается законом Ома в локальной форме

$$j = \gamma \cdot E, \text{ или } j = \frac{1}{\rho_{\text{эл}}} \cdot E, \quad (1)$$

где γ — удельная электрическая проводимость; $\rho_{\text{эл}}$ — удельное сопротивление проводника.

Так как плотности тока одинаковы (по условию), то отношение напряженностей получается из соотношения (1) в виде

$$\frac{E_{\text{Cu}}}{E_{\text{W}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}}^{\text{эл}}}{\rho_{\text{W}}^{\text{эл}}} = \frac{1,7 \cdot 10^{-8}}{5,5 \cdot 10^{-8}} = 0,31.$$

Перенос заряда в металлических проводниках, к которым относятся медь и вольфрам, осуществляется только свободными электронами. Их концентрация определяется количеством обобществленных валентных электронов (см. пример 9.3).

Найдем взаимосвязь между скоростью v дрейфа заряженных частиц в электрическом поле и плотностью тока j . Для этого выразим плотность тока как отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника $j = \frac{I}{S}$ (по определению), а силу тока — как скорость протекания заряда $I = \frac{dq}{dt}$, или для постоянного тока $I = \frac{q}{t}$, где $q = q_0 N$; N — число частиц, заряд каждой из которых q_0 , прошедших через сечение проводника S за время t расстояние $\ell = vt$.

Тогда плотность тока

$$j = \frac{(q_0 \cdot N_e)v}{\ell \cdot S} = \frac{(q_0 \cdot N_e)v}{V},$$

или

$$j = q_0 \cdot n_e \cdot v, \quad (2)$$

где v — дрейфовая скорость заряженных частиц; q_0 — заряд одной частицы; $n_e = N_e/V$ — концентрация свободных носителей тока.

Скорость электронов найдем из уравнения (2):

$$v = \frac{j}{q_0 \cdot n_e}.$$

При одинаковой плотности тока ($j = \text{const}$) скорость дрейфа заряженных частиц в электрическом поле обратно пропорциональная их концентрации. В предыдущем примере найдено $\frac{n_{e\text{Cu}}}{n_{e\text{W}}} = 1,26$.

Искомое отношение скоростей электронов в меди и в вольфраме

$$\frac{v_{Cu}}{v_W} = \frac{n_{eW}}{n_{eCu}} \cdot \frac{v_{Cu}}{v_W} = 0,80.$$

Ответ. Чтобы создать в меди такую же плотность тока, как в вольфраме, требуется приблизительно в 3 раза меньшая напряженность электрического поля. Скорость упорядоченного движения электронов в меди на 20 % ниже, чем в вольфраме, при той же плотности тока.

Пример 9.5. Красная граница внутреннего фотоэффекта селенида кадмия составляет $\lambda_{гр1} = 0,73$ мкм при абсолютном нуле температуры, тогда как красная граница внешнего фотоэффекта — $\lambda_{гр2} = 0,27$ мкм. Определить ширину запрещенной зоны, работу выхода электрона из вещества и положение уровня Ферми при температуре, близкой к нулю.

$\lambda_{гр1} = 0,73 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \lambda_{гр2} = 0,27 \cdot 10^{-6} \text{ м};$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
$\Delta W = ? A_{\text{вых}} = ? W_{\text{пвз}} = ?$

Решение

Внутренний фотоэффект имеет место, когда энергия квантов $h\nu$, падающих на поверхность полупроводника, не меньше ширины запрещенной зоны ΔW (рис. 9.3). В соответствии с законом сохранения энергии

$$h \cdot \nu_{гр1} = \Delta W, \text{ или } h \cdot \frac{c}{\lambda_{гр1}} = \Delta W, \quad (1)$$

где $\nu_{гр1}$ и $\lambda_{гр1}$ — частота и длина волны, соответствующие красной границе внутреннего фотоэффекта.

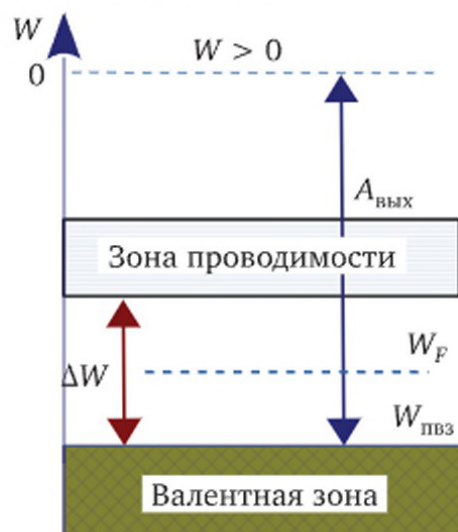


Рис. 9.3

Согласно закону (1) ширина запрещенной зоны данного полупроводника

$$\Delta W = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{гр1}}};$$

откуда $\Delta W = 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,7 \text{ эВ}$.

Искомую работу выхода электрона $A_{\text{вых}}$ можно найти из уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + K_e, \quad (2)$$

где K_e — кинетическая энергия электронов, покидающих вещество.

Из уравнения (2) следует, что минимальная энергия фотонов, способных вызвать внешний фотоэффект, равна работе выхода, поскольку $K_e = 0$ при $\lambda = \lambda_{\text{гр2}}$,

$$h \cdot \nu_{\text{гр2}} = A_{\text{вых}} \Rightarrow A_{\text{вых}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{гр2}}}. \quad (3)$$

Проверка расчетной формулы (3) по наименованию единиц:

$$[A_{\text{вых}}] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / (\text{с} \cdot \text{м}) = \text{Дж}.$$

Подставляя числовые значения в формулу (3), получим

$$A_{\text{вых}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{0,27 \cdot 10^{-6}}; A_{\text{вых}} = 7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,6 \text{ эВ}.$$

Работа выхода электрона из беспримесного полупроводника равна энергии, которую нужно сообщить электрону, чтобы удалить его с уровня, соответствующего потолку валентной зоны $E_{\text{пвз}}$ (см. рис. 9.3), в вакуум при условии, что кинетическая энергии свободного электрона в вакууме окажется равной нулю. В данном примере, как было показано, на этот переход затрачивается энергия 4,6 эВ.

Уровень Ферми W_F беспримесного полупроводника при температуре $T = 0 \text{ К}$ находится на середине запрещенной зоны. Энергия, соответствующая потолку валентной зоны, $W_{\text{пвз}} = -4,6 \text{ эВ}$. Тогда положение уровня Ферми

$$W_F = -4,6 + \frac{1,7}{2}; W_F = -3,8 \text{ эВ}.$$

Ответ. Ширина запрещенной зоны $2,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; работа выхода электрона из вещества $7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; положение уровня Ферми $-6,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Задания

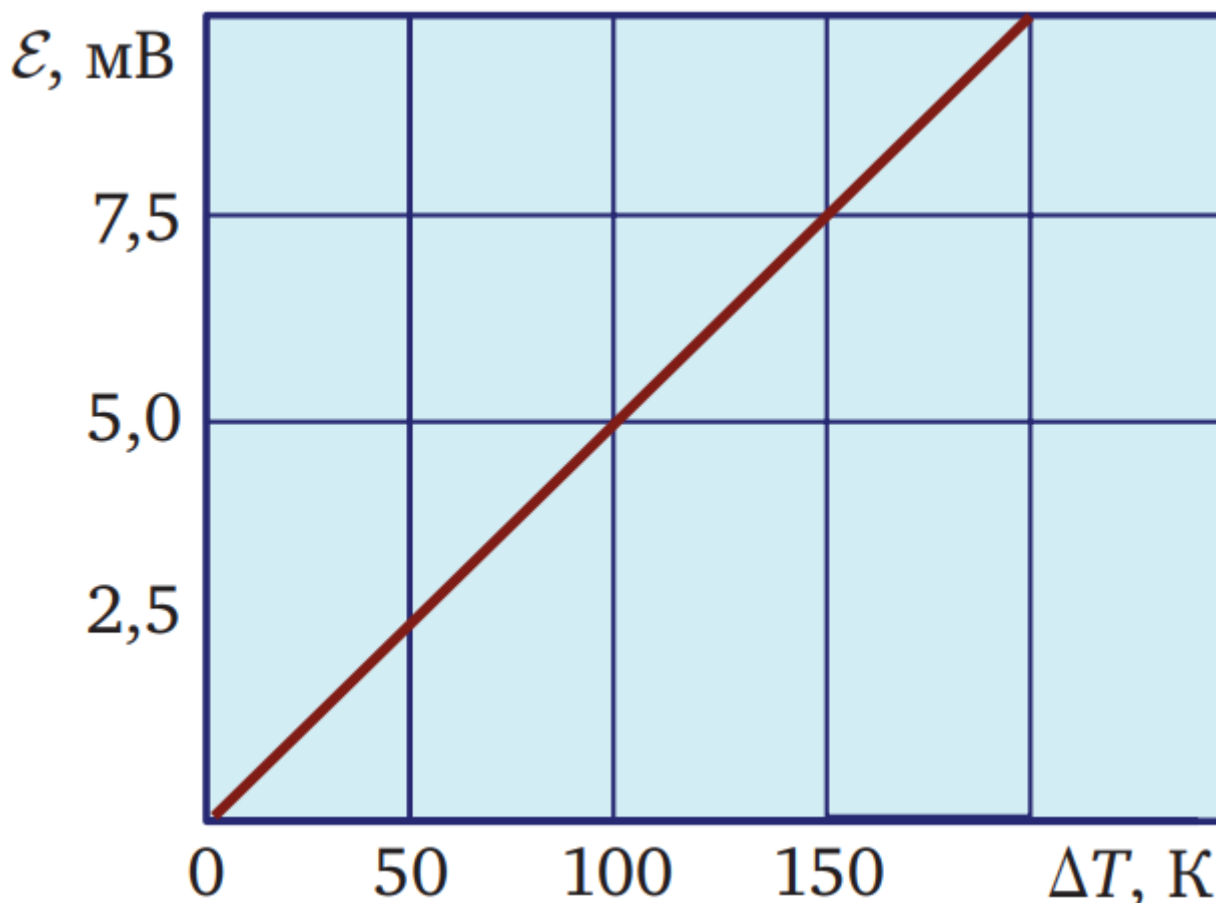
Физика твердого состояния

Зная молярную массу меди и ее плотность, определить среднее расстояние между атомами в гранецентрированной кубической решетке кристалла меди.

Какова теплоемкость железного цилиндра длиной $L = 10$ см и диаметром $D = 5$ см при температуре $T = 600$ К?

Считая, что в проводимости меди и серебра участвует по одному электрону от каждого атома, найти отношение скоростей дрейфа электронов в данных проводниках при одинаковой плотности тока.

Используя градуировочный график (рис.), где ε — термоЭДС; ΔT — разность температур горячего и холодного спаев, определить удельную термоЭДС термопары. Какова температура горячего спая, если холодный спай находится при температуре 20°C , а термоЭДС равна $8,0$ мВ?



При нагревании алюминия массой $0,5$ кг от 200 до 250 К молярная теплоемкость изменялась по приближенному линейному закону $C = -5 + 0,08T$, где C — молярная теплоемкость, Дж/(моль·К); T — температура, К. Оценить количество подведенной теплоты.

Раздел II
ЗАДАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ

Механика

1. Кинематика

1.1. Трамвай идет со скоростью $v_T = 36$ км/ч посреди проезжей части улицы с двусторонним движением. Скорости автомобилей слева и справа трамвая одинаковы: $v_a = 54$ км/ч. Чему равно отношение N_1/N_2 количества автомобилей, проходящих мимо трамвая непрерывным потоком во встречном и попутном направлениях?

1.2. Груз приведен в движение подъемным краном вертикально вверх со скоростью 9,0 м/мин. Какой станет скорость груза относительно Земли, если кран начнет смещаться по рельсам в горизонтальном направлении со скоростью 0,10 м/с?

1.3. Два автомобиля движутся относительно центра перекрестка. Их начальные координаты: $x_1 = 0$; $y_1 = 45$ м; $x_2 = -60$ м; $y_2 = 0$. Проекции скоростей движущихся объектов: $v_{1x} = 0$, $v_{1y} = -15$ м/с; $v_{2x} = -10$ м/с; $v_{2y} = 0$. Найти: а) модуль и направление скорости первого автомобиля относительно второго; б) расстояние между ними в момент, когда один из них достигнет центра перекрестка.

1.4. Труба радиусом 25 см катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности (рис. 3.1). Найти модуль перемещения точки D_T трубы: а) за четверть оборота; б) за один оборот. Изобразить траекторию движения этой точки, относительно начальной точки касания поверхности D_{Π} .

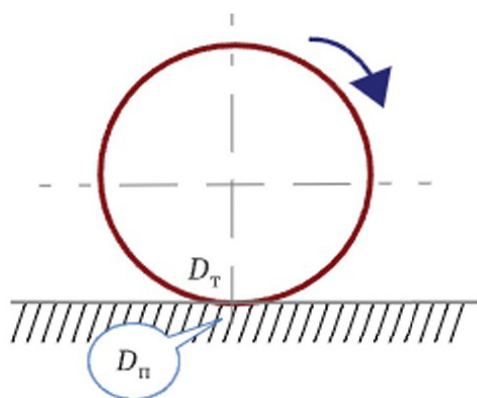


Рис. 3.1

1.5. Велосипедист и пешеход, движущиеся со скоростями $v_B = 7,22$ м/с и $v_{\Pi} = 1,51$ м/с в одном направлении по круговому треку радиусом 30,6 м, поравнялись в некоторой точке трека. Через

какие промежутки времени начиная с этого момента участники движения: а) окажутся в диаметрально противоположных точках трека; б) снова поравняются друг с другом? Сколько раз велосипедист обгонит пешехода, пока тот пройдет один круг?

1.6. Зависимость координаты от времени для тела, движущегося прямолинейно вдоль оси Y , показана на диаграмме (рис. 3.2). Найти ускорение тела в интервале времени от 0 до 2 с, считая его постоянным. Записать закон изменения скорости со временем.

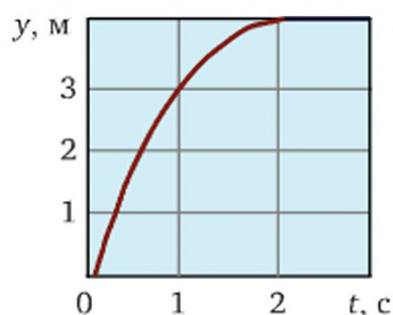


Рис. 3.2

1.7. Пассажир автобуса, войдя в переднюю дверь, продвигается по салону к заднему сиденью со скоростью 1,5 м/с. Автобус в это время разгоняется с ускорением 2,0 м/с². Какова скорость (модуль и направление) пассажира относительно Земли через 2,5 с после начала движения автобуса?

1.8. Массивное тело обтекаемой формы падает вблизи поверхности Земли. Результаты изучения движения приведены в табл. 3.1, где t — время; y — вертикальная координата тела, отсчитанная от поверхности Земли. Ось Y направлена вверх. Определить модуль и направление начальной скорости тела.

Таблица 3.1

$t, \text{ с}$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$y, \text{ м}$	6,91	6,31	5,32	3,94	2,17	0

1.9. Материальная точка движется вдоль оси X . Зависимость координаты от времени имеет вид $x = 3 + 6t - 2t^3$, где x — координата, м; t — время, с. В какой момент времени скорость точки будет равна нулю?

10. Какова средняя скорость тела в интервале от $t_1 = 0$ до $t_2 = 9,0$ с, если мгновенная скорость определяется уравнением $v = 2,0 + 10\sqrt{t}$, где v — скорость, м/с; t — время, с?

1.11. Скорость автомобиля в течение 10 с возрастает по закону $v = 0,4t$, где v — скорость, м/с; t — время, с. Найти: а) среднюю скорость на всем пути; б) отношение средней скорости за последние 5 с к средней скорости за первые 5 с.

1.12. Тело начинает движение с постоянным ускорением. Найти отношение средней скорости на второй половине пути к средней скорости на первой половине пути.

1.13. Материальная точка движется прямолинейно со скоростью, изменяющейся по закону $\vec{v} = (1,0t^2)\vec{i}$, где v — скорость, м/с; t — время, с; \vec{i} — единичный вектор вдоль оси X . Найти зависимость ускорения от времени $a_x(t)$ и вычислить путь, пройденный за первые 10 секунд движения.

1.14. Мотоцикл разгоняется за 4,0 с до 209 км/ч. Скорость нарастает по закону $v = k\sqrt{t}$. Какое расстояние преодолевается за время разгона? Каково среднее ускорение за четвертую секунду?

1.15. Скорость тела задана уравнением $\vec{v} = (-2t^2 + 16)\vec{i}$, где v — скорость, м/с; t — время, с; \vec{i} — единичный вектор. Найти начальную и конечную скорости тела в интервале времени от 0 до 4 с, а также перемещение тела за это время.

1.16. Радиус-вектор материальной точки изменяется во времени по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где r — модуль радиус-вектора, м; t — время, с; \vec{i}, \vec{j} — орты осей X, Y . Определить модуль скорости и модуль ускорения в момент $t^* = 1$ с.

1.17. Вращение диска вокруг оси, совпадающей с осью симметрии, описывается уравнением $\varphi = 4 - 2t + 0,2t^3$, где φ — угол поворота, рад; t — время, с. Определить тангенциальное и нормальное ускорения точек диска на расстоянии 20 см от оси вращения через 3,0 секунды после начала отсчета времени.

1.18. Движение материальной точки задано уравнениями $x = 1,0t$ и $y = 2,0t^3$, где x и y — декартовы координаты, м; t — время, с. Найти: а) ускорение в момент времени $t^* = 0,80$ с; б) уравнение траектории точки.

1.19. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 0,5$ м против часовой стрелки согласно закону $\ell = 2t$, где ℓ — пройденный путь; t — время движения, с. Записать уравнения движения $x(t)$ и $y(t)$, учитывая начальные условия: $x_0 = 0,5$ м; $y_0 = 0$ при $t_0 = 0$. Вычислить тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент $t^* = 2$ с.

2. Силы в механике. Законы Ньютона.

Закон сохранения импульса

2.1. Прямолинейное движение тела описывается законом $s = 5t + 2t^2$, где s — пройденный путь, м; t — время движения, с. Масса тела $m = 10$ кг. Найти силу, действующую на тело.

2.2. На всем пути экстренного торможения автомобиля массой 1500 кг действует сила трения, равная 17 кН. Какой может быть

скорость машины, чтобы расстояние 10 м оказалось достаточным для ее полной остановки?

2.3. В момент срабатывания подушки безопасности (*airbag*) скорость автомобиля изменялась по закону $v = 30 - 60t$, где v — скорость, м/с; t — время, с. С какой силой действовали бы жесткие детали конструкции автомобиля на тело человека массой 70 кг, если бы подушка отсутствовала?

2.4. Материальная точка массой 0,2 кг начинает двигаться под действием переменной силы $F = 3t^2$, где F — сила, Н; t — время, с. Какова скорость точки в конце второй секунды движения?

2.5. Груз массой 1,0 т, поднятый на тросе длиной 2,3 м, раскачался под действием ветра. В момент прохождения грузом нижней точки траектории скорость груза равна 1,5 м/с. Рассчитать максимальную силу натяжения троса.

2.6. Мяч, брошенный вертикально вверх, достиг максимальной высоты 10 м через 1,6 с после момента бросания. Найти среднюю силу сопротивления воздуха.

2.7. При трогании с места буксируемого автомобиля с ускорением $a = 1$ м/с² трос, связывающий его с тягачом, удлинился на $\Delta x = 2$ см. Масса автомобиля $m = 1000$ кг, жесткость троса $k_T = 100$ кН/м. Оценить силу сопротивления движению. На сколько уменьшится сила натяжения троса, когда разгон прекратится?

2.8. Жесткость одной жилы стального троса 50 кН/м. Из скольких жил должен быть сплетен трос, чтобы при подвешивании груза 500 кг он растягивался бы не более чем на 10 мм?

2.9. Коленчатый вал автомобильного двигателя вращается с частотой 5000 об/мин. Скорость поршня при этом достигает 21,5 м/с. Найти среднее ускорение поршня и оценить силу, обеспечивающую это ускорение при массе поршня около 0,5 кг. Во сколько раз эта сила больше силы тяжести поршня?

2.10. Груз массы $m_0 = 1$ кг и муфта массы $M_0 = 2$ кг связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок (рис. 3.3). Под действием груза муфта скользит снизу вверх по вертикальному штоку. Пренебрегая трением и массой нити, определить ускорение груза в момент, когда угол α между нитью и штоком равен $\alpha^* = 60^\circ$. Как изменяется проекция ускорения муфты на ось Y в зависимости от угла α ?

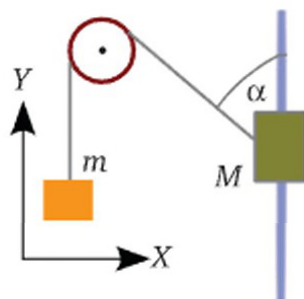


Рис. 3.3

2.11. Две пружины разной длины $\ell_1 = 10$ см и $\ell_2 = 20$ см, жесткости которых $k_1 = 200$ Н/м и $k_2 = 100$ Н/м, вставлены одна в другую и скреплены концами. Каковы длина составной пружины и ее жесткость?

2.12. Две пружины одинаковой жесткости $k = 0,40$ кН/м, но разной длины $\ell_1 = 30$ см; $\ell_2 = 50$ см вставляют одну в другую и скрепляют концами. На сколько при этом деформируется каждая пружина и какова сила упругости, возникающая вследствие деформации?

2.13. На тело массой 2,0 кг в течение 5 с действует переменная сила (рис. 3.4). Найти изменения импульса тела в промежутках времени: а) от нуля до 3 с; б) от 3 до 5 с; в) от 0 до 5 с.

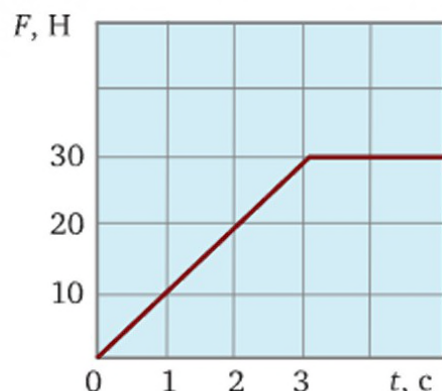


Рис. 3.4

2.14. Под действием силы $F = 20$ Н скорость тела возрастает по закону $v = 2,5t$, где v — скорость, м/с; t — время, с. Какова масса тела?

2.15. Автомобиль начинает двигаться по закруглению горизонтальной дороги радиусом $R = 40$ м с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5,0$ м/с². Коэффициент трения между колесами машины и дорожным покрытием $\mu = 0,30$. Какой путь пройдет автомобиль без заноса?

2.16. Полусферическую чашу радиусом R с гладкой внутренней поверхностью (рис. 3.5) привели во вращение вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω и положили внутрь небольшой брусок. На каком расстоянии r от оси вращения будет находиться брусок, не сдвигаясь ни вверх, ни вниз?

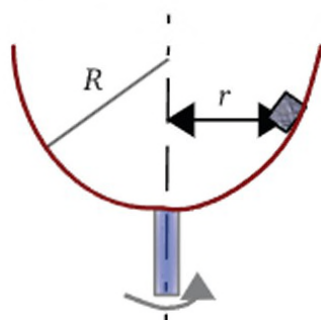


Рис. 3.5

2.17. На вагонетку массой $M = 300$ кг, движущуюся по скорости $v_1 = 1,2$ м/с, сверху сброшен груз $m = 100$ кг. Найти скорость v_2 вагонетки с грузом.

2.18. Две платформы собственной массой по 400 кг катятся по инерции в одном направлении по параллельным рельсам со скоростями $v_1 = v_2 = 2$ м/с. На одной из них лежит груз 100 кг. Найти скорости платформ после того, как груз будет переброшен с одной платформы на другую.

2.19. Лодка длиной 6,0 м и массой 200 кг стоит, прикасаясь носом к причалу. С какой скоростью начнет двигаться лодка, когда человек массой 80 кг пойдет с кормы на нос со скоростью 2,0 м/с относительно Земли? На сколько сантиметров отойдет лодка от причала, когда человек приблизится к носу лодки?

3. Работа и энергия

3.1. Найти работу силы, под действием которой скорость тела массой 2 кг возросла с 4 до 6 м/с.

3.2. Тело переместили из точки (1, 2) в точку (3, 6) под действием постоянной силы $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, где F — сила, Н; \vec{i} и \vec{j} — орты осей X и Y декартовой системы координат (координаты даны в метрах). Найти работу данной силы.

3.3. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить скорость тела от 2,0 до 6,0 м/с на пути 10 м? Масса тела 1,0 кг. На всем пути действует сила трения 2,0 Н.

3.4. Груз 1000 кг поднимается с ускорением 2,0 м/с². Найти силу натяжения троса, на котором закреплен данный груз, и работу этой силы за первые три секунды подъема.

3.5. Под действием переменной силы (рис. 3.6), направленной вдоль оси X , тело начинает двигаться и проходит расстояние $x_2 - x_1 = 5$ м. Найти работу данной силы, совершенную на всем пути, и кинетическую энергию, приобретенную телом.

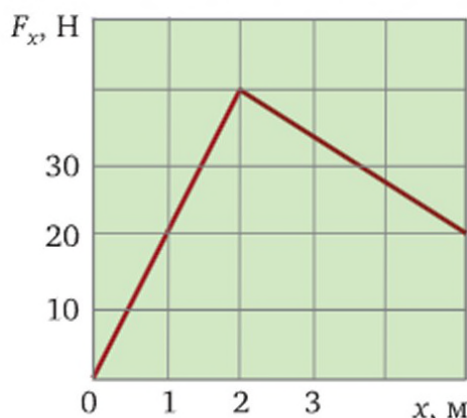


Рис. 3.6

3.6. При каком способе передвижения однородного куба в горизонтальном направлении на расстояние 1,0 м совершается меньшая работа: 1) если куб тянуть по полу; 2) если куб кантовать, перекапывая с одной грани на другую? Масса куба $m = 100$ кг; длина ребра $a = 50$ см; коэффициент трения скольжения $\mu = 0,30$.

3.7. На покоящееся тело массой 5 кг начинает действовать переменная сила $F = 5t^2$, где F — сила, Н; t — время, с. Найти работу данной силы в течение первых двух секунд.

3.8. Скорость тела массой 5,0 кг, движущегося вдоль оси X , изменяется по закону $v_x = 8 - 2,0t$, где v_x — проекция вектора скорости на ось X , м/с; t — время, с. Найти работу равнодействующей силы в промежутке времени от 0 до 1,0 с и изменение кинетической энергии тела за это время.

3.9. Доска длиной $l = 54$ см с лежащим на ее краю бруском (рис. 3.7) движется по горизонтали. Какой должна быть минимальная скорость доски v , чтобы при ее столкновении с препятствием, закрепленным неподвижно, брусок слетел с доски? Коэффициент трения $\mu = 0,30$.



Рис. 3.7

3.10. Шлюпка массой 180 кг спущена на воду с борта судна, идущего со скоростью 3,0 м/с. Какое расстояние пройдет шлюпка, пока ее скорость уменьшится в 10 раз? На сколько отстанет она от судна за это время? Сила сопротивления воды, действующая на шлюпку, изменяется по закону $\vec{F}_c = -k_c \cdot \vec{v}$, где F_c — сила, Н; $k_c = 90$ Н·с/м — коэффициент пропорциональности; v — скорость, м/с.

3.11. Под действием силы 100 Н скорость тела массой 40 кг увеличилась от нуля до 2,5 м/с. Найти время разгона, совершенную работу и приобретенную телом кинетическую энергию.

3.12. Оценить скорость v , с которой метеорит входит в атмосферу Земли на высоте $h = 50$ км. Масса Земли $M_3 = 6,0 \cdot 10^{24}$ кг, ее радиус $R_3 = 6400$ км. Скорость тела вдали от Земли принять равной нулю.

3.13. Найти работу деформации при неупругом лобовом столкновении легкового автомобиля с грузовиком. Массы автомобилей: $m = 1,2$ т и $M = 9,0$ т. Модули скоростей до удара одинаковы: $v_d = v_r = 72$ км/ч.

3.14. Шайба соскальзывает без начальной скорости с ледяной горки (рис. 3.8) высотой $h = 0,45$ м и останавливается, пройдя некоторое расстояние по горизонтальной поверхности. Проекция

перемещения на горизонтальную плоскость $x = 3,0$ м. Определить коэффициент трения.

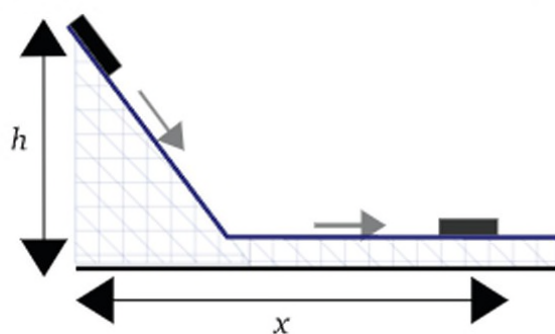


Рис. 3.8

3.15. Проволока выдерживает нагрузку до 300 кг. На ней подвесили груз 150 кг. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при возвращении в положение равновесия?

3.16. С поверхности Земли поднимается груз массой $5,0 \cdot 10^2$ кг с постоянным ускорением $1,0$ м/с². Найти работу по подъему груза, совершенную за первые 10 с.

4. Момент инерции. Момент силы. Момент импульса

4.1. На концах невесомого стержня (рис. 3.9), закреплены два грузика, размерами которых можно пренебречь. Их массы: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$. Система находится в равновесии относительно горизонтальной оси вращения, проходящей через точку O перпендикулярно стержню. Во сколько раз изменится момент инерции относительно данной оси, если грузики поменять местами?

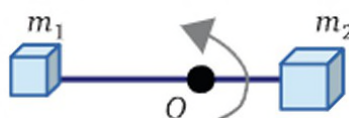


Рис. 3.9

4.2. Четыре шара (рис. 3.10) массами $m_1 = 4$ кг, $m_2 = m_3 = m_4 = 2$ кг соединены легкими стержнями. Шары удалены от точки O на расстояния $r_1 = r_2 = r_4 = 0,2$ м, $r_3 = 0,4$ м соответственно. Пренебрегая размерами шаров, найти момент инерции системы относительно: а) оси, проходящей через точку O перпендикулярно стержням; б) оси X ; в) оси Y .

4.3. Вал приводится во вращение по закону $\varphi = 2t + 0,2t^3$, где φ — угол поворота, рад; t — время, с. В момент времени $t^* = 2$ с на вал действует момент силы $M^* = 0,12$ Н·м. Чему равен момент инерции данного тела?

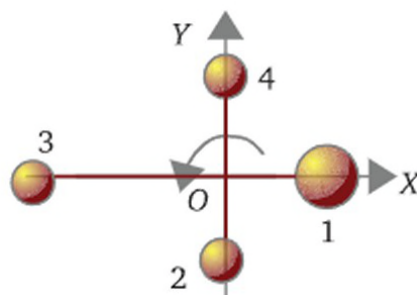


Рис. 3.10

4.4. Колесо, имеющее форму сплошного диска, раскручивается силой 10 Н, направленной по касательной. Радиус колеса 20 см, его масса 20 кг. Найти угловое ускорение колеса и время разгона до угловой скорости, соответствующей 15 оборотам в секунду.

4.5. Движение маховика с моментом инерции $2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ описывается уравнением $\varphi = t + t^2$, где φ — угол поворота, рад; t — время, с. Найти угловое ускорение и момент импульса маховика через $t^* = 2 \text{ с}$ после начала отсчета времени.

4.6. Сплошной цилиндр массой 12 кг и диаметром 30 см вращается вокруг своей оси согласно уравнению $\varphi = 4 - 2t + 0,2t^3$, где φ — угол поворота, рад; t — время, с. Определить момент силы, действующий на цилиндр, через 3,0 с после начала вращения.

4.7. На обод маховика (рис. 3.11) диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз $m = 2 \text{ кг}$. Под действием груза маховик начинает вращаться и за время, равное 3 с, приобретает угловую скорость $\omega = 9 \text{ рад/с}$. Пренебрегая трением, определить момент силы, действующий на маховик.

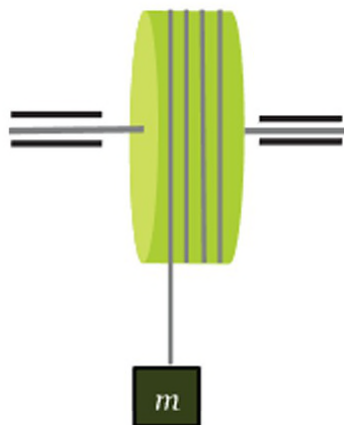


Рис. 3.11

4.8. Легкий шкив закреплен на оси маховика в форме диска диаметром 60 см и массой 40 кг. По касательной к шкиву приложена сила 200 Н. Радиус шкива 18 см. Определить угловое ускорение и частоту вращения маховика через 1,0 с после начала действия силы.

4.9. Диск радиусом 20 см и массой 20 кг раскручен до частоты $3,0 \cdot 10^3$ об/мин. Какую минимальную силу надо приложить к ободу маховика, чтобы остановить его за время, равное 10 с?

4.10. Момент инерции автомобильного колеса относительно собственной оси равен $0,70 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масса колеса 15 кг, радиус 30 см. Чему равен момент импульса колеса относительно горизонтальной оси, проходящей через точку касания с дорогой параллельно оси колеса, при скорости автомобиля 108 км/ч?

4.11. На цилиндрическую поверхность тела радиусом 0,2 м (см. рис. 3.11) намотан легкий шнур. К концу его привязали груз массой 3 кг и отпустили. Груз начал двигаться вниз с ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$. Какое значение момента инерции тела относительно неподвижной оси вращения получили в данном эксперименте?

4.12. Два велосипедных колеса насажены на общую ось и скреплены между собой. Радиусы и массы колес: $R_1 = 40 \text{ см}$ и $m_1 = 2,50 \text{ кг}$; $R_2 = 60 \text{ см}$ и $m_2 = 4,00 \text{ кг}$. Массой спиц можно пренебречь. Система приведена во вращение с частотой 2,0 об/с. Какую минимальную силу следует приложить к одному из колес системы, чтобы остановить ее за время, равное 10 с?

5. Законы сохранения в механике твердого тела

5.1. Автомобиль приводится в движение маховиком, раскручиваемым на стоянке до частоты 200 об/с. Полагая, что средняя сила сопротивления движению равна 2,0 кН, а вся масса маховика 100 кг сосредоточена на внешнем ободе радиусом 0,30 м, вычислить расстояние, которое может пройти автомобиль по горизонтальной дороге до полной остановки.

5.2. Деревянный стержень (рис. 3.12) массой $m = 2 \text{ кг}$ и длиной $\ell = 1 \text{ м}$ подвешен на оси, проходящей через его середину (точка C) перпендикулярно стержню. В конец стержня попадает пуля массой $m^* = 10 \text{ г}$, летящая перпендикулярно стержню и оси вращения со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, и застревает в нем. Определить угловую скорость ω , с которой начнет вращаться стержень.

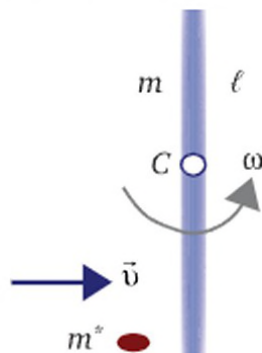


Рис. 3.12

5.3 Горизонтальная платформа в форме диска ($m_1 = 100$ кг; $R = 1,5$ м) вращается вокруг своей оси, совершая 10 оборотов в минуту. Человек ($m_2 = 60$ кг) стоит на краю платформы. Какой будет частота вращения, если человек перейдет от края платформы к центру?

5.4. Труба длиной $h = 8,0$ м падает из вертикального положения в горизонтальное. Считая, что нижний конец трубы не смещается, определить скорость верхнего конца в последний момент падения.

5.5. Для определения момента инерции колеса использовали маховик с известным моментом инерции $1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращающийся вокруг вертикальной оси с частотой $\nu_1 = 2$ об/с. Неподвижное колесо сверху надели на ось и уронили на маховик, после чего измерили частоту их совместного вращения — $\nu_2 = 1$ об/с. Какое значение момента инерции колеса получили данным способом?

5.6. Два диска, расположенные один над другим, вращаются в разные стороны вокруг одной вертикальной оси. Плоскости дисков параллельны. Угловая скорость и момент инерции первого диска равны 10 рад/с и $2 \text{ г} \cdot \text{м}^2$, а второго — 5 рад/с и $4 \text{ г} \cdot \text{м}^2$. Первый диск падает на второй и сцепляется с ним. Найти угловую скорость совместного вращения дисков и изменение кинетической энергии системы.

5.7. Груз небольших линейных размеров свободно падает с высоты $h = 20$ см на край однородного диска (рис. 3.13), вращающегося с частотой $\nu_0 = 1,6$ об/с, и неупруго сталкивается с ним. Масса диска $m = 3,0$ кг, его радиус $R = 40$ см, масса груза $m^* = 500$ г. На сколько изменится механическая энергия системы в результате взаимодействия тел?

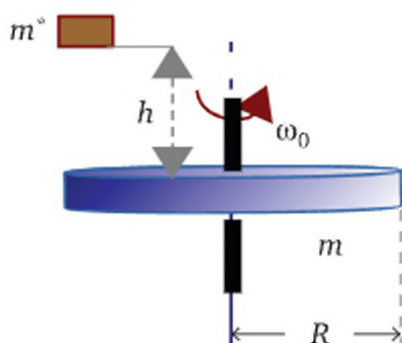


Рис. 3.13

5.8. Полная кинетическая энергия диска, катящегося по горизонтальной поверхности, равна 24 Дж. Определить кинетическую энергию поступательного движения и кинетическую энергию вращательного движения диска.

5.9. Найти относительную ошибку, которая возникает, когда вычисляют кинетическую энергию диска, катящегося без проскальзывания, не учитывая при этом вращение диска.

5.10. Начальная скорость трубы, катящейся по горизонтальной плоскости, $v_0 = 4,0$ м/с. На какое расстояние переместится труба до остановки, если коэффициент трения $\mu = 0,080$?

6. Элементы релятивистской механики

6.1. Электрон движется со скоростью $0,8c$, где c — скорость света в вакууме. Найти: а) импульс частицы; б) отношение кинетической энергии к полной энергии.

6.2. Вычислить скорость, импульс и полную энергию протона, получившего в ускорителе кинетическую энергию $1,0$ ГэВ.

6.3. Электрон ускоряется из состояния покоя до кинетической энергии, в три раза превышающей его начальную полную энергию. Найти работу по ускорению данной частицы и конечную скорость.

6.4. Электромагнитное излучение, возникающее при распаде ядер, можно представить как поток частиц (γ -квантов). Средняя энергия отдельного кванта $1,35$ МэВ. Найти импульс γ -кванта.

6.5. Два атомных ядра движутся навстречу друг другу со скоростями $\vec{v}_1 = (0,75c \cdot \vec{i}, 0, 0)$ и $\vec{v}_2 = (-0,75c \cdot \vec{i}, 0, 0)$ относительно Земли, где c — скорость света в вакууме. Определить скорость v_{1-2} сближения ядер по классической и релятивистской формулам.

6.6. По условию задачи 6.5 найти релятивистский импульс и кинетическую энергию одного ядра относительно другого, считая, что сближаются ядра атома водорода (протоны).

6.7. Ускоритель разгоняет атомное ядро до скорости $v_{я-з} = 0,4c$, где c — скорость света в вакууме. На выходе из ускорителя ядро испускает в направлении движения β -частицу со скоростью $v_{ч-у} = 0,75c$ относительно ускорителя. Какова скорость частицы относительно ядра?

7. Механика сплошных сред: давление в жидкости, уравнение Бернулли, упругость твердых тел, закон Гука

7.1. Поршневой насос выталкивает воду через отверстие диаметром $d = 2,0$ мм. Цилиндр насоса расположен горизонтально. Его диаметр $D = 4,0$ см. С какой скоростью вытекает вода из отверстия, если скорость поршня $0,15$ м/с? Каково избыточное давление в цилиндре?

7.2. Тяжелая пустая бочка емкостью 300 л и высотой 1 м затонула в вертикальном положении на глубине 5 м. В дне бочки имеется отверстие диаметром 2 см. Оценить время, в течение которого в бочку будет поступать вода. Сколько литров воды окажется в бочке? Температура воздуха внутри бочки 15°C . Атмосферное давление равно 100 кПа.

7.3. В резервуаре танкера, заполненном нефтью, образовалась круглая пробоина диаметром 10 мм. Высота уровня (напор) нефти над центром отверстия составляет 3 м. Полагая, что отверстие не затоплено водой, т. е. истечение происходит при атмосферном давлении, рассчитать объемный расход жидкости через отверстие. Будет ли вытекать нефть, если отверстие образуется на глубине 3 м под водой?

7.4. Краскопульт выбрасывает струю жидкой краски со скоростью 25 м/с. Плотность краски 800 г/л. Определить давление, создаваемое компрессором в краскопульте.

7.5. Жидкое топливо плотностью $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$ впрыскивается из бака Б в камеру сгорания К через распылитель сечением $S = 5 \text{ мм}^2$ (рис. 3.14). Избыточное давление над свободной поверхностью топлива в баке $p = 500 \text{ кПа}$. Уровень топлива находится выше распылителя на величину $h = 0,5 \text{ м}$. Давление p_0 в камере сгорания равно атмосферному. Пренебрегая вязкостью жидкости, рассчитать расход топлива.

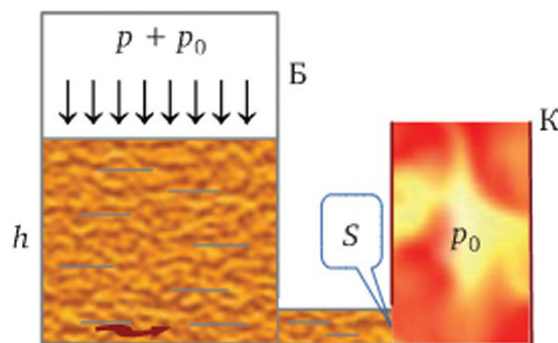


Рис. 3.14

7.6. Определить время истечения несжимаемой жидкости из открытого цилиндрического сосуда высотой 4,9 м, заполненного до краев. Диаметр отверстия в дне сосуда в 60 раз меньше диаметра сосуда.

7.7. Для определения модуля упругости E к стальному образцу сечением $S = 100 \text{ мм}^2$ и длиной $\ell = 1,00 \text{ м}$ приложили растягивающую нагрузку $F = 15,0 \text{ кН}$. Длина образца увеличилась при этом на 700 мкм. Какое значение величины E получено в данном опыте?

7.8. На медный болт диаметром $D = 5,0 \text{ мм}$, пропущенный через отверстие в недеформируемой детали толщиной $\ell = 150 \text{ мм}$, навинчивают гайку до касания с деталью. На какую максимальную длину $\Delta \ell$ можно продвинуть гайку по болту при ее дальнейшем вращении? Каково максимальное растягивающее усилие? Допустимое механическое напряжение для меди $\sigma_{\text{доп}} = 0,05 \text{ ГПа}$.

7.9. Медный образец сечением $S = 50 \text{ мм}^2$ и длиной 1,00 м нагрузили так, что его продольный размер изменился на 18 мкм. Найти объемную плотность энергии упругой деформации в образце.

7.10. Медную и стальную проволоки одинакового сечения $S = 3,0 \text{ мм}^2$ и длины $\ell = 1,0 \text{ м}$ срастили концами. Каково будет общее удлинение составной проволоки, если к ней подвесить груз 10 кг ? Рассмотреть случаи параллельного и последовательного соединения.

7.11. При изготовлении предварительно напряженного железобетона в стальных прутьях арматуры создали механическое напряжение $\sigma = 100 \text{ МПа}$. На сколько удлинился при этом прут длиной $\ell_0 = 5,0 \text{ м}$ и сечением $S = 3,0 \text{ см}^2$? Какое растягивающее усилие F приложено?

7.12. Гранитная колонна построена из 30 цилиндрических блоков, установленных вертикально один на другой. Высота каждого блока в ненапряженном состоянии $h_0 = 50 \text{ см}$. Оценить относительную деформацию нижнего блока.

7.13. С зависшего над землей вертолета равномерно опускают 20-килограммовый груз на медной проволоке сечением $3,5 \text{ мм}^2$. Когда проволоку выпустили на длину ℓ , механическое напряжение σ проволоки у верхнего ее конца стало на $7,0 \%$ больше, чем в начале спуска. Найти длину ℓ выпущенной части проволоки, удлинение $\Delta\ell$ и относительное удлинение $\Delta\ell/\ell$ в конце спуска.

Электричество

8. Напряженность и потенциал электростатического поля.

Принцип суперпозиции электрических полей

8.1. Электрическое поле создано тремя точечными зарядами 1,0 нКл, расположенными вдоль одной прямой с интервалом 1,0 см. Найти кулоновскую силу, действующую на один из крайних зарядов.

8.2. Два одинаковых точечных заряда по 100 нКл помещены в точках (0; 3; 0) и (3; 0; 0) прямоугольной системы координат. Определить силу (модуль и направление), действующую на заряд 10 мкКл, помещенный в точку (0; 0; 0). Координаты точек даны в метрах.

8.3. Точечные заряды $q_1 = 20,0$ нКл, $q_2 = 10,0$ нКл расположены по оси X (рис. 3.15) на расстояниях $r_1 = 200$ мм и $r_2 = 100$ мм от точки O соответственно. Данная система зарядов создает электростатическое поле в точке O с напряженностью \vec{E}_O и потенциалом φ_O . Если заряды q_1 и q_2 поменять местами, то во сколько раз изменится: а) модуль вектора \vec{E}_O ; б) потенциал φ_O ?

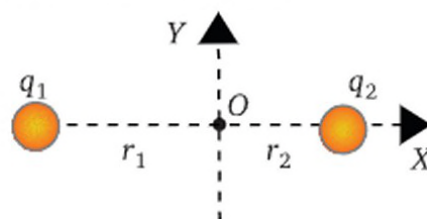


Рис. 3.15

8.4. Две квадратные пластины площадью 1,0 м² каждая расположены параллельно друг другу на расстоянии 1,0 см. После того как пластинам сообщили разноименные, равные по модулю заряды, между ними установилась разность потенциалов 1000 В. Найти поверхностную плотность заряда и силу кулоновского взаимодействия пластин, пренебрегая краевыми эффектами.

8.5. Электростатическое поле создано длинным прямым цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ мкКл/м². На расстоянии $r = 10$ см от оси цилиндра расположен точечный заряд $q = 25$ нКл. Определить силу взаимодействия данных заряженных тел.

8.6. Четыре одинаковых точечных заряда по 10 нКл расположены в вершинах куба на одной его грани. Длина ребра куба $a = 10$ см. Заряды находятся в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,2$. Определить напряженность электростатического поля в центре грани куба, расположенной напротив той, где находятся заряды.

8.7. В однородном электрическом поле с напряженностью 60 кВ/м перемещается заряд 5 нКл. Вектор перемещения, равный по модулю 20 см, составляет угол 60° с направлением силовых линий поля. Найти: а) разность потенциалов между конечной и начальной точками; б) работу, совершенную при перемещении заряда.

8.8. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_A = 6,0$ см и $R_B = 10,0$ см несут заряды 1 и $-0,5$ нКл соответственно. Найти напряженность электростатического поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояния 5,0, 9,0 и 15 см.

8.9. Поверхностная плотность заряда на бесконечной плоскости $\sigma = 8,85 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². Найти работу кулоновских сил по перемещению точечного заряда $q = 10$ нКл на расстояние $\Delta x = 2,0$ см вдоль силовых линий электростатического поля данной плоскости.

8.10. Бесконечная плоскость, расположенная горизонтально, заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 9,0$ мкКл/м². Сплошной алюминиевый шарик радиусом R с зарядом $q = 0,40$ мкКл помещают над плоскостью, не касаясь ее. Каким может быть значение R , чтобы шарик не падал?

8.11. Две круглые разноименно заряженные пластины площадью по 50 см² расположены параллельно. Заряд первой пластины $q_1 = 8,85$ нКл. Если расстояние между пластинами составляет 1,0 мм, пластины притягиваются с силой $F = 10$ мН. Чему равен заряд второй пластины? Какой будет сила кулоновского взаимодействия пластин, если расстояние между ними увеличить до 1,0 м?

8.12. Нить в форме полукольца радиусом $R = 10$ см равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau = 0,2$ мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, созданного нитью, в центре окружности, частью которой является нить.

8.13. На тонком стержне длиной 20 см равномерно распределен электрический заряд. На расстоянии 10 см от стержня по его оси находится точечный заряд 40 нКл, на который действует со стороны стержня кулоновская сила 6,0 мкН. Определить линейную плотность заряда на стержне.

8.14. Две широкие металлические пластины расположены на небольшом расстоянии друг от друга (рис. 3.16). Левая пластина заряжена положительно, правая заземлена. Поверхностная плотность заряда $\sigma = 8,85$ нКл/м². Электрический потенциал изменяется от пластины к пластине по закону $\varphi = 20 - 500x$, где φ — потенциал, В; x — координата, м. Найти: а) диэлектрическую проницаемость ϵ вещества, разделяющего пластины; б) расстояние между ними.

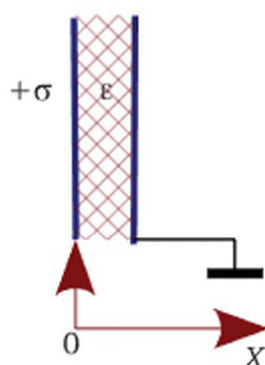


Рис. 3.16

8.15. Электрический заряд $1,7$ нКл равномерно распределен по тонкому кольцу с линейной плотностью $2,7$ нКл/м. Найти напряженность электрического поля в точках, равноудаленных от всех точек кольца на расстояние: а) 10 см; б) $1,0$ м.

8.16. В парафине расположены две параллельные металлические пластины, имеющие поверхностные плотности электрического заряда $\sigma_1 = 2$ мКл/м² и $\sigma_2 = 4$ мКл/м². Расстояние между пластинами мало по сравнению с их размерами. Определить электрическое смещение D и напряженность E электрического поля между пластинами.

8.17. Две параллельные пластины расположены на расстоянии $d = 4$ мм друг от друга. Разность потенциалов между ними $U = 20$ В. Часть пространства, прилегающая к одной пластине, заполнена стеклом ($d_1 = 3,0$ мм), остальная часть — фарфором. Найти напряженности электрического поля в стекле E_1 и в фарфоре E_2 .

8.18. Найти электрическое смещение D и напряженность E электрического поля в кварцевой пластине толщиной $d = 5$ мм, к которой приложено напряжение $U = 20$ кВ.

9. Закон сохранения заряда. Емкость.

Энергия электростатического поля

9.1. Четыре одинаковых точечных заряда по 10 нКл погружены в керосин ($\epsilon = 2,0$). Заряды находятся в вершинах куба на одной грани, площадь которой $S = 100$ см². Найти плотность энергии электростатического поля в центре противоположной грани.

9.2. Энергия поля конденсатора, подключенного к источнику напряжением 500 В, составляет $0,12$ мкДж. Пространство между обкладками заполнено диэлектриком ($\epsilon = 3$). Площадь одной пластины $S = 40$ см². Найти объемную плотность энергии поля в диэлектрике.

9.3. Конденсаторы $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 0,5$ мкФ были предварительно заряжены до напряжений $U_1 = 100$ В и $U_2 = 50$ В соответственно

и затем отключены от источника. Сколько энергии электрического поля будет преобразовано в теплоту при соединении конденсаторов одноименно заряженными обкладками?

9.4. Потенциал поля внутри заряженного ($q = 17,7$ нКл) плоского конденсатора, одна из обкладок которого заземлена (см. рис. 3.16), изменяется по закону $\varphi = 0,20 - 100x$, где φ — потенциал, кВ; x — расстояние от незаземленной обкладки, м. Определить разность потенциалов обкладок, расстояние между обкладками и электроемкость конденсатора.

9.5. Определить электроемкость плоского конденсатора, диэлектрическая проницаемость вещества внутри которого изменяется от одной обкладки до другой по закону $\varepsilon = 2,0 + 12x$, где x — координата, м. Площадь каждой обкладки 40 см^2 , расстояние между ними $d = 10 \text{ мм}$.

9.6. Обкладки плоского конденсатора (рис. 3.17) расположены вертикально. Нижнюю половину объема между обкладками занимает непроводящая жидкость, верхнюю половину — воздух. После удаления жидкости из конденсатора электроемкость конденсатора уменьшилась вдвое. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?



Рис. 3.17

9.7. Плоский воздушный конденсатор заряжен до напряжения $U_1 = 0,6$ кВ и отключен от источника. Найти напряжение U_2 , которое установится на обкладках конденсатора, если пространство между ними заполнить стеклом ($\varepsilon = 6$).

9.8. Две металлические пластины (рис. 3.18) разделены диэлектриком ($\varepsilon = 3,6$) переменной толщины ($d_1 = 2 \text{ мм}$; $d_2 = 4 \text{ мм}$). Размер по горизонтали $a = 10 \text{ мм}$. Площадь каждой пластины $S = 20 \text{ см}^2$. Оценить электроемкость данной системы.

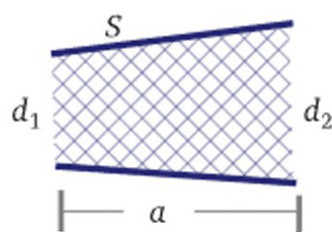


Рис. 3.18

9.9. По какой схеме нужно соединить три конденсатора по 5 мкФ каждый, чтобы емкость батареи получилась равной 7,5 мкФ?

9.10. К воздушному конденсатору, заряженному до 500 В и отключенному от источника, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы. Разность потенциалов между обкладками полученной батареи конденсаторов оказалась равной 70 В. Определить диэлектрическую проницаемость вещества между обкладками второго конденсатора.

9.11. Отдельные конденсаторы емкостями 1,0 и 10 мкФ зарядили до напряжений 300 и 400 В соответственно и затем соединили параллельно одноименными обкладками. Определить заряд каждого конденсатора после соединения.

9.12. Два металлических шарика находятся на большом расстоянии друг от друга. Первый шарик диаметром 20 мм заряжен до потенциала 112 В. Второй шарик имеет в 2 раза больший заряд. Заряженные тела соединили тонким проводником. Каким стал потенциал второго шарика, если его диаметр: а) в 2 раза больше; б) в 2 раза меньше первого?

9.13. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 100 см^2 и расстоянием между ними $d_1 = 1,00 \text{ мм}$ заряжен от источника напряжением 100 В. Затем пластины раздвигаются до $d_2 = 2,50 \text{ мм}$. В каких пределах изменяются напряжение на обкладках и энергия конденсатора, если источник при этом: а) подключен; б) отключен?

9.14. Два конденсатора емкостями $C_1 = 5 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 8 \text{ мкФ}$ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 80 \text{ В}$. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов, а также разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

9.15. Конденсатор емкостью 1,0 мкФ заряжен от источника напряжения 100 В и отключен от него. Затем он был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью 3,0 мкФ. Найти энергию электростатического поля до и после соединения конденсаторов. Объяснить результаты вычислений.

10. Постоянный электрический ток

10.1. Зависимость силы тока от времени в проводнике, сопротивление которого $R = 12 \text{ Ом}$, имеет вид $I = 5,0 - 0,20t$, где I — сила тока, А; t — время, с. Температура проводника поддерживается постоянной. Определить количество теплоты, выделенной в проводнике за время убывания силы тока до нуля.

10.2. Рассчитать объемную плотность тепловой мощности w при протекании тока плотностью $j = 10 \text{ А/мм}^2$ в медном проводнике.

10.3. В табл. 3.2 приведены значения силы тока в проводнике в различные моменты времени. Найти заряд q , прошедший через

поперечное сечение проводника за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 10$ мс.

Таблица 3.2

Сила тока, А	0	2	4	6	7	8
Время, мс	0	5	10	15	18	20

10.4. Ток в проводнике изменяется по линейному закону (см. табл. 3.2). Какое количество теплоты будет получено при пропускании тока в течение двадцать первой миллисекунды, если скорость нарастания тока со временем сохранится? Сопротивление проводника $R = 10$ Ом.

10.5. Оценить среднюю мощность $P_{\text{эл}}$ тепловыделения за все время наблюдения от нуля до 20 мс (см. табл. 3.2). Электрическое сопротивление проводника считать постоянным и равным 5,0 Ом.

10.6. На диаграмме (рис. 3.19) показана зависимость силы тока от времени в проводнике. Рассчитать количество теплоты, выделенное в проводнике сопротивлением $R = 700$ Ом, за промежуток времени от 0 до 5 с.

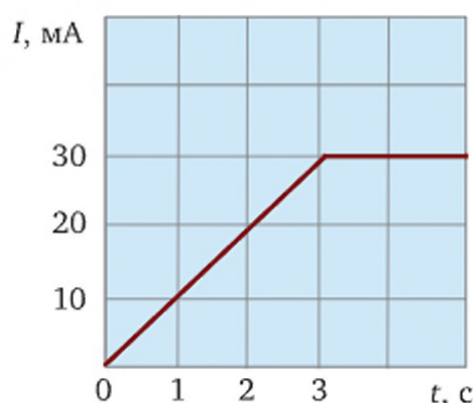


Рис. 3.19

10.7. Конденсатор переменной емкости подключен к источнику, электродвижущая сила которого $\mathcal{E} = 100$ В. Определить силу тока в цепи при равномерном изменении электроемкости от 200 до 1000 пФ за промежуток времени $t = 0,50$ с.

10.8. Вблизи высоковольтного провода, упавшего на землю, потенциал поля изменяется по закону $\varphi = \frac{10}{1 + A \cdot r}$, где φ — потенциал, кВ; $A = 0,90 \text{ м}^{-1}$; r — расстояние от провода, м. Построить график функции $\varphi(r)$ и определить ближайшее к проводу безопасное положение человека, идущего по направлению к проводу. Длина шага человека 0,50 м, сопротивление между подошвами ног 500 кОм, допускаемая сила тока 1,0 мА.

10.9. Потребителю сопротивлением $R = 0,1$ Ом требуется питание током $I = (6,0 \pm 0,5)$ А. Достаточно ли будет одного гальвани-

ческого элемента с электродвижущей силой $\mathcal{E} = 1,8 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,3 \text{ Ом}$?

10.10. Отрицательный полюс источника тока в цепи (рис. 3.20) заземлен. Потенциал точки A равен 21 В . Потенциалы точек B и D одинаковы. Сопротивления резисторов: $R_0 = 4,0 \text{ Ом}$, $R_1 = 6,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 8,0 \text{ Ом}$. Определить силу тока через резистор R_x и потенциал точки B .

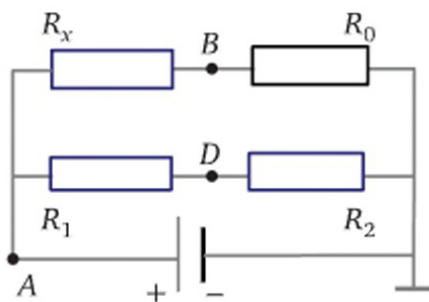


Рис. 3.20

10.11. На рис. 3.21 показана схема соединения приборов, использованная для измерения сопротивления резистора R . Результат рассчитан без учета сопротивления амперметра по формуле $R_{\text{изм}} = \frac{U_V}{I_A}$, где U_V и I_A — показания вольтметра и амперметра. Какова относительная погрешность измерения $\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$, где $\Delta R = |R - R_{\text{изм}}|$; $R = 5,0 \text{ Ом}$? Сопротивление амперметра $R_A = 0,50 \text{ Ом}$.

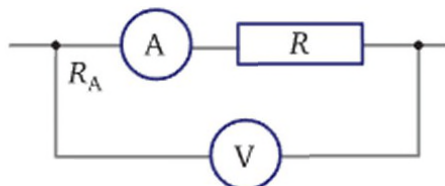


Рис. 3.21

10.12. Сопротивление R определяют по показаниям амперметра и вольтметра ($I_A = 300 \text{ мА}$; $U_V = 120 \text{ В}$), соединенных по схеме, изображенной на рис. 3.22. Результат измерения $R_{\text{изм}}$ получают с использованием закона Ома по формуле $R_{\text{изм}} = U_V / I_A$. Если учесть сопротивление вольтметра $R_V = 4,0 \text{ кОм}$, то на сколько процентов и в какую сторону изменится результат измерения величины R ?

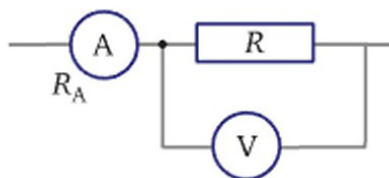


Рис. 3.22

10.13. Во сколько раз сопротивление R нагрузки должно быть больше внутреннего сопротивления r источника тока, чтобы при расчетах силы тока в цепи, если пренебречь величиной r , ошибка не превысила бы 1,0 %?

10.14. Внутреннее сопротивление источника тока равно 3 Ом. Разность потенциалов на зажимах батареи измерили вольтметром, сопротивление которого 200 Ом. Сколько процентов от действительного значения ЭДС составит ошибка, если измеренное значение принять равным ЭДС?

10.15. Аккумулятор заряжают током 10 А от источника напряжением $U = 15$ В. При этом 20 % энергии расходуется на нагревание электролита. Определить ЭДС аккумулятора и его внутреннее сопротивление.

10.16. Электродвижущая сила нового элемента питания бытовой электроники $\mathcal{E} = 1,65$ В. При замыкании его на нагрузку $R = 3$ Ом потребляемая мощность составляет 0,75 Вт. Каково внутреннее сопротивление элемента?

10.17. За промежуток времени $\Delta t = 10,0$ с работа по разделению зарядов в источнике тока составила $A_{\text{ст}} = 12,0$ кДж при потребляемой мощности $P = 1,16$ кВт и напряжении на полюсах источника $U = 11,6$ В. Найти внутреннее сопротивление источника тока.

10.18. По экспериментальным точкам на диаграмме (рис. 3.23) в координатах « $U - I$ », где U — разность потенциалов на полюсах аккумуляторной батареи; I — сила тока, потребляемого во внешней цепи, определить: а) ЭДС батареи; б) ее внутреннее сопротивление.

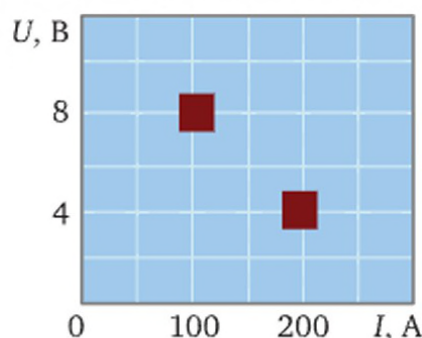


Рис. 3.23

10.19. При изменении сопротивления полезной нагрузки R разность потенциалов на полюсах источника зависит от силы тока по закону $U = 12,0 - 4,0 \cdot 10^{-2}I$, где U — разность потенциалов, В; I — сила тока через источник, А. Определить сопротивление R при силе тока 10 А.

10.20. Гальванический элемент обладает ЭДС $\mathcal{E} = 1,6$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом. Выразить коэффициент полезного действия элемента как функцию силы тока. Найти значения силы тока, при которых КПД: а) максимален; б) равен нулю.

10.21. Автомобильный стартер потребляет ток силой 300 А, питаясь от аккумуляторной батареи с ЭДС, равной 12,5 В. Напряжение на батарее составляет при этом 11,6 В. Определить: а) сопротивление батареи; б) мощность источника тока; в) полезную мощность.

10.22. Как нужно соединить (параллельно или последовательно) два потребителя сопротивлениями 1 и 2 Ом, чтобы полезная мощность, отдаваемая источником с ЭДС 1,5 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом, была максимальной? Какова сила тока через источник?

10.23. Замкнутая цепь образована двумя аккумуляторами, по ошибке соединенными в батарею разноименными полюсами. ЭДС и внутренние сопротивления источников: $\mathcal{E}_1 = 12$ В, $r_1 = 0,1$ Ом; $\mathcal{E}_2 = 6$ В; $r_2 = 0,2$ Ом. Определить силу тока в данной цепи и разность потенциалов на полюсах источников тока.

10.24. Два источника тока с ЭДС по 12 В каждый и внутренними сопротивлениями 0,20 и 0,30 Ом соединяют в батарею для питания потребителя сопротивлением $R = 0,2$ Ом. Найти силу тока и КПД батареи этих источников, если эти источники соединены: а) последовательно; б) параллельно.

Магнетизм

11. Характеристики магнитного поля. Закон Био — Савара.

Принцип суперпозиции магнитных полей

11.1. Определить индукцию магнитного поля, созданного отрезком прямого проводника с током $I = 1,0$ А длиной $\ell = 1,0$ м, в точке, удаленной от середины проводника на расстояние $b = 50$ см по перпендикуляру к нему.

11.2. Квадратный проводящий контур размерами 20×20 см² ориентирован в однородном магнитном поле с индукцией 0,20 Тл так, что магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, максимален. На сколько изменится магнитный поток, если повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению силовых линий поля?

11.3. По рамке гальванометра с числом витков $N = 200$ пропускают ток силой $I = 100$ мА. Длина рамки $a = 4,0$ см, ширина $b = 3,0$ см. Найти магнитный момент рамки.

11.4. По двум параллельным бесконечно длинным прямым проводникам, расстояние между которыми $l = 10$ мм, пропускают токи силой $I_1 = 5$ А и $I_2 = 10$ А. Найти напряженности магнитного поля в средней точке линии, соединяющей проводники, при различных направлениях тока.

11.5. Рассчитать индукцию магнитного поля внутри соленоида длиной 10 см, имеющего 100 витков радиусом 10 мм, при силе тока $I = 500$ мА.

11.6. Ток пропускают по проводнику, изогнутому в виде окружности. При этом магнитная индукция поля, созданного током, в центре витка равна $B_{\text{ок}}$. Если проводнику придать форму квадрата, то индукция магнитного поля в центре фигуры станет равной $B_{\text{кв}}$. Определить отношение $B_{\text{ок}}/B_{\text{кв}}$.

11.7. Длинный прямой проводник с током $I = 5$ А расположен в одной плоскости с контуром в форме квадрата со стороной $a = 5$ см. Ближайшая сторона контура параллельна проводнику и находится на расстоянии 5 см от него. Чему равен поток вектора магнитной индукции через поверхность контура?

11.8. Круговой контур радиусом $R = 10$ см с током $I = 2$ А удерживается в магнитном поле Земли ($B = 20$ мкТл) параллельно силовым линиям поля. Найти: а) магнитный момент данного контура;

б) изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, при его повороте на 180° . Ось вращения лежит в плоскости контура перпендикулярно направлению вектора \vec{B} .

11.9. Проволочный виток расположен вблизи экватора у поверхности Земли в плоскости магнитного меридиана. На вертикальной оси в центре витка установлена магнитная стрелка, размеры которой можно не учитывать. При включении тока в витке магнитная стрелка отклонилась на угол 15° . Определить отношение индукции магнитного поля Земли к индукции поля, созданного током, B_3/B_I .

11.10. Прямой провод с током $1,0\text{ А}$ на одном из участков переходит в полуокружность радиусом $R = 12,6\text{ см}$ (рис. 3.24). Найти индукцию магнитного поля в центре окружности (точка C).

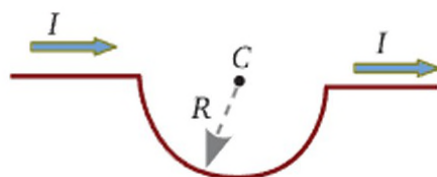


Рис. 3.24

11.11. Бесконечно длинный проводник с током $I = 10\text{ А}$ согнут под прямым углом (рис. 3.25). Найти значения магнитной индукции в точках M и N , лежащих на биссектрисе угла и удаленных от его вершины на расстоянии $l = 20\text{ см}$. Указать направления векторов магнитной индукции \vec{B}_M и \vec{B}_N в точках M и N .

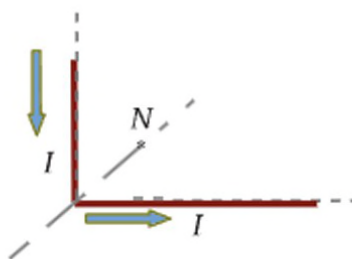


Рис. 3.25

11.12. Длинный изолированный прямой провод с током образует посередине петлю в виде кольца радиусом 15 см (рис. 3.26), так что прямая часть провода проходит по касательной к кольцу. Индукция магнитного поля, созданного током в центре кольца, равна 50 мкТл . Найти силу тока в проводнике.

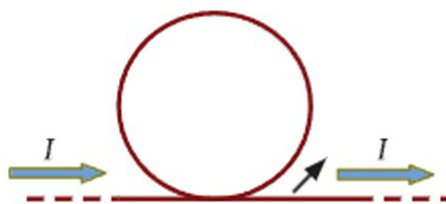


Рис. 3.26

11.13. Два одинаковых витка радиусом $R = 5$ см расположены параллельно настолько близко друг к другу, что их центры практически совпадают. По виткам пропускают токи: $I_1 = I_2 = 10$ А. Найти вектор \vec{B} результирующего поля в центре витков в случаях, когда токи направлены: а) в одну сторону; б) в противоположные стороны.

11.14. Над центром кругового витка на расстоянии $d = 3$ см от него параллельно плоскости витка проходит длинный прямой провод с током $I_2 = 5$ А. Сила тока в витке $I_1 = 3$ А, его радиус $R = 8$ см. Определить индукцию магнитного поля (модуль и направление вектора \vec{B}) в центре витка.

11.15. Длинный изолированный прямой провод с током $I = 3,0$ А посередине свернут в кольцо радиусом $R = 12,6$ см (рис. 3.27). Центр кольца лежит на линии, проходящей через прямой провод. Рассчитать индукцию магнитного поля в центре кольца.

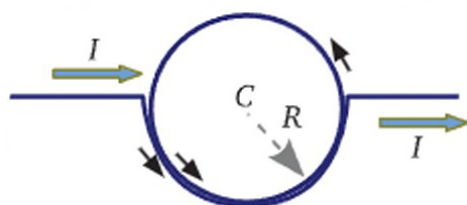


Рис. 3.27

12. Действие магнитного поля на движущиеся электрические заряды и проводники с током

12.1. Электрон, прошедший в ускоряющем поле между точками с разностью потенциалов 10 кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией 500 мТл. Векторы скорости электрона и магнитной индукции взаимно перпендикулярны. Определить: а) силу Лоренца; б) момент импульса электрона.

12.2. Радиусы круговых траекторий альфа-частиц и протонов в магнитном поле оказались равными. Зная кинетическую энергию протонов ($K_p = 1$ МэВ), определить энергию альфа-частиц K_α .

12.3. Заряженная частица, обладающая скоростью 2,0 Мм/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией 0,52 Тл и описала дугу окружности радиусом 4,0 см. Найти отношение заряда частицы к ее массе. По этому отношению определить, какая это частица (см. приложение 6).

12.4. Протон, имеющий кинетическую энергию $K = 1,0$ МэВ, влетает в земное магнитное поле ($B = 16$ мкТл) перпендикулярно силовым линиям. Определить: а) радиус R окружности, по которой будет двигаться данная частица; б) период обращения T . Столкновениями с молекулами атмосферного воздуха пренебречь.

12.5. Определить скорость (модуль и направление) электрона, движущегося по винтовой линии, имеющей радиус $R = 5$ см и шаг $h = 20$ см, в однородном магнитном поле. Магнитная индукция поля $B = 0,10$ мТл.

12.6. Положительно заряженная частица движется под действием электрического ($E = 200$ В/см) и магнитного ($B = 1,0$ мТл) полей, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Силовые линии электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны. Определить скорость частицы (модуль и направление).

12.7. С какой силой на каждый метр их длины взаимодействуют в вакууме два прямых длинных параллельных проводника с токами $I_1 = I_2 = 10$ А, расположенные на расстоянии $r = 1$ см?

12.8. На двух проводящих тонких нитях в магнитном поле ($B = 50$ мТл) подвешен горизонтальный провод в виде стержня длиной 20 см и массой 20 г. Силовые линии поля проходят горизонтально под углом 30° к направлению тока в стержне. Сила тока $I = 10$ А. Найти силы натяжения нитей при различных направлениях тока.

12.9. В однородном магнитном поле с индукцией 1,0 мТл находится короткая катушка из 100 витков радиусом 15 см. Плоскость катушки составляет с направлением вектора \vec{B} угол 60° . Какой вращающий момент будет действовать на катушку, если по ней пропустить ток силой 10 А?

12.10. Плоская рамка размером 10×10 см², образованная проводником с током 10 А, расположена в магнитном поле ($B = 0,40$ Тл) так, что плоскость рамки перпендикулярна линиям индукции поля. Рамку поворачивают относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Сила тока поддерживается постоянной. Найти работу, совершаемую при повороте рамки на 45° .

13. Электромагнитная индукция. Индуктивность.

Энергия магнитного поля

13.1. Магнитный поток через поверхность, ограниченную проводящим витком радиусом 5,0 см, изменяется с 30 до 10 мВб за промежуток времени 2,0 мс. Найти напряженность E вихревого электрического поля в витке.

13.2. Плоскость кругового контура, охватывающего площадь 100 см², расположена перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 0,2 Тл. В течение 0,1 с контур перегибают по диаметру так, что половина плоскости контура становится параллельной силовым линиям поля. Найти среднее значение ЭДС индукции, возникающей в контуре.

13.3. Контур площадью 5 см² размещен в зазоре электромагнита, в котором магнитное поле изменяется по закону $B = 0,01 \cos 2\pi t$, где

B — магнитная индукция, Тл; t — время, с. Плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Найти среднее значение ЭДС индукции в контуре в промежутке времени от 0 до 0,25 с.

13.4. Замкнутый контур сопротивлением 1 Ом находится в однородном магнитном поле, индукция которого 0,01 Тл. Площадь, ограниченная контуром, вследствие деформации равномерно уменьшается от 10 до 2 см² в течение одной секунды, а его плоскость при этом остается перпендикулярной вектору магнитной индукции. Определить силу индукционного тока в контуре.

В однородном магнитном поле с индукцией 0,04 Тл вращается проводящий стержень длиной 10 см. Ось вращения перпендикулярна стержню и проходит через один из концов стержня параллельно линиям индукции. При какой частоте вращения на концах стержня возникает разность потенциалов 2 мВ?

13.6. Круговой контур сопротивлением 0,3 Ом, охватывающий поверхность площадью 100 см², вращается в однородном постоянном во времени магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 3.28). Какова индукция магнитного поля, если при уменьшении угла α между нормалью \vec{n} к плоскости витка и вектором \vec{B} от 120° до нуля через поперечное сечение проводника проходит заряд 0,5 мКл?

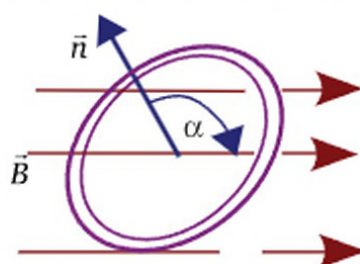


Рис. 3.28

13.7. Плоский виток провода расположен перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, изменяющегося по закону $B = 0,5 - 0,1t^2$, где B — магнитная индукция, Тл; t — время, с. Площадь, ограниченная витком, $S = 10,0$ см². Определить зависимость ЭДС индукции в витке от времени и изобразить ее графически в интервале от 0 до 10 с.

13.8. Замкнутый проводник длиной 40 см и сопротивлением 0,20 Ом уложен на плоскости в виде квадрата. Плоскость контура перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией $B = 18$ мТл. Какой электрический заряд q переместится через поперечное сечение проводника, если, потянув за противоположные углы контура, сложить проводник вдвое?

13.9. Квадратная рамка площадью $S = 500$ см², имеющая 100 витков замкнутого провода, равномерно вращается относительно неподвижной оси в однородном магнитном поле. Индукция магнитного поля $B = 0,10$ Тл, частота вращения $\nu = 20$ об/с. Ось вращения

лежит в плоскости рамки перпендикулярно силовым линиям поля. Определить: а) максимальное значение ЭДС индукции; б) магнитный поток через поверхность, ограниченную рамкой, в момент времени, когда сила тока в рамке равна нулю.

13.10. Короткая катушка диаметром 4 см, имеющая 400 витков медного провода сечением 1 мм^2 , находится в однородном магнитном поле, индукция которого убывает со скоростью $0,1 \text{ Тл/с}$. Ось катушки ориентирована вдоль силовых линий поля. Концы катушки замкнуты. Определить количество теплоты, выделяющейся в катушке за 1 с.

13.11. Соленоид имеет длину 60 см и сечение 10 см^2 . При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток 100 мкВб . Вычислить энергию магнитного поля соленоида.

13.12. При какой силе тока в прямолинейном проводе бесконечной длины на расстоянии $r = 50 \text{ мм}$ от него объемная плотность энергии магнитного поля будет равна $2,0 \text{ мДж/м}^3$? Если провод согнуть под прямым углом, то какой ток нужно пропустить, чтобы плотность энергии в точке, расположенной на том же расстоянии $\ell = r$ от обеих ветвей проводника, осталась той же?

13.13. Соленоид длиной $\ell = 10 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 1,0 \text{ см}^2$ обладает индуктивностью $L = 1,0 \text{ мГн}$. Магнитная проницаемость среды $\mu = 1$. Определить число витков соленоида.

13.14. Катушка, состоящая из 1000 витков изолированного провода, намотана в один слой на цилиндрический каркас диаметром $D = 20 \text{ мм}$. Витки вплотную прилегают друг к другу. Диаметр провода $d = 0,10 \text{ мм}$. Рассчитать длину катушки и ее индуктивность.

13.15. При силе тока $I = 2 \text{ А}$ в обмотке соленоида индукция магнитного поля внутри катушки составляет $B = 10 \text{ мТл}$. Площадь сечения соленоида $S = 5 \text{ см}^2$; число витков $N = 1200$. Какова индуктивность соленоида?

13.16. Зависимость силы тока от времени в катушке индуктивностью $L = 0,2 \text{ Гн}$ представлена в табл. 3.3. Построить график $I(t)$, записать закон изменения силы тока со временем $I(t)$ и определить ЭДС, индуцируемую в катушке.

Таблица 3.3

Сила тока I , мА	80	60	40	20	14	10
Время t , мс	0	5	10	15	18	20

13.17. Короткая катушка с током 1 А растягивается в спираль так, что индуктивность равномерно уменьшается от 10 до 2 мГн в течение 0,2 с. Определить ЭДС самоиндукции в катушке, считая, что сила тока в катушке поддерживается постоянной.

Физика колебаний

14. Кинематические характеристики колебательного процесса

14.1. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению $x = 5\sin(10\pi t)$, где x — смещение, см; t — время, с. Найти: а) ближайший к началу отсчета момент времени t^* ($t^* \neq 0$), когда смещение точки максимально по модулю; б) фазу колебаний φ^* в этот момент.

14.2. Определить частоту колебаний и начальную скорость тела, совершающего колебания по закону $x = 2,0\sin(2,5\pi t + \pi/4)$, где x — смещение точки, см; t — время, с.

14.3. Уравнение движения точки имеет вид $x = 5\sin(4\pi t)$, где x — смещение точки, см; t — время, с. Найти максимальное ускорение точки a_m и момент времени t^* ($t^* \neq 0$), когда модуль ускорения впервые достигает максимума.

14.4. Записать уравнение $x(t)$ гармонических колебаний частицы при следующих условиях: начальная фаза φ_0 равна нулю; период колебаний $T = 2,0$ с; смещение x_0 в начальный момент ($t_0 = 0$) максимально: $x_0 = x_m$; $x_m = 50$ мм. Найти фазы колебаний $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, при которых скорость частицы (по модулю) достигает максимума.

14.5. Смещение тела от положения равновесия подчиняется закону синуса с начальной фазой $\varphi_0 = 0$, амплитудой 10 см и угловой частотой 10π с⁻¹. Построить график зависимости смещения от времени $x(t)$ в интервале от $t = 0$ до $t = T$, где T — период колебаний. Определить моменты времени в этом интервале, когда скорость тела равна нулю.

14.6. Частица смещается по гармоническому закону вдоль оси X (рис. 3.29). За какую часть периода колебаний T частица проходит расстояние между точками: а) $x_1 = 0$ и $x_2 = A/2$; б) $x_2 = A/2$ и $x_3 = A$, где $A = x_{\max}$ — амплитуда колебаний?

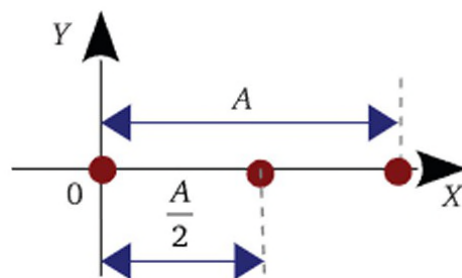


Рис. 3.29

14.7. Скорость частицы $v_x(t)$ изменяется по закону косинуса с начальной фазой, равной нулю, и в начальный момент времени составляет 50 мм/с. Период колебаний 10 мс. Записать уравнение движения $x(t)$ и найти амплитудное значение ускорения.

15. Сложение гармонических колебаний

15.1. Используя графический метод сложения векторов амплитуд, найти амплитуду и начальную фазу колебания, получающегося в результате сложения двух гармонических колебаний одного направления: $x_1 = 3,0 \cos(2\pi t)$ и $x_2 = 3,0 \cos(2\pi t + \pi/4)$, где x_1 и x_2 — смещения, см; t — время, с.

15.2. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1,5$ с и амплитудами $x_{m1} = x_{m2} = 2,0$ см. Соответствующие начальные фазы колебаний $\pi/2$ и $\pi/3$. Вычислить начальную фазу, амплитуду и угловую частоту результирующего колебания; записать уравнение $x(t)$. Построить векторную диаграмму амплитуд.

15.3. Найти уравнение результирующего колебания $x(t)$ при сложении двух синфазных гармонических колебаний в направлении оси X с амплитудами $A_1 = 2$ см; $A_2 = 4$ см, с одинаковым периодом $T = 2$ с. Начальные условия: $t = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0$.

15.4. Точка участвует одновременно в двух колебаниях: $x = 2,0 \sin(\pi t)$ и $y = -1,0 \cos(\pi t)$, где x и y — смещения, см; t — время, с. Изобразить траекторию движения и записать уравнение $y(x)$.

15.5. На вход Y осциллографа подано напряжение $u_y = 8 \sin(10^3 \pi t)$, а на вход X — $u_x = 12 \cos(10^3 \pi t)$, где u_y и u_x — напряжения, В; t — время, с. Смещения луча пропорциональны напряжениям: $x = 0,5 u_x$; $y = 0,5 u_y$, где x и y — смещения, см. Найти уравнение траектории $y(x)$ луча и зарисовать картину, наблюдаемую на экране осциллографа.

15.6. На вертикально отклоняющие пластины осциллографа подан синусоидальный сигнал $u_y = U_m \sin(\omega t)$, где U_m — амплитуда напряжения, ω — угловая частота; t — время. На горизонтально отклоняющие пластины подано напряжение, пропорциональное времени: $u_x = kt$, где $k = \text{const}$. Смещения луча вдоль координатных осей пропорциональны приложенным напряжениям: $x = a u_x$; $y = b u_y$, где a и b — постоянные величины. Найти уравнение траектории $y(x)$ электронного луча на экране осциллографа.

15.7. Точка участвует одновременно в двух колебаниях с одинаковым периодом и одинаковыми начальными фазами. Амплитуда первого колебания равна 3 см, второго — 4 см. Определить амплитуду результирующего колебания в следующих случаях: а) колебания совершаются в одном направлении; б) колебания взаимно перпендикулярны.

15.8. Шарик, подвешенный на нити, описывает эллипс в горизонтальной плоскости. Координаты шарика описываются уравнениями $x = 30\sin(\pi t)$ и $y = 40\cos(\pi t)$, где x и y — смещения, см; t — время, с. Определить скорость точки (модуль и направление) в момент времени $t^* = 0,50$ с.

16. Гармонические осцилляторы: колебательный контур, груз на пружине, математический и физический маятники

16.1. Груз, поднятый на тросе длиной 2,3 м, совершает колебания. В момент прохождения нижней точки траектории скорость груза равна 1,0 м/с. Рассчитать амплитуду колебаний.

16.2. Стержень (рис. 3.30) массой $m = 400$ г и длиной $l = 60$ см подвешен за середину (точка O). На конце стержня закреплен груз небольших линейных размеров массой $M = 400$ г. Центр тяжести системы находится на расстоянии $r_0 = 15$ см от точки подвеса. Найти период колебаний данной колебательной системы относительно неподвижной точки O в отсутствие трения.

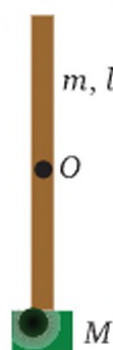


Рис. 3.30

16.3. На конце стержня (см. рис. 3.30) массой $m_{\text{ст}} = m$ и длиной 1,0 м прикреплен груз массой $M = 2m$. Чему равна частота колебаний данной системы в поле тяготения Земли относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину?

16.4. Колебания груза массой $m = 2$ кг на пружине жесткостью k_r совершаются по закону $x = 0,05\cos(10\pi t)$, где x — смещение, м; t — время, с. Найти величину k_r .

16.5. Для измерения собственной массы космонавт закрепляет один конец пружины к туловищу, другой — к стенке космического корабля. Чему равна масса, если в течение 15,1 с совершается 12 колебаний при жесткости пружины 1,60 кН/м?

16.6. Определить частоту горизонтальных колебаний груза массой $m = 8,0$ кг на двух пружинах, закрепленных между двумя вертикальными опорами (рис. 3.31). Жесткость пружины с одной стороны груза $k_1 = 1,5$ кН/м, с другой — $k_2 = 1,0$ кН/м.

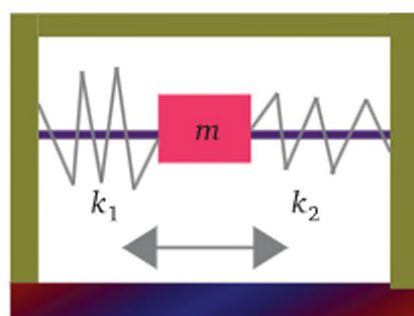


Рис. 3.31

16.7. Определить период вертикальных колебаний груза массой $m = 16$ кг, подвешенного на двух последовательно соединенных пружинах (рис. 3.32) с жесткостями $k_1 = 1$ кН/м и $k_2 = 9$ кН/м.

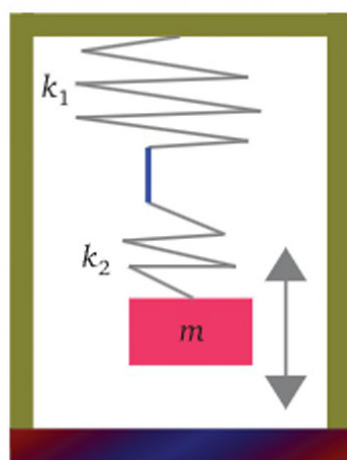


Рис. 3.32

16.8. Груз на пружине совершает колебания с периодом 2,0 с. Масса груза 10 кг, полная энергия колебательной системы 10 Дж. Определить амплитудное значение силы упругости.

16.9. Движение шарика описывается уравнением $x = 0,03\cos(20\pi t)$, где x — смещение, м; t — время, с. Масса шарика $m = 20$ г. Определить максимальное значение возвращающей силы, действующей на шарик.

16.10. Сито совершает колебания в горизонтальной плоскости с амплитудой $A = 10$ см. При какой минимальной частоте ν колебаний зерна, рассыпанные на решетке сита, начнут проскальзывать? Коэффициент трения $\mu = 0,20$.

16.11. Радиоприемник настроен на станцию, работающую на частоте 80 МГц, при емкости приемного колебательного контура C_0 . Определить диапазон принимаемых частот при изменении емкости контура от $C_1 = 4C_0$ до $C_2 = C_0/4$.

16.12. Электрические колебания в контуре происходят по закону $u = 50\cos(10^4\pi t)$, где u — разность потенциалов на обкладках конденсатора, В; t — время, с. Емкость контура $C = 0,10$ мкФ.

Найти: а) индуктивность L контура; б) закон $q(t)$ изменения заряда конденсатора со временем.

16.13. Индуктивность колебательного контура равна $0,20$ Гн, емкость — 10 мкФ. Когда напряжение на конденсаторе достигает $1,0$ В, сила тока в контуре равна 10 мА. Найти амплитудное значение силы тока в контуре.

17. Свободные колебания

17.1. Груз на пружине совершает свободные колебания с частотой $\nu = 6,0$ Гц. Масса груза $m = 0,16$ кг; жесткость пружины $k_r = 250$ Н/м. Найти коэффициент затухания.

17.2. Логарифмический декремент колебательной системы системы $\Lambda = 4,00 \cdot 10^{-3}$. Определить число полных колебаний, по истечении которых амплитуда уменьшится в два раза.

17.3. За промежуток времени $T = 69$ мс, равный периоду колебаний, энергия колебательной системы уменьшилась в 4 раза. Найти логарифмический декремент данной системы и коэффициент затухания.

17.4. Каково время релаксации¹ τ колебательной системы, если за промежуток времени $t = 16$ с амплитуда уменьшается в пять раз?

17.5. Определить время релаксации, коэффициент затухания и логарифмический декремент колебаний по виброграмме (рис. 3.33). Координата x колеблющейся точки отложена по вертикали, время t — по горизонтали. Период колебаний $T = 0,20$ с.

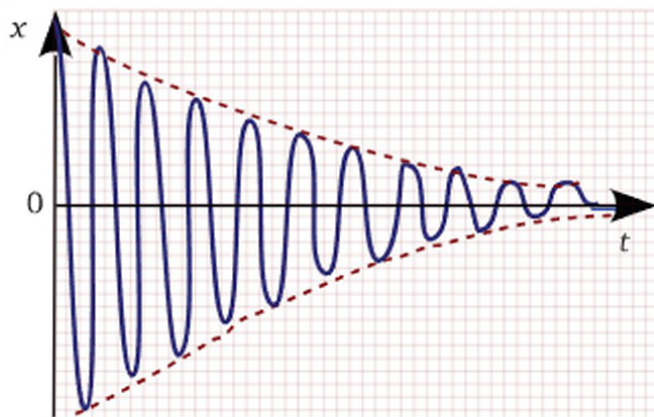


Рис. 3.33

17.6. Колебательный контур обладает емкостью $C = 0,405$ мкФ, индуктивностью $L = 10,0$ мГн и активным сопротивлением $R = 2,00$ Ом. Во сколько раз уменьшается амплитуда свободных колебаний в данном контуре за время одного периода?

¹ Время релаксации — время, за которое амплитуда свободных колебаний уменьшается в e раз ($e = 2,718$).

17.7. Индуктивность колебательного контура $L = 5$ мГн, активное сопротивление $R = 8$ Ом. Сила тока в контуре за 50 полных колебаний уменьшается в 3 раза. Рассчитать емкость и добротность данного контура.

17.8. Добротность колебательной системы $Q = 100$. Какая часть первоначальной энергии системы сохранится после 100 колебаний?

17.9. Амплитуда свободных колебаний с периодом $T = 0,50$ с после второго колебания амплитуда оказалась на 10,0 % меньше, чем после первого. Определить коэффициент затухания β и логарифмический декремент Λ .

17.10. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 25 мГн, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ. Активное сопротивление контура $R = 1,0$ Ом. В начальный момент времени конденсатору сообщен заряд $Q_0 = 1,0$ мКл. Определить период колебаний в контуре и логарифмический декремент. Записать закон изменения напряжения $u(t)$ на обкладках конденсатора.

17.11. В контуре, состоящем из катушки индуктивностью 25 мГн и конденсатора емкостью 10 мкФ, возбуждены свободные колебания. В течение 23 полных колебаний амплитуда силы тока в контуре понижается в 2,72 раза. Определить сопротивление контура.

18. Вынужденные колебания

18.1. Вынужденные колебания груза на пружине происходят в вязкой среде с коэффициентом затухания $\beta = 0,8$ с⁻¹. Масса груза $m = 2$ кг; жесткость пружины $k_r = 0,1$ кН/м. При какой частоте колебаний вынуждающей силы амплитуда смещения груза максимальна?

18.2. Собственная частота колебательной системы $\nu_0 = 10,0$ кГц. Резонанс наблюдается на частоте, которая меньше собственной на 0,2 кГц. Определить логарифмический декремент данной системы.

18.3. На рис. 3.34 показана зависимость амплитуды A вынужденных колебаний механической системы от частоты ν вынуждающей силы. Вычислить добротность системы.

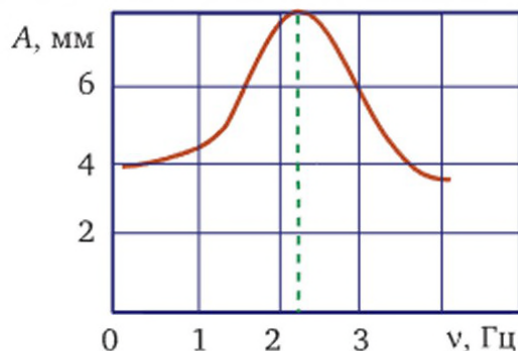


Рис. 3.34

18.4. По резонансной кривой (см. рис. 3.34) для колебаний груза на пружине найти амплитуду вынуждающей силы. Масса груза $m = 1,5$ кг, жесткость пружины $k = 400$ Н/м.

18.5. Груз массой $1,0$ кг, подвешенный на пружине жесткостью $8,1$ кН/м, совершает вынужденные колебания в жидкости под действием силы, изменяющейся по гармоническому закону. Амплитуда вынуждающей силы $F_0 = 10$ Н, коэффициент сопротивления $2,0$ кг/с. Найти резонансную угловую частоту Ω_p и амплитуду A_p колебаний при резонансе.

18.6. К концам цепи, содержащей последовательно соединенные конденсатор электроемкостью $C = 3,2$ мкФ, катушку индуктивностью $L = 3,2$ мГн и резистор сопротивлением $R = 2,0$ Ом, подведено переменное напряжение $U = 310\sin(100\pi t)$, где U — напряжение, В; t — время, с. Найти полное сопротивление данной цепи и амплитуду силы тока.

18.7. Электрическая установка (рис. 3.35), питается от источника переменного тока действующим напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Сопротивление лампы $R = 100$ Ом, индуктивность катушки $L = 0,5$ Гн, электроемкость конденсатора $C = 20$ мкФ. Найти амплитудное значение силы тока в цепи. Каким будет действующее значение силы тока, если замкнуть накоротко выводы: а) лампы; б) катушки; в) конденсатора?

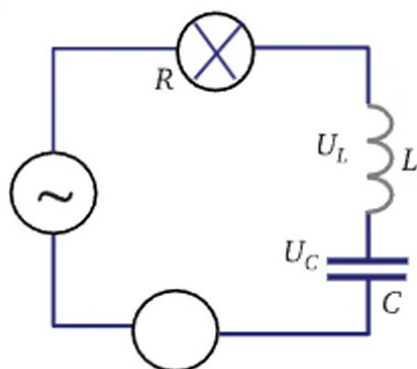


Рис. 3.35

18.8. Конденсатор емкостью 150 мкФ и катушка индуктивности L включены в цепь (см. рис. 3.35) переменного тока частотой 50 Гц. При какой индуктивности L^* контура амплитудные значения напряжений на катушке и на конденсаторе сравняются ($U_{mL} = U_{mC}$)?

18.9. Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,45$ Гн, конденсатора переменной емкости C , резистора сопротивлением $R = 120$ Ом и амперметра. К концам цепи подключен источник, ЭДС которого изменяется по закону $\mathcal{E} = 311\sin(100\pi t)$, где \mathcal{E} — ЭДС, В; t — время, с. Активным сопротивлением катушки можно пренебречь. При некотором значении электроемкости $C = C^*$ в цепи наблюдается резонанс напряжений. Найти значе-

ние C^* и наибольшее показание амперметра, включенного в данную цепь (см. рис. 3.35).

18.10. Катушка индуктивностью $L = 0,10$ Гн подключена к источнику переменного тока. Действующее напряжение источника $U = 220$ В. При некоторой частоте ν_1 сила переменного тока равна 6,0 А. Если частоту тока уменьшить до нуля ($\nu_2 = 0$), поддерживая напряжение $U = 220$ В на концах катушки, то сила тока возрастет до 11 А. Определить величину ν_1 .

18.11. Колебательный контур обладает активным сопротивлением 2,0 Ом, индуктивностью 60 нГн и электроемкостью 0,040 мкФ. В нем поддерживаются колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_0 = 1,5$ В. Какую среднюю мощность потребляет контур?

Физика волновых процессов

19. Волны в упругой среде: бегущая волна, стоячая волна, звук

19.1. Уравнение волны имеет вид $\xi = 0,04 \cos(10^3 \pi(t - x/300))$, где ξ — смещение точки среды, см; t — время, с; x — координата точки, м, в которой определяется смещение. Определить амплитуду A , угловую частоту ω , частоту ν и длину волны λ .

19.2. В музыке используется не весь частотный диапазон слышимых звуков, а только часть его — от 27,5 до 4190 Гц. В каких пределах находится длина волны музыкальных звуков в воздухе при комнатной температуре 20 °С?

19.3. Определить длины ультразвуковых волн с частотой $\nu = 500$ кГц в воздухе и в воде. Скорость звука в воздухе $v_1 = 0,34$ км/с, а в воде $v_2 = 1,5$ км/с.

19.4. Во сколько раз различаются фазовые скорости и длины волн на одинаковой частоте звука в гелии (He) и кислороде (O₂)?

19.5. Определить разности фаз колебаний в точках, удаленных друг от друга вдоль направления распространения волны на расстояния: а) $\Delta x = 0,5$ м; б) $\Delta x = 1,5$ м. Длина волны $\lambda = 1,0$ м.

19.6. Звук распространяется в стали со скоростью 5000 м/с. Расстояние между ближайшими точками бегущей волны, колебания которых отличаются по фазе на π рад, равно 5 м. Какова частота колебаний?

19.7. Будет ли слышен звук на расстоянии 10 м от точечного источника мощностью 5 мВт?

19.8. Интенсивность звука на расстоянии 10 м от источника равна 50 мВт/м². Звук распространяется в воздухе при нормальных условиях. Найти: а) мощность источника звука, считая его точечным; б) объемную плотность энергии волны на данном расстоянии.

19.9. Уровень шума от одного вибростенда 50 дБ. На сколько децибелов повысится уровень шума, если одновременно в одном месте будут работать десять таких устройств?

19.10. Звук какой частоты слышит водитель, проезжая на скорости $v = 108$ км/ч мимо стоящей патрульной машины с включенной сиреной, в случаях: а) приближения его к источнику звука; б) удаления от источника? Частота звука источника $\nu_0 = 1,0$ кГц. Температура воздуха 0 °С.

19.11. Неподвижный звуковой детектор зарегистрировал частоту сигнала объекта $\nu_0 = 1,00$ кГц, когда тот находился в покое отно-

сительно детектора. Затем, когда объект стал удаляться со скоростью v , частота уменьшилась до $\nu = 0,95$ кГц. Измерения производились при температуре воздуха 27°C . Какова скорость v ?

19.12. Звук частотой $2,50$ кГц распространяется в воздухе при температуре 20°C . Как изменятся частота, длина волны и скорость принимаемого звука для неподвижного наблюдателя, если подует ветер со скоростью 15 м/с со стороны источника звука?

19.13. Из уравнения стоячей волны $\xi = 0,004\cos(25\pi x)\cos(2\pi \times 10^3 t)$, где ξ — смещение частиц среды, м; x — координата, м; t — время, с, найти частоту колебаний ν и длину волны λ .

19.14. В трубе, закрытой с одной стороны, распространяется звук частотой 100 Гц. Температура воздуха $t = 20^\circ\text{C}$. Можно ли добиться резонанса, изменяя длину ℓ трубы от $0,50$ до $1,00$ м?

19.15. При возбуждении колебаний частотой $2,5$ кГц в металлическом стержне длиной L , зажатом с двух концов, наблюдается стоячая волна с пучностью на расстоянии $\ell = L/2$ от концов. Скорость распространения колебаний $5,0$ км/с. Определить длину стержня.

19.16. Стальная струна длиной 655 мм и диаметром $0,30$ мм настроена на ноту «ре» первой октавы ($293,7$ Гц). С какой силой натянута струна? Как и во сколько раз нужно изменить натяжение струны, чтобы она издавала тон «ля» той же октавы ($440,0$ Гц)?

19.17. Почему длина звуковой волны в воздухе, производимой гитарной струной на основной ее частоте, не равна удвоенной длине струны?

19.18. Один конец бетонной балки закреплен в стене. На свободном конце установлен легкий электромотор. Каких частот вращения мотора следует избегать при длине балки ℓ , если большая амплитуда колебаний нежелательна?

20. Свойства электромагнитных волн. Поляризация

20.1. Вектор напряженности \vec{E} электромагнитной волны изменяется по гармоническому закону с периодом $T = 2,10$ мкс. Найти длины волн в вакууме и в стекле ($n = 1,50$).

20.2. Входят ли электромагнитные волны с частотой 1000 ТГц в диапазон рентгеновских лучей ($0,001 \leq \lambda_{\text{рл}} \leq 10$ нм)?

20.3. Длина электромагнитной волны в вакууме равна $3,0$ см. Найти частоту колебаний вектора напряженности электрического поля и длину волны в воде ($n = 1,3$).

20.4. Уравнение плоской электромагнитной волны имеет вид $E = 100\cos(10^8 25\pi(t - 5 \cdot 10^{-9}x))$, где E — напряженность электрической составляющей электромагнитного поля, В/м; t — время, с; x — координата, м. Определить длину волны, фазовую скорость и диэлектрическую проницаемость среды, в которой распространяется волна. Магнитную проницаемость среды принять равной единице.

20.5. Плоская радиоволна переходит из воздуха в диэлектрик. Угол падения $\alpha = 54^\circ$, угол преломления $\gamma = 30^\circ$. Определить скорость данной электромагнитной волны в диэлектрике.

20.6. Плоская электромагнитная волна падает по нормали на поверхность тела, находящегося в воздухе, и полностью поглощается. Давление, оказываемое этой волной на тело, равно 0,52 нПа. Какова амплитуда напряженности магнитной составляющей данной волны?

20.7. Удовлетворительный прием радиосигнала в условиях крупного города возможен при условии $E \geq 10$ мВ/м, где E — напряженность электрической составляющей электромагнитной волны. Найти соответствующую объемную плотность энергии электромагнитного поля.

20.8. На границу раздела «лед — вода» падает электромагнитное излучение частотой $\nu = 4,52 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти: а) скорости v_d и v_v электромагнитных волн в первой и второй средах соответственно; б) длины волн λ_d и λ_v ; в) относительный показатель второй среды относительно первой n_{v-d} ; г) угол α_v падения на границу раздела, при котором отраженная волна будет полностью поляризована.

20.9. Чему равен угол Брюстера для стекла ($n = 1,56$), погруженного в воду? Как изменится угол Брюстера, если стекло поместить в сероуглерод ($n = 1,63$)?

20.10. Амплитуда напряженности магнитной составляющей электромагнитной волны в вакууме составляет $H_m = 10$ мА/м. Определить среднюю энергию, переносимую волной за одну секунду через поверхность $S = 1,0$ м², перпендикулярную направлению распространения волны.

20.11. Свет, проходя через две призмы Николя, теряет 10 % интенсивности на каждой из них из-за отражения и поглощения. Чему равен угол между плоскостями поляризации призм, если интенсивность естественного света, прошедшего через них, уменьшилась в 3,3 раза?

20.12. Определить показатель преломления лакокрасочного покрытия, для которого полная поляризация отраженного света наблюдается, когда угол падения равен 58° .

20.13. Естественный свет падает на алмазную призму ($n_2 = 2,4$) параллельно ее нижней грани (рис. 3.36). Угол α равен 30° . Преломленный луч максимально поляризован, когда призма погружена в среду с показателем n_1 . Найти значение n_1 .

20.14. Идеальные (без потерь) поляризатор и анализатор, установленные один за другим на пути луча естественного света, ослабляют его интенсивность в два раза. На какой угол следует повернуть анализатор вокруг оси, совпадающей с лучом, чтобы уменьшить интенсивность еще в два раза?

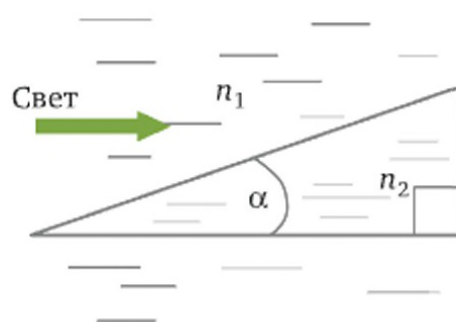


Рис. 3.36

21. Интерференция

21.1. Оптическая разность хода интерферирующих электромагнитных волн, распространяющихся в воздухе, равна 4,5 м. Чему равна разность фаз при частоте колебаний 100 МГц?

21.2. Оптические длины пути электромагнитных волн ($\lambda = 600$ нм) от двух когерентных источников до точки наблюдения составляют $L_1 = 12\,400$ и $L_2 = 10\,900$ нм. Усиливаются или ослабляются волны при интерференции?

21.3. Две узкие щели расположены так близко друг к другу, что расстояние d между ними трудно измерить непосредственно. При наблюдении интерференции света, исходящего от этих щелей, оказалось, что две соседние светлые линии интерференционной картины на экране, удаленном от щелей на $L = 4$ м, отстоят друг от друга на $\ell = 2$ см. Длина световой волны $\lambda = 0,5$ мкм. Найти расстояние между щелями.

21.4. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 0,5$ мм. Ширина¹ центрального интерференционного максимума $\Delta x = 1,2$ мм при длине волны падающего света $\lambda = 0,6$ мкм. Определить расстояние L от щелей до экрана.

21.5. Две одинаковые прозрачные с торцов трубки (рис. 3.37) облучаются светом с длиной волны $\lambda = 510,00$ нм. Лучи I и II когерентны; начальная разность фаз равна нулю. В первой трубке создан вакуум, другая заполнена водородом при нормальном давлении. Показатель преломления водорода $n = 1,000132$. Длина трубок $\ell = 100,0$ м. Найти разность хода лучей, выраженную в длинах волн падающего излучения, после прохождения через трубки.

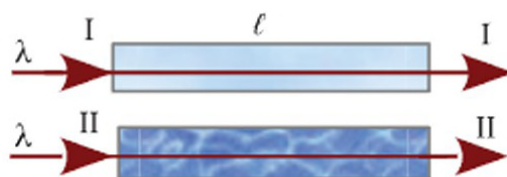


Рис. 3.37

¹ Ширина максимума равна расстоянию между соседними минимумами.

21.6. Оценить расстояние d , которое должно быть между двумя параллельными щелями, чтобы при пропускании через них излучения с длиной волны $\lambda = 1$ нм первые максимумы ($m = \pm 1$) находились бы на расстоянии $x = \pm 2,5$ мм от центрального максимума ($m = 0$). Экран удален от щелей на 5 м.

21.7. При интерференции света ($\lambda_0 = 0,50$ мкм) от двух параллельных щелей оказалось, что на экране, удаленном от щелей на 4,0 м, соседние светлые полосы отстоят друг от друга на 20 мм. Каким будет расстояние между этими же полосами, если опыт производить не в воздухе, а в воде, где скорость света $v = 2,25 \cdot 10^8$ м/с?

21.8. Просветление¹ стеклянной линзы производится нанесением на ее поверхность тонкой пленки. Если свет, падающий на линзу, имеет длину волны 0,65 мкм, то максимальный эффект достигается при толщине покрытия $d = 0,12$ мкм и угле падения $\alpha = 0$ рад. Чему равен показатель преломления пленки?

21.9. На тонкую пленку с показателем преломления $n = 1,33$, находящуюся в воздухе, падает параллельный пучок белого света. Угол падения $\alpha = 30^\circ$. Определить первые три значения толщины пленки d_1, d_2, d_3 , при которых в отраженном свете будет преобладать красный цвет ($\lambda = 640$ нм).

21.10. В опыте по наблюдению интерференции на приборе «Кольца Ньютона» диаметр пятого синего ($\lambda = 434$ нм) кольца в отраженном свете оказался равным 2,9 мм. Какова оптическая сила плосковыпуклой стеклянной ($n = 1,50$) линзы, взятой для опыта?

21.11. Плосковыпуклая стеклянная линза лежит на стеклянной пластинке. В проходящем свете радиус второго желтого ($\lambda = 589$ нм) кольца Ньютона $r_2 = 0,40$ мм. Определить радиус кривизны R и оптическую силу D линзы. Показатель преломления стекла относительно воздуха $n = 1,52$.

21.12. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью в приборе «Кольца Ньютона» радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.

22. Дифракция

22.1. Плоская электромагнитная волна ($\lambda = 3$ см) падает нормально на широкую металлическую пластину с круглым отверстием, диаметр которого 0,6 м. Интенсивность волны, прошедшей через отверстие, регистрируется точечным детектором, расположенным на оси отверстия. Что покажет детектор — максимум или

¹ Просветление состоит в ослаблении отраженного света при интерференции лучей, отраженных от разных поверхностей пленки.

минимум сигнала, если его расположить на расстоянии 1 м от отверстия?

22.2. На диафрагму с круглым отверстием диаметром 6 мм падает монохроматический свет ($\lambda = 600$ нм). Каким будет центр дифракционной картины на экране, светлым или темным, если экран расположить на расстоянии 3 м от диафрагмы? Сколько зон Френеля укладывается в отверстии?

22.3. Расстояния от точечного источника электромагнитных волн ($\lambda = 0,5$ мкм) до волновой поверхности и от нее до точки наблюдения одинаковы, $R = L = 1$ м. Вычислить радиусы первых трех зон Френеля.

22.4. На одиночную щель падает плоская электромагнитная волна ($\lambda = 600$ нм). Расстояние от щели до экрана $L = 5$ м; ширина щели $a = 1$ мм. Определить расстояние между первыми минимумами на экране (ширину ℓ центрального максимума).

22.5. На щель шириной 0,1 мм падает пучок монохроматического света ($\lambda = 500$ нм). Дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся в фокальной плоскости линзы, оптическая сила которой 0,5 дптр. Определить ширину второго максимума.

22.6. Период дифракционной решетки равен 4 мкм. Дифракционная картина наблюдается с помощью линзы с фокусным расстоянием 40 см. Первый максимум виден на расстоянии 5 см от центрального. Найти длину волны света, падающего по нормали к решетке.

22.7. Будут ли видны отдельно в спектре калия две близко расположенные линии ($\lambda_1 = 578$ нм и $\lambda_2 = 580$ нм) в спектре второго порядка, если наблюдать спектр с помощью дифракционной решетки шириной 10 мм и периодом 20 мкм?

22.8. Дифракционная решетка с периодом 20 мкм имеет ширину 10 мм. Определить разрешающую силу этой решетки в спектре третьего порядка. Какова наименьшая разность длин волн двух разрешаемых линий в желтой ($\lambda = 600$ нм) области спектра?

22.9. Дифракционная решетка при облучении ее монохроматическим светом $\lambda = 720$ нм дает девять максимумов красного цвета. Сколько максимумов можно будет наблюдать, если красный свет заменить на синий ($\lambda = 450$ нм)?

22.10. Для определения длины световой волны дифракционный спектр проецируют с помощью собирающей линзы на экран и измеряют расстояние x_2 между центральным и вторым главным максимумами ($x_2 = 21,4$ см). Экран удален от дифракционной решетки на $L = 1,8$ м. Период решетки $d = 8,0$ мкм. Какое значение длины волны получено в данном опыте?

22.11. Свет с длиной волны $\lambda = 530$ нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 1,50$ мкм. Найти угол дифракции, под которым наблюдается максимум наибольшего порядка.

22.12. Дифракционная решетка с периодом 3,5 мкм позволяет наблюдать отдельно две спектральные линии на длине волны $\lambda = 0,58$ мкм, различающиеся не более чем на $\Delta\lambda = 2,0$ нм. Определить общее число штрихов и ширину¹ решетки.

22.13. В четвертом дифракционном максимуме красного света (длина волны $\lambda = 644,0$ нм), наблюдаемом под углом 30° , видны на пределе разрешения две близко расположенные спектральные линии с разностью длин волн $\Delta\lambda = 0,3$ нм. Оценить разрешающую силу дифракционной решетки R , ее ширину ℓ и период d .

22.14. Доказать, что максимальная разрешающая сила дифракционной решетки (в спектре максимального порядка) определяется ее рабочей шириной.

22.15. Известно (см. задачу 22.14), что максимальная разрешающая сила не зависит от периода решетки, а определяется ее рабочей шириной и длиной волны падающего света. В чем же тогда преимущество решеток с малым периодом?

¹ Ширина дифракционной решетки — поперечный размер поверхности, занятой штрихами.

Квантовая физика

23. Квантовая природа электромагнитного излучения

23.1. Человек начинает реагировать на электромагнитное излучение с длиной волны 600 нм (красновато-оранжевый свет), когда мощность излучения, попадающего на сетчатку глаза, достигает $1,98 \cdot 10^{-18}$ Вт. Сколько фотонов действует на сетчатку каждую секунду?

23.2. Под воздействием электронов, имеющих кинетическую энергию 4,9 эВ, атомы ртути излучают в ультрафиолетовой области спектра. Найти длину волны излучения.

23.3. Максимальная длина волны света, вызывающего фотоэффект с поверхности вещества, равна 0,50 мкм. Найти работу выхода электрона.

23.4. Построить график зависимости максимальной кинетической энергии K_m электронов, вылетающих из вольфрама в результате фотоэффекта, от энергии падающих квантов в интервале $4,6 \leq h\nu \leq 10$ эВ. Объяснить физический смысл точек пересечения осей координат линией графика.

23.5. Катод фотоэлемента, облучаемый светом фиолетовой линии спектра водородной лампы ($\lambda = 410$ нм), в течение 10 с получает 0,15 Дж энергии. Определить силу тока насыщения фотоэлемента, считая, что электрон выбивается одним из двух падающих фотонов.

23.6. Возможен ли фотоэффект из цезия под действием красного света ($\lambda = 656$ нм)?

23.7. Построить график зависимости кинетической энергии фотоэлектронов K_m от частоты ν падающего излучения и определить, какому металлу (см. приложение 6) соответствуют данные табл. 3.4, где представлены длины волн λ излучения, падающего на катод фотоэлемента, и значения величины K_m .

Таблица 3.4

λ , нм	254	313	366	405	436
K_m , эВ	3,00	2,08	1,50	1,18	0,56

23.8. Электроны, выбиваемые с поверхности металла ультрафиолетовым светом, имеют скорость $v = 3,0$ Мм/с. Пренебрегая работой выхода, определить энергию кванта падающего излучения.

23.9. По графику зависимости задерживающего напряжения от частоты падающего света (рис. 3.38) определить красную границу фотоэффекта и работу выхода электрона из металла.

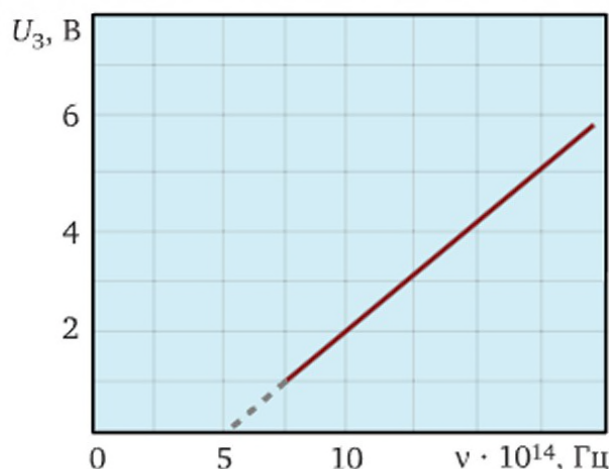


Рис. 3.38

23.10. Из таблицы, где приведены работы выхода электрона (см. приложение 6), выбрать те вещества, для которых можно наблюдать фотоэффект при облучении синим светом с длиной волны $\lambda = 450$ нм.

23.11. Рентгеновские фотоны с длиной волны 2,436 пм, упруго сталкиваясь со свободными электронами, передают им 30 % своей энергии. Определить длину волны рассеянного излучения.

23.12. При рассеянии на некоторый угол θ длина волны рентгеновских лучей по сравнению с первоначальной ($\lambda_0 = 1,00$ нм) изменилась на $\Delta\lambda = 0,24$ нм. Найти угол θ и энергию, переданную электрону отдачи.

24. Спектры водородоподобных атомов

24.1. Найти коротковолновую границу (λ_{\min}) серии Бальмера в спектре атома водорода.

24.2. Найти границы энергий квантов (W_{\min} и W_{\max}) первой инфракрасной серии в спектре атома водорода (серии Пашена).

24.3. Показать, исходя из серийной формулы для атома водорода, что в серии Лаймана ($n_f = 1$) не может быть спектральных линий в видимой области ($390 \text{ нм} \leq \lambda \leq 780 \text{ нм}$).

24.4. В области чувствительности человеческого глаза (от 0,40 до 0,78 мкм) находится несколько спектральных линий излучения атомарного водорода. Найти границы видимой части спектра водорода.

24.5. Атом водорода перешел из состояния, описываемого главным квантовым числом $n_1 = 2$, в другое возбужденное состояние n_2 , поглотив квант с энергией $W_{\text{кв}} \approx 3$ эВ. Определить квантовое число n_2 .

24.6. Установить взаимосвязь между двумя постоянными Ридберга R_λ и R_ν , которые используются в серийных формулах

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ и } \nu = R_\nu Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

где λ и ν — длина волны и частота излучения водородоподобных атомов при переходе с уровня n_i на уровень n_f .

24.7. На рис. 3.39 представлен спектр (за исключением инфракрасных серий) излучения одного из водородоподобных атомов: H, He⁺, Li²⁺. Определить, какому веществу принадлежит спектр, и объяснить отсутствие в спектре линий в промежутке от 200 до 300 нм.

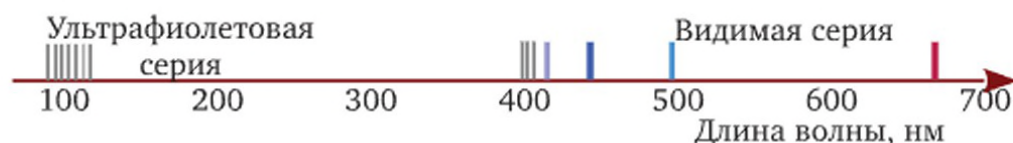


Рис. 3.39

24.8. Проведя вычисления длин волн, подтвердить или опровергнуть утверждение: «при переходе электрона в атоме водорода с уровня $n_i = 2$ на уровень $n_f = 1$ испускается фотон такой же длины волны, что и при переходе однократно ионизованного атома гелия (He⁺) с уровня $n_i = 4$ на уровень $n_f = 2$ ».

24.9. Электрон в однократно ионизованном атоме гелия находится в основном состоянии. Какая наименьшая энергия потребуется для полного отрыва этого электрона от атома?

24.10. Альфа-частица присоединяет электрон, образуя однократно ионизованный атом гелия. Процесс сопровождается излучением. Пренебрегая кинетической энергией свободного электрона, определить максимальную энергию излучаемого кванта.

24.11. Во сколько раз энергия ионизации иона гелия (He⁺) больше энергии ионизации атома водорода?

24.12. Примесь однократно ионизованного гелия в атомарном водороде обнаруживается с помощью спектрального анализа. Каково смещение $\Delta\lambda$ спектральных линий этих атомов, соответствующих переходам электрона с третьего уровня на второй?

25. Рентгеновские спектры¹

25.1. Ускоряющее напряжение, приложенное к электронно-лучевой трубке телевизора, равно 30 кВ. Найти максимальную энергию квантов и минимальную длину волны рентгеновского излучения.

¹ При решении задач на рентгеновские спектры используются постоянные экранирования: для K-серии $\sigma = 1$; для L-серии $\sigma = 7,5$.

25.2. Для определения постоянной Планка h измерили наименьшую длину волны ($\lambda_{\text{мин}} = 21$ пм) излучения, генерируемого рентгеновской трубкой при ускоряющем напряжении 60 кВ. Скорость света в вакууме и заряд электрона известны. Какое значение h получили по данным этого эксперимента?

25.3. Поверхность металла обстреливается электронами, разогнанными до скорости $v = 0,80c$, где c — скорость света в вакууме. Процесс сопровождается рентгеновским излучением. Найти коротковолновую границу спектра тормозного излучения.

25.4. Вычислить наибольшую длину волны K -серии рентгеновского излучения, генерируемого трубкой с медным анодом.

25.5. На диаграмме (рис. 3.40) изображен спектр рентгеновского излучения. Найти максимальную кинетическую энергию электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки.

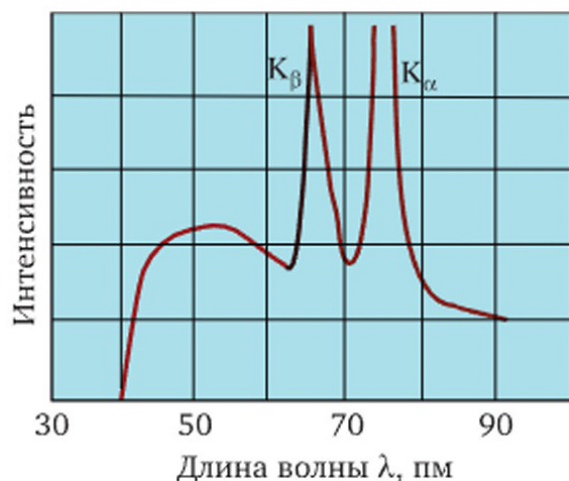


Рис. 3.40

25.6. Рентгеноспектральный анализ неизвестного металла показал, что наибольшая длина волны K -серии излучения, соответствующего переходам электронов с L - на K -оболочку, равна 72 пм. Определить порядковый номер исследуемого элемента в таблице Д. И. Менделеева (см. приложение 5).

25.7. Из какого вещества изготовлен анод рентгеновской трубки, для которой распределение интенсивности излучения по спектру имеет вид, изображенный на рис. 3.40?

25.8. Найти наибольшую длину волны L -серии характеристического излучения, генерируемого рентгеновской трубкой с железным антикатодом. Постоянная экранирования $\sigma = 7,5$.

26. Тепловое излучение

26.1. Температура внешней поверхности кирпичной стены здания 17°C . Сколько тепла теряет стена за счет теплового излучения

в течение суток при температуре окружающей среды $-13\text{ }^{\circ}\text{C}$, если площадь излучающей поверхности 100 м^2 ? Интегральная поглощательная способность (степень черноты) красного кирпича $a_T = 0,9$.

26.2. Металлическая заготовка, нагретая до 1000 К , излучает с поверхности площадью 1 см^2 4 Дж тепловой энергии за одну секунду. Определить степень черноты заготовки.

26.3. Поток тепловой энергии от лампы накаливания с вольфрамовой нитью составляет 25 Вт при температуре нити 2400 К . Найти площадь излучающей поверхности, зная, что лампа излучает в три раза меньше, чем черное тело при той же температуре.

26.4. Какова температура стального стержня диаметром 12 мм и длиной 100 мм , если со всей его поверхности излучается 12 Дж энергии в течение одной минуты? Поглощательную способность принять равной $0,16$. Нагревается или охлаждается данное тело, если температура окружающей среды 300 К ?

26.5. Во сколько раз следует повысить температуру черного тела, чтобы максимум излучения сместился с красной границы видимого спектра (780 нм) на фиолетовую (390 нм)?

26.6. На рис. 3.41 показано распределение энергии по спектру теплового излучения черного тела. Определить температуру тела и его энергетическую светимость.

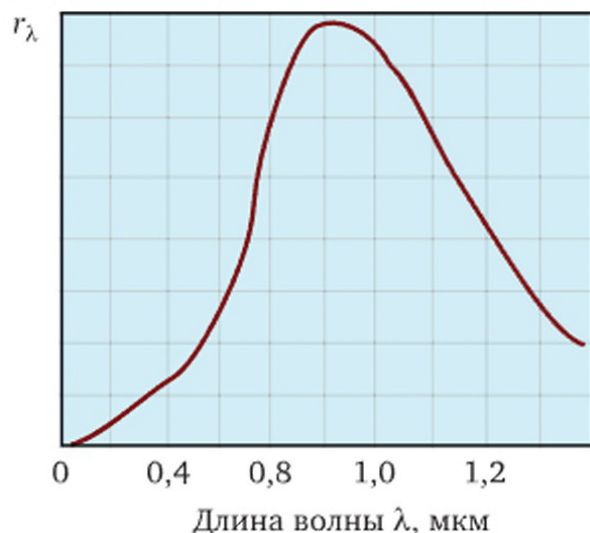


Рис. 3.41

26.7. Найти спектральную плотность энергетической светимости черного тела $r_{\lambda m}$ на длине волны, соответствующей максимуму распределения энергии по спектру теплового излучения (см. рис. 3.41). Не прибегая к интегрированию, оценить энергию, излучаемую в интервале длин волн от $0,85$ до $0,95\text{ мкм}$ с площади $1,0\text{ см}^2$ поверхности данного тела за одну секунду.

26.8. Зависимость спектральной плотности энергетической светимости r_λ излучения тела от длины волны представлена на диа-

грамме (см. рис. 3.41) Оценить долю излучаемой энергии в инфракрасном диапазоне ($0,8 \leq \lambda \leq 1,8$ мкм) по отношению ко всей энергии теплового излучения данного тела.

26.9. Максимум спектральной плотности энергетической светимости черного тела приходится на длину волны $\lambda_m = (1450 \pm 3)$ нм. Мощность излучения с поверхности площадью $S = (10,00 \pm 0,05)$ см² составляет $P_{\text{изл}} = (904 \pm 9)$ Вт. Найти интервал, в котором находится постоянная Стефана — Больцмана σ по этим данным, используя значение постоянной в законе смещения Вина $b = 2,898$ мм·К.

27. Волны де Бройля; соотношения неопределенностей

27.1. В электронно-лучевой трубке электроны разгоняются до скорости 100 Мм/с. Используя релятивистское соотношение между кинетической энергией и импульсом частицы, определить дебройлевскую длину волны.

27.2. Оценить длину волны де Бройля для атома водорода, движущегося со скоростью 1 км/с.

27.3. Найти дебройлевские длины волн λ_B : а) для электрона, имеющего кинетическую энергию $K = W_0$, где W_0 — энергия покоя данной частицы (см. приложение 6); б) для фотона с энергией, равной кинетической энергии данного электрона.

27.4. В однородном магнитном поле с индукцией 10 мТл по круговой траектории диаметром 10 мм движется электрон. Какова длина волны де Бройля для данной частицы?

27.5. Определить длину волны де Бройля для протона, обладающего кинетической энергией: а) 0,10 МэВ; б) 1,0 ГэВ.

27.6. Узкий пучок электронов, ускоренных в электрическом поле с разностью потенциалов 100 В, падает на щель шириной 1,0 мкм. Дифракционная картина наблюдается на люминесцентном экране, удаленном от щели на 18 см. Учитывая волновые свойства электронов, определить ширину центрального максимума.

27.7. На кристалл никеля параллельно его грани направлен узкий пучок электронов с энергией 50 эВ. Кристалл поворачивают, увеличивая угол скольжения пучка θ , и измеряют интенсивность отраженного пучка. Когда угол θ достигает 20° , наблюдается максимум первого порядка. Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла.

27.8. Найти неопределенность Δx координаты электрона в атоме водорода, полагая неопределенность скорости данной частицы $\Delta v_x = 0,10v$, где $v \approx 10^6$ м/с. Имеет ли смысл классическое понятие траектории электрона в атоме, если диаметр атома $d \approx 0,1$ нм?

27.9. Диаметр электронного пучка в вакуумной трубке осциллографа около $d = 1$ мм. Найти неконтролируемый импульс Δp_y , пер-

пендикулярный оси пучка, и соответствующее смещение $\Delta y = \ell \cdot \frac{\Delta p_y}{p_x}$ луча на экране при длине трубки $\ell = 0,3$ м и ускоряющем напряжении $U = 12$ кВ. Применимы ли в данном случае к расчету траектории электронов законы классической механики?

27.10. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно $\tau = 10$ нс. При переходе атома в основное состояние испускаются кванты с энергией около 10 эВ. Оценить естественную ширину $\Delta\lambda$ спектральной линии излучения, используя соотношение неопределенностей.

27.11. При движении вдоль оси X неопределенность скорости частицы составляет $\Delta v_x = 1$ см/с. Вычислить неопределенность координаты Δx : а) для электрона; б) для броуновской частицы массой 0,1 пг.

27.12. Неопределенность координаты частицы, оставившей след в пузырьковой камере¹, заполненной жидкостью, принимается равной диаметру пузырька $d = 1$ мкм. Найти неопределенности в измерении скоростей с помощью этой камеры: а) электрона; б) α -частицы.

27.13. Исходя из соотношения неопределенностей, оценить размытость ΔW энергетического уровня в атоме водорода: а) для основного состояния; б) для возбужденного состояния с временем жизни 10^{-8} с.

27.14. Рубиновый лазер создает импульс красного света ($\lambda = 693,4$ нм) длительностью 10 пс и мощностью 2,0 ГВт. Найти неопределенность ΔW в измерении энергии лазерного импульса и относительную неопределенность $\Delta W_\lambda / W_\lambda$ энергии фотона.

27.15. Показать, что внутри ядра не могут находиться электроны, полагая, что размер ядра атома $d = 10^{-15}$ м.

28. Частица в потенциальной яме

28.1. Электрон находится на первом уровне ($n = 1$) в одномерной потенциальной яме бесконечной глубины шириной $\ell = 50$ пм. Какую энергию должен получить электрон, чтобы перейти на уровень с квантовым числом $n = 3$?

28.2. Оценить длину волны излучения при переходе электрона между уровнями $n_i = 2$ и $n_f = 1$ при условии, что данная частица находится в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной $\ell = 0,05$ нм.

28.3. Найти наименьшее из возможных значений энергии электрона, находящегося в прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной $\ell = 0,2$ нм.

¹ Пузырьковая камера — прибор, в котором наблюдаются траектории микро-частиц вследствие вскипания перегретой жидкости по пути их движения.

28.4. Электрон находится в основном состоянии ($n = 1$) в одномерной потенциальной яме бесконечной глубины. Оценить ширину ямы ℓ , при которой наименьшая собственная энергия электрона сравнима с его энергией покоя.

28.5. Частица находится на первом уровне ($n = 1$) в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти координату x частицы в промежутке $0 \leq x \leq \ell$ (ℓ — ширина ямы), где плотность распределения вероятности обнаружения частицы максимальна.

28.6. Состояние частицы в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме описывается квантовым числом $n = 2$. Найти те координаты x ($0 \leq x \leq \ell$, где ℓ — ширина ямы), для которых плотность распределения вероятности нахождения частицы: а) минимальна; б) максимальна.

28.7. Микрочастица находится на втором уровне ($n = 2$) в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Какова вероятность P обнаружить частицу в интервале координат: а) от $x_1 = 0$ до $x_2 = \ell/2$; б) от $x_1 = 0$ до $x_2 = 2\ell/3$, где ℓ — ширина ямы.

29. Квантовомеханическая модель атома

29.1. Записать электронную структуру инертных газов гелия и аргона, имеющих заполненные внешние подоболочки. Расшифровать обозначения. Сколько электронных оболочек имеют эти атомы? Сколько электронов находится в каждой оболочке?

29.2. Электронная структура атома $1s^2 2s^2 3p^5$. Что это за атом?

29.3. Конфигурация атома германия $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$. Сколько электронов имеет атом германия? Сколько оболочек находится в электронной структуре? Сколько подоболочек включает третья оболочка данного атома?

29.4. В клетках с наименованием химического элемента, например лития, фтора, неона, некоторые варианты таблицы Д. И. Менделеева содержат следующие данные: Li — $2s^1$; F — $2s^2 2p^5$; Ne — $2s^2 2p^6$. Что означают здесь числа и буквы? Какие предположения можно сделать о способности данных атомов вступать в химические реакции?

29.5. В табл. 3.5 приведены наборы квантовых чисел для всех электронов некоторого атома. Записать его электронную конфигурацию, используя спектроскопические символы, и определить химический элемент.

Таблица 3.5

n	l	m	m_s
1	0	0	$+1/2; -1/2$
2	0	0	$+1/2; -1/2$

n	l	m	m_s
	1	-1	+1/2; -1/2
		0	+1/2; -1/2
		+1	+1/2; -1/2

29.6. Атом имеет три электронные оболочки (K , L и M). Внешняя M -оболочка заканчивается полностью заполненной p -подоболочкой. Какой это химический элемент?

29.7. На сколько расходятся значения орбитального момента импульса электрона в атоме водорода, находящемся в основном (невозбужденном) состоянии, вычисленные: а) по атомной теории Бора; б) по квантовомеханической теории Шредингера?

29.8. Вычислить орбитальный момент импульса электрона в $3p$ -состоянии. Сравнить со значением, полученным по теории Бора.

29.9. Определить орбитальный и спиновый моменты импульса $3d$ -электрона в M -оболочке атома.

Физика атомного ядра

30. Радиоактивность. Элементы дозиметрии

30.1. Вычислить вероятность распада отдельного ядра цезия-137 в течение: а) 15 суток; б) 30 суток.

30.2. На диаграмме (рис. 3.42) представлена зависимость от времени t числа ядер N некоторого радиоактивного изотопа. Оценить долю радиоактивных ядер (в процентах от начального их числа) после 40 суток распада. По таблице периодов полураспада (см. приложение 6) определить, какой это изотоп.

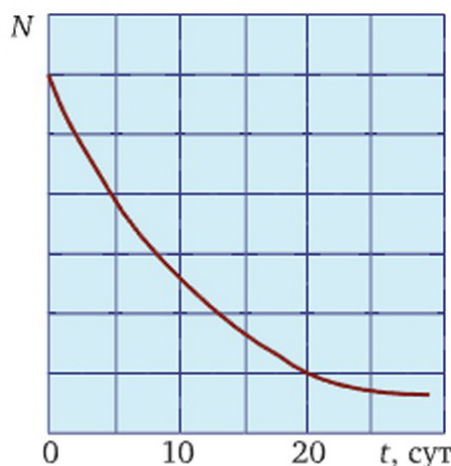


Рис. 3.42

30.3. Сколько дней нужно выдержать сыр, прежде чем употреблять его в пищу, если он произведен из молока, загрязненного радиоактивным изотопом I-131? Начальная активность превышает допустимую в 1000 раз.

30.4. По данным табл. 3.6, где представлены результаты измерений активности A радиоактивного препарата в различные моменты времени, построить график зависимости $A(t)$ и определить период полураспада.

Таблица 3.6

Время t , ч	0	10	20	30	40
Активность A , 10^{11} Бк	4,60	3,83	3,19	2,66	2,22

30.5. Биологическая ткань массой 0,2 кг получила эквивалентную дозу от нейтронного облучения $H_n = 0,8$ Зв и такую же дозу —

от γ -излучения ($H_\gamma = H_n$). Учитывая соответствующие коэффициенты биологической эффективности (см. приложение 6), определить общую поглощенную дозу D и поглощенную энергию W .

30.6. Определить возраст деревянных предметов, удельная активность изотопа углерода C-14 в которых составляет $3/5$ удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях.

30.7. С целью диагностики заболевания человеку ввели внутривенно 1,0 мл раствора, содержащего искусственный радиоизотоп натрий-24 активностью 2000 Бк. Активность 1,0 мл крови, взятой через 5,0 ч, оказалась равной 0,27 Бк. Определить объем крови человека.

30.8. Человек получает дозу облучения $D = 0,18$ мГр в год за счет распада радиоизотопов калия, содержащихся в мышцах. Сколько ядер распадается в теле человека массой 70 кг за сутки и какую эквивалентную дозу получает человек за это время? Скорость β -частиц, испускаемых ядрами калия, принять равной $v = 1,6 \cdot 10^8$ м/с.

30.9. Объемная активность воды радиево-радонового источника достигает 2,2 ГБк/л. Активность обеспечивается изотопами Ra-226 и Rn-222, испускающими α -частицы со средней энергией 5,2 МэВ. Найти поглощенную в течение часа дозу излучения, которую получит человек массой 65 кг, выпивший один литр воды из этого источника.

30.10. Изотоп радия Ra-226, испускающий α -частицы с энергией 4,78 МэВ, помещен в закрытую капсулу. Продукты распада задерживаются стенками капсулы. Начальная масса радия составляет 0,18 мг. Какое количество теплоты (в единицах СИ) нужно отвести от капсулы в первую минуту, чтобы она не разогрелась?

31. Энергия связи. Ядерные реакции. Элементарные частицы

31.1. Определить, какой суммарной кинетической энергией должны обладать ядра дейтерия, чтобы сблизиться до расстояния $r = 2 \cdot 10^{-15}$ м, на котором ядерные силы преобладают над кулоновскими.

31.2. Определить, какое из ядер — Tl-210 или Pb-210 — более стабильно по результатам расчета их энергии связи.

31.3. Сравнить удельные энергии связи изотопов He-3 и He-4.

31.4. Определить, какая энергия потребуется для разделения ядра кислорода O-16 на четыре одинаковые частицы.

31.5. Один из протонов ядра атома превратился в нейтрон с выбросом бета-частицы и нейтрино. Записать две схемы бета-распада: 1) с участием нуклонов и бета-частицы; 2) на основе кварковой модели.

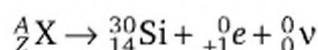
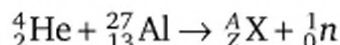
31.6. В процессе β^- -распада изотопа иода $^{131}_{53}\text{I}$ из его ядра выбрасывается электрон. Записать схему радиоактивного превраще-

ния, схему соответствующего взаимопревращения нуклонов в ядре и объяснить β^- -распад на основе кварковой модели.

31.7. Ядро захватывает один из электронов K -оболочки. При этом один из протонов превращается в нейтрон. Записать схему K -захвата и схему изменения кварковой структуры нуклона.

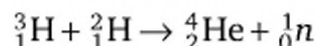
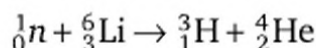
31.8. Во сколько раз отличается энергия аннигиляции двух нуклонов от энергии того же процесса для двух бета-частиц?

31.9. Позитрон был обнаружен при распаде радиоактивного элемента X , участвующего в реакциях



Какой элемент обозначен символом X ? Освобождается или поглощается энергия в реакции захвата α -частицы ядром алюминия? Атомная масса изотопа Al-27 равна 26,984346 а. е. м.

31.10. При взрыве водородной бомбы происходят реакции

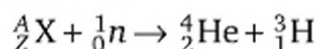


Рассчитать суммарный энергетический эффект этих реакций.

31.11. Покрывает ли энергия, освобождающаяся в результате слияния ядер дейтерия и трития (изотопов водорода), расходы энергии на сближение этих ядер до расстояния $r = 2 \cdot 10^{-15}$ м?

31.12 Рождение электрон-позитронной пары происходит при взаимодействии γ -кванта с электроном вещества: $\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-$. Какой должна быть наименьшая энергия кванта?

31.13. Нестабильный изотоп водорода — тритий — получается в реакции



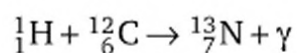
Какой элемент обозначен символом X ? Полагая, что кинетическая энергия исходных ядер пренебрежимо мала, вычислить кинетическую энергию α -частицы.

31.14. В результате синтеза ядер гелия He-3 и дейтерия H-2 освобождается энергия 18,3 МэВ. Образуются две частицы, одна из которых — ядро гелия He-4 . Идентифицировать другую частицу и найти ее кинетическую энергию.

31.15. Сгорание водорода массой $m_{\text{в}} = 1,00$ кг дает 120 МДж тепла в ходе химической реакции $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$. В ядерной реакции синтеза дейтерия и трития, в которой образуются гелий-4 и один нейтрон, освобождается 17,6 МэВ энергии на каждые пять нуклонов. Во сколько раз энергетический выход на килограмм исходных

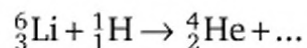
веществ при превращении водорода в гелий больше, чем при превращении водорода в воду?

31.16. Считая, что кинетическая энергия протона равна 2,0 МэВ, найти кинетическую энергию продуктов реакции



31.17. Нейтроны можно получить путем облучения γ -квантами ядер изотопа Be-9. Записать схему реакции. Какой должна быть энергия γ -квантов для осуществления данной реакции?

31.18. Найти энергетический эффект реакции синтеза ядер лития и водорода



Поглощается или освобождается энергия в данной реакции?

Статистическая физика и термодинамика

32. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа.

Уравнение состояния идеального газа

32.1. Среднее расстояние между молекулами воздуха при нормальных условиях $\langle a \rangle = 3$ нм. Проверить правильность этой оценки, используя в качестве исходного уравнение состояния идеального газа.

32.2. Термодинамическая система, состоящая из большого числа молекул азота, находится в равновесном состоянии. Скорости четырех молекул данной системы — 300, 400, 500 и 600 м/с. Вычислить их среднюю арифметическую и среднюю квадратическую скорости. Если бы по этим данным можно было бы судить о температуре системы, то каково было бы ее значение?

32.3. Количественное соотношение изотопов кислорода О-16, О-17 и О-18 в природной воде составляет 3150 : 5 : 1; изотопов водорода Н-1 и Н-2 — 5000 : 1. Пренебрегая количествами других изотопов, рассчитать молярную массу природной воды с точностью до четырех значащих цифр.

32.4. Природный газ состоит из метана (CH_4), азота (N_2) и бензола (C_6H_6). Соответствующие массовые доли компонентов: $r_1 = 0,88$; $r_2 = 0,10$; $r_3 = 0,02$. Определить массу этого газа в баллоне объемом 200 л при температуре 27 °С и давлении (по манометру¹) 3,0 МПа.

32.5. На одну молекулу тяжелой воды D_2O приходится 6800 молекул обычной воды H_2O . Сколько тонн природной воды нужно переработать, чтобы получить тяжелую воду массой 1,00 кг?

32.6. Оценить концентрацию молекул кислорода в воздухе при нормальных условиях (см. приложение 6).

32.7. Мольная доля изотопа литий-6 в природном литии составляет 7,42 %. Полагая, что оставшаяся доля представлена изотопом литий-7, определить относительную атомную массу природного лития. Полученное значение сравнить с тем, что приводится в таблице химических элементов Д. И. Менделеева (см. приложение 5).

32.8. Когда в физике не существовало единицы количества вещества (1 моль), тогда для расчета параметров газа использовались газовые постоянные R^* , определенные для каждого газа². Их значения

¹ Манометр показывает давление, избыточное над атмосферным.

² Кухлинг Х. Справочник по физике : пер. с нем. М. : Мир, 1982. 520 с.

приведены в табл. 3.7. Каков физический смысл величины R^* ? Как эта газовая постоянная связана с молярной газовой постоянной R ?

Таблица 3.7

Газ	Азот	Аммиак	Аргон	Водород	Водяной пар
R^* , Дж/(кг·К)	297	488	208	4125	461

32.9. Определить среднюю квадратическую скорость взвешенных в воздухе капелек воды радиусом 10 нм при температуре 17 °С.

32.10. Воздух в сосуде откачан до давления 1,0 Па при температуре 300 К. Определить: а) концентрацию молекул; б) плотность газа в сосуде; в) среднюю длину свободного пробега.

32.11. Под каким давлением находится газ, если средняя квадратическая скорость его молекул $v_{\text{кв}} = 300$ м/с, а плотность $\rho = 800$ г/м³.

32.12. Распределение молекул кислорода по скоростям при некоторой температуре представлено на диаграмме (рис. 3.43). Найти среднюю арифметическую и среднюю квадратическую скорости. Оценить долю молекул, обладающих скоростями в пределах от 0 до 400 м/с.

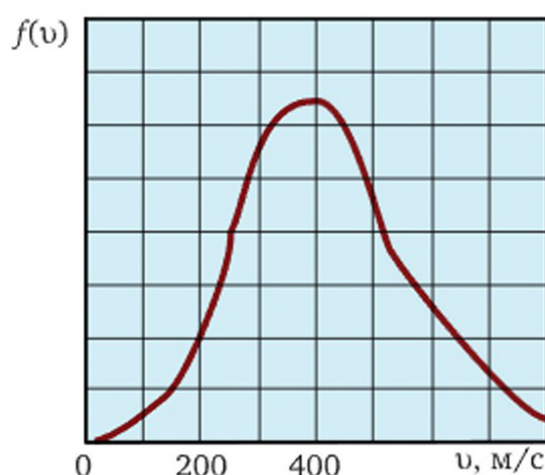


Рис. 3.43

32.13. Метан (CH_4) массой 1,2 кг находится в 40-литровом баллоне, стенки которого рассчитаны на максимальное давление 5,0 МПа. Допустимо ли нагревание баллона до 60 °С?

32.14. Определить парциальное давление паров воды в воздухе при нормальных условиях и влажности 100 %.

32.15. Воздушный шар медленно заполняют гелием при температуре $T = 290$ К и атмосферном давлении $p_{\text{атм}} = 101$ кПа. Упругие свойства оболочки шара таковы, что при закачке гелия давление внутри шара возрастает по закону $p = 1215V$, где p — давление газа, Па; V — объем шара, м³. Масса оболочки $m_{\text{об}} = 24$ кг. Определить объем гелия внутри шара, при котором шар висит в воздухе.

33. Явления переноса в газах: диффузия, теплопроводность, внутреннее трение

33.1. Коэффициент диффузии кислорода в воздухе $D = 1,8 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ получен опытным путем при давлении 760 мм рт. ст. и температуре 20 °С. Оценить по этим данным эффективный диаметр молекулы O_2 .

33.2. Рассчитать коэффициент диффузии D азота при температуре 17 °С и давлении 100 кПа. Как изменится величина D , если, не меняя температуру, увеличить плотность газа в 2 раза?

33.3. Проекция градиента плотности газа на направление, перпендикулярное поверхности, через которую диффундирует газ, $\text{grad } \rho_x = \frac{d\rho}{dx} = -1,26 \text{ кг/м}^4$. Оценить массу азота, прошедшего вслед-

ствие диффузии через поверхность площадью $S = 100 \text{ см}^2$ в течении десяти секунд при температуре 300 К. Средняя длина свободного пробега молекул при данной температуре составляет около 0,1 мкм.

33.4. Обосновать или опровергнуть утверждения: а) «теплопроводность газов прямо пропорциональна корню квадратному из массы молекул»; б) «азот диффундирует на 7 % быстрее, чем кислород».

33.5. Теплопроводность воздуха в пространстве между стенками сосуда Дьюара¹ начинает уменьшаться, когда давление вследствие откачки при температуре 17 °С падает ниже 3 Па. Оценить расстояние между стенками сосуда.

33.6. Коэффициент диффузии азота $D = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ при температуре $T = 300 \text{ К}$ и давлении $P = 100 \text{ кПа}$. Найти коэффициент внутреннего трения (динамическую вязкость) данного газа при тех же условиях.

33.7. Какое количество теплоты ежечасно теряется сквозь двойную парниковую раму за счет теплопроводности воздуха внутри рамы? Толщина воздушного промежутка $b = 15 \text{ см}$, площадь рамы $S = 4 \text{ м}^2$; температура в парнике $t_1 = 18 \text{ °С}$, снаружи $t_2 = -2,0 \text{ °С}$. Температуру воздуха внутри рамы считать равной среднему значению температур в парнике и в окружающей среде.

34. Термодинамика

34.1. Показатель адиабаты ($\gamma = C_p/C_v$) некоторого газа равен 1,40. Определить его молярную теплоемкость при постоянном объеме.

34.2. Плотность газообразного вещества, выделенного из воздуха (см. приложение 6), оказалась равной 1,43 кг/м³ при нормальных

¹ Сосуд Дьюара — металлическая или стеклянная емкость с двойными стенками, между которыми создан вакуум. Сосуд Дьюара, применяемый в быту, называют термосом.

условиях. Определить удельную теплоемкость газа при постоянном давлении.

34.3. Вычислить молярную теплоемкость при постоянном давлении C_p водяного пара (H_2O) двумя способами: а) когда заданы удельная теплоемкость $c_p = 1,83$ кДж/(кг·К) и молярная масса $M = 18$ г/моль; б) когда известно число степеней свободы молекулы H_2O .

34.4. Сосуд с газообразным азотом при температуре 290 К, двигавшийся со скоростью 100 м/с, резко останавливается. Считая систему теплоизолированной, определить, на сколько повышаются средняя квадратическая скорость молекул и температура газа в сосуде.

34.5. Из баллона медленно утекает газ из-за неплотного закрытия вентиля. Начальная температура газа равна температуре окружающей среды. Во сколько раз изменится внутренняя энергия газа в баллоне, если давление упадет в 1,2 раза?

34.6. Биогаз — продукт переработки биомассы — состоит на 65 % из метана (CH_4), на 30 % — из углекислого газа (CO_2), на 1,5 % — из сероводорода (H_2S)¹, остальное — азот (N_2). Вычислить молярную массу данной смеси газов и ее молярную теплоемкость при постоянном объеме.

34.7. В закрытом баллоне находилась смесь водорода с кислородом. Количество газов в смеси было подобрано так, что после реакции в сосуде оказался только ненасыщенный водяной пар. Температура при этом возросла в 1,5 раза. Как и во сколько раз изменились в результате реакции: а) внутренняя энергия; б) давление газа в баллоне?

34.8. Давление идеального газа уменьшилось от $P_1 = 0,20$ МПа до $P_2 = 0,10$ МПа по закону $P = \frac{200}{V}$, где P — давление, Па; V — объем, м³. Чему равна работа газа в данном процессе?

34.9. Состояние двухатомного газа в количестве $\nu = 20$ ммоль изменяется по пути $a-b-c-a$ (рис. 3.44). Найти совершенную работу в процессах $a-b$ и $c-a$.

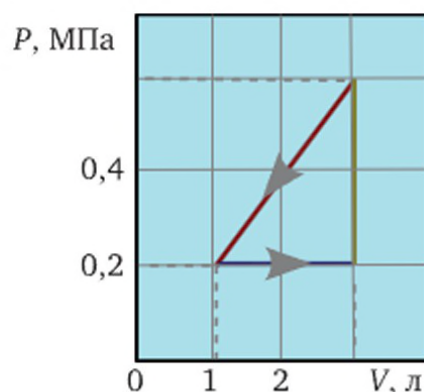


Рис. 3.44

¹ Даны значения молярных долей компонентов — отношения количества вещества компонента к количеству вещества системы.

34.10. Смесь азота и гелия находится при температуре 27°C . Массы компонентов: $m_{\text{аз}} = 14\text{ г}$; $m_{\text{гел}} = 2,0\text{ г}$. Найти внутреннюю энергию смеси газов и удельную теплоемкость при постоянном давлении.

34.11. Расширение гелия от объема $V_1 = 1,0\text{ л}$ до $V_2 = 2,0\text{ л}$ описывается законом $T = 40 \cdot 10^7 \cdot V^2$, где T — температура, К; V — объем, м^3 . Количество газа $\nu = 50\text{ ммоль}$. Определить работу, совершенную газом, и изменение его внутренней энергии.

34.12. Состояние углекислого газа (CO_2) в количестве $\nu = 0,25\text{ моль}$ изменяется, как показано на диаграмме (рис. 3.45). Определить молярную теплоемкость, изменение внутренней энергии газа, количество подведенной теплоты в процессах I ($a-b$) и II ($b-c$).

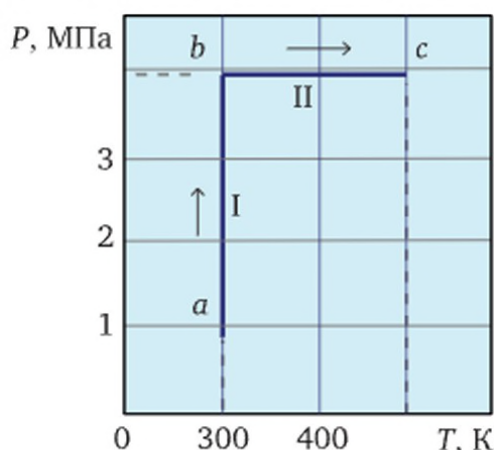


Рис. 3.45

34.13. В результате адиабатного сжатия внутренняя энергия кислорода (O_2) массой $m = 16\text{ г}$, взятого при температуре 300 К , увеличилась на $2,5\text{ кДж}$. Найти работу сил давления газа в данном процессе и конечную температуру.

34.14. Температура смеси диоксида азота (NO_2) с аммиаком (NH_3) при адиабатном расширении изменилась на $\Delta T = -50\text{ К}$. Количества отдельных компонентов в смеси газов составляют: $\nu_1 = 0,30\text{ моль}$ (NO_2); $\nu_2 = 0,20\text{ моль}$ (NH_3). Найти работу A , совершенную газом.

34.15. Изменение состояния идеального газа описывается уравнением $PV^2 = 0,8$, где P — давление, Па; V — объем, м^3 . Вычислить работу, совершаемую при расширении газа от объема $V_1 = 2\text{ л}$ до $V_2 = 4\text{ л}$. Как и во сколько раз изменяется температура в этом процессе?

34.16. Температура газообразного азота массой 28 г повысилась от $T_1 = T$ до $T_2 = 1,2T$. При этом энтропия газа возросла на $5,3\text{ Дж/К}$. Каким был процесс нагревания: изобарным или изохорным?

34.17. Кислород и азот, взятые при температурах $T_{\text{к}} = 600\text{ К}$ и $T_{\text{а}} = 300\text{ К}$ в одинаковых количествах ($\nu_{\text{к}} = \nu_{\text{а}} = 0,50\text{ моль}$), приведены в тепловой контакт. Объемы газов не изменяются. Найти изменения энтропии отдельных газов в результате установления теплового равновесия. Как изменяется энтропия системы?

34.18. В закрытом сосуде находится смесь, состоящая из 56 г азота и 1,8 г ненасыщенного водяного пара. Определить изменение энтропии смеси при ее изохорном нагревании от 300 до 600 К.

34.19. Двухатомный идеальный газ в количестве $\nu = 1$ моль расширяется от объема $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Состояние газа изменяется по закону $T = AV^2$, где T — температура, К; V — объем, м³; $A = \text{const}$. Найти изменение энтропии газа в данном процессе.

34.20. Найти изменение энтропии двухатомного газа в процессах $b \rightarrow c$ и $c \rightarrow a$, а также за весь цикл (рис. 3.46). Количество данного газа $\nu = 0,5$ моль.

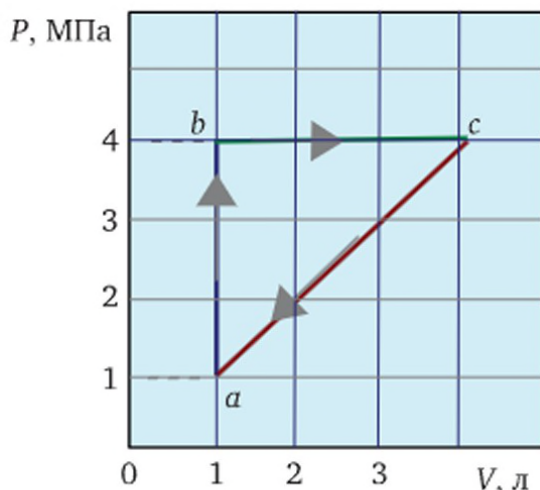


Рис. 3.46

34.21. По заданному циклу (рис. 3.47) теплового двигателя определить его КПД. Рабочее тело — идеальный газ. Необходимые данные для расчета приведены на диаграмме.

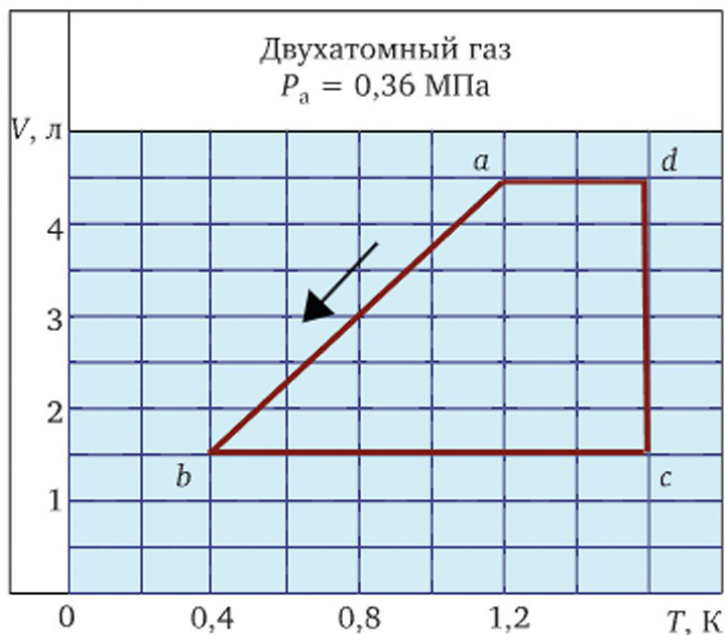


Рис. 3.47

34.22. По диаграмме (рис. 3.48) определить КПД теплового двигателя. Рабочее тело — идеальный газ. Сравнить с КПД цикла Карно, совершаемым в том же интервале температур.

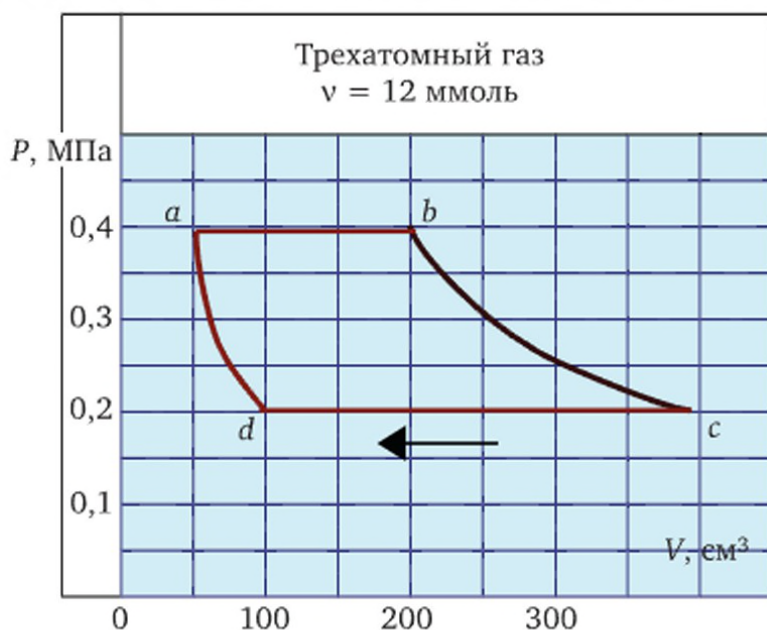


Рис. 3.48

35. Неидеальный (реальный) газ. Насыщенный водяной пар¹

35.1. Какой объем займет углекислый газ в количестве 1,0 моль, если расстояние между центрами молекул будет равно их эффективному диаметру? Какую часть составит этот объем по отношению к объему газа при нормальных условиях?

35.2. Углекислому газу в количестве 1 моль предоставлен объем 1 л. Оценить внутреннее давление данного газа, обусловленное притяжением его молекул.

35.3. Азот, взятый в количестве 2 моль при температуре 300 К, расширяется в пустоту от 2 до 10 л. Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Найти изменение температуры ΔT в данном процессе.

35.4. Объем аргона $V_1 = 1,0$ л уменьшили вдвое при постоянной температуре 0°C . Количество газа $\nu = 1,0$ моль. Пренебрегая размерами молекул, но учитывая их притяжение, определить, во сколько раз изменилось давление газа.

35.5. Во сколько раз возрастет давление углекислого газа, если его температуру $T_1 = 200$ К увеличить в 2 раза при постоянном объеме $V = 1$ м³? Количество газа $\nu = 1$ кмоль. Вычисления сделать,

¹ Поправки в уравнении состояния реального газа и критические параметры некоторых веществ, а также плотности и давления насыщенного водяного пара даны в приложении 6.

используя уравнения состояния: а) идеального газа; б) реального газа.

35.6. Во сколько раз при повышении температуры от 14 до 100 °С увеличиваются: а) плотность; б) давление насыщенного водяного пара?

35.7. Выше какой температуры невозможно получить воду, сжимая водяной пар?

35.8. В цилиндре, закрытом поршнем, находится смесь азота ($m_{\text{аз}} = 280$ г) и насыщенного водяного пара ($m_{\text{вп}} = 17,3$ г). Объем смеси уменьшают от 1,00 до 0,250 м³ при постоянной температуре 20,0 °С. Как и во сколько раз изменится давление смеси?

36. Свойства жидкости, обусловленные молекулярным строением

36.1. Керосин поднимается по фитилю на высоту $h = 10$ см. Считая поры фитиля цилиндрическими трубками, а смачивание — полным, определить диаметр пор.

36.2. В дне сосуда с водой имеются отверстия. Каким может быть наибольший диаметр отверстий при высоте столба воды 10 мм, чтобы жидкость из сосуда не выливалась?

36.3. Требуется разделить две пластины, смоченные изнутри каплей глицерина массой $m = 0,15$ г, прикладывая силу по нормали к поверхности. Оценить эту силу при следующих допущениях: пятно жидкости имеет форму круга; толщина слоя $b = 2$ мкм; смачивание полное.

36.4. Плотность электролита ($\rho = 1,18$ г/см³) измеряют ареометром¹. Жидкость полностью смачивает измерительную трубку прибора, и при этом высота H непогруженной части составляет 56 мм (рис. 3.49). Диаметр трубки ареометра $d = 7,2$ мм, поверхностное натяжение жидкости $\sigma = 54$ мН/м. Если ареометр замаслится и станет полностью не смачиваемым, то на сколько процентов изменится показание ареометра?

36.5. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром 7,2 см, если начальный диаметр $d_0 = 8,0$ мм? Каково будет добавочное давление внутри пузыря?

36.6. Через капельницу с наконечником, диаметр которого $d = 1,5$ мм, прошло 50 капель растительного масла. Их общая масса $m = 0,84$ г. Определить поверхностное натяжение σ данной жидкости.

¹ Ареометр представляет собой запаянную стеклянную трубку, утяжеленную снизу. Объем и масса прибора подбираются таким образом, чтобы он плавал в жидкости. О плотности судят по высоте измерительной части трубки, возвышающейся над поверхностью.

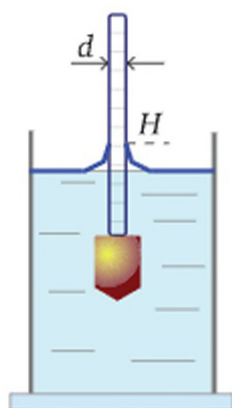


Рис. 3.49

36.7. Если медную проволочку диаметром 1 мм смазать жиром, чтобы она не смачивалась водой, то будет ли она плавать?

36.8. Два одинаковых шарика ртути диаметром 3 мм сливаются в один. Будет ли обнаружено повышение температуры данного вещества в результате слияния, если измерение производить термометром с погрешностью $\pm 0,1$ К? Удельная теплоемкость ртути $c = 138$ Дж/(кг·К). Теплоемкость термометра пренебрежимо мала.

Физика твердого состояния

37. Пространственная структура кристаллов

37.1. Твердое соединение CsCl имеет кубическую объемноцентрированную решетку (рис. 3.50). Сколько атомов содержится в элементарной ячейке CsCl?

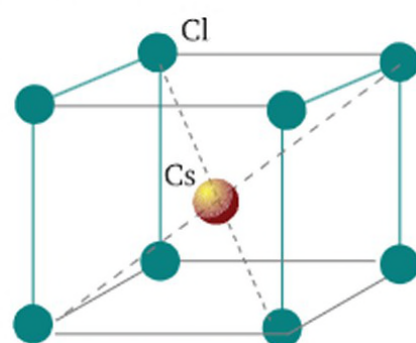


Рис. 3.50

37.2. Зная молярную массу меди и ее плотность, определить среднее расстояние между атомами в гранецентрированной кубической решетке кристалла меди.

37.3. Пространственная структура твердого хлорида калия образована кубическими гранецентрированными решетками ионов K^+ и Cl^- , вложенными одна в другую, подобно структуре NaCl (см. рис. 3.9.2). Определить число атомов в элементарной ячейке кристалла KCl.

37.4. Вычислить наименьшее расстояние между ионами K^+ и Cl^- в кристалле хлорида калия, имеющего решетку типа NaCl (см. рис. 3.9.2). Плотность KCl равна $1,984 \text{ г/см}^3$.

37.5. Зная плотность ионного кристалла NaCl и его пространственную структуру (см. рис. 3.9.2), найти расстояние между ближайшими соседними ионами: а) $Na^+ - Na^+$; б) $Na^+ - Cl^-$.

38. Теплоемкость твердых тел¹

38.1. Кристалл каменной соли (NaCl) находится при нормальных условиях. Вычислить его молярную теплоемкость.

¹ Удельная теплоемкость твердых тел неизвестна. Ее следует вычислять через молярные теплоемкости и плотности или молярные массы. При низких темпера-

38.2. Определить молярную и удельную теплоемкости фторида бария (BaF_2) при температурах T выше температуры Дебая ($T > T_D$).

38.3. Какова теплоемкость железного цилиндра длиной $L = 10$ см и диаметром $D = 5$ см при температуре $T = 600$ К?

38.4. При нагревании алюминия массой 0,5 кг от 200 до 250 К молярная теплоемкость изменялась по приближенному линейному закону $C = -5 + 0,08T$, где C — молярная теплоемкость, Дж/(моль·К); T — температура, К. Оценить количество подведенной теплоты.

38.5. Молярная теплоемкость при нагревании твердого тела изменялась по закону кубов Дебая $C = 67 \cdot 10^{-6} \cdot T^3$, где C — молярная теплоемкость, Дж/(моль·К); T — температура, К. Количество вещества $\nu = 0,5$ моль. Какое количество теплоты потребовалось для нагревания данного тела от 20 до 50 К?

38.6. Экспериментально установлено, что удельная теплоемкость меди линейно изменяется от 0,030 до 0,25 кДж/(кг·К) при повышении температуры от 35 до 70 К. Проверить расчетом, согласуются ли эти данные с теорией Дебая, учитывая погрешность измерений $\pm 10\%$.

39. Электрические свойства твердых тел

39.1. По медному проводнику сечением $S = 1,0$ мм² пропускают ток силой 10 А. Полагая число коллективизированных электронов равным числу атомов данного металла, найти скорость упорядоченного движения свободных электронов.

39.2. Считая, что в проводимости меди и серебра участвует по одному электрону от каждого атома, найти отношение скоростей дрейфа электронов в данных проводниках при одинаковой плотности тока.

39.3. По результатам измерений сопротивления R кварцевой нити при различных температурах (табл. 3.8) построить график зависимости $\ln R(1/T)$, где T — абсолютная температура. До какой температуры можно нагревать данный образец кварца, чтобы сила тока не превысила 10 мкА при напряжении 200 В?

Таблица 3.8

Температура t , °C	20	400	800	1200
Сопротивление R , Ом	$1,0 \cdot 10^{16}$	$1,0 \cdot 10^8$	$6,3 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^3$

39.4. Какова ширина запрещенной зоны полупроводника, из которого изготовлен светодиод, излучающий зеленый свет ($\lambda = 500$ нм)?

турах ($T = T_D$) необходимо учитывать закон кубов Дебая. Значения T_D приведены в таблице приложения 6.

39.5. Сопротивление образца кремния с примесью сурьмы, измеренное при 15 °С, равно 3,4 кОм. Зная, что энергия ионизации примесного атома составляет 0,039 эВ, рассчитать сопротивление при 50 °С. Вклад собственной проводимости не учитывать.

39.6. Найти минимальную энергию образования пары «электрон — дырка» в беспримесном полупроводнике, сопротивление которого уменьшается в пять раз при повышении температуры от 300 до 400 К.

39.7. Результаты исследования полупроводника представлены на диаграмме (рис. 3.51) в координатах « $\ln R$ — $1/T$ », где R — сопротивление образца, Ом; T — температура, К. Определить ширину запрещенной зоны (энергию активации собственной проводимости).

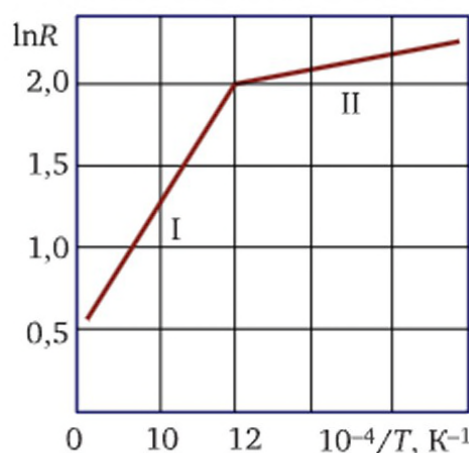


Рис. 3.51

39.8. Зная работу выхода электрона и ширину запрещенной зоны кристаллического кремния (см. приложение 6), определить: а) красную границу внутреннего фотоэффекта $\lambda_{гр1}$; б) красную границу внешнего фотоэффекта $\lambda_{гр2}$; в) энергию, соответствующую дну зоны проводимости $W_{дзп}$.

39.9. Ширина запрещенной зоны олова $\Delta W = 0,08$ эВ. Работа выхода $A_{вых} = 4,5$ эВ. Определить красную границу внутреннего фотоэффекта $\lambda_{гр1}$ и красную границу внешнего фотоэффекта $\lambda_{гр2}$.

39.10. По данным измерений сопротивления полупроводника n -типа (см. рис. 3.51) найти энергию активации примеси (ширину энергетической щели между примесным уровнем и дном зоны проводимости).

39.11. Найти сопротивление R полупроводникового датчика температуры при 110 °С, полагая, что закономерность, наблюдаемая при тестировании датчика в интервале от 30 до 90 °С (табл. 3.9), сохраняется. Оценить ширину запрещенной зоны полупроводника.

Таблица 3.9

$t, ^\circ\text{C}$	30	50	70	90	110
$R, \text{Ом}$	1605	702	335	176	?

39.12. Какие из металлических термопар (см. приложение 6) можно использовать, когда требуется получить термоЭДС от одной термопары не менее 10 мВ при разности температур 250 °С?

39.13. Используя градуировочный график (рис. 3.52), где \mathcal{E} — термоЭДС; ΔT — разность температур горячего и холодного спаев, определить удельную термоЭДС термопары. Какова температура горячего спая, если холодный спай находится при температуре 20 °С, а термоЭДС равна 8,0 мВ?

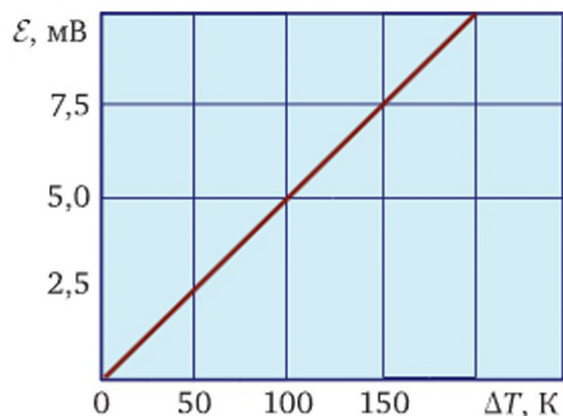


Рис. 3.52

39.14. Для измерения температуры раствора использовали термопару хромель — алюмель (см. приложение 6). Холодный спай находился при температуре 20 °С. Какова температура раствора, если гальванометр в цепи термопары показал ток $I = 0,25$ мА при сопротивлении цепи $R = 7,0$ Ом?

Раздел III

ИТОГОВЫЕ ТЕСТЫ

В результате изучения курса физики студент должен:

— знать основные понятия и модели механики, электричества и магнетизма, колебаний и волн, квантовой физики, статистической физики и термодинамики;

— уметь решать типовые задачи по основным разделам физики, применяя методы моделирования и математического анализа; использовать физические законы в решении проблем;

— владеть методами экспериментального исследования (планирование, постановка эксперимента; обработка результатов измерений).

Выпуска из ФГОС ВПО

Дидактические единицы

В табл. III.1 приведены дидактические единицы (ДЕ) по курсу физики, уровень освоения которых определяется приводимыми в данном разделе тестами.

Таблица III.1

Наименование ДЕ		Тема задания	
1	Основные законы механики	1	Кинематика поступательного и вращательного движения
		2	Динамика поступательного движения
		3	Момент инерции и момент импульса
		4	Основной закон динамики вращательного движения
		5	Работа и энергия
		6	Законы сохранения момента импульса и энергии
		7	Элементы специальной теории относительности
2	Электричество	8	Напряженность и потенциал электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей
		9	Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме
		10	Электрическое поле в веществе
		11	Законы постоянного тока
3	Магнетизм	12	Характеристики магнитного поля в вакууме. Принцип суперпозиции магнитных полей
		13	Электромагнитная индукция
		14	Магнитное поле в веществе. Уравнения Максвелла
4	Физика колебаний	15	Кинематика гармонических колебаний.
		16	Сложение гармонических колебаний
		17	Гармонические осцилляторы
		18	Свободные колебания
		19	Вынужденные колебания

Наименование ДЕ		Тема задания	
5	Физика волновых процессов	20	Уравнение волны в упругой среде. Бегущая волна. Перенос энергии. Стоячая волна
		21	Электромагнитные волны. Дисперсия. Преломление
		22	Поляризация электромагнитных волн
		23	Интерференция
		24	Дифракция
6	Квантовая физика	25	Фотоэффект. Эффект Комптона. Световое давление
		26	Спектры водородоподобных систем. Рентгеновские спектры
		27	Тепловое излучение
		28	Соотношения неопределенностей. Волны де Бройля
		29	Волновая функция для микрочастицы в потенциальной яме. Уравнения Шредингера (общие свойства)
7	Элементы физики атомного ядра	30	Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия
		31	Радиоактивность
		32	Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях
8	Статистическая физика и термодинамика	33	МКТ идеального газа. Распределение молекул по скоростям
		34	Уравнение состояния идеального газа. Внутренняя энергия
		35	Первый закон термодинамики. Теплоемкости газов
		36	Явления переноса в газах
		37	Второй закон термодинамики. Энтропия. Циклы
9	Физика конденсированных сред	38	Физика жидкостей
		39	Тепловые и электрические свойства твердых тел
10	Обработка результатов измерений	40	Погрешности измерений и их учет при интерпретации результатов физического эксперимента

Рекомендации по выполнению заданий

1. Прочитайте *все* задания тестовой батареи. Выделите ключевые слова, отражающие сущность задания. Отметьте задания, на которые вы легко сможете ответить, и начните с них.

2. Выполните остальные задания. Не менее 15 % отведенного времени оставьте на повторное прохождение теста.

3. В заданиях с числовыми данными вначале оцените порядок искомой величины, а затем уточните с калькулятором.

4. Обратите внимание, в каких единицах представлены исходные данные. Вычисления производите с величинами, выраженными в единицах СИ.

5. Пользуйтесь проверенным калькулятором! Сначала протестируйте его элементарными операциями с известным результатом: $\sin 90^\circ = 1$; $\cos 90^\circ = 0$; $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$; $\lg 1 = 0$; $\lg 10 = 1$; $\ln e = 1$.

6. В заданиях, где требуется ответ в виде числа и не предлагается альтернатив, округление производите по правилам приближенных вычислений (см. приложение 1). При этом учитывается *число значащих цифр* в исходных данных, если не указано иное. Ответы записывайте в виде числа без степени десяти, например 0,02, а не $2 \cdot 10^{-2}$.

7. Числовой ответ записывайте в тех единицах, в каких его требуется представить в том или ином задании. Приводя единицы в соответствие, пользуйтесь значениями десятичных приставок (милли, мега и т. п.) и коэффициентами для перевода внесистемных единиц (см. приложение 2) в СИ. Числовой ответ заносите в бланк ответов без указания *единиц* найденной величины (м, кг, Дж и т. п., а также %).

8. Если искомая алгебраическая величина получилась отрицательной, то перед первой цифрой числа ставьте знак «—» (минус).

9. В заданиях на соответствие пары элементов записывайте через тире, разделяя пары точкой с запятой, например A — IV; B — II, в порядке упоминания первых элементов.

10. Там, где требуется найти отношение величин (во сколько раз одна из величин больше или меньше другой), составьте его в общем виде и сократите постоянные величины. В большинстве случаев удастся получить ответ без использования калькулятора.

11. В предлагаемых тренировочных тестах ключевые слова выделены курсивом. Варианты ответов даны латинскими буквами A, B, C, ... Звездочкой (*) помечены задания, в которых:

- а) предполагается не один, а несколько правильных ответов;
б) требуется установить соответствие или расположить элементы в нужной последовательности.

12. Выполнение всех 40 заданий каждого теста рассчитано на три часа.

13. Тестирование считается успешным, если общее количество правильных ответов не менее 50 %.

14. Для получения числовых ответов достаточно использовать следующие значения физических постоянных:

- ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$;
- скорость света в вакууме $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$;
- масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$;
- масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$;
- масса нейтрона $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$;
- электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$;
- магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$;
- постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$;
- постоянная Ридберга $R_\lambda = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$;
- элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$;
- постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$;
- молярная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$;
- постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$.

Тест 1

1*. Если тело движется прямолинейно с переменным ускорением, то *средняя скорость* может быть вычислена по формулам (где v_1 — начальная скорость в момент времени $t_1 = 0$; v_2 — конечная скорость; Δv — изменение скорости за промежуток времени Δt ; l — пройденный путь):

A) $\langle v \rangle = \frac{v_2 - v_1}{2}$;

B) $\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}$;

C) $\langle v \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}$;

D) $\langle v \rangle = \frac{l}{t}$;

E) $\langle v \rangle = \frac{1}{t} \cdot \int_0^t v(t) dt$.

2*. Два движущихся тела *разной массы*, столкнувшись, *останавливаются*, т. е. их скорости после удара относительно неподвижной системы отсчета становятся равными нулю. Это может иметь место при условиях:

A) удар упругий;

B) удар неупругий;

C) скорости тел до удара равны по модулю;

D) импульсы тел до удара равны по модулю;

E) кинетические энергии тел до удара одинаковы.

3. Три одинаковых стержня соединены в точке O , образуя в плоскости рисунка три угла по 120° (рис. Т1.1).

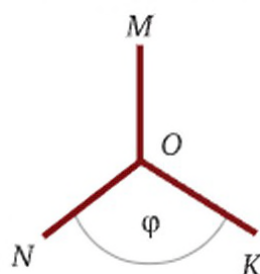


Рис. Т1.1

Указать, как изменится момент инерции данной системы тел относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно стержням, если угол φ между стержнями ON и OK увеличить до 360° и они расположатся вдоль стержня OM :

- А) уменьшится в 3 раза;
- В) увеличится в 3 раза;
- С) не изменится;
- Д) уменьшится в 2 раза;
- Е) уменьшится до нуля.

4. Под действием момента силы M колесо раскручивается относительно неподвижной оси по закону $L = 0,2t + 0,1t^2$, где L — момент импульса, $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$; t — время, с. Спустя 2 с после начала вращения момент силы $M = \dots$ Н·м.

5. Суммарная работа всех сил, действующих на тело, равна:
- А) изменению кинетической энергии тела;
 - В) изменению потенциальной энергии тела;
 - С) изменению полной механической энергии;
 - Д) разности кинетической и потенциальной энергий тела.

6. Если под действием внутренних сил момент инерции системы тел увеличился с 1,5 до 4,5 $\text{кг}\cdot\text{м}^2$, а угловая скорость уменьшилась с 60 до 20 $\text{рад}/\text{с}$, то момент импульса данной системы:

- А) уменьшился в 2 раза;
- В) увеличился в 4 раза;
- С) уменьшился в 4 раза;
- Д) не изменился.

7. Источник света, движущийся со скоростью $v_{\text{ист}} = 0,85c$, где c — скорость света в вакууме, испускает фотон в направлении своего движения. Скорость фотона в неподвижной системе отсчета $v_{\text{ф-н}}$ равна:

- А) $0,35c$;
- В) $0,85c$;
- С) $1,0c$;
- Д) $1,85c$.

8. Положительный и отрицательный электрические точечные заряды, равные по модулю, $q_1 = q$ и $q_2 = -q$, расположены в точках K и L соответственно (рис. Т1.2). $KB = CL = LD$; $LD < AK$.



Рис. Т1.2

В какой из точек (A, B, C, D) электростатического поля, созданного данными зарядами, проекция напряженности на ось X наименьшая?

9. Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через замкнутую поверхность равен ..., деленной на электрическую постоянную.

А) геометрической сумме напряженностей электростатических полей, создаваемых зарядами внутри поверхности;

В) алгебраической сумме электрических потенциалов в точках, где расположены заряды;

С) алгебраической сумме зарядов, охватываемых поверхностью;

Д) арифметической сумме зарядов, заключенных внутри поверхности.

10*. Пространство между обкладками плоского конденсатора, подключенного к источнику постоянного тока, заполнили диэлектриком. Установить соответствие величин: (I — IV) и характера их изменения (А — С):

I) напряженность электростатического поля внутри конденсатора;

II) поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора;

III) энергия электростатического поля конденсатора;

IV) разность потенциалов обкладок конденсатора;

А) увеличивается;

В) не изменяется;

С) уменьшается.

11. В замкнутой цепи (рис. Т1.3) сила тока $I = 100$ А. Мощность сторонних сил по разделению зарядов в источнике тока $P_{\text{ст}} = 1,28$ кВт. Электродвижущая сила данного источника тока $\mathcal{E} = \dots$ В.

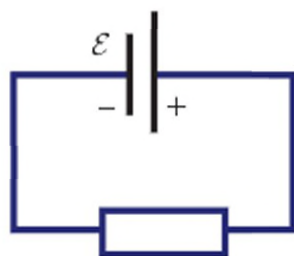


Рис. Т1.3

12. Магнитная стрелка N—S расположена центре круглого витка. Под действием магнитного поля Земли стрелка установилась, как показано на рис. Т1.4 (вид сверху). Плоскость витка перпендикулярна вектору индукции магнитного поля Земли \vec{B} и поверхности Земли. Если по витку пропустить ток, направленный вправо в верх-

ней части витка (в той, что ближе к наблюдателю), то магнитная стрелка:

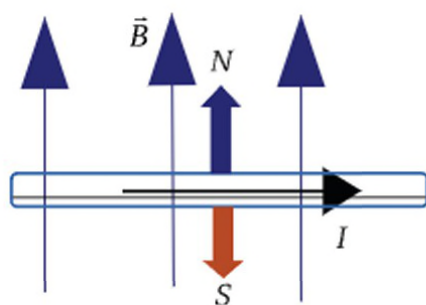


Рис. П1.4

- А) останется на месте;
- В) повернется против часовой стрелки;
- С) повернется по часовой стрелке;
- Д) развернется ровно на 180° .

13. Магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, изменяется по закону $\Phi = 0,02 - 3t$, где Φ — магнитный поток, Вб; t — время, с. ЭДС \mathcal{E}_m , индуцируемая в контуре, равна, В:

- А) 3;
- В) 0,02;
- С) 0,06;
- Д) для однозначного ответа не хватает данных.

14. Напряженность электрического поля между обкладками плоского конденсатора изменяется по закону $E = 1,02 \cdot 10^3 \cdot \sin(10^6 t)$, где E — напряженность поля, В/м; t — время, с. Максимальная плотность тока смещения в воздухе между обкладками $j_{см} = \dots$ мА/м² (округлить до одной значащей цифры).

15. Если уравнение колебаний имеет вид $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где $\varphi_0 \neq 0$, то фаза колебания в зависимости от времени:

- А) изменяется по гармоническому закону;
- В) изменяется по линейному закону;
- С) не изменяется;
- Д) изменяется прямо пропорционально времени.

16. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковых частот траектория движения колеблющегося тела представляет собой прямую линию во второй и четвертой четвертях координатной плоскости, если разность фаз этих двух колебаний составляет $\delta = \dots$ рад.

- А) $\pm\pi$; $\pm 3\pi$; $\pm 5\pi$; ...;
- В) $\pm\pi$; $\pm 2\pi$; $\pm 3\pi$; ...;

- С) $0; \pm 2\pi; \pm 4\pi; \dots$;
 D) $\pm(1/2)\pi; \pm(3/2)\pi; \pm(5/2)\pi; \dots$.

17. Сила тока в контуре, параметры которого $L = 0,20$ мГн, $C = 0,20$ мкФ, $R = 0$, изменяется гармоническому закону от -10 мА до $+10$ мА. Максимальное значение $W_{\max}^{\text{эл}}$ энергии электрического поля, создаваемого контуром, равно ... нДж.

18. Угловая частота свободных колебаний груза на пружине в вязкой среде равна:

- A) собственной угловой частоте ω_0 ;
 B) $\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ где β — коэффициент затухания;
 C) $\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$;
 D) частоте внешней силы, вызвавшей колебания.

19*. В колебательном контуре (рис. Т1.5), индуктивность которого L , емкость C , активное сопротивление невелико. Путем изменения угловой частоты ω переменной ЭДС, действующей в контуре, достигается резонанс напряжений. При этом справедливы соотношения (где ω_p — резонансная угловая частота; U_{mC} и U_{mL} — амплитуды напряжений на конденсаторе и на катушке, соответственно; \mathcal{E}_m — амплитуда ЭДС; I_m — амплитуда силы тока):

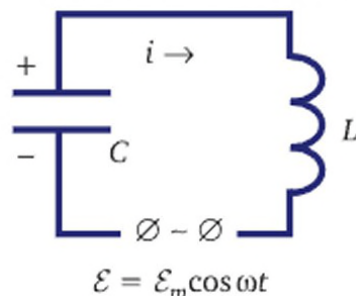


Рис. Т1.5

- A) $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;
 B) $\omega_p \cdot L = \frac{1}{\omega C}$;
 C) $U_{mC} = U_{mL} \ll \mathcal{E}_m$;
 D) $I_m \rightarrow 0$.

20. Стоячая волна может образоваться при наложении волн одинаковой частоты, распространяющихся:

- A) в одном направлении;
 B) в противоположных направлениях;
 C) во взаимно перпендикулярных направлениях.

21. Волновые свойства электромагнитного излучения *наиболее отчетливо* проявляются:

- А) для рентгеновских лучей;
- В) для ультрафиолетового света;
- С) для гамма-лучей;
- Д) для видимой области излучения.

22. Явление *поляризации* указывает на то, что электромагнитное излучение представляет собой:

- А) поток фотонов;
- В) распространение колебаний различной частоты;
- С) продольные электромагнитные волны;
- Д) электромагнитную волны, в которых колебания векторов \vec{E} и \vec{B} совершаются в плоскости, перпендикулярной направлению фазовой скорости.

23. Свет длины волны λ нормально падает на прозрачную пленку (рис. Т1.6) постоянной толщины d с показателем преломления n , причем $n_1 < n$; $n_2 < n$, где n_1 и n_2 — показатели преломления окружающей среды сверху и снизу пленки соответственно. Оптическая разность Δ хода волн, отраженных от обеих поверхностей пленки, равна:

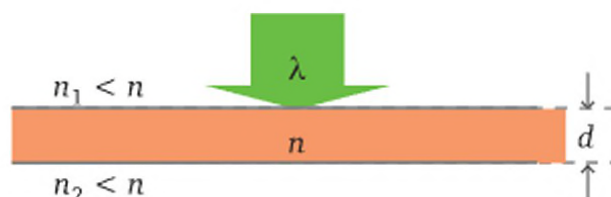


Рис. Т1.6

- А) $\frac{\lambda}{2n}$;
- В) $\frac{\lambda}{4n}$;
- С) $d - \frac{\lambda}{2}$;
- Д) $2d - \frac{\lambda}{2}$;
- Е) $2dn - \frac{\lambda}{2}$;
- Ф) $2dn$.

24. При дифракции сферических волн на круглом отверстии наблюдается *максимум* интенсивности в центре дифракционной картины, если в отверстии укладывается:

- А) четное число зон Френеля;
- В) нечетное число зон Френеля;
- С) целое число зон Френеля;
- Д) независимо от числа зон на экране напротив отверстия всегда будет максимум.

25. Внешний фотоэффект моделируется как:

- А) упругое столкновение внешнего электрона, падающего на поверхность вещества, с электроном атома этого вещества;
- В) неупругое столкновение фотона со свободным электроном;
- С) неупругое столкновение фотона со связанным электроном на поверхности вещества;
- Д) упругое столкновение фотона со связанным электроном на поверхности вещества;
- Е) упругое столкновение фотона со свободным электроном.

26*. Указать, какие из переходов А — F (рис. Т1.7) между энергетическими уровнями атома водорода, запрещены правилами отбора.

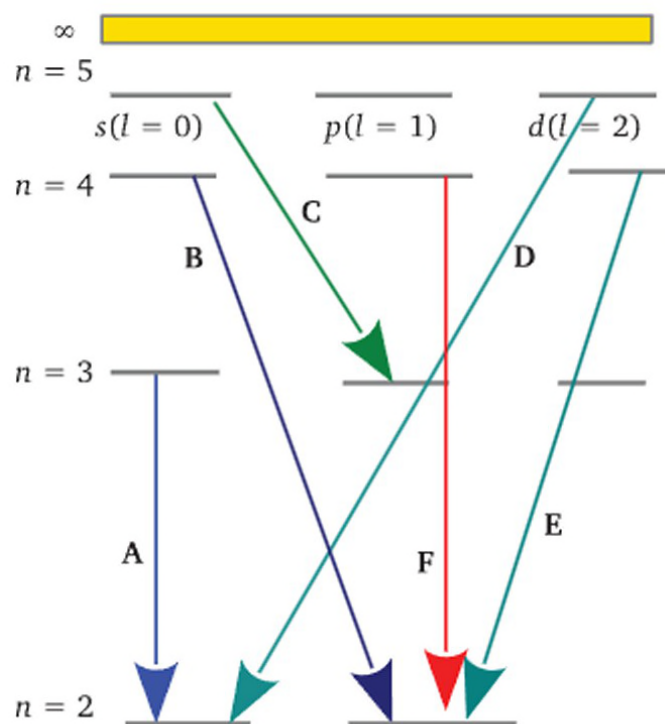


Рис. Т1.7

27. Изображение температурной зависимости энергетической светимости R в виде прямой линии получается на диаграмме в координатах (где T — абсолютная температура):

- А. $R \sim T^4$.
- В. $R \sim T^2$.
- С. $R \sim T$.

- D. $R = 1/T$.
 E. $\ln R = 1/T$.

28*. Указать, какие из данных неравенств относятся к соотношениям неопределенностей:

- A. $\Delta p_x \Delta x \geq h/4\pi$.
 B. $\Delta E \Delta t \geq h/4\pi$.
 C. $q_e \Delta \varphi \geq h\nu$.
 D. $h\nu_{\text{гр}} \geq \Delta E$.

29*. На диаграмме (рис. T1.8) показана зависимость волновой функции частицы, находящейся в состоянии с квантовым числом $n = 2$ в потенциальном ящике шириной ℓ , от координаты частицы. Вероятность нахождения частицы *наибольшая* в точках с координатами x :

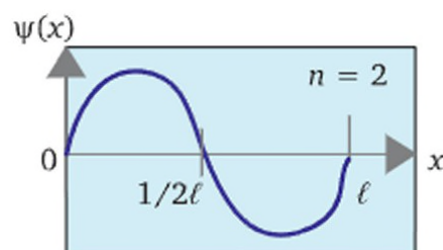


Рис. T1.8

- A. 0;
 B. $\ell/4$;
 C. $\ell/3$;
 D. $\ell/2$;
 E. $2\ell/3$;
 F. $3\ell/4$;
 H. ℓ .

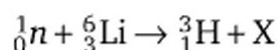
30. Положительно заряженный кварк обозначен буквой u ; отрицательно заряженный — d . Структуру udd имеет:

- A) нейтрон;
 B) протон;
 C) π^- -мезон;
 D) π^0 -мезон.

31. Единица активности радиоактивного вещества в СИ — это:

- A) зиверт (Зв);
 B) грей (Гр);
 C) рентген (Р);
 D) беккерель (Бк);
 E) кюри (Ки).





32*. Литий-6, обстреливаемый нейтронами, превращается в тритий по реакции



Чтобы идентифицировать частицу X , созданную в ходе данной ядерной реакции, достаточно применить следующие законы:

- А) закон сохранения и превращения энергии;
- В) закон сохранения массы (массового числа);
- С) закон сохранения заряда (зарядового числа);
- Д) закон сохранения импульса.

33*. Указать, где число степеней свободы $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}}$ соответствует структуре молекулы:

- А)  $i = 3$;
- В)  $i = 5$;
- С)  $i = 7$;
- Д)  $i = 6$.

34. Значительные нарушения равенства $PV = \text{const}$ при $T = \text{const}$ и $\nu = \text{const}$, где P — давление газа; V — его объем; T — температура; ν — количество вещества, при изучении изотермического процесса в газах наблюдаются:

- А) для температур ниже критической и больших концентраций молекул;
- В) для температур ниже критической и низких плотностей вещества;
- С) для высоких температур и малых давлений;
- Д) для больших давлений и температур выше критической.

35*. В закрытом сосуде при постоянной температуре молекулы газообразного водорода H_2 распались на отдельные атомы. Поставить в соответствие параметры данной термодинамической системы (I — II) и характер их изменения (А — С) в результате данного процесса:

- I) количество вещества;
- II) молярная теплоемкость газа;
- А) увеличивается;
- В) уменьшается;
- С) не изменяется.

36*. Теплопроводность газа λ в условиях, близких к нормальным, прямо пропорциональна:

- А) числу степеней свободы молекул газа;
- В) средней скорости молекул;

- C) концентрации молекул;
- D) температуре газа.

37. На диаграмме в координатах «энтропия — температура» (рис. Т1.9) показан круговой процесс $abcd$ в идеальном газе. Процесс сжатия газа без теплообмена с окружающей средой изображен прямой линией:

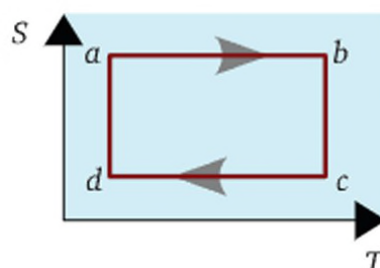


Рис. Т1.9

- A) ab ;
- B) bc ;
- C) cd ;
- D) da .

38*. Высота подъема жидкости в капилляре зависит:

- A) от плотности жидкости;
- B) от поверхностного натяжения;
- C) от вязкости жидкости;
- D) от ускорения свободного падения;
- E) от радиуса капилляра;
- G) от атмосферного давления.

39. Молярная теплоемкость при высоких температурах кристаллического фторида кальция (CaF_2) больше, чем фторида натрия (NaF) в ... раз (округлить до двух значащих цифр).

40. Измерены напряженности E_M и E_N электростатического поля в двух областях поля M и N между двумя разноименно заряженными пластинами: $E_M = (4,2 \pm 0,4)$ В/м, $P = 0,95$; $E_N = (5,2 \pm 0,4)$ В/м, $P = 0,95$. Теория предсказывает, что данное поле однородно ($E = \text{const}$). Результаты измерений:

- A) подтверждают теорию;
- B) не подтверждают теорию, но и не противоречат ей;
- C) противоречат теории.

Тест 2

1. Зависимость пути, пройденного телом в прямолинейном движении, от времени представлена в виде табл. Т2.1.

Таблица Т2.1

Время t , с	0	2	3	4	5	6
Пройденный путь l , м	0	10	23	40	62	90

Среднее ускорение за последние четыре секунды наблюдения $\langle a \rangle = \dots \text{ м/с}^2$ (округлить до одной значащей цифры).

2*. Ящик массой m перемещают **равномерно**, прикладывая силу F под углом α к горизонту (рис. Т2.1). Коэффициент трения равен μ . Сила трения может быть выражена как:

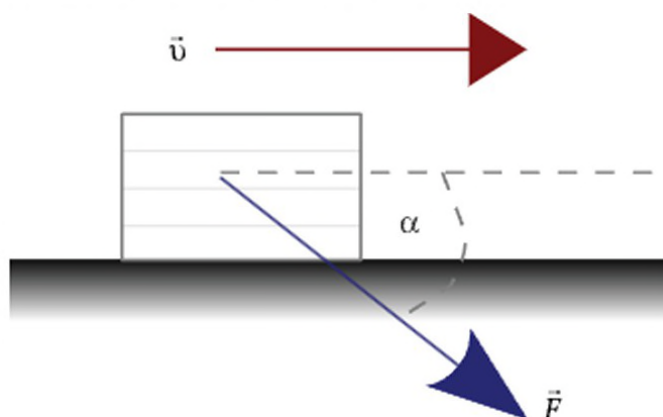


Рис. Т2.1

- A) μmg ;
- B) $\mu(mg + F \sin \alpha)$;
- C) $\mu(mg - F \cos \alpha)$;
- D) $\mu mg - F \cos \alpha$;
- E) $F \cos \alpha$;
- F) $\mu(mg + F \cos \alpha)$.

3. Четыре шара, закреплены на концах стержней (рис. Т2.2). Расстояния r от точки O , находящейся на пересечении стержней, до шаров $r_1 = r_2 = r_4$. Массы шаров $m_2 = m_3 = m_4$; $\frac{m_1}{m_3} = \frac{r_3}{r_1} = 2$. Размерами шаров и массой стержней можно пренебречь. Данная система обладает **наибольшим** моментом инерции, если ось вращения:

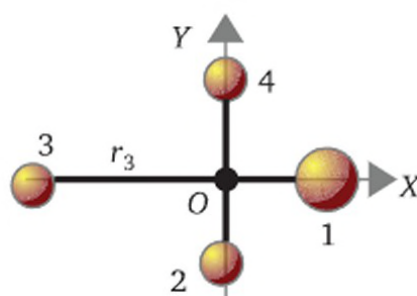


Рис. Т2.2

- А) проходит через точку O и направлена вдоль оси X ;
- В) проходит через точку O вдоль оси Y ;
- С) проходит через точку O перпендикулярно плоскости XOY ;
- Д) проходит через шар 1 параллельно оси Y ;
- Е) проходит через шар 3 параллельно оси Y .

4. На колесо начинает действовать постоянный момент силы. График зависимости момента импульса колеса от времени имеет вид:

- А) прямой, проходящей через начало координат;
- В) прямой, параллельной оси времени;
- С) гиперболы;
- Д) параболы с вершиной в начале координат.

5. Под действием переменной силы F (рис. Т2.3) тело перемещается на расстояние $\ell = 4$ м. Вектор силы направлен вдоль вектора перемещения. Работа данной силы $A = \dots$ Дж.

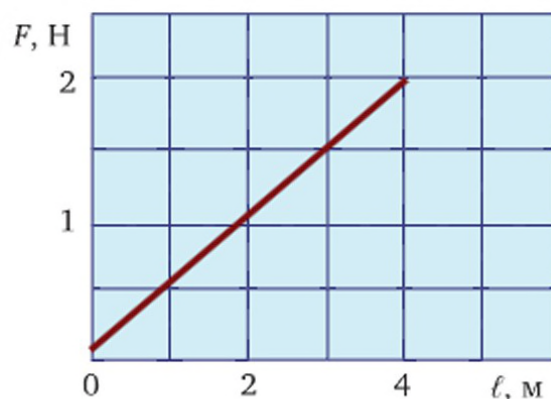


Рис. Т2.3

6*. Механическая энергия системы тел сохраняется:

- А) в замкнутой системе тел при отсутствии сил трения между телами;
- В) если на систему тел не действуют внешние силы;
- С) если между телами системы действуют только консервативные силы, а сумма внешних сил равна нулю;

D) если изменение потенциальной энергии взаимодействия тел замкнутой системы в сумме с изменением кинетической энергии тел равно нулю.

7*. В теории относительности формула полной энергии частицы может быть выражена в виде (m — масса тела (инвариант); v — скорость тела; c — скорость света в вакууме; p — импульс частицы; W_0 — энергия покоя частицы; K — кинетическая энергия):

A) $W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}};$

B) $W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 + v^2 / c^2}};$

C) $W = \frac{mv^2}{\sqrt{1 - v / c}};$

D) $W = mc^2 + p^2 / (2m);$

E) $W = W_0 + K.$

8*. Электростатическое поле создано двумя широкими положительно заряженными плоскостями, расположенными в вакууме близко друг к другу (рис. Т2.4). Поверхностные плотности заряда плоскостей $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Установить соответствие проекций напряженности поля на ось X (A — C) и областей поля (I — III).

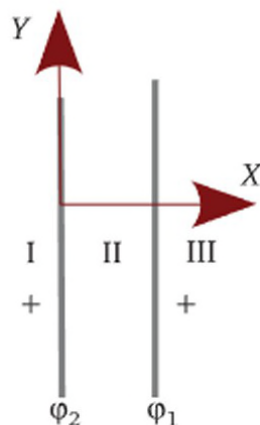


Рис. Т2.4

A) $E_x = \frac{\sigma}{\epsilon_0};$

B) $E_x = 0;$

C) $E_x = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}.$

9. Заряд $q_1 = 20$ нКл находится внутри поверхности A (рис. Т2.5). Заряды $q_2 = -40$ нКл и $q_3 = 40$ нКл — внутри сферы C. Заряд $q_4 = 60$ нКл — внутри поверхности B. Заряд $q_5 = 40$ нКл находится

вне сферы C . Поверхности A, B, D находятся внутри сферы C . Определить, через какую из замкнутых поверхностей A, B, C или D поток вектора напряженности электростатического поля *наибольший*:

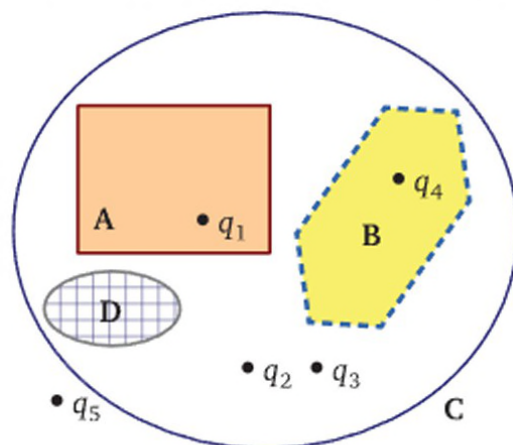


Рис. Т2.5

- A) A ;
- B) B ;
- C) C ;
- D) D .

10. Разность потенциалов обкладок плоского конденсатора, заряженного и *отключенного* от источника, уменьшится в 2 раза, если пространство между обкладками заполнить веществом с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \dots$.

11*. По однородному проводнику переменного сечения (рис. Т2.6) пропускается постоянный электрический ток. Там, где площадь сечения проводника в два раза меньше ($S_2/S_1 = 0,5$), там в два раза больше:

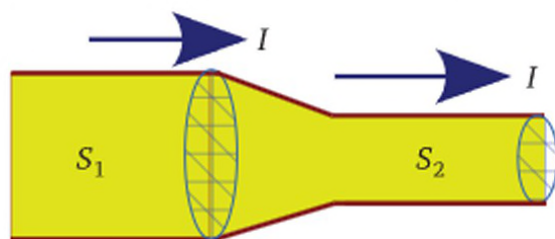


Рис. Т2.6

- A) скорость v дрейфа носителей заряда;
- B) напряженность E электрического поля;
- C) объемная плотность тепловой мощности $w = \frac{Q}{V \cdot t}$, где Q — количество теплоты, выделенное в объеме V в течение времени t ;
- D) удельное сопротивление ρ .

12. Альфа-частица и протон влетают в однородное магнитное поле, имея одинаковые кинетические энергии. Отношение радиусов круговых траекторий $R_\alpha/R_p = \dots$ (округлить до одной значащей цифры).

13. Проволочный виток площадью $S = 40 \text{ см}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого B изменяется, как показано на рис. Т2.7. Вектор \vec{B} перпендикулярен плоскости витка. ЭДС, индуцируемая в витке, $\mathcal{E}_i = \dots \text{ мВ}$ (округлить до одной значащей цифры).

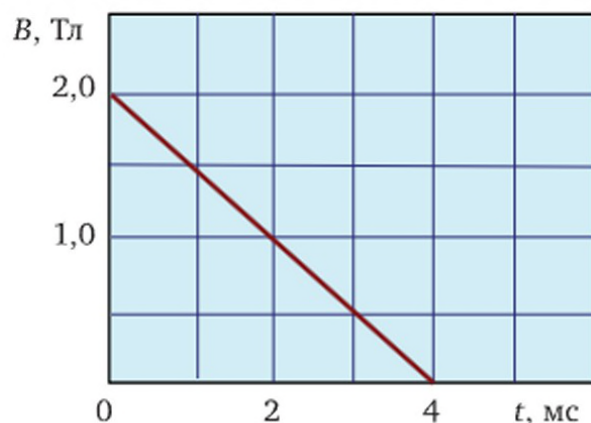


Рис. Т2.7

14*. При температурах ниже точки Кюри ферромагнетики (ФМ) обладают особыми свойствами, которые *отсутствуют* у парамагнетиков:

А) стержень из ФМ под действием внешнего магнитного поля устанавливается параллельно вектору индукции намагничивающего поля;

В) ФМ отличаются большой магнитной проницаемостью ($\mu \gg 1$);

С) при перемагничивании ФМ наблюдается магнитный гистерезис;

Д) намагниченность ФМ нелинейно зависит от индукции внешнего поля;

Е) атомы ФМ обладают магнитным моментом в отсутствие внешнего магнитного поля.

15. Колебания материальной точки совершаются по гармоническому закону $x = 0,04\sin(100\pi t)$, где x — смещение точки, м; t — время, с. Найти момент времени t^* , мс, ближайший к началу отсчета, но не равный нулю, когда скорость точки *максимальна*:

А) 5;

В) 10;

С) 15;

Д) 20;

Е) 40;

- F) 50;
G) 100.

16. Трассировка движения тела, участвующего в двух колебаниях: $x = A_1 \cos(\omega t)$; $y = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_2 > A_1$, имеет вид:

- A) прямой линии в первом и третьем квадрантах;
B) эллипса, вытянутого вдоль оси Y ;
C) прямой линии во втором и четвертом квадрантах;
D) эллипса, вытянутого вдоль оси X .

17. В контуре (рис. Т2.8) с пренебрежимо малым активным сопротивлением возбуждены свободные электромагнитные колебания. Пластиковая пуля пробивает обкладки плоского конденсатора, входящего в состав контура, оставляя отверстия с гладкими краями. Расстояние между обкладками не изменяется. В результате период колебаний:

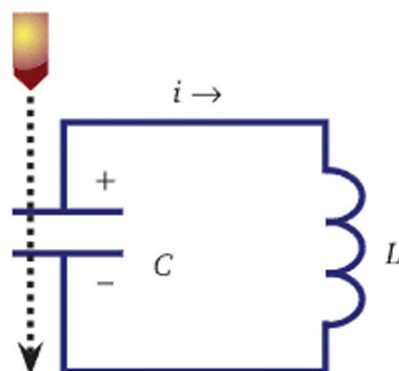


Рис. Т2.8

- A) уменьшается;
B) увеличивается;
C) не изменяется;
D) устремляется к бесконечности.

18. Уравнение свободных колебаний груза на пружине имеет вид (x — смещение груза; t — время; r — коэффициент сопротивления; m — масса груза; k — жесткость пружины):

- A) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{r} \cdot \frac{dx}{dt} + kx = 0$;
B) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$;
C) $\frac{d^2x}{dt^2} + r \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$;
D) $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$.

19*. При уменьшении сопротивления в механической колебательной системе резонансная кривая, наблюдаемая в случае вынужденных колебаний в системе, видоизменяется так, что:

- А) становится более острой;
- В) ее максимум повышается;
- С) резонансная частота приближается к собственной;
- Д) резонансная частота уменьшается.

20*. Указать, какие из утверждений описывают свойства стоячей волны:

- А) стоячая волна не переносит энергию;
- В) фаза колебаний между узлами зависит от координаты;
- С) колебания по разные стороны от узла различаются по фазе на π рад;
- Д) амплитуда колебаний зависит от координаты.

21. Если электромагнитная волна частотой $\nu_0 = 100$ МГц распространяется в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,25$, то длина волны $\lambda = \dots$ м.

22. В законе Малюса $I = I_0 \cos^2 \alpha$ символом I_0 обозначена интенсивность света:

- А) падающего на анализатор;
- В) прошедшего через анализатор;
- С) падающего на поляризатор;
- Д) поглощенного в анализаторе и поляризаторе.

23. Свет с длиной волны λ нормально падает на тонкую пленку постоянной толщины d с показателем преломления n (рис. Т2.9). Показатели преломления среды сверху и снизу пленки — n_1 и n_2 соответственно. Оптическая разность хода волн, отраженных от обеих поверхностей пленки, равна:

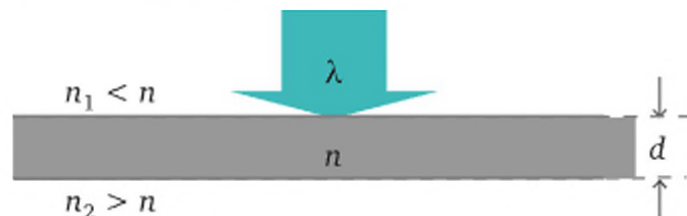


Рис. Т2.9

- А) $\frac{\lambda}{2n}$;
- В) $\frac{\lambda}{4n}$;

- C) $d - \frac{\lambda}{2}$;
- D) $2d - \frac{\lambda}{2}$;
- E) $2dn - \frac{\lambda}{2}$;
- F) $2dn$.

24. Постоянная (или период) дифракционной решетки — это:

- A) рабочая ширина решетки, занятая штрихами;
- B) ширина одной щели;
- C) расстояние между штрихами;
- D) ширина непрозрачного промежутка.

25. Эффект Комптона моделируется как:

- A) упругое столкновение свободного электрона с электроном атома;
- B) упругое столкновение фотона со свободным электроном;
- C) упругое столкновение фотона со связанным электроном;
- D) неупругое столкновение фотона со свободным электроном;
- E) неупругое столкновение фотона со связанным электроном.

26. Спектр излучения атомарного газа:

- A) сплошной (непрерывный);
- B) дискретный — отдельные узкие линии на черном фоне;
- C) дискретный — широкие полосы на черном фоне;
- D) дискретный — отдельные темные линии на фоне сплошного спектра.

27*. Указать, где величина, характеризующая тепловое излучение, и ее единица соответствуют друг другу:

- A) энергетическая светимость R — Вт/м²;
- B) поток излучения Φ — Вт;
- C) спектральная плотность энергетической светимости r_λ — Вт/м³;
- D) поглощательная способность a_T — 1.

28. Если все частицы обладают одинаковой кинетической энергией, то наибольшей длиной волны де Бройля λ_B обладает:

- A) протон;
- B) электрон;
- C) нейтрон;
- D) альфа-частица;
- E) у всех перечисленных частиц величина λ_B одинакова.

29*. Указать, в каких случаях вид уравнения Шредингера соответствует его физическому смыслу:

A) $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar} \left(E - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \right) \psi = 0$ — стационарное уравнение для электрона в атоме водорода;

B) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar} \cdot \left(E - \frac{m\omega_0^2 x}{2} \right) \cdot \psi = 0$ — одномерное стационарное уравнение для свободной частицы;

C) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar} \cdot E \cdot \psi = 0$ — одномерное уравнение для гармонического осциллятора;

D) $\frac{\hbar}{2m} \Delta\psi + U(x, y, z) = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} \psi = 0$ — нестационарное уравнение.

30. В табл. T2.2 приведены относительные значения сил фундаментальных взаимодействий частиц на расстоянии порядка размера ядра.

Таблица T2.2

Ядерное	Электромагнитное	Слабое	Гравитационное
1	?	10^{-13}	10^{-32}

Недостающее значение:

- A) 10^2 ;
- B) 1;
- C) 10^{-2} ;
- D) 10^{-15} .

31*. Период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного изотопа означает, что:

A) половина из имеющегося вначале количества радиоактивных атомов распадается за время $t = T_{1/2}$;

B) за каждый промежуток времени $t = 2T_{1/2}$ распадается один атом;

C) за промежуток времени $t = 2T_{1/2}$ распадаются 100 % начального количества радиоактивных атомов;

D) Вероятность распада отдельного ядра за время $t = T_{1/2}$ составляет 0,5.

32*. Если все частицы — участники ядерной реакции $X + a \rightarrow Y + b$ идентифицированы, а кинетическая энергия исходных частиц X и a до их взаимодействия пренебрежимо мала, то для того, чтобы вычислить энергетический эффект ядерной реакции и кинетическую энергию каждой частицы Y и b после реакции, достаточно применить следующие законы:

- А) закон сохранения и превращения энергии;
- В) закон сохранения массы (массового числа, или числа нуклонов);
- С) закон сохранения заряда (зарядового числа);
- Д) закон сохранения импульса.

33*. Смесь газов состоит из водорода, диоксида углерода, азота и озона. Расположить газы в порядке убывания *средней скорости* их молекул при условии термодинамического равновесия данной системы:

- А) H_2 ;
- В) CO_2 ;
- С) N_2 ;
- Д) O_3 .

34*. Молярная газовая постоянная может быть выражена формулами (P — давление; V — объем; ν — количество вещества; T — температура; A_p — работа газа в изобарном процессе; C_V и C_p — молярные теплоемкости газа в изохорном и изобарном процессах соответственно; i — число степеней свободы молекулы):

- А) $R = \frac{P \cdot V}{\nu \cdot T}$;
- В) $R = \frac{A_p}{\nu \cdot \Delta T}$;
- С) $R = \frac{2C_V}{i}$;
- Д) $R = C_p - C_V$.

35. В закрытом сосуде при постоянной температуре молекулы газообразного водорода H_2 *распались* на отдельные атомы, в результате чего количество вещества возросло. Молярная теплоемкость газа при этом:

- А) увеличилась;
- В) уменьшилась;
- С) не изменилась.

36. *Внутреннее трение* представляет собой перенос ... вследствие хаотического движения молекул.

- А) массы;
- В) импульса упорядоченного движения;
- С) энергии теплового движения;
- Д) электрического заряда.

37. На диаграмме (рис. Т2.10) показано как изменяется энтропия S идеального газа в зависимости от температуры T в круговом процессе $abcd$. Линией cd изображен процесс:

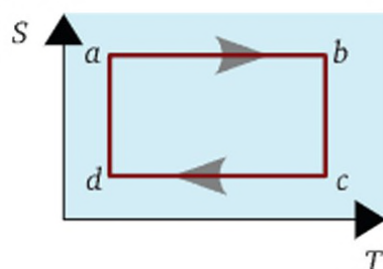


Рис. Т2.10

- А) расширения без теплообмена с внешними телами;
- В) изотермического расширения;
- С) адиабатного сжатия;
- Д) изохорного охлаждения;
- Е) изотермического сжатия.

38. На шарик, падающий в жидкости (рис. Т2.11), действуют сила тяжести $F_{\text{тяж}} = \frac{1}{6}\pi\rho d^3g$; архимедова сила $F_A = \frac{1}{6}\pi\rho_0 d^3g$; сила сопротивления (стоксова сила) $F_c = 3\pi\eta vd$, где ρ — плотность шарика; d — его диаметр; ρ_0 — плотность жидкости; η — вязкость жидкости; g — ускорение свободного падения.

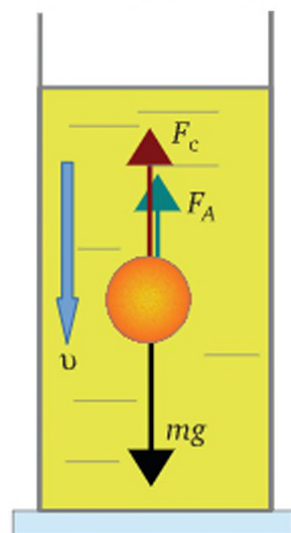


Рис. Т2.11

Скорость v падения шарика в жидкости прямо пропорциональна величине:

- А) $\frac{1}{d}$;
- В) \sqrt{d} ;
- С) d ;
- Д) d^2 ;
- Е) d^3 .

39. Электрическое сопротивление: а) полупроводников; б) металлов — с повышением температуры *возрастает*:

- A) а) да; б) нет;
- B) а) да; б) да;
- C) а) нет; б) нет;
- D) а) нет; б) да.

40. Нуль милливольтметра находится на середине шкалы, имеющей по 100 делений в левую и правую стороны. Цена деления равна 0,2 мВ/дел.; класс точности прибора — 0,5. Погрешность данного измерительного прибора составляет ... мВ (округлить до одной значащей цифры).

Тест 3

1. Маховик вращается с постоянной угловой скоростью относительно неподвижной оси. Нормальные ускорения точек, одна из которых находится на ободе маховика, другая — на середине радиуса, различаются в $\frac{a_{n1}}{a_{n2}} = \dots$ раз (округлить до целого числа).

2. Два тела (рис. Т3.1) массами $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$ расталкиваются пружиной. Если после взаимодействия скорость первого тела относительно неподвижной системы отсчета равна v , то скорость второго тела v_2 равна:

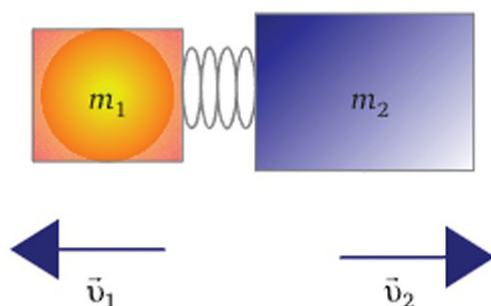


Рис. Т3.1

- A) $v/4$;
- B) $v/2$;
- C) $3v/4$;
- D) v ;
- E) $2v$.

3. Из сплошного цилиндрического вала высверлили середину вдоль оси, так, что масса его уменьшилась наполовину. Внешний диаметр и длина остались без изменения. Отношение моментов инерции относительно центральной оси симметрии тела до и после обработки $\frac{J_1}{J_2}$ равно:

- A) 2;
- B) $1/2$;
- C) 1;
- D) больше единицы, но меньше двух;
- E) 4.

4. Момент импульса тела относительно оси Z изменяется по закону $L_z = 6 - 2t$, где L_z — момент импульса, $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$; t — время, с. На тело действует момент силы $M_z = \dots \text{Н}\cdot\text{м}$.

5°. Работа консервативной силы, действующей на тело наряду с другими силами, равна (по модулю):

- А) работе сил трения;
- В) изменению кинетической энергии тела;
- С) изменению полной энергии тела;
- Д) изменению потенциальной энергии тела;
- Е) нулю, если траектория движения тела — замкнутая линия.

6. Два одинаковых груза, связанные нитью и надетые на легкий стержень (рис. ТЗ.2), вращаются вокруг неподвижной оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Когда нить разрывается, грузы перемещаются на концы стержня до упора, так что расстояние от оси вращения до грузов увеличивается в два раза. В результате кинетическая энергия системы:

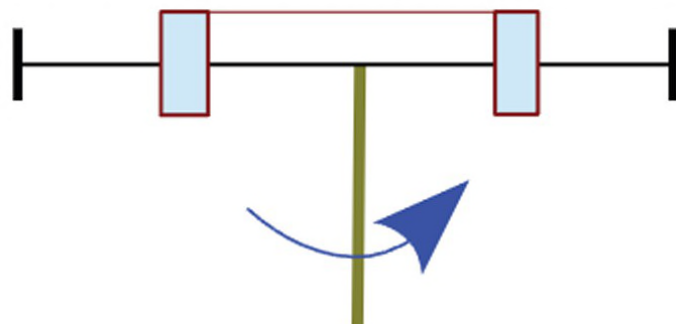


Рис. ТЗ.2

- А) уменьшается в 2 раза;
- В) увеличивается в 2 раза;
- С) уменьшается в 4 раза;
- Д) не изменяется.

7. Радиоактивное ядро разгоняется в ускорителе до скорости $0,5c$, где c — скорость света в вакууме. На выходе из ускорителя ядро испускает частицу со скоростью $0,7c$ относительно ядра в направлении его движения. Скорость частицы относительно ускорителя равна:

- А) $0,5c$;
- В) $0,7c$;
- С) $0,8c$;
- Д) $0,9c$;
- Е) $1,0c$;
- Ф) $1,2c$.

8. Электростатическое поле в вакууме создано двумя разноименно заряженными пластинами (рис. Т3.3). Заряды пластин одинаковы по модулю. Напряженность поля равна нулю в области:



Рис. Т3.3

- А) только I, слева от пластин;
- В) только II, между пластинами;
- С) только III, справа от пластин;
- Д) I и III;
- Е) I, II и III.

9. Точечный заряд $q_1 = -3q$ находится внутри замкнутой поверхности, а другой точечный заряд $q_2 = +3q$ — вне ее. Если внести заряд q_2 внутрь, то поток вектора напряженности электростатического поля через данную поверхность:

- А) увеличится в 2 раза;
- В) уменьшится в 2 раза;
- С) обратится в нуль;
- Д) станет меньше нуля;
- Е) не изменится.

10*. При внесении полярного диэлектрика в электростатическое поле напряженностью E_0 (рис. Т3.4):

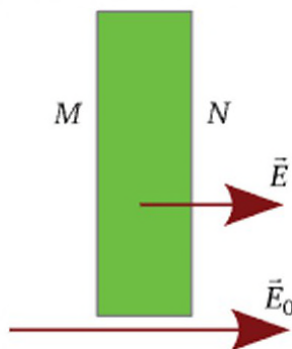


Рис. Т3.4

- А) его молекулы ориентируются вдоль вектора напряженности \vec{E}_0 ;
- В) дипольные моменты молекул возрастают;

С) напряженность поля E внутри диэлектрика становится равной нулю;

Д) на поверхностях M и N появляются связанные заряды.

11. На участке цепи имеется два источника тока (рис. ТЗ.5) с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 3$ В; $\mathcal{E}_2 = 6$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,2$ Ом; $r_2 = 0,4$ Ом. Сила тока на участке $I = 5$ А. Разность потенциалов на концах участка $\varphi_1 - \varphi_2 = \dots$ В.

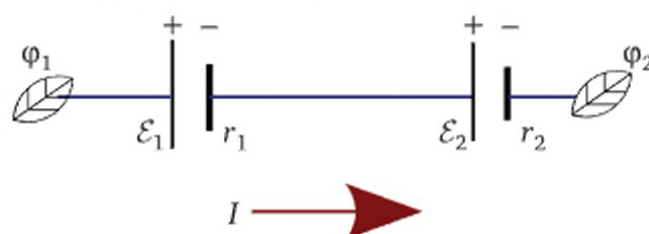


Рис. ТЗ.5

12*. Указать строки табл. ТЗ.1, в которых наименования величин, их обозначения и единицы соответствуют друг другу.

Таблица ТЗ.1

Строка	Величина	Обозначение	Единица
A	Напряженность магнитного поля	H	Вб
B	Поток вектора магнитной индукции	Φ_m	А·м ²
C	Индуктивность	L	Гн
D	Магнитная индукция	B	Тл

13. Однородное магнитное поле, в котором находится проводящий контур, изменяется по закону $B = 0,6 - 0,2t$, где B — индукция поля, Тл; t — время, с. Направление вектора магнитной индукции совпадает с направлением нормали к плоскости контура. Площадь, ограниченная проводящим контуром, $S = 100$ см². В контуре возникает ЭДС индукции $\mathcal{E} = \dots$ мВ.

14. Указать, в правой части какого из уравнений Максвелла находится алгебраическая сумма зарядов:

A) $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \dots;$

B) $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \dots;$

C) $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \dots;$

D) $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dots$

15. Колебания материальной точки совершаются по закону $x = 0,40 \sin(100\pi t)$, где x — смещение точки, см; t — время, с. Ускорение точки равно нулю в ближайший к началу отсчета момент времени, не равный нулю ($t^* \neq 0$), $t^* = \dots$ мс.

16. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты траектория движения колеблющегося тела представляет собой эллипс, если разность фаз $\Delta\phi$ составляет, рад:

- A) $\pm\pi; \pm3\pi; \pm5\pi; \dots$;
- B) $\pm\pi; \pm2\pi; \pm3\pi; \dots$;
- C) $0; \pm2\pi; \pm4\pi; \dots$;
- D) $\pm\pi/2; \pm3\pi/2; \pm5\pi/2; \dots$.

17. К конденсатору емкости C , заряженному до напряжения U_m , присоединили катушку индуктивности L , активное сопротивление которой пренебрежимо мало. Начиная с момента замыкания контура заряд конденсатора изменяется по закону:

$q(t) = \dots$

- A) $q(t) = U_m \cdot C \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
- B) $q(t) = U_m \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
- C) $q(t) = U_m \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
- D) $q(t) = U_m \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
- E) $q(t) = U_m \cdot C \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$.

18. В табл. ТЗ.2 приведены значения амплитуды A свободных колебаний с периодом $T = 1,0$ с в различные моменты времени t .

Таблица ТЗ.2

t	0	0,5T	T	1,5 T	2T	2,5T	3T	3,5T
A, мм	5,00	4,10	3,35	2,75	2,26	1,84	1,52	1,24

Собственная угловая частота колебательной системы по данным табл. ТЗ.2 приближенно равна $\omega_0 = \dots$ с⁻¹ (округлить до двух значащих цифр).

19. Угловая частота Ω вынужденных колебаний груза на пружине в вязкой среде равна (β — коэффициент затухания):

- A) угловой частоте вынуждающей силы;
- B) собственной угловой частоте ω_0 данной колебательной системы;

- С) $\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$;
 D) $\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

20. При переходе волны через границу раздела двух различных сред остается постоянной следующая характеристика волнового движения:

- A) амплитуда;
 B) частота;
 C) фазовая скорость;
 D) длина волны.

21. Явление дисперсии указывает на то, что электромагнитное излучение представляет собой:

- A) поток фотонов;
 B) распространение электромагнитных колебаний различной частоты;
 C) продольные электромагнитные волны;
 D) колебания векторов \vec{E} и \vec{B} электромагнитной волны, происходящие в плоскости, перпендикулярной направлению распространения этих колебаний.

22. При угле падения α в пределах $0 < \alpha < \pi/2$ рад электромагнитная волна не отражается от поверхности прозрачного диэлектрика, если выполняются условия:

- A) относительный показатель преломления меньше единицы ($n_{2-1} < 1$); угол падения равен углу полного отражения;
 B) колебания вектора напряженности \vec{E} в падающей электромагнитной волне совершаются только в плоскости падения; угол падения равен углу Брюстера;
 C) падающая волна поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, и угол падения $\alpha = \pi/4$ рад;
 D) таких условий не существует; если угол падения волны $0 \leq \alpha < \pi/2$ рад, то всегда имеет место отражение.

23*. Электромагнитные волны (длина волны $\lambda = 400$ нм), созданы двумя когерентными источниками S_1 и S_2 . На пути в точку M (рис. Т3.6) волны проходят расстояния $L_1 = 2400$ нм и L_2 . Если в точке M наблюдается максимальное ослабление колебаний, то в пределах от 0 до 1000 нм величина L_2 может принимать значения, нм:

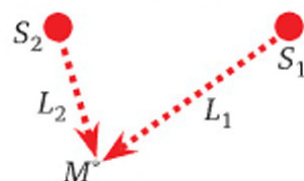


Рис. Т3.6

- A) 200;
- B) 400;
- C) 600;
- D) 800;
- E) 1000.

24. Луч красного цвета от лазерной указки падает на дифракционную решетку ДР (рис. ТЗ.7). На экране Э наблюдается вертикальный ряд красных пятнышек, создаваемых светом лазера. Если решетку повернуть на $\pi/2$ рад в плоскости перпендикулярной лучу, то:



Рис. ТЗ.7

- A) красные пятна исчезнут;
- B) красные пятна расположатся горизонтально;
- C) вид и расположение пятен не изменится;
- D) яркость уменьшится примерно в два раза при том же расположении пятен.

25. Давление монохроматического света на зачерненную поверхность равно P . Если поверхность сделать полностью отражающей, то давление света на данную поверхность станет P^* . Величины P и P^* находятся в соотношении:

- A) $P^* = P/2$;
- B) $P^* = P$;
- C) $P^* = 2P$;
- D) $P < P^* < 2P$.

26. Во сколько раз энергия ионизации водородоподобного иона гелия (He^+) больше энергии ионизации атома водорода?

27. Спектр теплового излучения:
- A) сплошной (непрерывный);
 - B) дискретный (отдельные узкие линии на черном фоне);
 - C) дискретный (широкие полосы на черном фоне);
 - D) дискретный (отдельные темные линии на фоне сплошного спектра).

28. Указать, для какой из частиц, если импульсы их одинаковы, длина волны де Бройля λ_B наименьшая:

- A) протон;
- B) позитрон;
- C) альфа-частица;
- D) для всех перечисленных частиц величина λ_B одинакова.

29*. На диаграмме (рис. Т3.8) показана зависимость волновой функции частицы, находящейся в состоянии с квантовым числом $n = 3$ в потенциальном ящике шириной ℓ , от координаты частицы. Вероятность нахождения частицы равна нулю в точках с координатами x , равными:

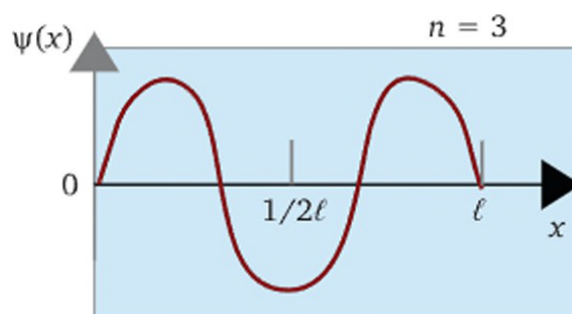


Рис. Т3.8

- A) 0;
- B) $\ell/6$;
- C) $\ell/3$;
- D) $\ell/2$;
- E) $2\ell/3$;
- G) $5\ell/6$;
- H) ℓ .

30. По современным представлениям нуклоны (протоны, нейтроны) имеют структуру, т. е. состоят:

- A) из позитронов и нейтрино;
- B) из позитронов и электронов;
- C) из электронов и нейтрино;
- D) из положительно и отрицательно заряженных кварков;
- E) из глюонов и гравитонов.

31*. Зная законы радиоактивности и период полураспада, можно предсказать:

- A) момент распада определенного ядра из некоторого числа ядер радиоактивного изотопа;
- B) вероятность распада за определенное время одного ядра из большого числа ядер радиоактивного изотопа;
- C) долю начального числа ядер, которые останутся радиоактивными после определенного промежутка времени;

Д) момент времени, к которому распадется определенное число ядер из большого начального их числа;

Е) момент времени t ($t \neq \infty$), к которому распадутся все ядра.

32. Условия для самоподдерживающейся реакции деления ядер урана могут быть достигнуты, если:

А) собрать достаточное количество урана, обогащенного изотопом U-238, чтобы масса достигла критического значения;

В) повысить плотность урана, обогащенного изотопами U-235;

С) нагреть природный уран до высокой температуры, не допуская расширения.

33*. На диаграмме (рис. Т3.9) изображена функция $f(v)$ распределения молекул газа по скоростям при некоторой температуре (распределение Максвелла). Площадь закрашенной полоски представляет собой относительное число молекул, скорости которых находятся в промежутке от v до $v + dv$, где v — скорость молекул. Если температура газа повысится, то:

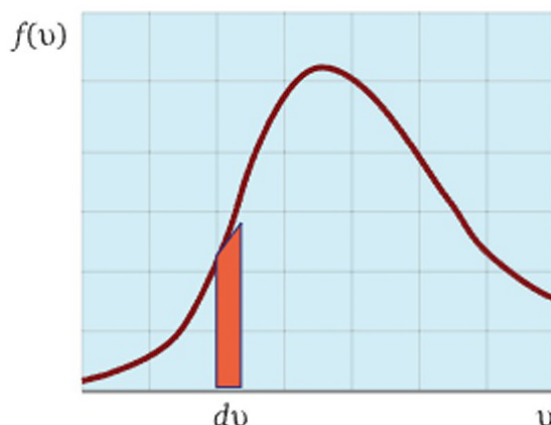


Рис. Т3.9

А) площадь под кривой $f(v)$ не изменится;

В) максимум кривой сместится в сторону больших скоростей;

С) максимальное значение функции $f(v)$ возрастет;

Д) кривая распределения станет более острой.

34. В двух одинаковых сосудах находятся: в первом гелий (He), а во втором водород (H_2). Давления и температуры газов в обоих сосудах одинаковы. Отношение количеств вещества в этих сосудах $v_1/v_2 = \dots$ (округлить до одной значащей цифры).

35. Изменение состояния газа при неизменном количестве вещества происходит по закону $P = \frac{\alpha}{V}$, где P — давление, Па; V — объем, m^3 ; $\alpha = 400$ Дж. Работа, совершаемая газом при расшире-

нии газа от объема $V_1 = 1,0$ л до $V_2 = 2,7$ л, $A = \dots$ кДж (округлить до одной значащей цифры).

36*. Коэффициент диффузии D газов прямо пропорционален:

- А) длине свободного пробега молекул;
- В) средней скорости хаотического движения молекул;
- С) температуре газа.

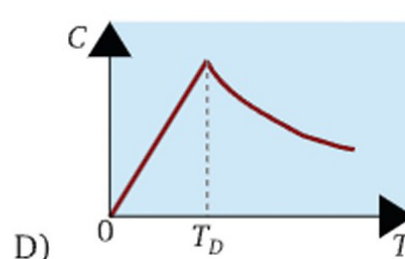
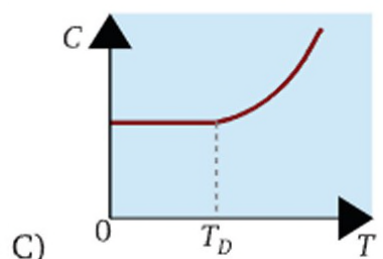
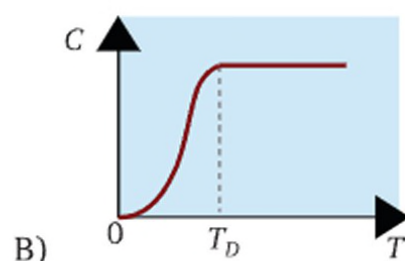
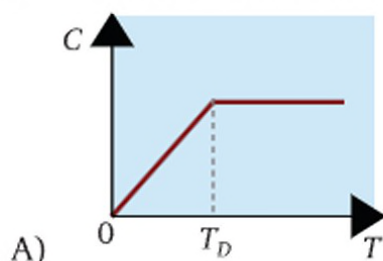
37*. Обратный термодинамический цикл лежит в основе действия:

- А) кондиционера;
- В) холодильника;
- С) теплового насоса;
- Д) теплового двигателя.

38*. Установить соответствие между формой поверхности жидкости (А — С) и формулами (I — IV) лапласова давления P_L , обусловленного поверхностным натяжением, под поверхностью жидкости (R — радиус кривизны поверхности; σ — поверхностное натяжение):

- А) плоская;
- В) цилиндрическая;
- С) сферическая;
- I) $p_L = 0$;
- II) $p_L = \frac{\sigma}{2R}$;
- III) $p_L = \frac{\sigma}{R}$;
- IV) $p_L = \frac{2\sigma}{R}$.

39. Указать, какая из диаграмм показывает зависимость молярной теплоемкости C твердых тел от абсолютной температуры T (T_D — температура Дебая):



40*. Расположить результаты измерений в порядке *возрастания* точности.

А) расстояние от Земли до поверхности Луны с погрешностью ± 5 см;

В) ширина проезжей части улицы с погрешностью ± 5 мм;

С) толщина иглы для ручного шитья с погрешностью $\pm 0,5$ мм.

Тест 4

1. Угол между векторами угловой и линейной скорости материальной точки, движущейся по окружности, равен:

- A) 0 рад;
- B) $\pi/2$ рад;
- C) $2\pi/3$ рад;
- D) π рад;
- E) 0 или π рад в зависимости от направления вектора углового ускорения.

2*. Два человека разной массы, оттолкнувшись друг от друга, раскатываются на роликовых коньках в разные стороны. При этом у человека с *меньшей* массой:

- A) больше приобретаемая скорость и больше кинетическая энергия;
- B) кинетическая энергия меньше, но скорости по модулю одинаковы;
- C) больше скорость, но импульсы одинаковы по модулю;
- D) больше скорость, но кинетические энергии одинаковы.

3. Поверхность сплошной цилиндрической болванки обработали так, что масса детали уменьшилась в 2 раза, а длина осталась без изменения. Момент инерции детали относительно центральной оси симметрии:

- A) уменьшился в два раза;
- B) уменьшился более чем в два раза;
- C) уменьшился менее чем в два раза;
- D) не изменился.

4. К легкому шкиву прикреплена крестовина, представляющая собой четыре легких стержня с надетыми на них массивными шариками (рис. Т4.1). На малый шкив намотана нить. Под действием груза, привязанного к нити, крестовина приобретает угловое ускорение ε . Если нить намотать на шкив в 2 раза большего радиуса, а шарики переместить от оси вращения на расстояние в 2 раза большее, то угловое ускорение станет:

- A) $\varepsilon/4$;
- B) $\varepsilon/2$;
- C) $3\varepsilon/4$;

- D) ε ;
- E) 2ε ;
- F) 4ε .

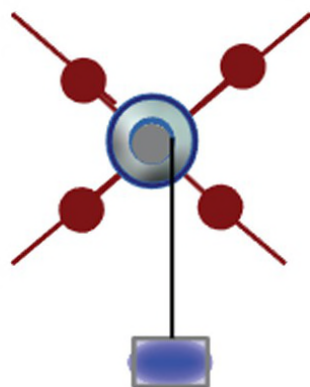


Рис. Т4.1

5. Под действием силы $F = 2,5\ell$, где F — сила, Н; ℓ — пройденный путь, м, тело перемещается на 2,0 м. Вектор силы направлен вдоль вектора перемещения. Работа данной силы $A = \dots$ Дж.

6. Диск свободно вращается относительно неподвижной вертикальной оси (рис. Т4.2). На край диска свободно падает груз с небольшой высоты и сцепляется с ним. Угловую скорость диска с грузом можно найти с помощью:

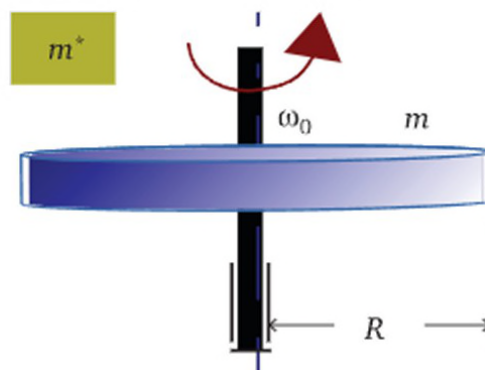


Рис. Т4.2

- A) закона сохранения механической энергии;
- B) закона сохранения импульса;
- C) закона сохранения момента импульса;
- D) основного закона динамики вращательного движения.

7*. При скорости частицы, близкой к скорости света, ее кинетическая энергия может быть выражена формулами (m — масса (инвариант); v — скорость частицы; c — скорость света в вакууме; $p = mv$ — классический импульс частицы; W — полная энергия; W_0 — энергия покоя):

A) $K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2;$

B) $K = \frac{mv^2}{\sqrt{1-v/c}};$

C) $K = \frac{mv^2}{2};$

D) $K = \frac{p^2}{2m};$

F) $K = W - W_0.$

8*. Точечный положительный заряд перемещается в однородном электростатическом поле заряженных пластин M и N из точки 1 по пути 1-2, 1-3 и 1-4 (рис. Т4.3). Расстояния 1-2 и 1-4 одинаковы. Точки 3 и 4 равноудалены от пластины N . Для работы A кулоновской силы по переносу данного заряда справедливы соотношения:

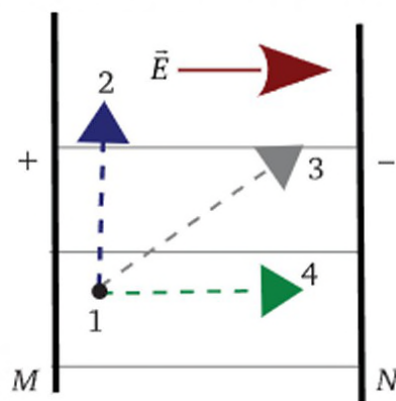


Рис. Т4.3

A) $A_{1-2} = 0;$

B) $A_{1-3} = A_{1-4};$

C) $A_{1-3} > A_{1-4};$

D) $A_{1-2} < A_{1-4};$

F) $A_{1-2} = A_{1-4};$

H) $A_{1-4} = 0.$

9*. Поверхности B , C , D расположены внутри A (рис. Т4.4). Заряд q_4 находится вне поверхности A . Значения зарядов: $q_1 = 2$ нКл; $q_2 = -2$ нКл; $q_3 = 2$ нКл; $q_4 = 4$ нКл. Указать, через какие замкнутые поверхности поток вектора напряженности электростатического поля равен нулю:

A) $A;$

B) $B;$

C) $C;$

D) $D.$

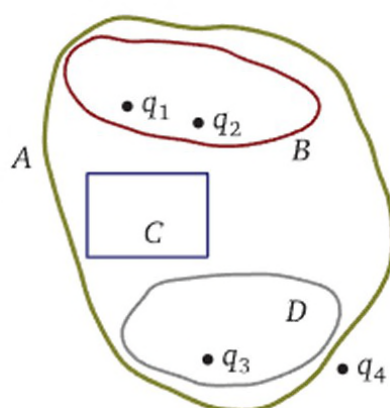


Рис. Т4.4

10. При заполнении диэлектриком пространства между обкладками конденсатора, который заряжен и *отключен* от источника, напряженность электростатического поля внутри конденсатора:

- А) увеличивается;
- В) уменьшается;
- С) остается равной нулю;
- Д) может увеличиваться, а может уменьшаться в зависимости от диэлектрической проницаемости вещества.

11. Разность потенциалов на полюсах аккумуляторной батареи зависит от силы тока, потребляемого во внешней цепи, как показано на рис. Т4.5. Внутреннее сопротивление батареи $r = \dots$ мОм (округлить до двух значащих цифр).

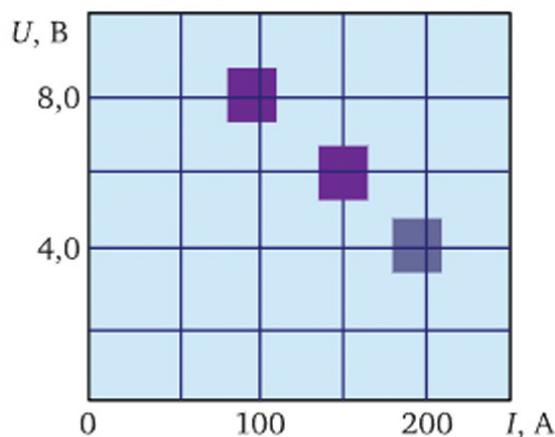


Рис. Т4.5

12. Два длинных прямых параллельных проводника (рис. Т4.6) с током ($I_1 = I_2$) создают магнитное поле. Ток I_1 направлен к наблюдателю, другой ток I_2 — от наблюдателя, перпендикулярно плоскости листа. Вектор магнитной индукции поля, созданного этими проводниками в точке M , расположенной на линии, проходящей через проводники, направлен:



Рис. Т4.6

- А) вправо;
 В) вниз;
 С) влево;
 Д) вверх;
 Е) к наблюдателю параллельно проводникам.

13. Сила тока в катушке индуктивности $L = 0,25$ Гн изменяется по закону $I = 2 - 8t$, где I — сила тока, А; t — время, с. ЭДС самоиндукции $\mathcal{E} = \dots$ В.

14. В уравнении Максвелла $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}) \cdot d\vec{S}$, где B — индукция магнитного поля; l — длина; μ_0 — магнитная постоянная; $j_{\text{пр}}$ — плотность тока проводимости; S — площадь, символом $j_{\text{см}}$ обозначена величина (H — напряженность магнитного поля; D — электрическая индукция (электрическое смещение); E — напряженность электрического поля; t — время):

- А) $\frac{d\vec{B}}{dt}$;
 В) $\frac{d\vec{H}}{dt}$;
 С) $\frac{d\vec{D}}{dt}$;
 Д) $\frac{d\vec{E}}{dt}$.

15*. Указать столбцы табл. Т4.1, в которых единица величины в СИ соответствует наименованию величины (амплитуда A колебаний груза на пружине, период T , частота ν ; угловая частота ω , фаза колебаний φ).

Таблица Т4.1

	А	В	С	Д	Е
Величина	A	T	ν	ω	φ
Единица СИ	Н·м	с	с ⁻²	с ⁻¹	рад

16. Материальная точка участвует в двух колебаниях: $x_1 = 3\cos(2\pi t)$ и $x_2 = 4\cos(2\pi t + \pi/2)$, где x — смещение точки, см; t — время, с. Амплитуда результирующего колебания $A = \dots$ см.

17. Сила тока в колебательном контуре, обладающего индуктивностью $L = 0,20$ мГн и емкостью $C = 0,20$ мкФ, изменяется от -10 мА до $+10$ мА. Максимальное значение энергии электрического поля внутри конденсатора $W_{\text{max}}^{\text{эл}}$ равно ... нДж.

18. Добротность колебательной системы $Q = 100$. Указать, какая часть первоначальной энергии системы сохранится после одного колебания (ответ выразить в процентах и округлить до двух значащих цифр).

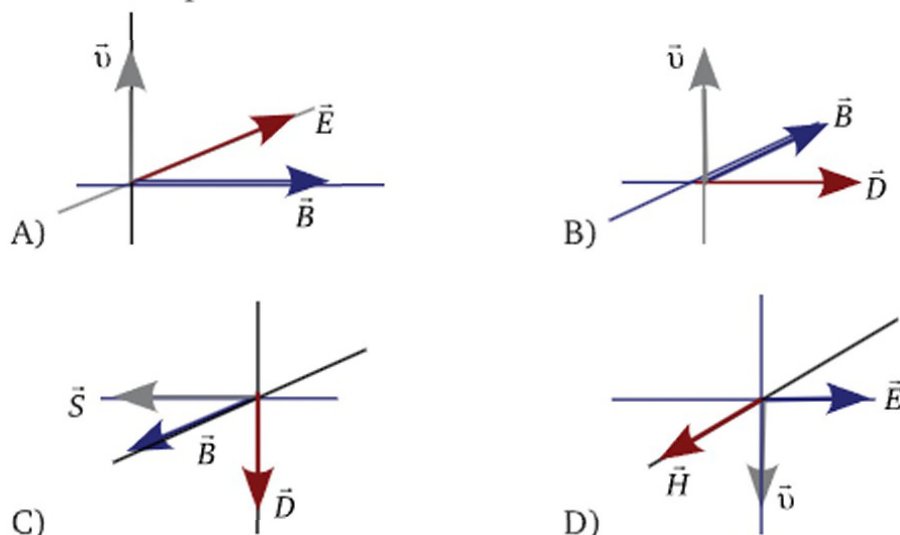
19. Колебания груза массой $m = 1,0$ кг на пружине жесткостью $k = 100$ Н/м происходят в вязкой среде с коэффициентом затухания $\delta = 1,414$ с $^{-1}$. Указать, каково соотношение собственной частоты ν_0 данного осциллятора и частоты вынуждающей силы ν_p , при которой наблюдается максимальная амплитуда смещения груза (сравнение сделать с точностью до двух значащих цифр):

- A) $\nu_p < \nu_0$;
- B) $\nu_p = \nu_0$;
- C) $\nu_p > \nu_0$.

20*. В момент прохождения волны через границу двух прозрачных сред может скачком измениться:

- A) частота;
- B) длина волны;
- C) скорость распространения волны;
- D) период колебаний.

21*. Взаимная ориентация векторов напряженности электрического поля \vec{E} , индукции магнитного поля \vec{B} , плотности потока энергии \vec{S} , фазовой скорости электромагнитной волны \vec{v} , напряженности магнитного поля \vec{H} , электрического смещения \vec{D} правильно показана в вариантах:



22. Если отраженный луч света полностью поляризуется при отражении от кристалла рубина ($n = 1,74$), то угол преломления $\gamma = \dots$ градусов (округлить до двух значащих цифр).

23*. Когерентные волны ($\lambda = 400$ нм) на пути в точку M (рис. Т4.7) проходят расстояния L_1 и L_2 . В точке M наблюдается максимальное усиление колебаний. Если $L_1 = 2400$ нм, то величина L_2 в пределах от 0 до 1000 нм может принимать значения, нм:

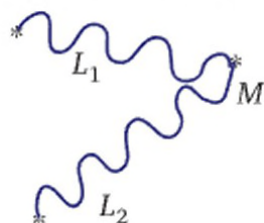


Рис. Т4.7

- A) 200;
- B) 400;
- C) 600;
- D) 800;
- E) 1000.

24. Наибольший порядок дифракционного максимума света ($\lambda = 500$ нм), наблюдаемого с помощью решетки шириной 5 мм и общим числом штрихов $N = 2500$, равен $k_{\text{наиб}} = \dots$.

25. Давление монохроматического света на зачерненную поверхность равно P . Если длину волны уменьшить в 2 раза при прочих равных условиях, то давление света на эту поверхность станет P^* . Величины P и P^* находятся в соотношении:

- A) $P^* = P/2$;
- B) $P^* = P$;
- C) $P^* = 2P$;
- D) $P < P^* < 2P$.

26. На рис. Т4.8 представлена одна из серий спектра атомарного водорода, в которой имеется четыре линии в видимой области. Эта серия соответствует переходам электрона со всех вышележащих уровней на уровень с номером $n_f = \dots$.



Рис. Т4.8

27. Спектральная плотность энергетической светимости $r_\lambda(\lambda)$ зависит от длины волны:

- А) линейно;
- В) прямо пропорционально;
- С) обратно пропорционально;
- Д) нелинейно и не монотонно.

28. Если промежуток времени с момента перехода атома в возбужденное состояние до самопроизвольного излучения им кванта энергии составляет Δt , то неопределенность энергии излучаемого

кванта $\Delta E \geq \dots$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$):

- А) $\hbar \cdot \Delta t$;
- В) $\frac{\Delta t}{2\hbar}$;
- С) $\frac{\hbar}{2\Delta t}$;
- Д) $2\hbar \cdot \Delta t$.

29. Стационарное одномерное уравнение Шредингера для свободной частицы может быть записано в виде (ψ — волновая функция; m — масса частицы; W — полная энергия (кинетическая и энергия покоя частицы); Π — потенциальная энергия):

- А) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(W + \frac{kx^2}{2} \right) \psi = 0$;
- В) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W + \Pi(x)) \psi = 0$;
- С) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(W + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} \right) \psi = 0$;
- Д) $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W \psi = 0$.

30*. К фермионам (элементарным частицам с полуцелым спином) относятся:

- А) фотоны;
- В) протоны;
- С) электроны;
- Д) нейтроны.

31. После распада в течение шестнадцати суток осталось 25 % нераспавшихся ядер от начального количества ядер радиоактивного изотопа. Период полураспада данного изотопа равен $T_{1/2} = \dots$ сут.

32. Быстрый протон проникает в ядро атома. В результате ядерной реакции образуются две альфа-частицы. Исходное ядро — это изотоп:

- A) гелий-3;
- B) литий-7;
- C) бериллий-9;
- D) углерод-12.

33*. Смесь газов состоит из водорода, диоксида углерода, кислорода и озона. Расположить химические формулы газов в порядке возрастания средней скорости их молекул при условии термодинамического равновесия данной системы:

- A) H_2 ;
- B) CO_2 ;
- C) O_2 ;
- D) O_3 .

34. Из-за неисправности вентиля из баллона утекает газ. Если давление газа понизилось в 1,5 раза, а температура не изменилась, то внутренняя энергия газа в баллоне изменилась в $U_2/U_1 = \dots$ раз (округлить до двух значащих цифр).

35*. Установить соответствие между наименованиями (A — D) термодинамических процессов в идеальном газе и выражениями первого закона (I — IV) термодинамики в частных случаях (Q — количество теплоты, подведенное к газу; A — работа сил давления газа; ΔU — изменение внутренней энергии газа):

- A) изотермический;
- B) адиабатный;
- C) изобарный;
- D) изохорный;
- I) $Q = A + \Delta U$;
- II) $Q = \Delta U$;
- III) $Q = A$;
- IV) $A = -\Delta U$.

36*. Диффузия в газе происходит при наличии:

- A) градиента плотности вещества;
- B) градиента температуры;
- C) градиента концентрации молекул;
- D) градиента давления.

37*. Идеальный газ совершает прямой цикл (рис. Т4.9), составленный из обратимых термодинамических процессов. Работа цикла A, суммарное изменение внутренней энергии ΔU , суммарное из-

менение энтропии газа ΔS в результате данного цикла описываются соотношениями:

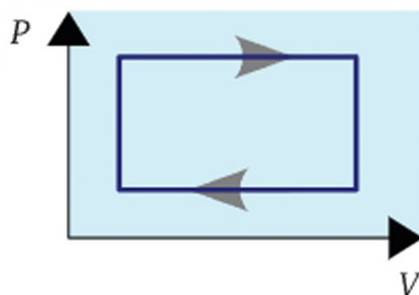


Рис. Т4.9

- A) $\Delta U < 0$;
- B) $\Delta U = 0$;
- C) $\Delta U > 0$;
- D) $A = 0$;
- F) $A > 0$;
- H) $\Delta S = 0$;
- G) $\Delta S > 0$.

38*. Единица поверхностного натяжения жидкости может быть выражена в виде:

- A) Па/с;
- B) Дж/кг;
- C) Н/м;
- D) Дж/м²;
- E) Па·с;
- F) Н/(м²·с).

39*. Поставить в соответствие свойства кристаллических диэлектриков (I — II) и характер изменения (A — C) этих свойств при нагревании выше температуры Дебая:

- I) теплоемкость;
- II) электропроводность;
- A) увеличивается;
- B) уменьшается;
- C) не изменяется.

40*. Измеряя напряжение $U < 50$ В многопредельным вольтметром, имеющим одну шкалу, сначала установили предел измерения 150 В, затем — 50 В. Поставить в соответствие величины I — III и характер их изменения (A — C) при переходе к меньшему пределу измерения:

- I) цена деления прибора;
- II) абсолютная погрешность измерения;

- III) относительная погрешность;
- A) увеличивается;
 - B) уменьшается;
 - C) не изменяется.

Тест 5

1°. Модуль вектора перемещения равен пройденному пути в случаях движения тела:

- А) равномерного прямолинейного;
- В) по окружности с постоянной по модулю скоростью;
- С) брошенного под углом к горизонту;
- Д) брошенного вертикально вверх, до крайней точки подъема.

2. Ящик массой 100 кг перемещают *равномерно* по горизонтальному настилу, прикладывая силу $F = 400$ Н под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту (рис. Т5.1). Коэффициент трения $\mu = 0,32$. Сила трения $F_{\text{тр}} = \dots$ кН (округлить до одной значащей цифры).

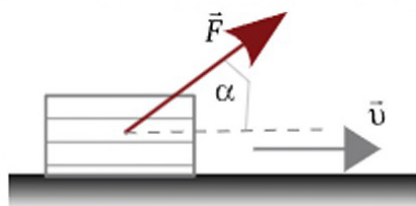


Рис. Т5.1

3. Металлическая болванка имеет форму цилиндра (рис. Т5.2). Если отрезать ее концы так, чтобы масса стала в 2 раза меньше, то момент инерции детали относительно центральной оси симметрии:



Рис. Т5.2

- А) уменьшится в 2 раза;
- В) увеличится в 2 раза;
- С) уменьшится больше, чем в 2 раза;
- Д) не изменится.

4. Под действием момента силы $M = 0,2$ Н·м угловая скорость колеса возрастает по закону $\omega = 4t$, где ω — угловая скорость, рад/с; t — время, с. Момент инерции колеса $J = \dots$ кг·м².

5. Круглое тело (рис. Т5.3) катится без проскальзывания. При этом независимо от формы (шар, сплошной или полый цилиндр) выполняется соотношение ($K_{\text{пост}}$ — кинетическая энергия поступательного движения тела; $K_{\text{вр}}$ — кинетическая энергия вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс тела; K — полная кинетическая энергия):

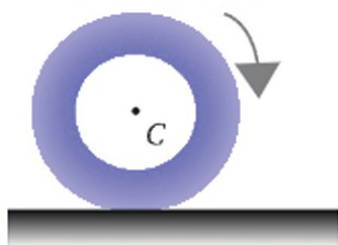


Рис. Т5.3

- A) $K_{\text{пост}} \leq K_{\text{вращ}};$
- B) $K_{\text{пост}} = K_{\text{вращ}};$
- C) $K_{\text{пост}} \geq K_{\text{вращ}};$
- D) $K = K_{\text{вращ}}.$

6*. В нижний конец стержня, подвешенного за другой конец, ударяет пуля и застревает. Стержень, свободно вращаясь, отклоняется на угол φ от вертикали. Чтобы найти наибольший угол φ_{max} , необходимо и достаточно применить законы:

- A) закон сохранения импульса;
- B) основной закон динамики вращательного движения;
- C) закон сохранения момента импульса;
- D) закон сохранения механической энергии.

7. В теории относительности импульс тела определяется формулой (m — масса тела, инвариант, т. е. не зависит от скорости; v — скорость тела; c — скорость света в вакууме):

- A) $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}};$
- B) $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1+v^2/c^2}};$
- C) $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v/c}};$
- D) $\vec{p} = \frac{m\vec{c}}{\sqrt{1-v/c}}.$

8. Два одинаковых по модулю точечных разноименных заряда $q_1 > 0$; $q_2 < 0$, расположенных на расстоянии $2r$, сближаются по направлению к точке M (рис. Т5.4) по дуге окружности радиусом r .

Указать, как изменяется *потенциал* электростатического поля в центре окружности (точка O):

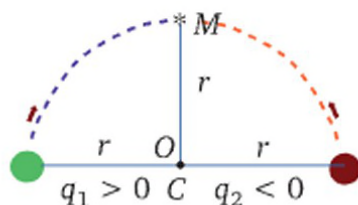


Рис. Т5.4

- А) увеличивается;
- В) остается постоянным, отличным от нуля;
- С) остается постоянным, равным нулю;
- Д) уменьшается;
- Е) сначала увеличивается, а при дальнейшем сближении уменьшается.

9. Выражение теоремы Гаусса для электростатического поля $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$ содержит вектор $d\vec{S}$, направленный под углом α к поверхности:

- А) $\alpha = 0$ (по касательной к поверхности, внутри которой находятся заряды);
- В) $\alpha = 90^\circ$ (нормально к поверхности);
- С) $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ в зависимости от расположения зарядов внутри поверхности.

10. Пространство между обкладками плоского конденсатора, подключенного к источнику тока, заполнено веществом с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$. Если удалить диэлектрик, не отключая конденсатор от источника, то энергия электрического поля конденсатора уменьшится в ... раз.

11. При потребляемой мощности $P = 1,16$ кВт разность потенциалов на полюсах источника тока составила $U = 11,6$ В, а мощность сторонних сил по разделению зарядов внутри источника — $P_{\text{ст}} = 1,20$ кВт. Электродвижущая сила данного источника $\mathcal{E} = \dots$ В (округлить до двух значащих цифр).

12. Единица магнитного потока вебер выражается через основные единицы СИ (кг, м, с, А, К, моль, кД) в виде:

- А) $\text{кг} \cdot \text{с} / (\text{А} \cdot \text{м})$;
- В) $\text{кг} / (\text{А} \cdot \text{м})$;
- С) $\text{кг} / (\text{А} \cdot \text{с}^2)$;
- Д) $\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{А} \cdot \text{с}^2)$.

13. Однородное магнитное поля, в котором находится плоский проводящий контур, изменяется по закону $B = 0,01\cos(314t)$, где B — магнитная индукция, Тл; t — время, с. Вектор \vec{B} перпендикулярен плоскости контура. Максимальное значение ЭДС \mathcal{E}_m , индуцируемой в контуре, В:

- A) 3,14;
- B) 0,01;
- C) 314;
- D) для однозначного ответа не хватает данных.

14*. В однородном магнитном поле с индукцией B_0 находится двухслойная пластина (рис. Т5.5). Первый слой (слева) представляет собой диамагнетик, второй — парамагнетик. Указать, какие из соотношений справедливы в данном случае (μ — магнитная проницаемость; B_1 и H_1 — индукция и напряженность магнитного поля в диамагнетике; B_2 — индукция поля в парамагнетике):

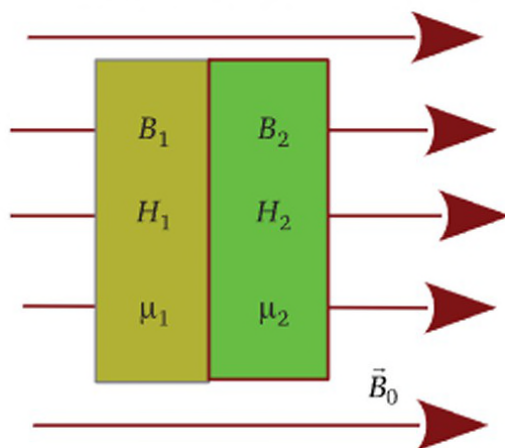
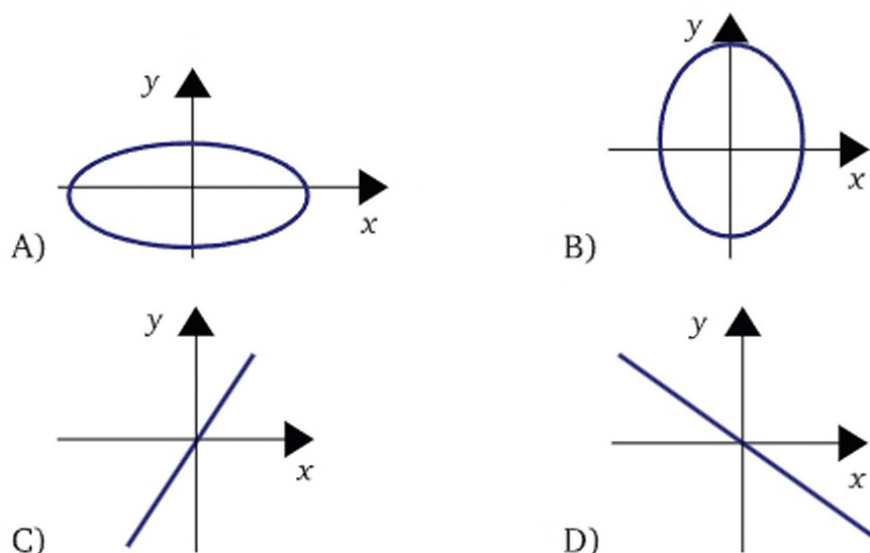


Рис. Т5.5

- A) $B_1 < B_0$;
- B) $B_0 < B_1$;
- C) $\mu_1 < \mu_2$;
- D) $\vec{B}_0 = \mu_0 \cdot \vec{H}_1$;
- E) $B_1 > B_2$,

15. Гармонические колебания материальной точки совершаются по закону $x = 0,04\sin(100\pi t)$, где x — смещение точки, м; t — время, с. Найти момент времени $t^* = \dots$ мс, ближайший к началу отсчета, но не равный нулю, когда скорость точки равна нулю.

16. Шарик, подвешенный на длинной легкой нерастяжимой нити, участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты: $x = A_1\cos(\omega t)$; $y = A_2\cos(\omega t)$, где $A_1 < A_2$. В горизонтальной плоскости траектория шарика имеет вид:



17. К конденсатору электроемкостью C , заряженному до напряжения U_m , присоединили катушку индуктивности L . Активное сопротивление контура пренебрежимо мало. Начиная с момента замыкания контура напряжение на обкладках конденсатора изменялось в зависимости от времени t по закону:

- A) $u(t) = U_m \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
 B) $u(t) = U_m \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
 C) $u(t) = U_m \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
 D) $u(t) = U_m \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
 E) $u(t) = U_m \cdot C \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$;
 F) $u(t) = U_m \cdot C \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$.

18. Если амплитуда колебаний в течение 2 с уменьшается в 2,718 раз, то коэффициент затухания $\beta = \dots \text{с}^{-1}$.

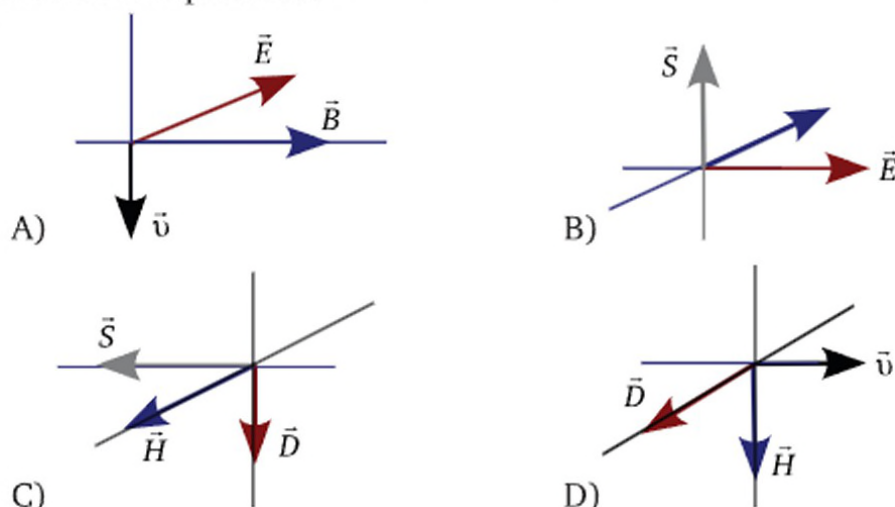
19. Груз на пружине совершает вынужденные колебания в вязкой среде. Собственная частота колебаний равна ν_0 . Наибольшая амплитуда смещения груза достигается при частоте вынуждающей силы ν_p . Соотношение частот ν_0 и ν_p :

- A) $\nu_p < \nu_0$;
 B) $\nu_p = \nu_0$;
 C) $\nu_p > \nu_0$.

20. В каждой точке однородной среды, где распространяется бегущая волна без потерь энергии, непрерывно изменяется во времени:

- A) амплитуда колебаний;
- B) частота колебаний;
- C) фаза колебаний;
- D) фазовая скорость.

21*. Взаимная ориентация векторов индукции магнитного поля \vec{B} , напряженности электрического поля \vec{E} , плотности потока энергии \vec{S} , фазовой скорости \vec{v} , напряженности магнитного поля \vec{H} , электрического смещения \vec{D} электромагнитной волны правильно показана в вариантах:



22*. Угол падения, при котором наблюдается полная поляризация электромагнитной волны, отраженной от диэлектрика, зависит:

- A) от плотности окружающей среды;
- B) от показателя преломления окружающей среды;
- C) от угла между вектором электрической напряженности \vec{E} в падающей волне и вектором \vec{v} фазовой скорости;
- D) от показателя преломления отражающего вещества.

23. При интерференции света происходит:

- A) усиление волн без перераспределения интенсивности;
- B) огибание волнами препятствий;
- C) перераспределение интенсивности света;
- D) гашение волн без перераспределения интенсивности.

24. Минимум освещенности при дифракции света с длиной волны λ на одиночной щели шириной a наблюдается на экране при обязательном условии:

- A) на ширине щели укладывается четное число зон Френеля;
- B) угол дифракции φ удовлетворяет уравнению $a \sin \varphi = (2k + 1)\lambda/2$, где $k = 0, 1, 2, \dots$;

- С) разность хода от краев щели до минимума на экране $\Delta = \lambda/2$;
 D) ширина щели равна длине волны.

25*. Кинетическая энергия K электронов, вылетающих в результате внешнего фотоэффекта, зависит от частоты ν падающего излучения, как показано на рис. Т5.6. Если будут известны значения величин K и ν , по графику можно найти:

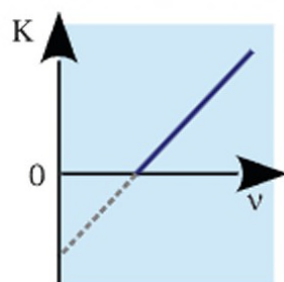


Рис. Т5.6

- А) красную границу фотоэффекта;
 В) работу выхода электрона;
 С) постоянную Планка;
 D) массу электрона.

26. Коротковолновая граница спектра атома водорода $\lambda_{\text{мин}} = \dots$ нм (округлить до двух значащих цифр).

27*. Указать столбцы табл. Т5.1, в которых правильно отражены свойства теплового излучения и люминесценции.

Таблица Т5.1

Вид излучения	А. Зависимость светимости от температуры	В. Вид спектра	С. Происходит за счет энергии	Д. Интервал длин волн λ излучения
Тепловое излучение	Отчетливо выражена	Сплошной	Энергии внешних источников	$0 < \lambda < \infty$ для любого тела
Люминесценция	Не выражена	Дискретный	Внутренней энергии	Ограничен, зависит от вещества

28. Электрон движется со скоростью $v = 0,8$ с. Длина волны де Бройля для данной частицы $\lambda_B = \dots$ пм.

29*. Установить соответствие *наименования* квантового числа (n , m , l , m_s), определяющего состояние электрона в атоме водорода, его *физическому смыслу*, т. е. что определяется (А — D) этим числом:

- 1) n (главное);
- 2) l (орбитальное);
- 3) m (орбитальное магнитное);
- 4) m_s (магнитное спиновое);
- А) форма электронного облака;
- В) размеры электронного облака;
- С) собственный момент импульса;
- Д) ориентация электронного облака в пространстве.

30. Удельная энергия связи ядер начиная с лития с возрастанием порядкового номера элемента:

- А) сначала увеличивается, затем уменьшается;
- В) сначала увеличивается, затем становится постоянной;
- С) сначала уменьшается, затем увеличивается;
- Д) монотонно уменьшается.

31. Единица поглощенной дозы в Международной системе единиц:

- А) зиверт (Зв);
- В) грей (Гр);
- С) рентген (Р);
- Д) беккерель (Бк).

32. Чтобы запустить самоподдерживающуюся реакцию синтеза изотопов водорода, исходные продукты, следует:

- А) получить в достаточном количестве, чтобы масса превысила критическое значение, и облучить быстрыми нейтронами;
- В) обогатить тяжелым изотопом — тритием при нормальных условиях;
- С) нагреть до высокой температуры, обеспечивая высокую плотность;
- Д) достаточное количество водорода, обогащенного дейтерием, поместить в оболочку, отражающую нейтроны.

33*. В отношении хаотического движения молекул газа при определенной постоянной температуре справедливы утверждения:

- А) у всех молекул газа скорости одинаковы;
- В) молекулы большей массы движутся с меньшей скоростью;
- С) скорости молекул газа распределены от нуля до бесконечности;
- Д) распределение молекул по скоростям имеет максимум;
- Е) средние кинетические энергии молекул разной массы одинаковы.

34. Если пренебречь энергией взаимодействия молекул газа, но учесть энергию поступательного и вращательного движения двухатомных молекул (рис. Т5.7), а также колебательного движения их атомов, то внутренняя энергия одного моля газа при температуре 1000 К составляет $U = \dots$ кДж (округлить до двух значащих цифр).



Рис. Т5.7

35*. В цилиндрическом сосуде, закрытом сверху тяжелым подвижным поршнем, находится идеальный газ. Если газ расширяется при постоянном давлении, то:

- А) $Q > 0$ (к газу подводится теплота);
- В) $\Delta T = 0$ (температура газа постоянна);
- С) $\Delta U = 0$ (внутренняя энергия газа постоянна);
- Д) $A > 0$ (газ совершает положительную работу).

36. Теплопроводность представляет собой направленный перенос ... вследствие хаотического движения частиц вещества.

- А) массы;
- В) импульса упорядоченного движения;
- С) энергии хаотического движения;
- Д) заряда.

37*. Второй закон термодинамики:

- А) является обобщением опытных фактов;
- В) выражает закон сохранения и превращения энергии;
- С) указывает направление естественных процессов;
- Д) может быть сформулирован с использованием термина «энтропия».

38. Вязкость жидкостей при *повышении* температуры:

- А) экспоненциально уменьшается;
- В) экспоненциально возрастает;
- С) линейно возрастает;
- Д) практически не изменяется.

39*. Кристаллические полупроводники *лучше* проводят электрический ток, чем диэлектрики, поскольку обладают:

- А) большим межатомным расстоянием;

- В) меньшей шириной запрещенной зоны;
- С) большей концентрацией свободных носителей заряда;
- Д) меньшей плотностью.

40*. Расположить результаты измерений в порядке убывания их точности:

- А) продолжительность школьного урока с погрешностью ± 1 мин;
- В) скорость искусственного спутника Земли на низкой круговой орбите с погрешностью ± 20 м/с;
- С) длина волны видимого света с погрешностью $\pm 0,5$ нм.

Литература

1. Акоста, В. Основы современной физики / В. Акоста, К. Кован, Б. Грэм. — Москва : Просвещение, 1981.
2. Аленицын, А. Г. Краткий физико-математический справочник / Е. Н. Бутиков, А. С. Кондратьев, А. Г. Аленицын. — Москва : Наука, 1990.
3. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Книжный мир, 2006.
4. Горлач, В. В. Физика : учебное пособие для вузов / В. В. Горлач. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020.
5. Горлач, В. В. Физика. Самостоятельная работа студента : учебное пособие для вузов / В. В. Горлач, Н. А. Иванов, М. В. Пластинина. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020.
6. Ивлиев, А. Д. Физика / А. Д. Ивлиев. — Санкт-Петербург : Лань, 2008.
7. Иродов, И. Е. Сборник задач по общей физике / И. Е. Иродов. — Санкт-Петербург : Лань, 2007.
8. Калашников, Н. П. Физика. Интернет-тестирование базовых знаний : учебное пособие / Н. П. Калашников, Н. М. Кожевников. — Санкт-Петербург : Лань, 2009.
9. Мессиа, А. Квантовая механика. Т. 1 / А. Мессиа. — Москва : Наука, 1978.
10. Робертсон, Б. Современная физика в прикладных науках / Б. Робертсон. — Москва : Мир, 1985.
11. Савельев, И. В. Курс физики : в 3 т. / И. В. Савельев. — Санкт-Петербург : Лань, 2006.
12. Справочник физических величин / под редакцией Г. А. Рябина. — Санкт-Петербург : Лениздат : Союз, 2001.
13. Физические величины: справочник / под редакцией И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — Москва : Энергоатомиздат, 1991.
14. Фундаментальные физические постоянные // Успехи физических наук. — 2003. — Т. 173. — № 3. — С. 139—142.
15. Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. — Москва : Наука, 2007.
16. Arndt, A. Kleines Formellexikon / A. Arndt. — Berlin : VEB Verlag Technik, 1974.

Приложения



Правила приближенных вычислений

Простой способ указания точности значения какой-либо величины состоит в том, что приближенное значение величины записывается с таким числом *значащих* цифр, которое гарантирует достоверность всех цифр числа, кроме последней.

Цифры называют *значащими*, если представленный ими результат измерения или вычисления имеет абсолютную погрешность не более половины единицы младшего разряда.

Примеры:

1) число 4,3 содержит две значащие цифры. Оно могло быть получено в результате округления чисел от 4,25 до 4,34;

2) запись числа 4,30 (три значащие цифры) означает, что действительное значение может находиться в пределах от 4,295 до 4,304;

3) табличное значение плотности воды $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$. После перевода единицы плотности г/см^3 в СИ следует записать $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$. Выражение этого значения плотности в виде $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ в данном случае некорректно, так как табличное значение содержит только две значащие цифры.

Значащими считаются все цифры числа, начиная от первой слева, не равной нулю, до последней цифры справа (включая и нули). При этом нули, следующие из множителя 10^n — не значащие. Если нуль стоит в десятичной дроби слева, то он значащей цифрой не считается. Так, числа 0,008, $8 \cdot 10^{-3}$ и $8 \cdot 10^3$ имеют всего по одной значащей цифре.

Если в задаче требуется *оценить* значение некоторой величины, это значит *определить приближенное значение искомой величины с точностью не более одной значащей цифры*. Например, оценка средней длины свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях дает значение $3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. При оценке считается достоверным только показатель степени десяти.

Округление числа до n значащих цифр состоит в отбрасывании всех его цифр, стоящих после n -го разряда, с возможным изменением цифры этого разряда. Результаты вычислений округляются в соответствии со стандартом¹ по следующим правилам:

¹ СТ СЭВ 543—77. Числа. Правила записи и округления.

- если за последней (слева направо) сохраняемой цифрой следует цифра 0, 1, 2, 3 или 4, то при округлении оставшиеся цифры не изменяются;

- если за последней сохраняемой цифрой следует цифра 9, 8, 7, 6 или 5, то последняя сохраняемая цифра числа увеличивается на единицу;

- округление до желаемого числа значащих цифр выполняют сразу, а не поэтапно. Примеры: $0,54448 = 0,54$; $0,5453 = 0,55$; $0,452 = 0,5$. В следующих примерах округления целой части числа до двух значащих цифр отбрасываемые цифры заменены степенями 10 (а не нулями), чтобы избежать недоразумений в определении количества значащих цифр: $2148 = 2,1 \cdot 10^3$; $217,02 = 2,2 \cdot 10^2$; $225 = 0,23 \cdot 10^3$;

- при сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат после округления не должен иметь значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из чисел, составляющих эту сумму или разность. Примеры: $14,45 + 6,50218 = 20,95$; $25,900 - 12 = 14$;

- когда вычитаются числа с близкими значениями, происходит потеря точности. Пример: $72,6546 - 72,6543 = 0,0003 = 3 \cdot 10^{-4}$ (до вычитания было по шесть значащих цифр в каждом числе, а в результате вычитания осталась всего одна);

- при умножении и делении число значащих цифр произведения и частного должно быть равно числу значащих цифр того исходного числа, где их меньше всего. Примеры: $144\,546 \cdot 0,24 = 35 \cdot 10^3$;
$$\frac{242\,696}{145} = 1,67 \cdot 10^3$$
;

- при возведении в степень и извлечении корня любой степени результат должен иметь столько значащих цифр, сколько их в основании или в числе под корнем. Примеры: $14,56^2 = 212,0$; $\sqrt{45} = 6,7$;

- при логарифмировании число значащих цифр в мантиссе результата должно быть равно числу значащих цифр логарифмируемого числа. Пример: $G = 25,04$; $\ln G = 3,220$;

- если некоторые из приближенных чисел, подставляемых в расчетную формулу, содержат больше десятичных знаков, чем другие (при сложении и вычитании), или больше значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень, извлечении корня), то их предварительно округляют, сохраняя только одну лишнюю цифру. Затем проводят вычисления и округляют результат. Пример: $4,31 \cdot 0,12 \cdot 2,358 = 4,31 \cdot 0,12 \cdot 2,36 = 1,2$.

Окончательный результат приближенных вычислений не может содержать больше значащих цифр, чем наименее точное из исходных данных. В промежуточных результатах, чтобы не потерять точности, следует оставлять одну-две лишние, «запасные» цифры.

Когда в расчетной формуле присутствует малый параметр, тогда есть возможность существенно сократить время вычислений, используя следующие приближенные соотношения.

При условии $x \ll 1$:

- $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$;
- $e^x \approx 1 + x$;
- $\ln(1 \pm x) \approx \pm x$.

При условии $\alpha < 0,2$ рад, или $\alpha < 10^\circ$, где α — угол:

- $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$;
- $\cos \alpha \approx 1$.

Некоторые сведения из математики

1. Тригонометрические соотношения.

Уравнение окружности радиусом R :

$$x^2 + y^2 = R^2,$$

где x и y — координаты точки M окружности (рис. П.1).

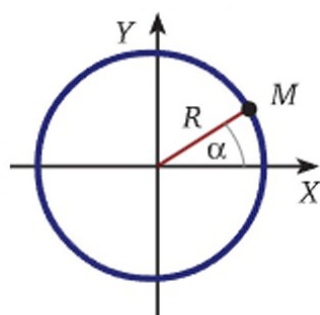


Рис. П.1

Тригонометрические функции угла α :

$$\sin \alpha = \frac{y}{R} \text{ (см. рис. П.1), или } \sin \alpha = \frac{a}{c} \text{ (рис. П.2);}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} \text{ (см. рис. П.1), или } \cos \alpha = \frac{b}{c} \text{ (см. рис. П.2);}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \text{ (см. рис. П.1), или } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \text{ (см. рис. П.2).}$$

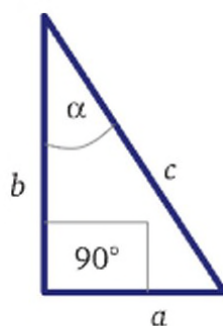


Рис. П.2

Формулы связи тригонометрических функций:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha \text{ (рис. П.3).}$$

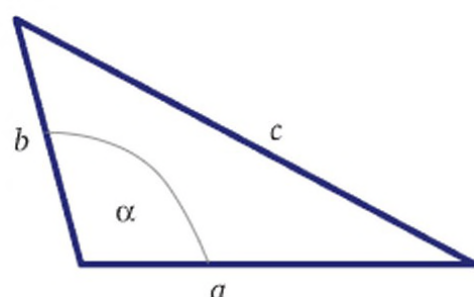


Рис. П.3

Площадь круга $S_{\text{кр}} = \pi R^2$.

Площадь сферы $S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$.

Объем шара $V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi R^3$.

2. Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

3. Греческий алфавит.

Α, α — альфа	Ι, ι — йота	Ρ, ρ — ро
Β, β — бета	Κ, κ — каппа	Σ, σ — сигма
Γ, γ — гамма	Λ, λ — ламбда	Τ, τ — тау
Δ, δ — дельта	Μ, μ — мю	Υ, υ — ипсилон
Ε, ε — эpsilon	Ν, ν — ню	Φ, φ — фи
Ζ, ζ — дзета	Ξ, ξ — кси	Χ, χ — хи
Η, η — эта	Ο, ο — омикрон	Ψ, ψ — пси
Θ, θ — тета	Π, π — пи	Ω, ω — омега

4. Действия с векторами.

Проекция вектора \vec{a} на ось X (рис. П.4) $a_x = a \cdot \cos \alpha$.

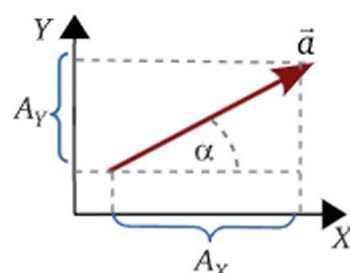


Рис. П.4

Модуль вектора $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Сумма векторов (рис. П.5) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $c_x = a_x + b_x$; $c_y = a_y + b_y$.

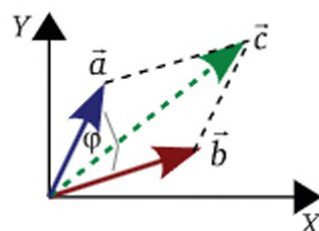


Рис. П.5

Скалярное произведение¹

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} \text{ или } c = \vec{a}\vec{b}; c = a \cdot b \cdot \cos \varphi; \vec{a}\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Скалярные произведения единичных векторов:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1; \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

Векторное произведение (рис. П.6)²:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}; c = a \cdot b \cdot \sin \varphi;$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}.$$

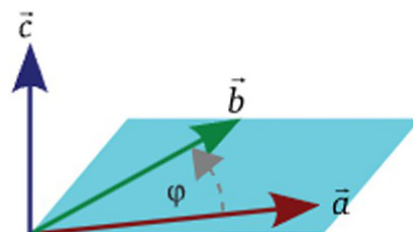


Рис. П.6

¹ Допускается вариант записи скалярного произведения $c = (\vec{a}, \vec{b})$.

² Допускается вариант $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

Векторные произведения единичных векторов:

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0; \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}; \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}; \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}.$$

5. Основные интегралы (с точностью до произвольной постоянной).

$$\int dx = x; \quad \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}; \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln x;$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x; \quad \int e^x dx = e^x;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x; \quad \int \cos x dx = \sin x;$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin(2x); \quad \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin(2x).$$

6. Производные некоторых функций.

Функция $y(x)$	Производная $\frac{dy}{dx}$	Функция $y(x)$	Производная $\frac{dy}{dx}$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
e^{ax}	ae^{ax}	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
a^x	$a^x \ln a$	u^n	$n \cdot u^{n-1} \cdot \frac{du}{dx}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$a \cdot u$ ($a = \text{const}$)	$a \cdot \frac{du}{dx}$
$\log_{10} x$	$\frac{1}{x \cdot \ln 10}$	$u + v$	$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$
$\sin x$	$\cos x$	$u \cdot v$	$v \cdot \frac{du}{dx} + u \cdot \frac{dv}{dx}$
$\sin(ax)$	$a \cos(ax)$	$\frac{u}{v}$	$\frac{v \cdot \frac{du}{dx} - u \cdot \frac{dv}{dx}}{v^2}$

6. Дифференцирование сложной функции:

$$\frac{df(u)}{dx} = \frac{df(u)}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Пример. Если $y = f(x)$, то производная по времени t равна

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

7. Дифференцирование произведения вектора на скаляр:

$$\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot y) = \frac{d\vec{A}}{dt} \cdot y + \vec{A} \cdot \frac{dy}{dt}.$$

8. Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц.

Мно- житель	При- ставка	Обозначение		Мно- житель	При- ставка	Обозначение	
		рус- ское	междуна- родное			рус- ское	междуна- родное
10 ⁻¹⁸	атто	а	<i>a</i>	10 ¹	дека	да	<i>da</i>
10 ⁻¹⁵	фемто	ф	<i>f</i>	10 ²	гекто	г	<i>h</i>
10 ⁻¹²	пико	п	<i>p</i>	10 ³	кило	к	<i>k</i>
10 ⁻⁹	нано	н	<i>n</i>	10 ⁶	мега	М	<i>M</i>
10 ⁻⁶	микро	мк	<i>μ</i>	10 ⁹	гига	Г	<i>G</i>
10 ⁻³	милли	м	<i>m</i>	10 ¹²	тера	Т	<i>T</i>
10 ⁻²	санتي	с	<i>c</i>	10 ¹⁵	пета	П	<i>P</i>
10 ⁻¹	деци	д	<i>d</i>	10 ¹⁸	экса	Э	<i>A</i>

9. Действия с числами степени десяти:

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}; \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}; (10^a)^b = 10^{ab}; \sqrt[b]{10^a} = 10^{\frac{a}{b}}.$$

10. Значения некоторых математических постоянных.

$e = 2,718282$	$\lg 10 = 1$ (по определению)	$\pi^2 = 9,8695406$
$\ln e = 1$ (по определению)	$\lg e = 0,434294$	1 радиан = 57,29596°
$\ln 10 = 2,302585$	$\pi = 3,14158265$	1 градус = 0,0174532 рад

φ°	φ , рад	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\operatorname{tg} \varphi$
0	0	0	1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	0,500	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,500	$\sqrt{3}$
90	$\pi/2$	1	0	∞

Приложение 3

Международная система единиц

Единицы приводятся в соответствии с ГОСТ 8.417—2002. Первые семь величин от времени до силы света являются основными.

Наименование величины	Единица	Обозначение		Выражение через основные единицы
		русское	международное	
Время t , τ	секунда	с	s	C
Длина l , s	метр	м	m	M
Масса m	килограмм	кг	kg	Kr
Сила тока I	ампер	A	A	A
Температура T	кельвин	K	K	K
Количество вещества ν	моль	моль	mol	Моль
Сила света J	кандела	кд	cd	Кд
Плоский угол φ	радиан [*]	рад	rad	$\text{м} \cdot \text{м}^{-1} = 1$
Телесный угол ω	стерадиан	ср	sr	$\text{м}^2 \cdot \text{м}^{-2} = 1$
Скорость	метр на секунду	м/с	m/s	$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/с ²	m/s ²	$\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
Частота	герц	Гц	Hz	с^{-1}
Угловая скорость	радиан на секунду	рад/с	rad/s	с^{-1}
Импульс тела	килограмм-метр на секунду	кг·м/с	kg·m/s	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
Сила	ньютон	Н	N	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	кг·м ²	kg·m ²	$\text{кг} \cdot \text{м}^2$

Наименование величины	Единица	Обозначение		Выражение через основные единицы
		русское	международное	
Момент силы	ньютон-метр	Н·м	N·m	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Момент импульса	килограмм-метр в квадрате на секунду	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$
Энергия, работа	джоуль	Дж	J	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Мощность	ватт	Вт	W	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$
Потенциал, ЭДС, напряжение	вольт	В	V	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-3}$
Напряженность электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-3}$
Плотность электрического тока	ампер на метр в квадрате	$\text{А} / \text{м}^2$	A / m^2	$\text{А} \cdot \text{м}^{-2}$
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{с}^{-3}$
Электрический заряд	кулон	Кл	C	$\text{А} \cdot \text{с}$
Емкость	фарад	Ф	F	$\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Магнитный момент	ампер-метр в квадрате	$\text{А} \cdot \text{м}^2$	$\text{A} \cdot \text{m}^2$	$\text{А} \cdot \text{м}^2$
Магнитная индукция	тесла	Тл	T	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитный поток	вебер	Вб	Wb	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Индуктивность	генри	Гн	H	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Энергетическая светимость	ватт на квадратный метр	$\text{Вт} / \text{м}^2$	W / m^2	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Световой поток	люмен	лм	lm	Кд
Освещенность	люкс	лк	lx	$\text{кд} \cdot \text{м}^{-2}$
Активность нуклида	беккерель	Бк	Bq	с^{-1}
Поглощенная доза	грей	Гр	Gy	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

Наименование величины	Единица	Обозначение		Выражение через основные единицы
		русское	международное	
Мощность поглощенной дозы	грей в секунду	Гр/с	Gy/s	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$
Эквивалентная доза	зиверт	Зв	Sv	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Теплоемкость, энтропия системы	джоуль на кельвин	Дж/К	J/K	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$
Молярная теплоемкость	джоуль на моль-кельвин	Дж/(моль·К)	J/(mol·K)	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	J/(kg·K)	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$

* В современной метрологии принято считать радиан и стерадиан безразмерными производными единицами, имеющими специальные наименования и обозначения, которые можно использовать по необходимости для других производных величин.

Приложение 4

Внесистемные единицы

Приведены единицы, которые допускаются в России по ГОСТ 8.417—2002.

Наименование величины	Наименование единицы	Обозначение		Соотношение с единицей СИ
		русское	международное	
Масса	тонна	т	t	1000 кг
	атомная единица массы*	а. е. м.	u	$1,6605 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	сутки	сут	d	86 400 с
	час	ч	h	3600 с
	минута	мин	min	60 с
Площадь	гектар	га	ha	10 000 м ²
Объем, вместимость	литр	л	l	0,001 м ³
Энергия	киловатт-час	кВт·ч	kW·h	$3,6 \cdot 10^6$ Дж
	электрон-вольт**	эВ	eV	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	V·A	1
Электрический заряд	ампер-час	А·ч	A·h	$3,6 \cdot 10^3$ Кл
Температура Цельсия	градус Цельсия	°C	°C	$t = T - T_0$, где $T_0 = 273,15$ К
Плоский угол	секунда	''	''	$\pi/648\,000$ рад
	минута	1' = 60''	'	$\pi/10\,800$ рад
	градус	1° = 60'	°	$\pi/180$ рад
Частота вращения	оборот в секунду	об/с	r/s	1 с ⁻¹
	оборот в минуту	об/мин	r/min	1/60 с ⁻¹
Оптическая сила	диоптрия	дптр	—	м ⁻¹


Окончание таблицы

Наименование величины	Наименование единицы	Обозначение		Соотношение с единицей СИ
		русское	международное	
Уровень интенсивности	бел	Б	В	—
Уровень громкости	фон	фон	phon	—
Количество информации (единица в СИ отсутствует)	бит	бит	bit	—
	1 байт = 8 бит	Б	В (bite)	—
	1 килобайт = 1024 Б	Кбайт	KB	—
	1 мегабайт = 1024 Кбайт	Мбайт	MB	—

^{*} Атомная единица массы равна 1/12 массы атома изотопа углерода С-12.

^{**} 1 электронвольт — энергия, которую приобретает частица с зарядом, равным по модулю заряду электрона в результате ускорения под воздействием электрического поля с разностью потенциалов 1 В между начальной и конечной точками.

Периодическая система элементов Д. И. Менделеева

Период	Ряд	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ										 Периодический закон открыт Д. И. Менделеевым в 1869 году	
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII				
I	1	H 1 1,00794 1s ¹ водород						(H)	2 He 4,00260 1s ² гелий				
II	2	Li 3 6,941 2s ¹ литий	Be 4 9,01218 2s ² бериллий	5 B 10,81 2p ² бор	6 C 12,011 2p ² углерод	7 N 14,0067 2p ³ азот	8 O 15,9994 2p ⁴ кислород	9 F 18,998403 2p ⁵ фтор	10 Ne 20,179 2p ⁶ неон				
III	3	Na 11 22,98977 3s ¹ натрий	Mg 12 24,305 3s ² магний	13 Al 26,9815 3p ¹ алюминий	14 Si 28,085 3p ² кремний	15 P 30,9738 3p ³ фосфор	16 S 32,06 3p ⁴ сера	17 Cl 35,453 3p ⁵ хлор	18 Ar 39,948 3p ⁶ аргон				
IV	4	K 19 39,098 4s ¹ калий	Ca 20 40,08 4s ² кальций	Sc 21 44,9559 3d ¹ 4s ² скандий	Ti 22 47,90 3d ² 4s ² титан	V 23 50,9415 3d ³ 4s ² ванадий	Cr 24 51,996 3d ⁵ 4s ¹ хром	Mn 25 54,9380 3d ⁵ 4s ² марганец	Fe 26 55,847 3d ⁶ 4s ² железо	Co 27 58,9332 3d ⁷ 4s ² кобальт	Ni 28 58,70 3d ⁸ 4s ² никель		
	5	29 Cu 63,546 3d ¹⁰ 4s ¹ медь	30 Zn 65,38 4p ¹ цинк	31 Ga 69,72 4p ¹ галлий	32 Ge 72,59 4p ² германий	33 As 74,9216 4p ³ мышьяк	34 Se 78,96 4p ⁴ селен	35 Br 79,904 4p ⁵ бром	36 Kr 83,80 4p ⁶ криптон				
V	6	Rb 37 85,467 5s ¹ рубидий	Sr 38 87,62 5s ² стронций	Y 39 88,9059 4d ¹ 5s ² иттрий	Zr 40 91,22 4d ² 5s ² цирконий	Nb 41 92,9064 4d ⁴ 5s ¹ ниобий	Mo 42 95,94 4d ⁵ 5s ¹ молибден	Tc 43 98,9062 4d ⁵ 5s ² технеций	Ru 44 101,07 4d ⁷ 5s ¹ рутений	Rh 45 102,9055 4d ⁸ 5s ¹ родий	Pd 46 106,4 4d ¹⁰ 5s ⁰ паладий		

Окончание табл. 1.1

Период	Ряд	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
	7	47 Ag 107,8682 5s ¹ серебро	48 Cd 112,41 5s ² кадмий	49 In 114,82 5p ¹ индий	50 Sn 118,69 5p ² олово	51 Sb 121,75 5p ³ сурьма	52 Te 127,60 5p ⁴ теллур	53 I 126,9045 5p ⁵ йод	54 Xe 131,30 5p ⁶ ксенон		
VI	8	Cs 55 132,9054 6s ¹ цезий	Ba 56 137,33 6s ² барий	57 La — Lu 71 *	Hf 72 178,49 5d ² 6s ² гафний	Ta 73 180,9479 5d ³ 6s ² тантал	W 74 183,85 5d ⁴ 6s ² вольфрам	Re 75 186,207 5d ⁵ 6s ² рений	Os 76 190,2 5d ⁶ 6s ² осмий	Ir 77 192,22 5d ⁷ 6s ² иридий	Pt 78 195,09 5d ⁹ 6s ¹ платина
	9	79 Au 196,9665 5d ¹⁰ 6s ¹ золото	80 Hg 200,59 6s ² ртуть	81 Tl 204,37 6p ¹ таллий	82 Pb 207,2 6s ² свинец	83 Bi 208,9804 6p ³ висмут	84 Po [209] 6p ⁴ полоний	85 At [210K] 6p ⁵ астат	86 Rn [222] 6p ⁶ радон		
VII	10	Fr 87 [223] 7s ¹ франций	Ra 88 226,0254 7s ² радий	89 Ac—(Lr) 103 **	Rf 104 261,11 6d ² 7s ² резерфордий	Db 105 262,114 6d ³ 7s ² дубний	Sg 106 263,118 6d ⁴ 7s ² сиборгий	Bh 107 262,12 6d ⁵ 7s ² борий	Hs 108 [265] 6d ⁶ 7s ² хассий	Mt 109 [266] 6d ⁷ 7s ² мейтнерий	Ds 110 [271] дармштадтий
	11	Rg 111 [272] рентгений	Cn 112 [285] коперниций	Nh 113 [286] нихоний	Fl 114 флеровий	Mc 115 московский	Lv 116 ливерморий	Ts 117 теннессин	Og 118 [294] оганесон		

* Лантаноиды

La 57 138,9055 5d ¹ 6s ² лантан	Ce 58 140,12 4f ² 6s ² церий	Pr 59 140,9077 4f ³ 6s ² празеодим	Nd 60 144,24 4f ⁴ 6s ² неодим	Pm 61 [145] 4f ⁵ 6s ² прометий	Sm 62 150,4 4f ⁶ 6s ² самарий	Eu 63 151,96 4f ⁷ 6s ² европий	Gd 64 157,25 4f ⁷ 5d ¹ 6s ² гадолиний	Tb 65 158,9254 4f ⁹ 6s ² тербий	Dy 66 162,50 4f ¹⁰ 6s ² диспрозий	Ho 67 164,9304 4f ¹¹ 6s ² гольмий	Er 68 167,26 4f ¹² 6s ² эрбий	Tm 69 168,9342 4f ¹³ 6s ² тулий	Yb 70 173,04 4f ¹⁴ 6s ² иттербий	Lu 71 174,967 4d ¹ 6s ² лютеций
--	---	---	--	---	--	---	---	--	--	--	--	--	---	--

** Актиноиды

Ac 89 [227] 5d ¹ 7s ² актиний	Th 90 232,0381 6d ² 7s ² торий	Pa 91 231,0359 3f ² d ¹ 7s ² протактиний	U 92 238,029 5f ³ 6d ¹ 7s ² уран	Np 93 237,0482 5f ⁴ 6d ¹ 7s ² нептуний	Pu 94 [244] 5f ⁶ 7s ² плутоний	Am 95 [243] 5f ⁷ 7s ² америций	Cm 96 [247] 5f ⁷ 6d ¹ 7s ² кюри	Bk 97 [247] 5f ⁹ 6d ¹ 7s ² берклий	Cf 98 [251] 5f ¹⁰ 7s ² калифорний	Es 99 [254] 5f ¹¹ 7s ² эйштейний	Fm 100 [257] 5f ¹² 7s ² фермий	Md 101 [258] 5f ¹³ 7s ² менделевий	(No) 102 [255] 5f ¹⁴ 7s ² (нобелий)	(Lr) 103 [256] 6d ¹ 7s ² (лоуренсий)
--	---	--	--	--	---	---	---	--	--	---	---	---	--	---

Справочные таблицы физических постоянных

1. Основные физические постоянные¹

Физическая постоянная	Обозначение	Численное значение
Гравитационная постоянная	G	$6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Постоянная Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Дирака (приведенная постоянная Планка)	$\hbar = h/(2\pi)$	$1,0555 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Заряд электрона	e	$-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	m_e	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Заряд протона	q_p	$+1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса протона	m_p	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса нейтрона	m_n	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса атома водорода	m_H	$1,67356 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомная единица массы	u (а. е. м.)	$1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Энергетический эквивалент атомной единицы массы	$m_u \cdot c^2$	931,49 МэВ, $1,4924 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$
Скорость света в вакууме	c	$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Ридберга	R_λ	$R_\lambda = 10\,973\,732 \text{ м}^{-1}$
	R_ν	$R_\nu = 3,2808 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$
Постоянная Стефана — Больцмана	σ	$5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/}(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная в законе смещения Вина	b_1	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная во втором законе Вина	b_2	$1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/}(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

¹ По ГСССД 1—87. Таблицы стандартных справочных данных. Фундаментальные физические константы. 1998. CODATA (Международный комитет по численным данным для науки и техники).

Физическая постоянная	Обозначение	Численное значение
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A$	$1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Молярная газовая постоянная	R	8,314 Дж/(моль·К)
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²

2. Диэлектрическая проницаемость жидкостей и твердых тел в постоянном или медленно меняющемся электрическом поле

Керосин	Масло трансформаторное	Глицерин	Вода	Стекло	Парафин	Фарфор	Кварц
2,0	2,2	56	81	5	2	6	4

3. Показатели преломления

Бензин	Сероуглерод	Глицерин	Вода	Лед	Стекло	Кварц плавленый	Кварц кристаллический	Алмаз
1,40	1,63	1,47	1,33	1,31	1,52	1,46	1,54	2,42

4. Работа выхода электрона, эВ

Вольфрам	Калий	Литий	Кремний	Олово	Платина	Серебро	Цезий	Цинк
4,60	2,15	2,39	4,6	4,5	5,29	4,28	1,89	4,05

5. Относительная биологическая эффективность (ОБЭ) излучений

Рентгеновское излучение	Электроны и позитроны	Гамма-излучение	Протоны	Нейтроны	Альфа-частицы
1	1	1	10	10	20

6. Свойства некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	Символ	Масса m , а. е. м.	Энергия, $E_0 = mc^2$, МэВ	Отношение заряда к массе q/m , МКл/кг
Электрон	$e = \beta^-$	0,00054858	0,510	-175882
Протон	p	1,00727647	938,27	95,7883
Нейтрон	n	1,008665	939,6	0
Дейтрон	d (ядро H-2)	2,01355321	1876	47,9

Частица	Символ	Масса m , а. е. м.	Энергия, $E_0 = mc^2$, МэВ	Отношение заряда к массе q/m , МКл/кг
Гелион	h (ядро He-3)	3,0149	2808	63,8
α -частица	α (ядро He-4)	4,00150617	3727	48,1

7. Атомные массы некоторых изотопов, а. е. м.

Элемент	Изотоп	Масса	Элемент	Изотоп	Масса
Водород	H-1	1,007825	Калий	K-40	39,962589
	H-2	2,014162		K-42	41,9624
	H-3	3,016049	Кислород	O-16	15,994915
Гелий	He-3	3,016030		O-17	16,999134
	He-4	4,002603	Церий	Ce-140	139,905280
Литий	Li-6	6,015126		Ce-141	140,908013
	Li-7	7,016005	Свинец	Pb-206	205,974446
Бериллий	Be-8	8,005308		Pb-208	207,976644
	Be-9	9,012186	Полоний	Po-210	209,982866
	Be-10	10,013535	Актиний	Ac-222	222,017750
Углерод	C-12	12,000000	Протактиний	Pa-226	226,027800
	C-14	14,003241	Радий	Ra-226	226,025360
Азот	N-13	13,005739	Уран	U-233	233,040600
	N-14	14,003072		U-235	235,044069
Фосфор	P-30	29,978320		U-238	238,050760
Кальций	Ca-40	39,964008	Радон	Rn-222	222,017530
Кремний	Si-30	29,976491	Торий	Th-230	230,033080
				Th-232	232,038211

8. Основные характеристики первых четырех кварков

Сим- вол* кварка	Электриче- ский заряд, $q/ e $	Барионный заряд B	Спин s	Антикварки			
				Сим- вол	$q/ e $	B	s
u	+2/3	1/3	$\hbar/2$	\bar{u}	-2/3	1/3	$\hbar/2$
d	-1/3	1/3	$\hbar/2$	\bar{d}	+1/3	1/3	$\hbar/2$
s	-1/3	1/3	$\hbar/2$	\bar{s}	+1/3	1/3	$\hbar/2$
c	+2/3	1/3	$\hbar/2$	\bar{c}	-2/3	1/3	$\hbar/2$

* Расшифровка символов: u (up) — верхний; d ($down$) — нижний; s ($strange$) — странный; c ($charm$) — очарованный.

9. Периоды полураспада и вид распада некоторых изотопов

Z	Символ элемента	A	Изотоп	Вид распада	Период полураспада
6	C	14	Углерод-14	β^-	5770 лет
11	Na	22	Натрий-22	β^+	2,58 года
		24	Натрий-24	β^-	15,0 ч
15	P	30	Фосфор-30	β^+	2,6 мин
		32	Фосфор-32	β^-	14,3 сут
19	K	42	Калий-42	β^-	12,4 ч
		43	Калий-43	β^-	22,4 года
38	Sr	90	Стронций-90	β^-	28 лет
53	I	131	Иод-131	β^-	8,05 сут
55	Cs	136	Цезий-136	β^-	13 сут
		137	Цезий-137	β^-	30 сут
81	Tl	210	Таллий-210	β^-	1,3 мин
82	Pb	214	Свинец-214	β^-	26,8 мин
83	Bi	214	Висмут-214	α	1,32 мин
84	Po	210	Полоний-210	β^-	21 год
		218	Полоний-218	α	3,05 мин
86	Rn	222	Радон-222	α	3,823 сут
88	Ra	226	Радий-226	α	1620 лет
90	Th	230	Торий-230	α	80 лет
		234	Торий-234	β^-	24,10 сут
92	U	234	Уран-234	α	$2,48 \cdot 10^5$ лет
		238	Уран-238	α	$4,51 \cdot 10^9$ лет

10. Эффективный диаметр молекул газов $d_{эфф}$, нм

Азот (N ₂)	Аммиак (NH ₃)	Аргон (Ar)	Водород (H ₂)	Воздух (N ₂ + O ₂)	Кислород (O ₂)	Углекислый газ (CO ₂)	Хлор (Cl ₂)
0,32	0,35	0,35	0,25	0,27	0,30	0,33	0,37

11. Состав атмосферного воздуха

Газ	Азот N ₂	Кислород O ₂	Аргон Ar	Прочие газы (CO ₂ , Ne, Kr, H ₂ , Xe, O ₃ , Ra)
Доля, %	78,08	20,95	0,9325	= 1

12. Молярная масса воздуха $M_{возд} = 28,96 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

13. Объем газа в количестве 1 моль при нормальных условиях ($T_H = 273 \text{ К}$; $P_H = 101 \text{ кПа}$) $V_H = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

14. Поправки в уравнении состояния реального газа и критические параметры

Вещество	$a, \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$	$b, 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$	$T_{\text{кр}}, \text{ К}$	$P_{\text{кр}}, \text{ МПа}$
Азот	0,135	3,86	126	3,30
Аргон	0,132	3,20	151	4,80
Водяной пар	0,545	3,04	647	22,1
Углекислый газ	0,361	4,28	304	7,39

15. Давление P и плотность ρ насыщенного водяного пара при различных температурах

$T, \text{ К}$	273	283	288	293	300	313	353	363	373
$P, \text{ кПа}$	0,61	1,22	1,70	2,33	3,57	7,35	47,3	70,0	101,3
$\rho, \text{ г/м}^3$	4,8	9,4	12,8	17,3	25,8	50,9	293,0	418,3	598,0

16. Плотность ρ (г/см^3) и поверхностное натяжение σ (мН/м) жидкостей

Вода		Глицерин		Касторовое масло		Керосин		Мыльный раствор		Ртуть	
ρ	σ	ρ	σ	ρ	σ	ρ	σ	ρ	σ	ρ	σ
1,00	73	1,26	64	0,96	35	0,80	29	1,0	40	13,60	$5,0 \cdot 10^2$

17. Плотности ρ , модули упругости E , удельные теплоемкости c , температуры Дебая T_D , удельные сопротивления $\rho_{\text{эл}}$ твердых тел

Вещество	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$	$E, \text{ ГПа}$	$c, \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$	$T_D, \text{ К}$	$\rho_{\text{эл}}, \text{ Ом} \cdot \text{м при } t = 20^\circ \text{C}$
Алюминий	2,7	70	0,9	423	$2,8 \cdot 10^{-6}$
Бетон	2,4	10	0,9	—	—
Вольфрам	10,3	380	0,14	400	$5,5 \cdot 10^{-8}$
Гранит	2,7	400	0,8	—	10^9
Дерево (сосна)	0,5	10	2,5	—	10^9
Железо	7,9	200	0,5	477	$9,8 \cdot 10^{-8}$
Каменная соль (NaCl)	2,17	—	2,9	321	10^7
Кирпич	1,8	10	0,9	—	—

Окончание таблицы

Вещество	ρ , 10^3 кг/м^3	E , ГПа	c , кДж/(кг·К)	T_D , К	$\rho_{эл}$, Ом·м при $t = 20^\circ \text{C}$
Кристаллит (SiO_2)	2,3	73	—	732	10^{13}
Лед (H_2O)	0,89	3	2,1	—	10^{10} (0°C)
Медь	8,9	120	0,4	342	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Платина	21,5	170	0,12	240	$11 \cdot 10^{-8}$
Серебро	10,5	77	0,2	220	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Сталь	7,8	220	0,5	—	10^{-7}
Чугун	7,0	110	0,5	—	—

18. Ширина запрещенной зоны полупроводников, эВ

Кристалл	ΔE	Кристалл	ΔE
Алмаз (C)	6	Селен (Se)	1,8
Германий (Ge)	0,7—0,8	Сульфид свинца (PbS)	0,41
Кремний (Si)	1,1	Фосфид галлия (GaP)	2,5

19. Удельная термоЭДС металлических термопар, мкВ/К

Константан — вольфрам	Медь — кон- стантан	Платина — пла- тинородий	Хромель — алюмель
56,0	40,9	6,0	40,6

Наши книги можно приобрести:

Учебным заведениям и библиотекам:
в отделе по работе с вузами
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: vuz@urait.ru

Частным лицам:
список магазинов смотрите на сайте urait.ru
в разделе «Частным лицам»

Магазинам и корпоративным клиентам:
в отделе продаж
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru

Отзывы об издании присылайте в редакцию
e-mail: gred@urait.ru

Новые издания и дополнительные материалы доступны
на образовательной платформе «Юрайт» urait.ru,
а также в мобильном приложении «Юрайт.Библиотека»

Учебное издание

Горлач Виктор Васильевич

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Учебное пособие для вузов

Формат 70×100¹/₁₆.
Гарнитура «Charter». Печать цифровая.
Усл. печ. л. 25,84.

ООО «Издательство Юрайт»
111123, г. Москва, ул. Плеханова, д. 4а.
Тел.: (495) 744-00-12. E-mail: izdat@urait.ru, www.urait.ru